GEOMETRIYA

7

Ulıwma orta bilim beriw mektebiniń
7-klası ushın sabaqlıq

Ózbekstan Respublikası Xalıq bilimlendiriw
ministrligi baspaǵa usınıs etken

Jańa basılım

Tashkent – 2022

UO‘K 514(075.3)
KBK 22.151ya72
G 40

Avtorlar:

Boxodir Xaydarov
Nargiza Tashtemirova
Isak Asrorov

Pikir bildiriwshiler:

Z. R. Babayeva – Sırdárya wálayatı Gúlistan qalasındaǵı 11-sanlı ulıwma orta bilim beriw mektebiniń matematika páni muǵallimi.

M. X. Usmanov – Namangan wálayatı xalıq bilimlendiriw basqarması janındaǵı 3-sanlı QMUBBMI matematika páni muǵallimi.

A. K. Alibekova – Tashkent qalası Shayxontohur rayonındaǵı 180-sanlı QMUBBM matematika páni muǵallimi.

Geometriya 7-klass [Matn]: sabaqlıq / B. Haydarov, N. Tashtemirova, I. Asrorov − Tashkent: Respublikalıq bilimlendiriw orayı, 2022. − 192 b.

UNICEFtiń Ózbekstandaǵı wákili menen birgelikte tayarlandı.

Ózbekstan Respublikası Pánler akademiyası V. I. Romanovskiy atındaǵı matematika institutı juwmaǵı tiykarında tolıqtırıldı.

Original maket hám dizayn koncepciyası
Respublikalıq bilimlendiriw orayı tárepinen islep shıǵıldı.

Respublikalıq maqsetli kitap qorı qarjıları esabınan basıp shıǵarıldı.

Shártli belgiler:

- **– geometriyalıq túsinik anıqlaması**
- **– teorema sıpatlaması**
- **– aksioma sıpatlaması**
- **– tema boyınsha sorawlar**
- **– aktivlestiriwshi shınıǵıwlar**
- **– másele sheshiw úlgisi**
- **– ámeliy shınıǵıw hám qollanıw**
- **– geometriyalıq izertlew**
- **– tariyxıy úzindiler**
- **– geometriyalıq basqatırmalar**
- **– multimedia qosımshaları**
- **– elektron resurslar.**

ISBN 978-9943-8370-5-8

SÓZ BASÍ

Áziz oqıwshılar! *Siz matematikanıń eń ózine tartatuǵın bólimi - geometriyanı úyrenip baslap atırsız. Tómengi klaslarda birneshe geometriyalıq figuralar hám olardıń qásiyetleri menen tanısqan edińiz. 7-klasta geometriyalıq figuralardıń ájayıp álemine sayaxat etip, onı hár tárepleme hám sistemalı túrde úyreniwge kirisesiz.*

Bizdi geometriyalıq figuralar álemi qorshap turadı. Geometriyalıq figuralarǵa kúndelikli turmısta hár qádemde dus kelemiz. Haqıyqattan, tórtmúyeshlik figuraǵa ayna raması, qar japraqshalarınıń naǵısları, túrli formadaǵı imaratlar, shırpı qutısı, velosiped dóńgelegi, sabın kóbiksheleri, gúller, terek japıraqları hám basqa nárseler qanday da bir figuraǵa iye.

Demek, olar geometriyaǵa baylanıslı. Sonlıqtan da geometriyanı biliw, onıń sırlarınan xabardar bolıw hárbir insan ushın áhmiyetli.

Geometriya menen tanısıw eń ápiwayı geometriyalıq figuralar hám olardıń qásiyetlerin úyreniwden baslanadı. Olar tiykarında ózimiz ushın tazadan jańa geometriyalıq figuralar hám olardıń qásiyetlerin payda etesiz.

Sonıń menen birge, ***geometriya sizdi durıs pikirlewge úyretedi, logikalıq oy-pikirler júrgiziw hám olar tiykarında aqılǵa muwapıq sheshim tabıw, durıs juwmaq shıǵarıw kónlikpelerin iyelewińizge járdem beredi.***

Bul bolsa rawajlanıwǵa umtılıwshı hárbir jigit-qız ushın júdá áhmiyetli pazıylet boladı.

Geometriyanı tek ǵana oqıw emes, al bálkim uǵıwǵa umtılıw kerek boladı. Hárbir gáptiń "mánisin tereń túsiniw"ge urınıń. Túsinbeseńiz, qayta oqıń, sızılmalarǵa názer salıń. Imkanı barınsha kóbirek másele sheshiń. Sebebi hárbir sheshilgen másele geometriyanı úyreniwdiń keyingi basqıshına orın tayarlaydı. Sonda ǵana geometriya óz sırların sizge bildire aladı.

Isenimimiz kámil, siz geometriya menen tez arada doslasasız hám ol siz ushın súyikli hám qızıqlı bolǵan pánlerden biri bolıp qaladı.

Avtorlar

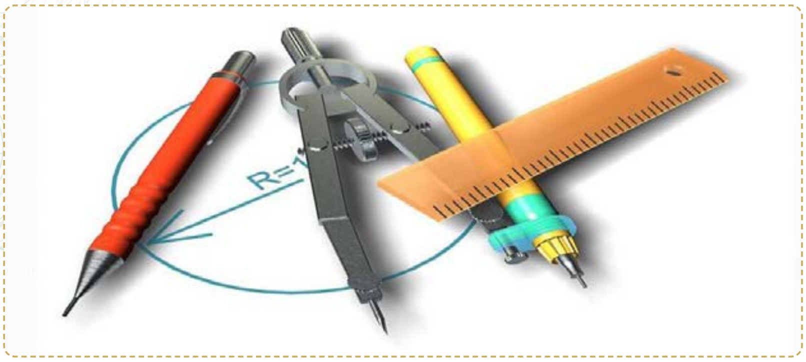
MAZMUNÍ

I bap. Baslanǵısh geometriyalıq túsinikler

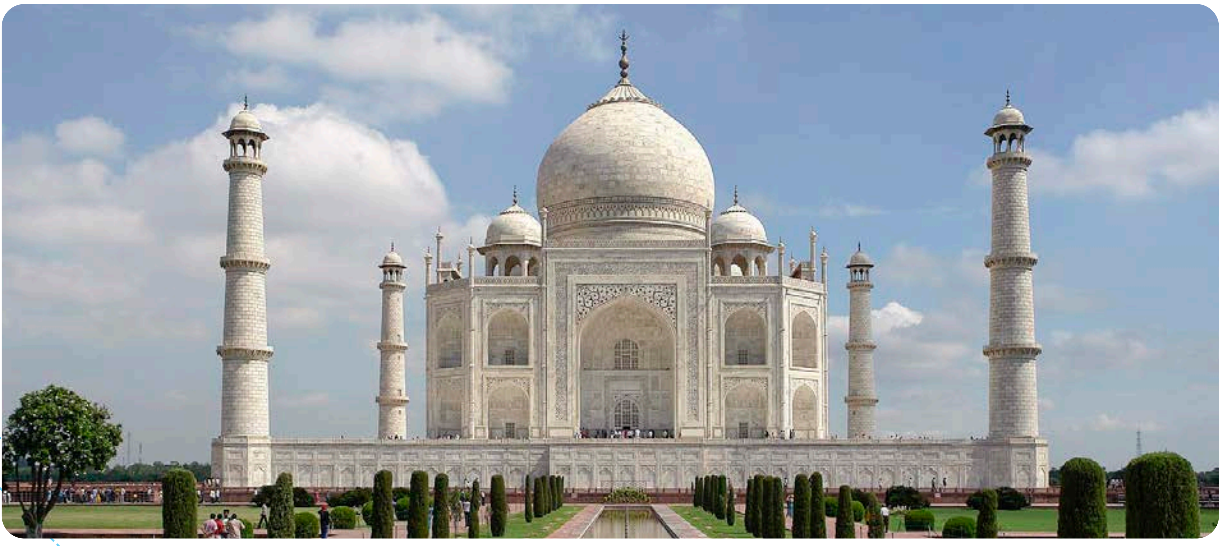
II bap. Úshmúyeshlikler

III bap. Parallel tuwrı sızıqlar

IV bap. Úshmúyeshliktiń tárepleri hám múyeshleri arasındaǵı qatnaslar



V bap. Jasawǵa tiyisli máseleler



VI bap. Tákirarlaw

7-KLASS "GEOMETRIYA" SABAQLÍǴÍ USHÍN BILIM BERIWGE TIYISLI OYÍNLAR

7-KLASS "GEOMETRIYA" SABAQLÍǴÍ USHÍN VIDEO-SABAQLAR

I BAP

BASLANǴÍSH GEOMETRIYALÍQ TÚSINIKLER

Bul baptı úyrenip shıqqannan keyin, tómendegi bilim hám kónlikpelerge iye bolasız:

Bilim:

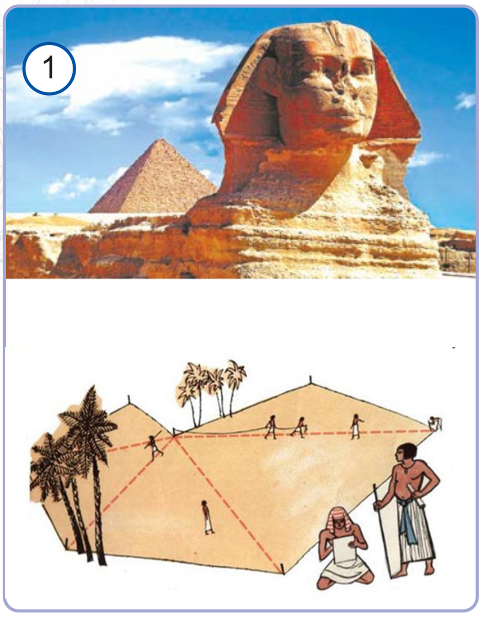
- geometriya tariyxına tiyisli tiykarǵı maǵlıwmatlar;
- noqat, tuwrı sızıq, tegislik, kesindi, nur, múyesh sıyaqlı dáslepki geometriyalıq túsinikler;
- eń ápiwayı geometriyalıq figuralardıń qásiyetleri;
- geometriya hám planimetriya anıqlaması;
- sheńber, dóńgelek hám olardıń elementleri anıqlamaları;
- tuwrı, súyir hám doǵal múyeshler;
- qońsılas hám vertikal múyeshler hám olardıń qásiyetleri;
- anıqlama, aksioma, teorema hám dálillew túsinikleriniń áhmiyeti;
- kerisinshe oylap dálillew usılı;

Ámeliy kónlikpeler:

- eń ápiwayı geometriyalıq figuralardı tegislikte súwretlew, belgilew, tanıw hám belgileri boyınsha oqıw;
- kesindilerdi nurǵa qoyıw, óz ara salıstırıw hám olardıń uzınlıqların ólshew;
- múyeshlerdi yarımtegislikke qoyıw, salıstırıw hám olardıń gradus ólshemlerin tabıw;
- geometriyalıq figuralardı jasaw hám ólshew islerinde sızǵısh, cirkul, transportir sıyaqlı oqıw qurallarınan paydalanıw.

1 EŃ ÁPIWAYÍ GEOMETRIYALÍQ FIGURALAR

1



2

3

1.1. Geometriyanıń payda bolıwı

Geometriyaǵa tiyisli dáslepki túsinikler bunnan 4-5 mıń jıl burın áyyemgi Mısrda payda bolǵan. Sol jılları Nil dáryasınıń suwı hár jılı tasıp, egislik maydanların juwıp turǵan. Sonıń ushın, egislik jerlerdi qayta bólistiriw hám salıq muǵdarın anıqlaw ushın bul maydanlarda belgilew hám ólshew islerin orınlawǵa tuwrı kelgen (1-súwret). Áyyemgi grek alımları jer ólshew usılların Mısrlılardan úyrenip, onı *geometriya* dep ataǵan. "*Geometriya*" grek sózi bolıp, geo - «jer», metriya – «*ólshew*» degen mánisti ańlatadı.

Geometriyaǵa tiyisli dáslepki túsinikler áyyemgi Bobilde de payda bolǵan. Sonlıqtan, tariyxshılar Pifagor teoreması Bobilde tabılǵan dep esaplaydı. Eramızdan aldıńǵı VII - VI ásirlerde Áyyemgi Xorezmde de Mısrdaǵı sıyaqlı Ámiwdáryanıń tómengi bóleginde jer ólshew jumısları orınlanǵan.

Áyyemgi Mısrda geometriya bálent piramidalar, saraylar hám turar jaylardı qurıwda da zárúr bolǵan. Grekler geometriyadan qurılıstan tısqarı, teńizde júziwde de paydalanǵan (2-súwret). Mine sonday ámeliy mútájlikler insandı túrli figuralardı hám olardıń qásiyetlerin úyreniwge iytermelegen. Áyyemgi Greciyanıń jeti danıshpanlarınan biri Miletlik Fales geometriyanıń dáslepki teoremaların dálillegen.

Eramızdan aldıńǵı IV ásirge kelip, geometriyaǵa tiyisli úyrenilgen kóplegen túsinikler hám olardıń qásiyetleri jıynalıp qalǵan. Grek alımı Platon geometriyada ájayıp bir nızamlılıqtı sezgen: aldın úyrenilgen, durıslıǵı tastıyıqlanǵan qásiyetlerden logikalıq pikirlew, talqılaw arqalı jańa qásiyetlerdi keltirip shıǵarıwǵa boladı eken. Bunday shınıǵıw oqıwshılardıń pikirlew qábiletin arttırǵanı ushın geometriya mekteplerde tiykarǵı pánge aylanǵan. Hátteki Platon akademiyasınıń bosaǵasına "Geometriyanı bilmegenler ushın bul mektepke jol joq!" degen uran sózi ildirilip qoyılǵan eken (3-súwret).

Áyyemgi grek alımı Evklid sol waqıtqa shekem belgili bolǵan barlıq geometriyalıq túsinik hám qásiyetlerdi tártipke keltirip, "Negizler" dep atalǵan kitabında bayan etti. Bul kitap eki mıń jıl dawamında mektepler ushın eń áhmiyetli sabaqlıq wazıypasın atqardı hám pánniń rawajlanıwında úlken áhmiyetke iye boldı.

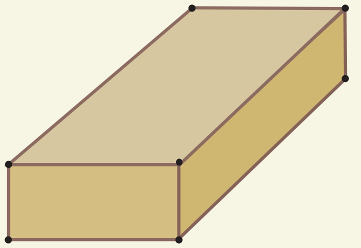
Ertede jasap ótken derlik barlıq alımlar geometriya menen shuǵıllanǵan. Ullı jerlesimiz-Muhammad ibn Muso al-Xorezmiy, Ahmad al-Farǵoniy, Abu Rayhon Beruniy, Abu Ali ibn Sino da Evklid “Negizler”in puqta úyrenip, bul pán rawajlanıwına óz úleslerin qosqan. Shıǵıs mámleketlerinde geometriya *handasa* dep atalǵan hám oǵan úlken áhmiyet berilgen. Bul pikirdi, injener sóziniń negizi “handasa” ekenligi de tastıyıqlap turıptı.

Evklid (eramızdan aldıngı III ásir) - áyyemgi grek alımı, geometriya páni payda bolıwında úlken úles qosqan «Negizler» shıǵarması menen tanılǵan.

1. 2. Geometriyaǵa kirisiw

Bizlerdi qorshap turǵan hárbir predmet qanday da formaǵa iye. Mısalı, gerbishti alsaq. Ol 5-klastan sizge tanıs tuwrı múyeshli parallelepiped formasında bolıp tabıladı (*4-súwret*). Onıń 8 tóbesi bar - olar noqatlar, 12 qırı bar - olar kesindiler, 6 jaǵı bar - olar tuwrı tórtmúyeshlikler.

4



Noqat, tuwrı sızıq, kesindi, múyesh, úshmúyeshlik, kvadrat, sheńber, kub, shar sıyaqlı qatar geometriyalıq figuralar menen siz tómengi klaslarda tanısqansız (5-6-súwretler).

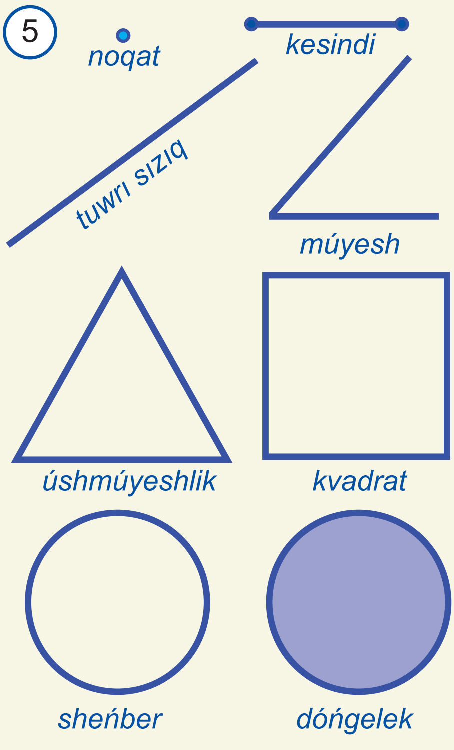
6-súwrette kórsetilgen figuralar tábiyattaǵı túrli denelerdiń geometriyalıq formasınan ibarat. Denelerdi geometriyalıq kózqarastan úyrengenimizde olardıń tek formasın esapqa alamız.

Biz noqat, kesindi, múyesh, úshmúyeshlik sıyaqlı tegis figuralardı dápter betine sıza alamız. Kub, piramida, shar sıyaqlı keńisliktegi geometriyalıq figuralardı bolsa sıza almaymız. Biraq olardıń kórinisin dápterde súwretlewimiz múmkin.

Geometriya - geometriyalıq figuralar hám olardıń qásiyetleri haqqındaǵı pán.

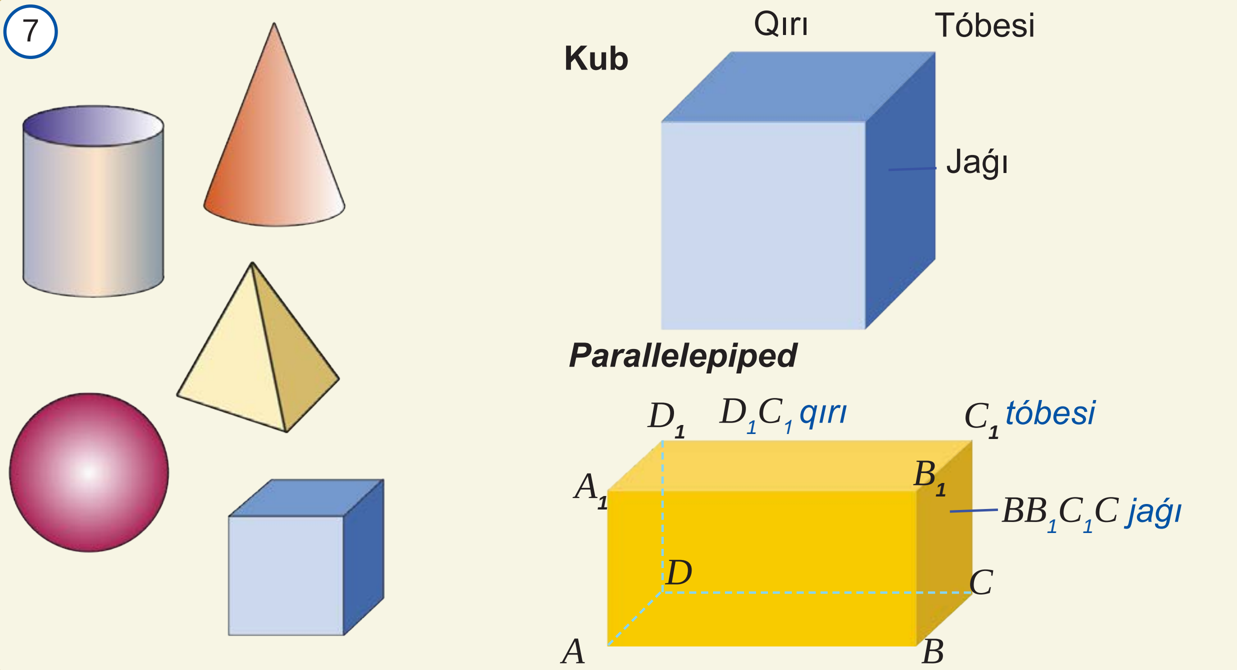
Planimetriya geometriyanıń bólimi bolıp, ol tegisliktegi geometriyalıq figuralardıń qásiyetlerin úyrenedi. Bul figuralardı *tegis* (yaǵnıy eki ólshemli) *figuralar* dep te ataymız.

5



6

7



Keńisliktegi figuralardıń qásiyetlerin bolsa geometriyanıń *stereometriya* dep atalatuǵın bólimi úyrenedi. Átirapımızdaǵı barlıq predmetler úsh ólshemli bolıp, olardıń forması qaysı bir keńisliktegi geometriyalıq denege uqsap ketedi *(6-súwret)*.

Tómengi klaslarda siz bunday keńisliktegi (úsh ólshemli) deneler menen tanıstıńız. Sonday bolsa da, bul geometriyalıq figuralardıń bazı planimetriyaǵa tiyisli qásiyetleri bar, biz reti kelip olardı da úyrenip baramız.

Sol sebepli, bazıbir keńisliktegi deneler elementleri haqqındaǵı maǵlıwmatlardı qısqasha esletip ótiwdi kerek dep taptıq *(7-súwret).*

1.3. Geometriyanıń baslanǵısh túsinikleri

Noqat, tuwrı sızıq hám tegislik - geometriyanıń baslanǵısh túsinikleri. Olardı anıqlamasız qabıl etemiz.

Qálemniń ushın qaǵazǵa, pordı taxtaǵa tiygizgende qalǵan izi yamasa aspandaǵı juldızlardı (*8-súwret*) alıp qaraytuǵın bolsaq, olar kózimizge oǵada kishi kórinedi, olardıń ólshemlerin esapqa almasa da boladı. *Noqat* - áne sonday ólshemlerin esapqa almasa da bolatuǵın zatlardıń geometriyalıq belgisi. Evklid “Negizler” dep atalǵan shıǵarmasında noqattı heshbir bólekke iye bolmaǵan figura sıpatında alıp kelgen. Hárqanday noqatlar kompleksi geometriyalıq figura sıpatında qaraladı.

Tegis jatqızılǵan temir jol relsleri (*9-súwret*), sım-aǵashqa kerip tartılǵan elektr sımları, kerip tartılǵan dárwaz sımı sıyaqlı denelerdiń geometriyalıq belgisi *tuwrı sızıq* boladı. Jaqtılıq nurı tuwrı sızıq boylap tarqaladı. Tiykarınan tuwrı sızıq sheksiz figura bolıp tabıladı. Biz onı qaǵazda, klass taxtasında súwretlegende onıń tek ǵana kishi bólegin sızamız. Biraq tuwrı sızıqtı mudamı hár eki tárepke sheksiz dawam etken dep oylap sáwlelendiriw kerek.

Pol, stoldıń ústki bólegi, diywal, dápter betiniń sırtı, tınıq kóldegi suwdıń beti (*10-súwret*) sıyaqlılardıń geometriyalıq kórinisi *tegislik* boladı.

Noqatlardı úlken latın háripleri $A,B,C,D,...$, tuwrı sızıqlar kishi latın háripleri $a,b,c,d,...$ menen belgilenedi hám “A noqat”, “a tuwrı sızıq” dep oqıladı (*11-súwret*).


8


9

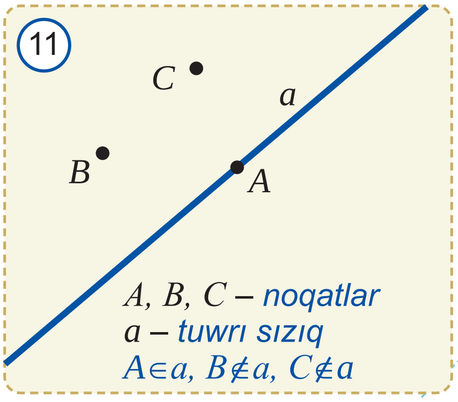

10

Tegislikte qanday tuwrı sızıq alınbasın, bul tuwrı sızıqqa tiyisli bolǵan noqatlar da, tiyisli bolmaǵan noqatlar da bar boladı.

Mısalı, 11-súwrette A noqat a tuwrı sızıqqa tiyisli, B hám C noqatlar a tuwrı sızıqqa tiyisli emes. Bunı qısqasha $A\in a$ hám $B\notin a$, $C\notin a$ tárizde belgileymiz hám “A tiyisli a” hám “B tiyisli emes a” dep oqıymız.

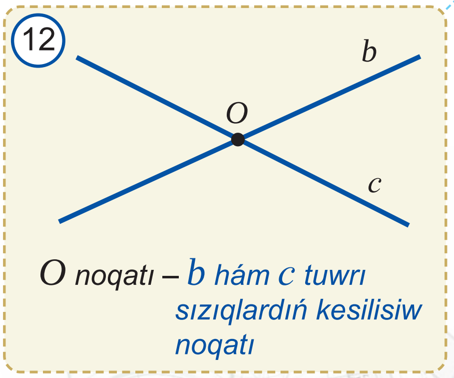
Eger O noqatı b tuwrı sızıqqa da, basqa c tuwrı sızıqqa da tiyisli bolsa, b hám c tuwrı sızıqlar O noqatta *kesilisedi* deymiz (*12-súwret*). O noqat b hám c *tuwrı sızıqlarınıń kesilisiw noqatı* dep ataymız.

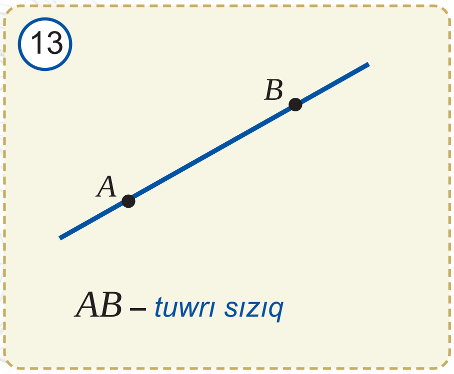
13-súwrette súwretlengen tuwrı sızıq A hám B noqatlardan ótedi.

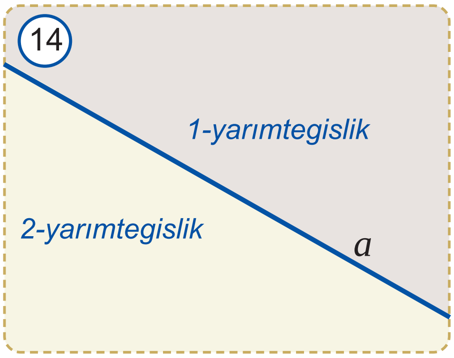


Hárqanday eki noqat arqalı tek bir ǵana tuwrı sızıq ótedi.

Bul qásiyet boyınsha, tuwrı sızıqtıń eki noqatı kórsetilse, bul tuwrı sızıq anıqlanǵan boladı. Sonıń ushın tuwrı sızıqtı ol jatqan eki noqat járdeminde belgilew múmkin. 13-súwrette AB *tuwrı sızıq* súwretlengen. Tap sol tuwrı sızıq geyde BA tuwrı sızıq tárizinde de belgilenedi.







Hárbir tuwrı sızıq tegislikti eki bólekke - eki yarımtegislikke ajıratadı.

Qaralıp atırǵan tuwrı sızıq yarımtegisliklerdiń hár ekewine de tiyisli dep qaraladı hám olardıń ulıwma shegarası boladı (*14-súwret*).

Eskertiw. *Aldaǵı waqıtta eki tuwrı (eki noqat, eki yarımtegislik, ...) dep aytılǵanda hár qıylı eki tuwrı sızıq (eki noqat, eki yarımtegislik, ...) túsiniledi.*

Másele. Eki a hám b tuwrı sızıqları A noqatta kesilisedi. a tuwrı sızıq B noqattan ótedi. b tuwrı sızıq ta B noqattan óte me?

Sheshiliwi. Yaq, b tuwrı sızıq B noqattan óte almaydı. Sebebi, eger b tuwrı sızıq B noqattan ótetuǵın bolsa, onda a hám b tuwrı sızıqlardıń ekewi de A hám B noqatlardan ótken boladı. Bul bolsa eki noqattan tek bir tuwrı sızıq ótkeriw múmkin degen qásiyetke qarsı keledi. Sol sebepli b tuwrı sızıq B noqattan ótiwi múmkin emes.

Solay etip, tuwrılardıń tómendegi jáne bir áhmiyetli qásiyetin bilip aldıq.

Qásiyet. ***Eger eki tuwrı sızıq kesilisse, olar tek bir noqatta kesilisedi.***

Tema boyınsha sorawlar

1. Geometriyaǵa tiyisli dáslepki maǵlıwmatlar qay jerde hám qanday payda bolǵan?
2. "Geometriya" sóziniń mánisi ne?
3. Geometriya pánine tiykar salǵan hám onıń rawajlanıwına úles qosqan qaysı ilimpazlardı bilesiz?


15

4. Geometriya páni neni úyrenedi?
5. Planimetriya geometriyanıń qanday bólimi? Stereometriya qanday bólimi?
6. Tegisliktiń qanday qásiyetlerin bilesiz?
7. 15-16-súwretlerde keltirilgen zamanagóy imaratlar súwretinde qanday geometriyalıq figuralardı kórip tursız?
8. 17-súwrette futbol maydanı súwretlengen. Onda qanday geometriyalıq figuralardı kórip tursız?
9. 18-súwrette mámleketimiz gerbindegi belgi súwretlengen. Ol qanday geometriyalıq figuralardan dúzilgen?

Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. Tómendegi ańlatpalardı oqıń hám túsindirip beriń: a) $A \in b$; b) $C \notin b$; c) $C \in AB$. Bul ańlatpalarǵa sáykes sızılmalardı sızıń.

2. Eki kesilisiwshi tuwrı sızıq sızıń: a) olardıń hár ekewine tiyisli; b) tek birewine tiyisli; c) birewine de tiyisli bolmaǵan noqatlardı belgileń. Kiritilgen belgiler járdeminde bul qatnaslardı jazıń.

3. 19-súwrette imkanı barınsha kóbirek noqat, tuwrı sızıq, tegislik hám yarımtegislikler arasındaǵı qatnasıqlardı anıqlań hám olardı kórsetilgen belgiler járdeminde jazıń.

4. 20-súwretten:

a) a tuwrı sızıqqa tiyisli;

b) b tuwrı sızıqqa tiyisli;

c) hár eki tuwrı sızıqqa tiyisli;

d) a tuwrı sızıqqa tiyisli, biraq b tuwrı sızıqqa tiyisli emes;

e) b tuwrı sızıqqa tiyisli, biraq a tuwrı sızıqqa tiyisli emes;

f) a tuwrı sızıqqa da, b tuwrı sızıqqa da tiyisli bolmaǵan noqatlardı anıqlań.

5. A hám B noqatlar c tuwrı sızıqqa tiyisli, C noqat bolsa c tuwrı sızıqqa tiyisli emes. AB hám AC tuwrı sızıqlar haqqında ne aytıw múmkin?

6. AB hám AK tuwrı sızıqlar neshe ulıwma noqatqa iye bolıwı múmkin?

7. Tegislikte b tuwrı sızıqtı hám onda A noqattı belgileń. b tuwrı sızıqtan basqa AB tuwrı sızıqtı júrgiziń. B noqatı b tuwrı sızıqta jatadı ma?

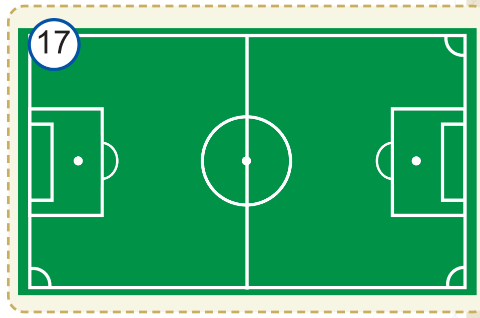
8. Tegislikte jatqan qálegen: a) bir; b) eki; c) úsh noqattan ótiwshi neshe tuwrı sızıq ótkeriw múmkin? Juwabıńızdı túsindiriń.

9. Tegislikti: a) bir tuwrı sızıq neshe yarımtegislikke; b) eki tuwrı sızıq neshe bólekke ajıratadı?

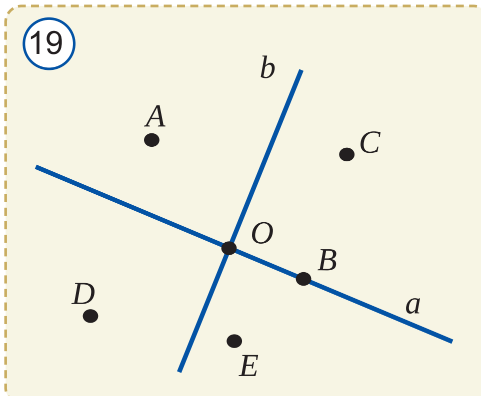
10. AB, BC, AC tuwrı sızıqlardı sızıń. Olar tegislikti neshe bólekke ajıratadı?

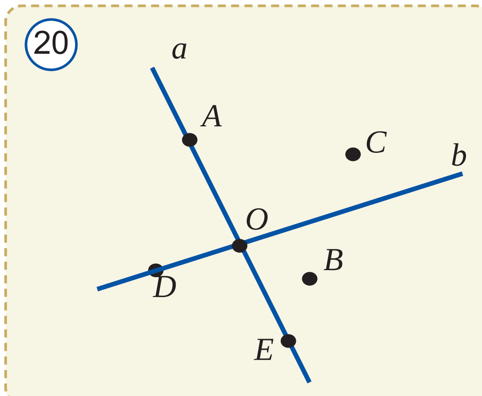
11. Dápterińizge A, B, C hám D noqatlardı belgileń *(21-súwret)*. Olardıń hár ekewinen ótiwshi barlıq tuwrı sızıqlardı sızıń. Jámi neshe tuwrı sızıq payda boldı? Bul tuwrı sızıqlar tegislikti neshe

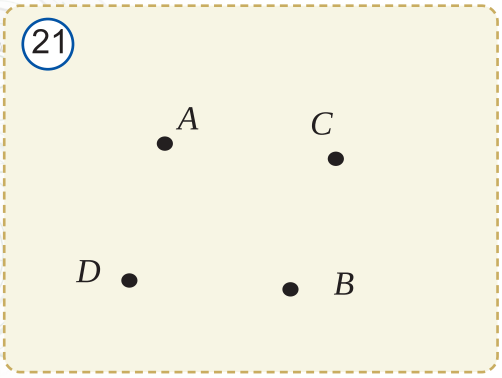
16

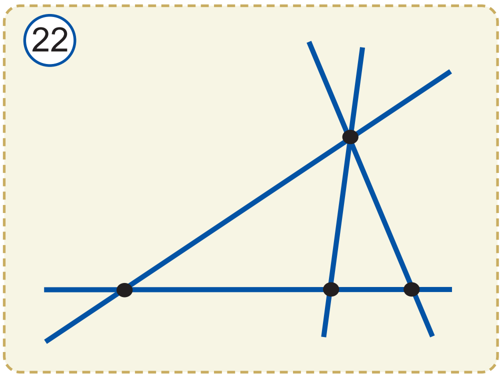

17


18


19


20






bólekke ajıratadı?

12*. Qálegen úshewi bir tuwrı sızıqta jatpaytuǵın: a) úsh; в) tórt noqat arqalı bul noqatlardı jup-juptan tutastırıwshı neshe tuwrı sızıq júrgiziw múmkin?

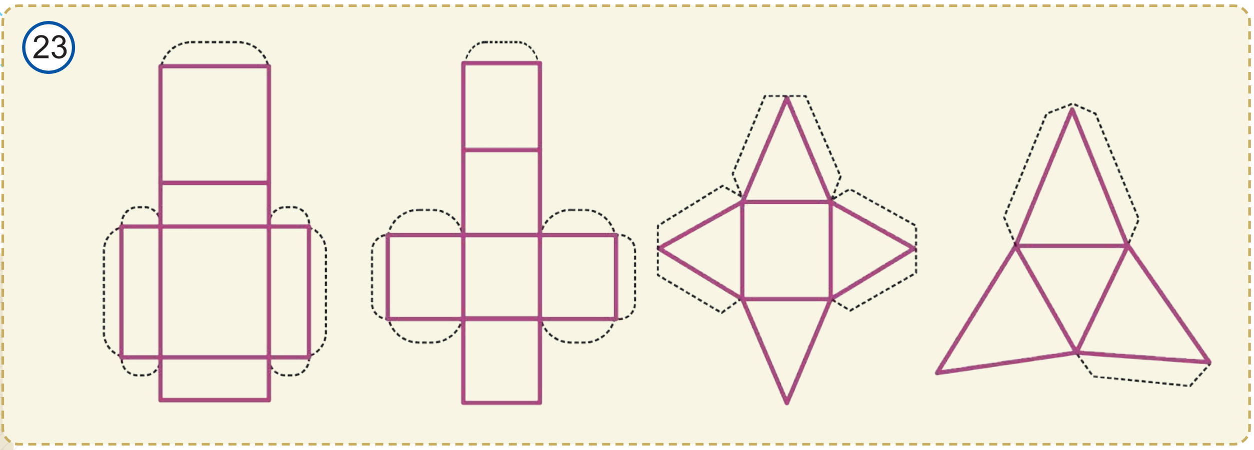
13*. Tórt tuwrı sızıqtıń hár ekewi kesilisken noqatlar belgilendi. Noqatlar sanı kóbi menen neshew boladı? Tuwrı sızıqlar besew bolsa, noqatlar sanı neshew boladı?

14*. 22-súwrette tórt tuwrı sızıq tórt noqatta kesilisedi. Sonday sızılma sızıń, olar: a) 5; b) 6 noqatta kesilissin. Tórt tuwrı sızıq úsh noqattan ótiwi múmkin be?

Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

Tegislikte bes noqattı sonday jaylastırıń, olardıń hár ekewi arqalı tuwrı sızıq ótkergende, tuwrı sızıqlar besew bolsın.

Keńisliktegi denelerdi jaqsılap oylap sáwlelendiriw ushın olardıń modelinen paydalanǵan maqul. Keńisliktegi denelerdiń modelin olardıń jayılmasınan paydalanıp jasaw múmkin (*23-súwret*). Kórip turǵanıńız sıyaqlı, keńisliktegi denelerdiń jayılması tegis geometriyalıq figuralardan ibarat. Tómendegi jayılmalardan paydalanıp, tuwrı múyeshli parallelepiped, kub hám piramidalar modelin jasań.

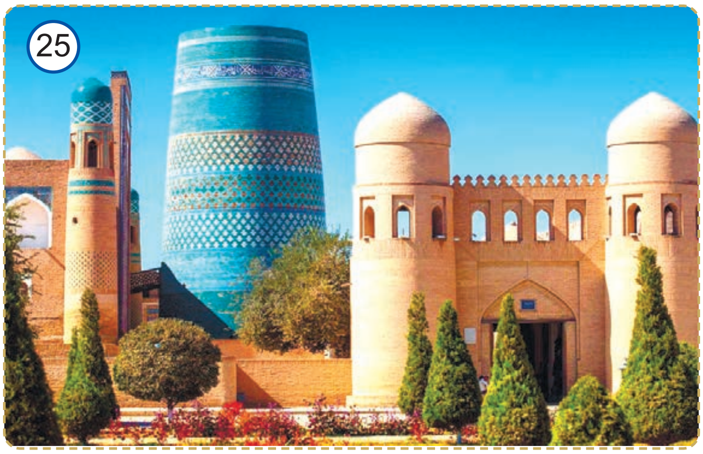


Geometriyalıq gózzallıq

Erte zamanda áyyemgi arxitektura esteliklerin qurǵan ata-babalarımız úlken geometriyalıq bilim hám potencialǵa iye bolǵan. Bunı bir ǵana Samarqand qalasındaǵı Registan maydanında qurılǵan tariyxıy esteliklerden de bilip alıw múmkin (24-súwret). Bul káramatlardı qurıwda olar qanday geometriyalıq bilim hám kónlikpelerden paydalanǵan, dep oylaysız?

24


26


25


27


28


Xiywa qalasındağı Iyshanqala súwretinde (25-súwret) qanday geometriyalıq figuralardı kórip tursız?

Taj-Mahal - Hindistannıń Agra qalasında Boburiy Shah-Jáhán tárepinen qurılǵan áyyemgi estelik (26-súwret). Onı qurǵan ustalar geometriyadan jetilisken bilimge iye bolǵanlıqları kórinip tur.

Sidney qalası opera teatrı (27-súwret) - Avstraliyada qurılǵan zamanagóy arxitekturalıq úlgisi. Óziniń ájayıp geometriyalıq kórinisi menen dıqqatqa ılayıq.

Gózzal geometriyalıq qıyallar iyesi, Iraktıń ataqlı hayal arxitektorı Zaha Hadidtiń joybarı tiykarında Qıtay paytaxtı Pekin qalasında qurılǵan "Galaxy Soho" dem alıw kompleksiniń ájeptáwir kórinisinen zawıq almaslıqtıń ilajı joq (28-súwret).

Ahmad al-Farǵoniy

Shama menen 797–875-jıllarda jasap dóretiwshilik etken ullı astronom, geograf hám matematik alım

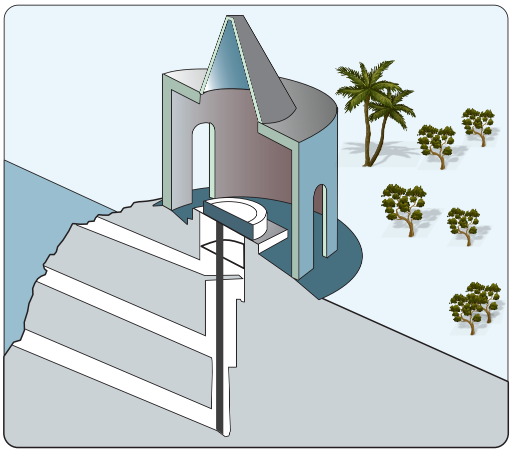
Tariyxtan úzindiler

Nildi jılawlaǵan ferǵanalı danıshpan

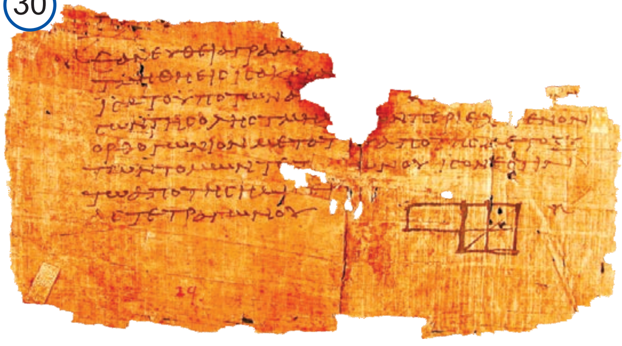
Tariyxıy maǵlıwmatlarǵa názer salsaq, elimizden jetisip shıqqan Ahmad al-Farǵoniy 861-jılı Qohira qalası janında Nil dáryasındaǵı suw qáddin ólsheytuǵın "Nilometr" (yaǵnıy "Nil ólshewshi") dep atalǵan qurılmanı islep shıqqan (29-súwret). Ilimiy-texnikalıq hám arxitekturalıq tárepten oǵada jetilisken bolıp esaplanǵan hám ózinde kem ushıraytuǵın geometriyalıq sheshimlerin jámlegen bul qurılmada alıp barılǵan ólshew jumısları uzaq waqıtlar dawamında diyqanshılıq ushın júdá zárúr bolǵan hám ol házirge shekem saqlanıp qalǵan.

Ahmad al-Farǵoniy óziniń "Usturlob yasash haqida risola" shıǵarmasında astronomiya ushın zárúrli qásiyet - Ptolomey teoremasınıń kórkem dálilin bergen. Orta ásir Evropa ilimiy ádebiyatında onı Alfraganus dep ataǵan. Ahmad al-Farǵoniydiń húrmetine Ayda tabılǵan krater atalǵan hám Qohira qalasında háykel ornatılǵan .

29



30



Eń áyyemgi ilimiy qollanba

30-súwrette eramızdan aldıńǵı III ásirde jasap ótken grek kalligrafı Axmes tárepinen papirus japıraǵına jazılǵan hám bizge shekem jetip kelgen dáslepki geometriyalıq qollanba kórsetilgen.

2 KESINDI. KESINDILERDI SALÍSTÍRÍW HÁM ÓLSHEW

2.1. Kesindi hám nur

Eger a tuwrı sızıqta úsh - A, B, C noqatlar alınsa (*1-súwret*), olardıń tek birewi - B noqat qalǵan ekewi, yaǵnıy A hám C noqatlardıń arasında jatadı. A hám B noqatlar C noqattan bir tárepte, B hám C noqatlar bolsa A noqattan bir tárepte jatadı.

Bir tuwrı sızıqta alınǵan qálegen úsh noqattıń tek birewi, qalǵan eki noqattıń arasında jatadı.

Kesindi dep tuwrı sızıqtıń eki noqatı hám olar arasında jatqan noqatlarınan ibarat bólegine aytıladı. 2-súwrette kesindi súwretlengen. A hám B noqatlar *kesindiniń tóbeleri* yamasa *shetki noqatları* dep ataladı. Olar arasındaǵı noqatlar bolsa kesindiniń *ishki noqatları* dep ataladı.

Kesindi óziniń shetki noqatları járdeminde AB kesindi sıyaqlı belgilenedi. Tap sol kesindini BA kesindi sıyaqlı da jazıw múmkin.

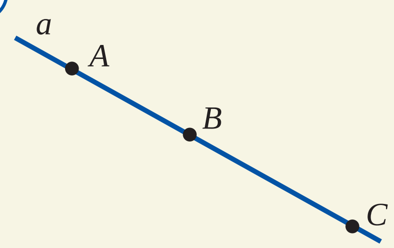
Nur dep tuwrı sızıqtıń qanday da bir O noqatı hám onnan bir tárepte jatqan barlıq noqatlarınan ibarat bólegine aytıladı. O noqat bolsa bul *nurdıń tóbesi* yamasa *baslanǵısh noqatı* dep ataladı. 3-súwrette nur súwretlengen.

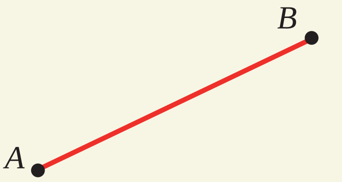
Nur O tóbesi hám qanday da bir A noqatı arqalı "OA *nur*" sıyaqlı belgilenedi (*3-súwret*). Bunday jazıwda nurdıń tóbesi birinshi orında jazıladı.

Ayırım jaǵdaylarda OA nur O *noqattan shıǵıwshı nur* dep aytıladı.

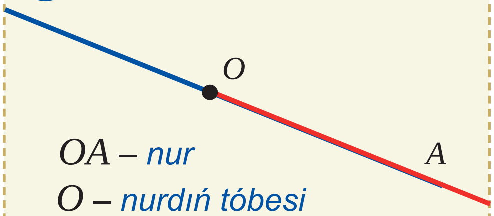
a tuwrı sızıqta jatqan O noqat bul tuwrı sızıqtı eki *biri-birin tolıqtırıwshı nurlarǵa* ajıratadı. 4-súwrette biri-birin tolıqtırıwshı OA hám OB nurlar súwretlengen.

Nurǵa jaqtılıq nurınıń geometriyalıq belgisi sıpatında qaraw múmkin. Túnde aspanǵa qaratılǵan lazer yamasa kúshli projektor nurı buǵan mısal bola aladı (*5-súwret*). "Nur" ataması sonnan kelip shıqqan.

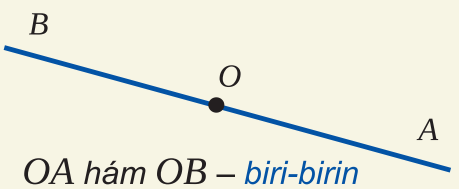
1


2


AB – *kesindi*
A, B – *kesindiniń tóbeleri*

3


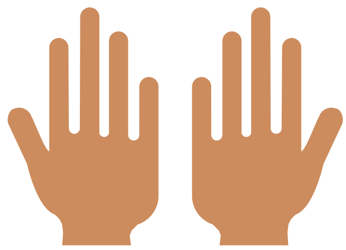
OA – *nur*
O – *nurdıń tóbesi*

4


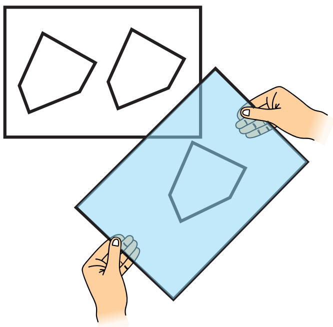
OA hám OB – *biri-birin tolıqtırıwshı nurlar*

5

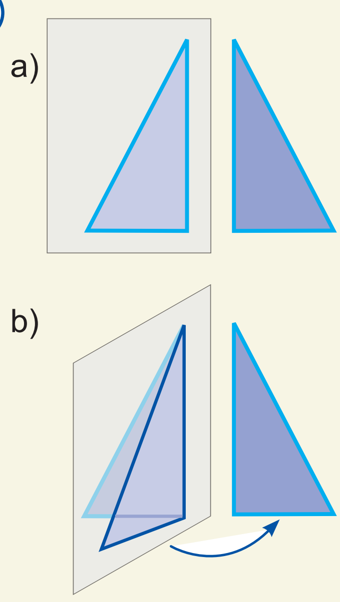

6



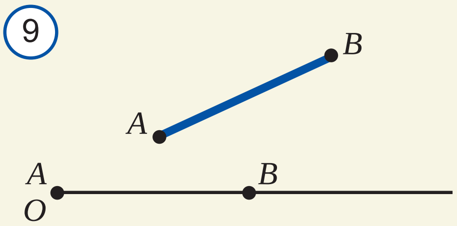
7



8



9



2.2. Kesindilerdi salıstırıw

Aktivlestiriwshi shınıǵıw

1. Dógerek átirapıńızdan kórinisi de, ólshemleri de birdey bolǵan zatlarǵa mısallar keltiriń.

2. Eki dápter betiniń ólshemleri birdey ekenligin qanday ámeliy usıl menen anıqlaw múmkin?

3. 6-súwrette shep hám oń qol súwretleri berilgen. Bul figuralardıń birin ekinshisine anıq ústpe-úst túsetuǵın etip qoyıw múmkin be? Qanday etip? Bunı óz qollarıńız benen orınlap kóriń.

Teń figuralar dep birin ekinshisiniń ústine ústpe-úst túsetuǵın etip qoyıw múmkin bolǵan figuralarǵa aytıladı.

Bir geometriyalıq figuranı ekinshisiniń ústine qoyıw túsinigi menen aktivlestiriwshi shınıǵıwlarda tanıstıq. Bul túsinikti ámelde tómendegishe kóz aldımızǵa keltiriw múmkin. Bir figuranı ekinshisiniń ústine qoyıw ushın aldın tınıq plyonkaǵa birinshi figuranıń nusqasın kóshirip úlgi alamız. Keyin alınǵan tınıq plyonkanı tegislik boylap jıljıtıp, birinshi figura úlgisin ekinshi figura menen ústpe-úst túsetuǵınday etip qoyıwǵa háreket etemiz (*7-súwret*). Eger figuralar ústpe-úst tússe, bul figuralar teń boladı.

Bazıbir figuranı ekinshisine ústpe-úst qoyıw ushın aldın, figura nusqası súwretlengen tınıq plyonkanı awdarıp alıwǵa tuwrı keledi. 8-súwrette sonday jaǵday súwretlengen.

Tóbesi O noqatta bolǵan nur hám qálegen AB kesindi berilgen bolsın. Aytayıq, bir tóbesi sol nur tóbesi menen ústpe-úst túsetuǵın, ekinshi tóbesi bolsa nurda jatatuǵın hám AB kesindige teń bolǵan kesindini nurdıń ústine qoyıw múmkin (*9-súwret*). Bunday kesindi tek birew boladı hám bul ámelde *AB kesindini O nurǵa qoyıw* dep ataladı. Bunı qısqasha *kesindini nurǵa qoyıw* dep te ataymız.

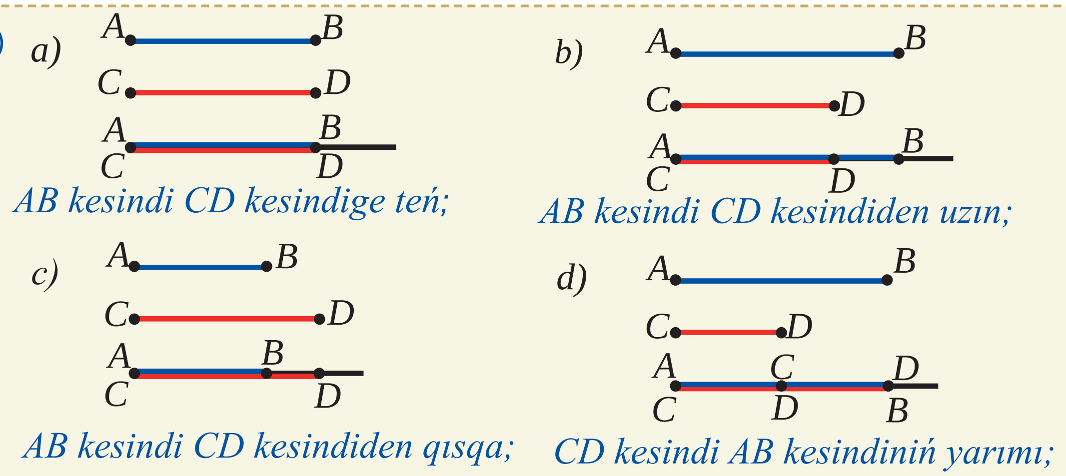
Birdey uzınlıqtaǵı taxtalardı pıshqılap, kesip alıwda da usınday boladı (*10-súwret*).

Qálegen nurǵa onıń tóbesinen baslap berilgen kesindige teń bolǵan tek bir kesindini qoyıw múmkin.

10

Eki kesindini óz ara salıstırıw ushın olar bir nurǵa qoyıladı. Keyin bolsa tómendegi jaǵdaylardan qaysı biri bolıwına qarap, kesindilerdiń óz ara teńligi yamasa uzın-qısqalıǵı (yaǵnıy úlken-kishiligi) haqqında juwmaq shıǵarıladı (*11-súwret*):

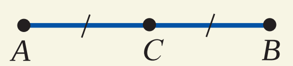
11



Kesindiniń ortası dep onı óz ara teń eki kesindige ajıratıwshı noqatqa aytıladı.

12-súwrette AB kesindiniń ortası bolǵan C noqat súwretlengen. Súwrette teń kesindiler birdey sandaǵı sızıqshalar menen belgilenedi.

12



2.3 Kesindiniń uzınlıǵı hám onıń qásiyetleri. Kesindilerdi ólshew

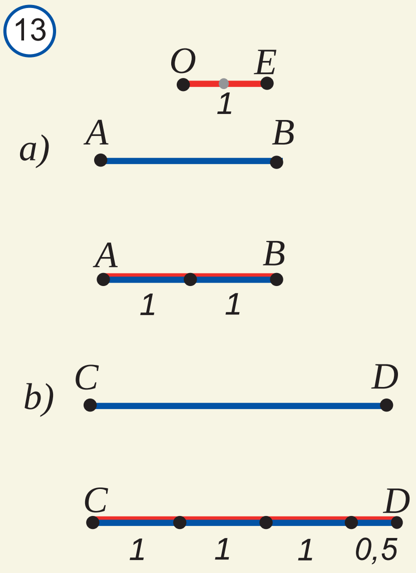
Kesindilerdi nurǵa qoyıw arqalı salıstırıw biraz qolaysızlıq tuwdıradı. Kesindilerdiń qaysı biri uzın yamasa qısqalıǵın (yaǵnıy úlken yamasa kishiligin) olardıń uzınlıqların salıstırıw tiykarında anıqlaw da múmkin.

Qanday da bir kesindini birlik kesindi dep alıp, onıń uzınlıǵın 1 ge teń dep qabıl etemiz. Qalǵan kesindiler uzınlıqların sol birlik kesindi uzınlıǵına salıstırıp anıqlaymız.

Kesindiniń uzınlıǵı oń san bolıp, ol kesindige birlik kesindi hám onıń bóleklerin neshe ret jaylastırıw múmkinligin kórsetedi.

Aytayıq, 13-súwrettegi OE kesindini birlik kesindi dep alsaq, yaǵnıy uzınlıǵın 1 ge teń desek, onda AB

13

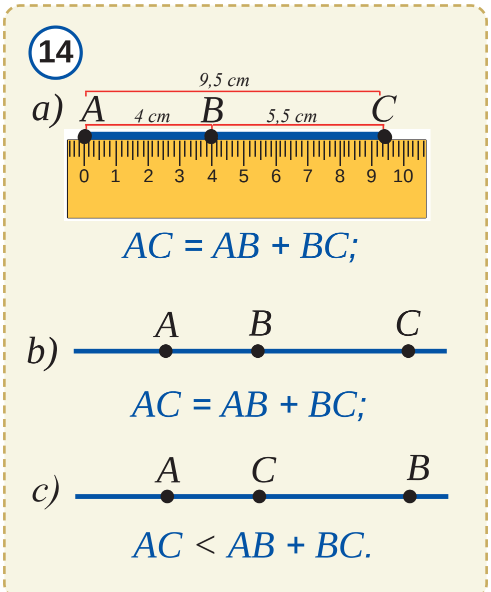


kesindi uzınlıǵı 2 ge teń boladı. Sebebi, AB kesindige OE kesindi eki ret jaylastırıldı. CD kesindi uzınlıǵı 3,5 ke teń boladı. Sebebi, bul kesindige OE kesindi tolıǵı menen úsh ret hám onıń yarımı jaylasıp tur.

Hárqanday kesindi nólden ózgeshe belgili uzınlıqqa iye bolıp, ol oń san menen ańlatıladı.

Aktivlestiriwshi shınıǵıw

14*a*-súwrette berilgen kesindilerdiń uzınlıǵı sızǵısh járdeminde ólshengen. Bul shamalar óz ara tómendegi formula járdeminde baylanısqanlıǵın tekseriń.



Eger tuwrı sızıqta B noqat A hám C noqatlar arasında jaylasqan bolsa, AC kesindi uzınlıǵı AB hám BC kesindiler uzınlıqlarınıń qosındısına teń boladı (14b-súwret):

$$AC = AB + BC.$$

Eger B noqat AC kesindide jatpasa, AC kesindi uzınlıǵı AB hám BC kesindiler uzınlıqları qosındısınan kishi boladı (*14c-súwret*): $AC < AB + BC$.

Bul teńsizlikke keyingi baplarda jáne toqtalamız.

Joqarıda keltirilgen qásiyet kesindiler ústinde qosıw hám alıw ámellerin anıqlaw imkaniyatın beredi. OE nur, AB hám CD kesindiler berilgen bolsın. Aldın OE nurǵa AB kesindini qoyamız. Keyin BE nurǵa CD kesindini qoyamız (*15-súwret*).

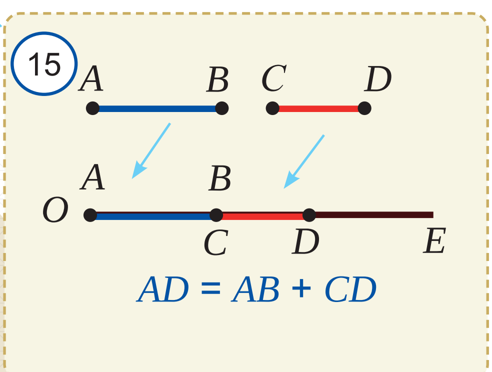
Nátiyjede payda bolǵan AD kesindi AB hám CD *kesindilerdiń qosındısı* dep ataladı hám $AD = AB + CD$ teńlik orınlı boladı.

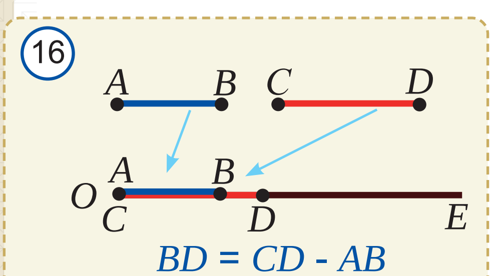
Sonıń menen birge, kesindilerdi biri-birinen alıw ámelin de kiritiw múmkin.

Aytayıq, OE nur, AB hám CD kesindiler berilgen hám de $CD > AB$ bolsın (*16-súwret*). OE nurǵa aldın uzın CD kesindini, OE nurǵa AB kesindini qoyamız. Payda bolǵan BD kesindi CD hám AB *kesindiler ayırması* dep ataladı hám $BD = CD - AB$ teńlik orınlı boladı.

AB kesindini uzınlıǵı A hám B noqatları arasındaǵı *aralıq* dep ataladı.

Birdey uzınlıqqa iye kesindiler óz ara teń bolıwı anıq kórinip turıptı.





2.4. Sheńber hám dóńgelek

Bir yamasa birneshe berilgen qásiyetlerdi qanaatlandıratuǵın barlıq noqatlardan ibarat figuraǵa *noqatlardıń geometriyalıq ornı* dep ataladı.

Noqatlardıń geometriyalıq ornına sheńber hám dóńgelek mısal bola aladı.

Berilgen noqattan teń uzaqlıqta jatqan noqatlardıń geometriyalıq ornına *sheńber* dep ataladı. Bul noqat sheńberdiń *orayı* dep ataladı.

17-súwrette sheńber formasındaǵı "Shıǵır" kewil ashar qurılması keltirilgen.

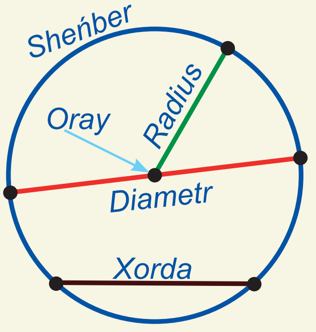
Sheńberdiń qálegen noqatınan onıń orayına shekem bolǵan aralıq bul sheńberdiń *radiusı* dep ataladı. (*18-súwret*). Sonday-aq, sheńberdiń orayın onıń qálegen noqatı menen tutastırıwshı kesindini de radius dep ataymız.

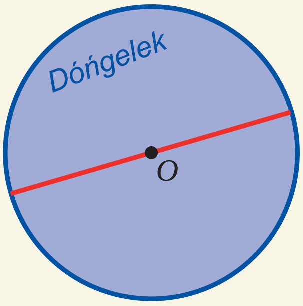
Sheńberdiń qálegen eki noqatın tutastırıwshı kesindi sheńberdiń *xordası* dep ataladı. Orayınan ótiwshi xorda bolsa *diametr* dep ataladı.

Dóńgelek dep tegislikte berilgen noqattan berilgen sannan úlken bolmaǵan aralıqta jatqan noqatlardıń geometriyalıq ornına aytıladı (*19-súwret*). Berilgen noqat dóńgelektiń *orayı*, berilgen san bolsa onıń *radiusı* dep ataladı.

Sheńber (dóńgelek) diametri oraydan ótkeni ushın ol eki radiustan ibarat boladı (*19-súwret*). Demek, diametr uzınlıǵı eki radius uzınlıǵına teń.

17


18


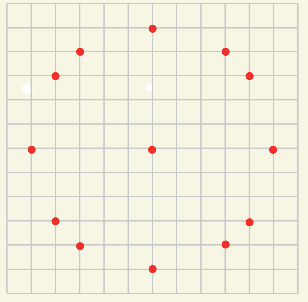
19


Sheńberdi keteksheli dápterde cirkulsız sızıw izbe-izligi

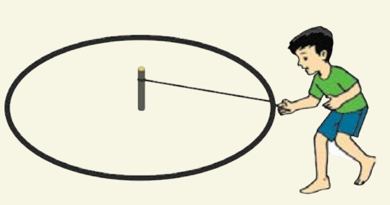
- *Keteksheli dápterge 20-súwrette kórsetilgendey etip noqatlardı belgileń.*
- *Payda bolǵan 12 noqattı izbe-iz iymek sızıq penen tutastırıp shıǵıń.*

Nátiyjede orayı O noqatta bolǵan sheńberdiń shamalap súwreti payda boladı (tekserip kóriń).

Sheńber cirkul járdeminde sızıladı. Orayı O noqatta berilgen, radiusı AB kesindiden ibarat sheńberdi cirkul hám jip járdeminde sızıw 21- hám 22-súwretlerde kórsetilgen.

20


21

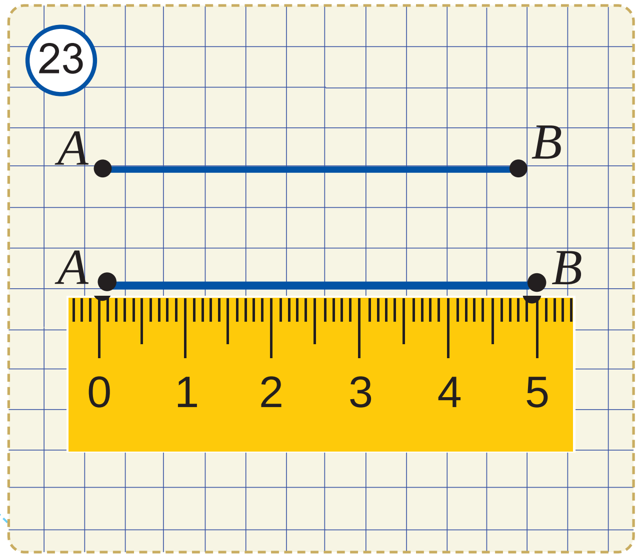

22


2.5.Uzınlıq ólshem birlikleri

Áyyemgi zamannan adamlar uzınlıqtı ólshewde hár qıylı uzınlıq birliklerinen paydalanıp keledi. Mısalı, Orta Aziyada buwın, qarıs, qulash, shaqırım sıyaqlı uzınlıq birlikleri qollanǵan. Túrli ólshem birliklerinen paydalanıw qolaysızlıqlar tuwdırǵan. Sol sebepli XVIII ásirden baslap dúnya boyınsha xalıqaralıq uzınlıq ólshem birligi sıpatında *metr* qabıl etilgen.

Siz uzınlıq úlgisi bolǵan metr etalonı menen 6-klass "Fizika" sabaqlıǵında tanısqansız. Onda metrge salıstırǵanda ádewir úlken yamasa kishi uzınlıqlardı ólshew ushın paydalanılatuǵın birlikler de keltirilgen edi. Atap aytqanda: 1 km = 1 000 m; 1 cm = 0,01 m; 1 mm = 0,001 m.

Kesindilerdiń uzınlıǵı hár qıylı ásbaplar járdeminde ólshenedi. Olardıń eń ápiwayısı shkalalı, yaǵnıy bóliniw noqatlarına iye bolǵan sızǵısh bolıp tabıladı. Kesindi uzınlıǵınıń mánisi saylanǵan uzınlıq ólshem birligine baylanıslı boladı. Eger uzınlıq birligi sıpatında uzınlıǵı 1 cm ge teń kesindi alatuǵın bolsaq, 23-súwrette súwretlengen kesindiniń uzınlıǵı 5 cm ge teń boladı hám AB = 5 cm dep jazıladı. Eger uzınlıq ólshem birligi sıpatında uzınlıǵı 1 millimetrge teń kesindini alatuǵın bolsaq, AB = 50 mm boladı.



Ayırım jaǵdaylarda kesindi uzınlıǵı ólshem birligi kórsetilmesten jazıladı.Mısalı, AB = 5. Bunda AB kesindi uzınlıǵı 5 ólshem birligine teń dep túsiniledi.

Dápterde túrli kesindi uzınlıqların ólshew ushın millimetrli bólinbelerge iye bolǵan oqıw sızǵıshınan *(24-súwret)* paydalanıp keldińiz. Taxtada kesindilerdi sızǵısh ushın santimetrli bólinbelerge iye mektep sızǵıshınan paydalanıladı. Jer ústinde túrli ólshew jumısların ámelge asırıw ushın lentalı ólshew ásbabı - ruletkadan, dalada bolsa altaqta - atız cirkulınan paydalanıladı.

Házirde injener-ustalar uzınlıqtı júdá

qolaylı hám anıq ólsheytuǵın elektron ruletkalardan paydalanıp atır *(25a-súwret)*.

25*b*-súwrette diywalǵa shekem, 25*c*-súwrette bolsa sım aǵashınıń ultanı hám joqarǵı tóbesine shekemgi bolǵan aralıqtı ólshew procesi súwretlengen. Bul súwretlerden paydalanıp lazerli elektron ruletkanıń qanday islewine túsindirme beriwge urınıp kóriń.

Másele. Bir tuwrı sızıqta jatıwshı A, B hám C noqatlar ushın AB = 8 hám BC = 11 bolsa, AC kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

Sheshiliwi. Tómendegi jaǵdaylardı kórip shıǵamız:

1. A, B, C noqatlar a tuwrı sızıqta 26*a*-súwrette súwretlengen tártipte jaylasqan bolsın.

Kesindiler uzınlıqlarınıń qásiyetinen paydalanıp $AC = AB + BC$ = 8 + 11 = 19 boladı.

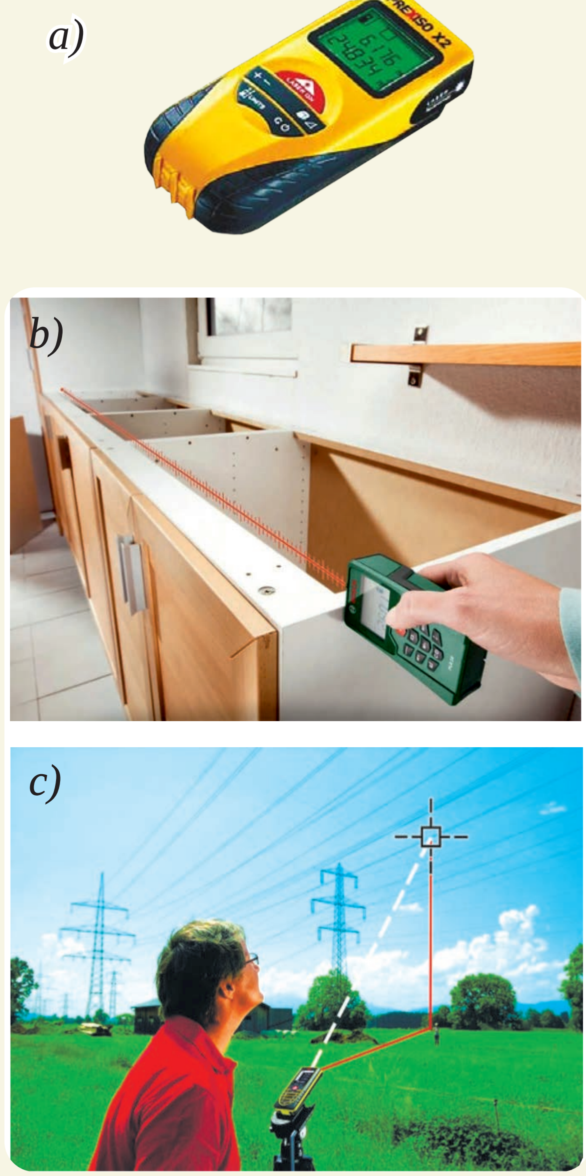
2. A, B, C noqatlar a tuwrı sızıqta 26*b*-súwrette súwretlengen tártipte jaylasqan bolsın.

Ol jaǵdayda kesindiler uzınlıqlarınıń qásiyetine kóre $BA+AC=BC$ yamasa $AC = BC - BA$ = 11 - 8 = 3 boladı.

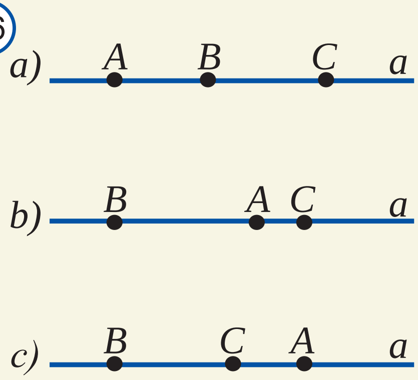
3. C noqat 26*c*-súwrettegi sıyaqlı B hám A noqatlar arasında jaylasa almaydı. Sebebi $AB < BC$. Demek, AC kesindiniń uzınlıǵı noqatlardıń óz ara jaylasıwına qaray 19 yamasa 3 ke teń boladı.

Juwabı: 19 yamasa 3.

25

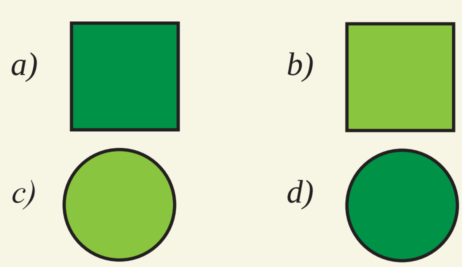


26



27

28



Tema boyınsha sorawlar

1. 27-súwrette B noqat qaysı noqatlar arasında jatırıptı? Qaysı noqatlar C noqattan bir tárepte jatırıptı?

2. Kesindi hám nurǵa anıqlama beriń. Olar qalay belgilenedi?

3. Tuwrı sızıqta C hám D noqatlar berilgen. CD hám CD kesindiler ústpe-úst túsedime? CD hám CD nurlar ústpe-úst túsedi me?

4. Kesindi, nur hám tuwrı sızıq biri-birinen nesi menen parıq etedi?

5. Qanday figuralardı óz ara teń deymiz?

6. 28-súwrette qaysı figuralar óz ara teń?

7. Kesindini nurǵa qoyıw, degende neni túsinesiz?

8. Qálegen nurǵa onıń tóbesinen baslap berilgen kesindige teń neshe kesindini qoyıw múmkin?

9. Kesindiler qalay salıstırıladı hám ólshenedi?

10. Kesindiniń ortası degen ne?

11. Kesindiniń uzınlıǵınıń tiykarǵı qásiyetlerin aytıń.

12. Kesindilerdiń qosındısı hám ayırmasın túsindirip beriń.

13. Noqatlardıń geometriyalıq ornı degen ne?

14. Sheńber hám dóńgelekke anıqlama beriń hám olardıń elementlerin aytıń.

Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. 27-súwrette neshe kesindi bar?

2. Tóbeleri tuwrı sızıqtaǵı A, B, C, D noqatlarda bolǵan jámi neshe kesindi bar? Olardı jazıń.

3. 29-súwrettegi barlıq nurlardı jazıń. Olardıń qaysıları biri-birin tolıqtırıwshı?

4. 30-súwrette AB tuwrı sızıq MN hám PQ tuwrı sızıqlardı sáykes túrde C hám D noqatlarda kesip ótedi. a) C noqattan shıǵıwshı; b) D noqattan shıǵıwshı hám biri-birin tolıqtırıwshı nurlardı jazıń.

5. Bir tuwrı sızıqta jatqan 2 noqat sol tuwrı sızıqta jatqan neshe nurdı anıqlaydı? 3 noqat neshe nurdı anıqlaydı?

6. 31a-súwrettegi figuranı qaǵazǵa ólshemlerin ózgertpegen jaǵdayda sızıń hám qırqıp alıń. Onı 31b-súwrettegi figuranıń ústine qoyıw arqalı olardı salıstırıń.

7. Tómendegi a) hárip; b) cifr belgileriniń qaysıları geometriyalıq figura sıpatında óz ara teń?

a) ***a, b, g, d, i, y, n, o, p, u, q;***

b) 

8. 32-súwrettegi teń figuralardı tabıń.

9*. Tuwrı sızıqta jatqan: a) 1; *b*) 2; c) 3; d) 10; e) n noqat onı neshe bólekke bóledi?

10*. Tegislikte jatqan: a) bir; b) eki; c) úsh; d) tórt tuwrı sızıq onı kóbi menen neshe bólekke ajıratadı?

11*. Tuwrı sızıq hám onda jatpaytuǵın A, B, C noqatlar berilgen. AB kesindi berilgen tuwrı sızıqtı kesip ótedi, AC kesindi bolsa kesip ótpeydi. BC kesindi bul tuwrı sızıqtı kesip óte me?

12. 33-súwrettegi AB kesindini birlik kesindi dep alıp, qalǵan kesindiler uzınlıqların tabıń.

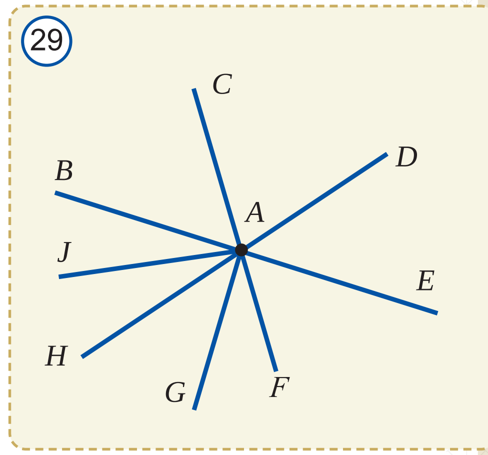
13. 34-súwretten AB, AC, AD, BC, BD, CD kesindilerdiń uzınlıǵın anıqlań.

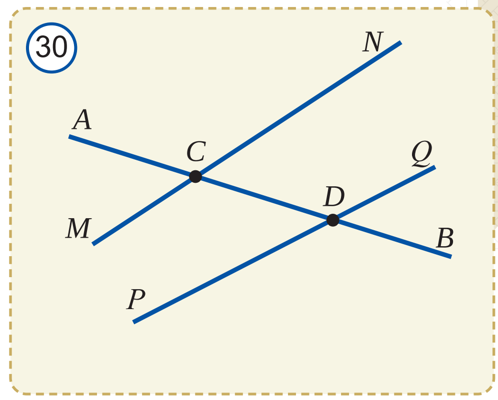
14. 35-súwrettegi maǵlıwmatlardan paydalanıp belgisizlerdi tabıń.

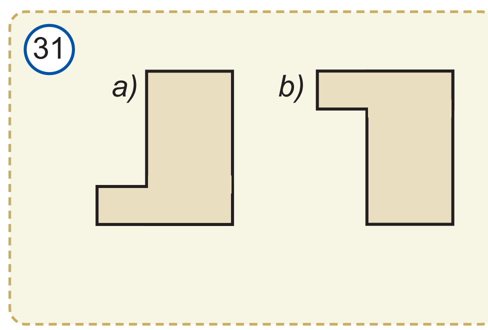
15. Eger $B \in AC$, $AB = 7{,}2$ cm, AC = 2 dm bolsa, BC nı tabıń.

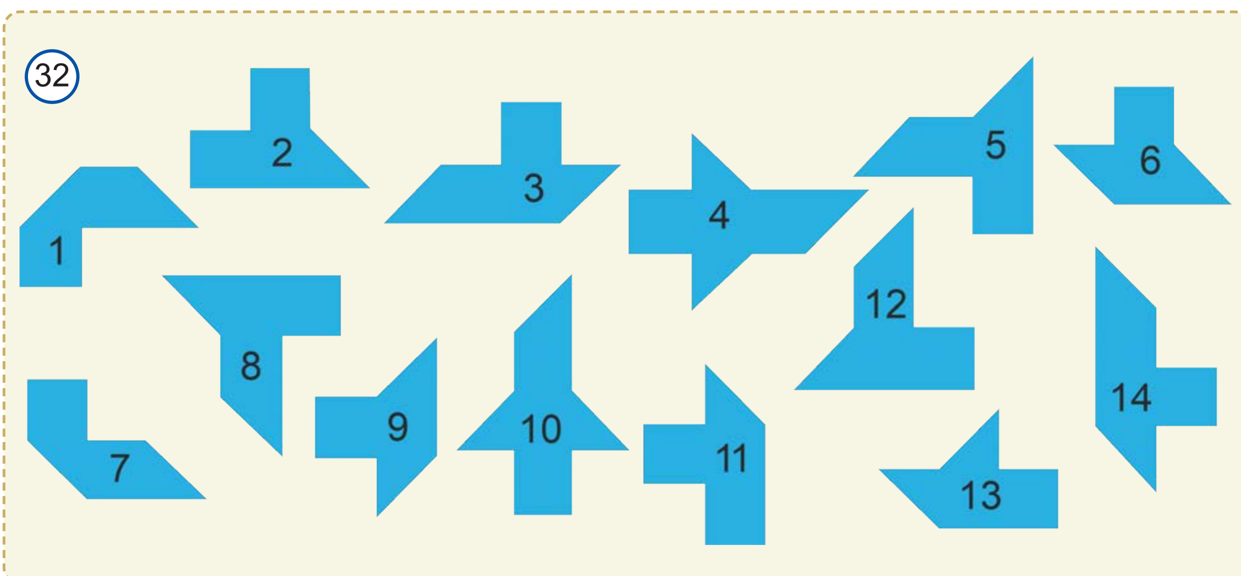
16. Eger $C \in AB$, $D \in AB$, $AB = 5$, $AC = 2{,}2$ hám $BD = 3{,}6$ bolsa, CD nı tabıń.

17. Tuwrı sızıqta kóz benen shamalap: a) 3 cm; b) 7 cm; c) 10 cm bolǵan kesindi ajıratıń. Soń sızılmanı qanshelli anıq orınlaǵanıńızdı sızǵısh penen tekseriń.

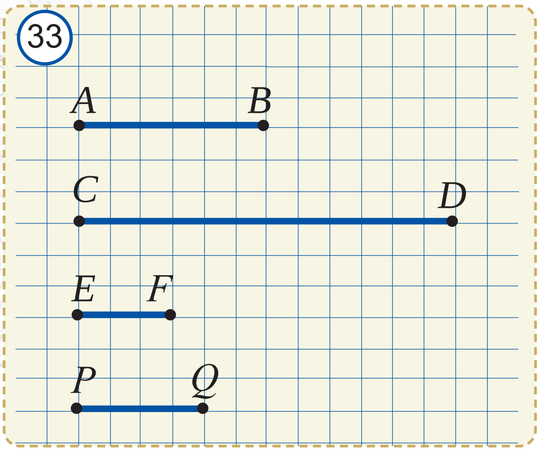




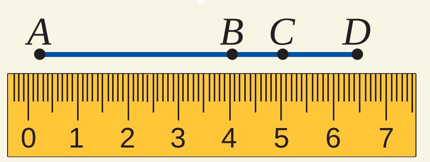




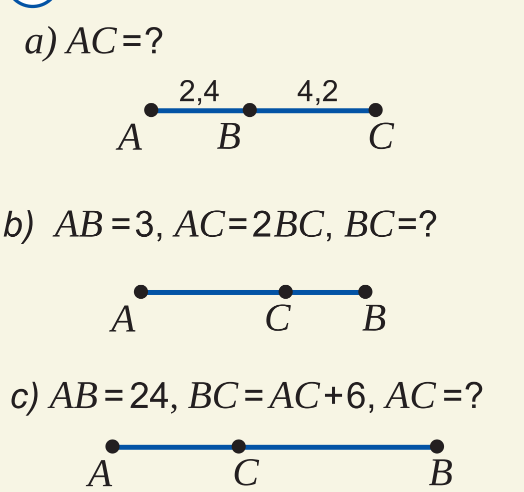
33



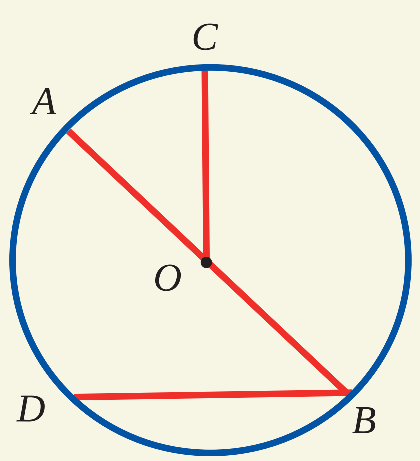
34



35



36



18. Tuwrı sızıqtağı A, B, C noqatları ushın AB=600 m, BC=200 m bolsa, AC nı tabıń.

19. 36-súwrette súwretlengen sheńberdiń orayı, barlıq radiusları, diametri hám xordaların anıqlań hám jazıń.

20. Sheńberdiń radiusı 23 cm bolsa, onıń eń uzın xordasın tabıń.

21. Sheńberdiń: a) radiusı 12 cm bolsa, diametrin; b) diamerti 28 dm bolsa, radiusın tabıń.

22. Tuwrı sızıqtağı A, B, C hám D noqatlar ushın AB=2, AC=CB, 2AD=3BD bolsa, CD nı tabıń.

23. Orayı O noqatta bolǵan sheńber a) OA tuwrı sızıq; b) OA nur menen neshe noqatta kesilisiwi múmkin?

24*. Nur hám uzınlıqları AB = 1,2 cm, CD = 2,8 cm bolǵan kesindiler berilgen. Bul kesindilerden paydalanıp sol nurǵa uzınlıǵı : a) 4 cm; b) 1,6 cm; c) 0,4 cm; d) 2,6 cm bolǵan kesindilerdi jaylastırıń.

25. C noqat AB kesindiniń ortası hám CB=13 bolsa, AB kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

26. Óziniń yarımınan 46 cm uzın bolǵan kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

27. Sabaqlıǵıńız uzınlıǵın hám enin sızǵısh járdeminde ólsheń hám olardı: a) mm; b) dm; c) m; d) km lerde ańlatıń.

28. C noqat AB kesindini 1:3 qatnasta bóledi. Eger AC kesindi uzınlıǵı : a) 2,5 cm; b) 3,9 m; c) 1,4 km bolsa, CB kesindi uzınlıǵın tabıń;

29. D noqat EF kesindini 1:2 qatnasta bóledi. Eger DE kesindi uzınlıǵı: a) 35 cm; b) 93 dm; c) 41 m bolsa, EF kesindi uzınlıǵın tabıń.

30*. Uzınlıǵı 9 cm bolǵan AB kesindi sızıń. AB nurda sonday C noqattı belgileń, a) AC-BC=1 cm; b) AC+BC=11 cm; c) AC + BC = 10 cm bolsın.

31*. AB kesindi berilgen. Uzınlıǵı: a) 2 AB; b) AB :2; c) AB:4; d) 0,75 AB bolǵan kesindilerdi jasań.

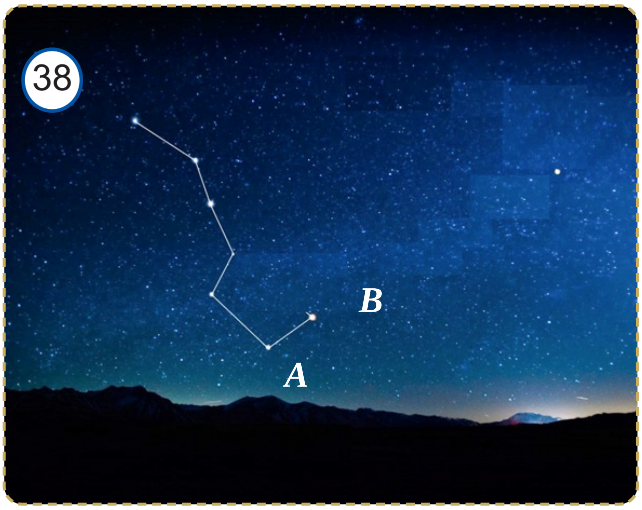
32*. Tuwrı sızıqtaǵı A,B,C noqatlar ushın AB = 5,6 cm, AC = 8,9 cm hám BC =3,3 cm ekenligi belgili. A,B,C noqatlardıń qaysı biri qalǵan ekewiniń arasında jatadı?

33. C noqat A hám B noqatlar arasında jatadı. Eger: a) AC = 2,5 cm,CB = 3,4 cm; b) AC = 5,3 dm,CB = 4,2 dm bolsa, AB kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

34*. 37-súwrette AB,BC,CD hám DE kesindiler óz ara teń. Eger birlik kesindi sıpatında: a) AB; b) AC; c) AE kesindiler alınǵan bolsa, AD kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

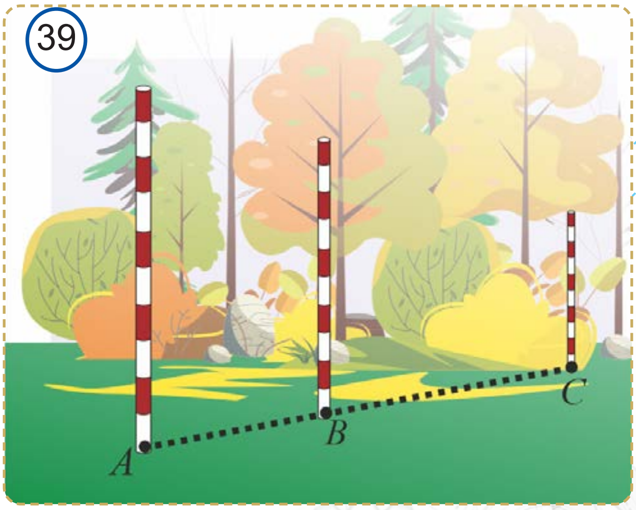
35. 38-súwrette Úlken ayıw juldız topars súwretlengen. Eger bul juldızlardı kesindiler menen tutastırsaq, shómishke uqsas figura payda boladı. “Shómish”tiń aqırǵı eki juldızın payda etken AB kesindini B noqattan baslap AB nur boyınsha 5 ret qoyıp sızılsa, Temir qazıq (Polyar) juldızınıń jaqınına barıladı. Súwretten Temir qazıq juldızı qay jerde jaylasqanın anıqlań.

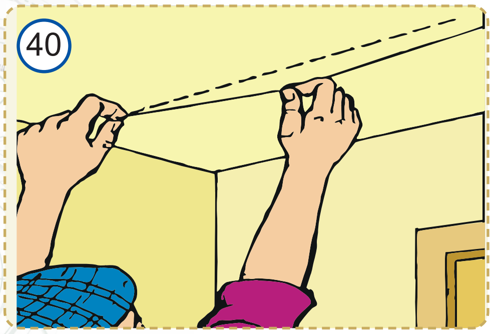
37

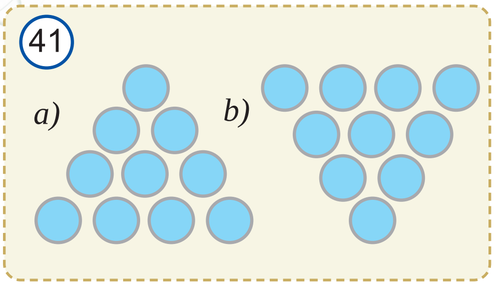

38


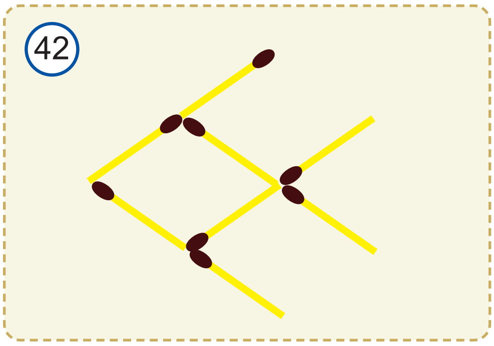
36. 39-súwrette atız sharayatında tuwrı sızıq tartıw procesi súwretlengen. Onnan baǵda yamasa atızda nállerdi bir tegis egiwde paydalanıladı. Bul ámeliy jumıs tuwrı sızıqtıń qaysı geometriyalıq qásiyetlerine tiykarlanǵan ekenligin túsindiriń.

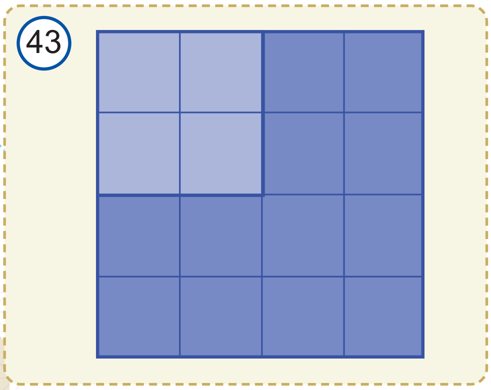
37. 40-súwrette boyawshınıń tóbege tuwrı sızıq sızıw procesi súwretlengen. Bunıń ushın jip por menen aq reńge boyaladı. Jiptiń bir ushı shegege baylanadı, ekinshi ushı bolsa tiyisli noqatqa qoyıladı. Soń onıń ortasınan uslap, kerip tartıladı hám qoyıp jiberiledi. Sonda jipke jaǵılǵan por bólekleri tóbege jabısıp, tuwrı sızıqtı payda etedi. Tap sonday etip diywalǵa da tuwrı sızıq sızıw múmkin. Bul ámeliy jumıs tuwrı sızıqtıń qaysı geometriyalıq qásiyetine tiykarlanǵan ekenligin túsindiriń.

39






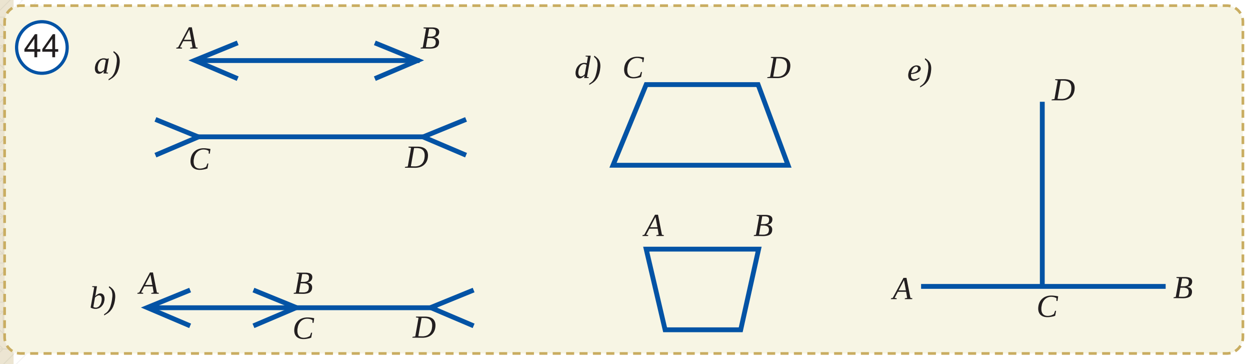




Geometriyalıq basqatırmalar

1. 10 birdey teńge 41a-súwrettegi sıyaqlı etip terilgen. Tek 3 teńgeniń ornın ózgertip, olardı 41b-súwrettegi kóriniske keltiriń.
2. 42-súwrettegi 3 shóptiń ornın ózgertip, “balıq”tı keyinge qaytarıń.
3. Diyqan babanıń kvadrat formasındağı egislik jeri bar edi. Ol jeriniń sherek bólegin 43-súwrette kórsetilgen sıyaqlı etip ózi ushın qaldırdı. Qalǵan bólegin bolsa birdey formadaǵı teń bóleklerge bólip, tórt balasına bólistirip berdi. Diyqan baba bul jumıstı qanday ámelge asırǵan?
4. 44-súwrette súwretlengen AB hám CD kesindilerdi kóz benen shamalap óz ara salıstırıń. Soń bul jumıstı sızǵısh yamasa tınıq plyonka járdeminde orınlań.

Juwmaq. *Geometriyada ólshew hám salıstırıw jumısların anıq orınlaw kerek. Kóz aldawı múmkin!*



3 MÚYESH. MÚYESHLERDI SALÍSTÍRÍW HÁM ÓLSHEW

3.1. Múyesh. Múyeshlerdi salıstırıw

Bir noqattan shıǵıwshı eki nurdan ibarat figura *múyesh* dep ataladı.

Múyeshti payda etiwshi nurlar *múyeshtiń tárepleri*, olardıń ulıwma tóbesi *múyeshtiń tóbesi* dep ataladı *(1-súwret)*. Bul múyesh $\angle AOB$ yamasa $\angle BOA$ dep belgilenedi hám AOB múyesh yamasa BOA múyesh dep oqıladı. Bunday jazıwda múyeshtiń tóbesi mudamı ortada jazıladı. Sonıń menen birge, bul múyesh qısqasha $\angle O$ dep te jazılıp, O múyesh dep oqılıwı múmkin. Sızılmada múyeshti ajıratıp kórsetiw ushın geyde onıń eki tárepi 1-súwrette kórsetilgendey etip iymek sızıq penen tutastırıp qoyıladı.

Jayıq múyesh dep tárepleri biri-birin tolıqtırıwshı nurlardan ibarat múyeshke aytıladı.

2-súwrette jayıq múyeshler súwretlengen.

Jayıq bolmaǵan O múyesh berilgen bolsın. Tóbeleri sol múyeshtiń tárеplerinde bolǵan qanday da bir AB kesindini qaraymız *(3-súwret)*.

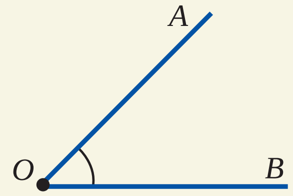
Eger múyeshtiń tóbesinen shıǵıwshı OC nur *(3-súwret)* AB kesindini kesip ótse, bul nur *múyesh tárepleri arasınan ótedi*. Bunnan, múyesh tárepleri arasınan ótetuǵın nur múyeshti eki múyeshke ajıratadı.

Hárqanday múyesh tegislikti eki bólekke ajıratadı *(4-súwret)*. Tegisliktiń múyesh tárepleri arasınan ótiwshi qanday da bir nur jatqan bólegi *múyeshtiń ishki oblastı*, al ekinshi bólegi bolsa *sırtqı oblastı* dep ataladı.

Qálegen OB nur hám jayıq bolmaǵan A múyesh berilgen bolsın *(5a-súwret)*. Bizge belgili, OB tuwrı sızıq tegislikti eki yarımtegislikke ajıratadı. A múyeshiniń bir tárepi OB nur menen ústpe-úst túsetuǵın etip qoyıw múmkin. Bul ámeldi múyesh qaysı yarımtegislikke jatıwına qarap eki usılda orınlanadı *(5b,5d-súwretler)* hám *múyeshti nurdan yarımtegislikke qoyıw* dep aytıladı.

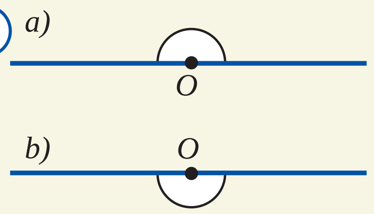
Qálegen nur hám onnan ótiwshi tuwrı sızıq payda etken yarımtegisliklerden biri berilgen bolsın.

1



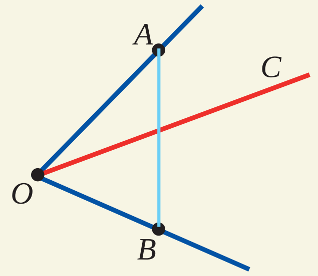
$\angle AOB$ – *AOB múyesh*
O – *múyesh tóbesi*
OA, OB – *múyeshtiń tárepleri*

2



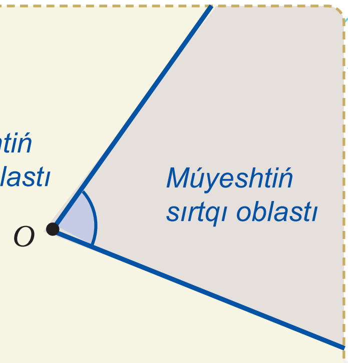
$\angle O$ – *jayıq múyesh*

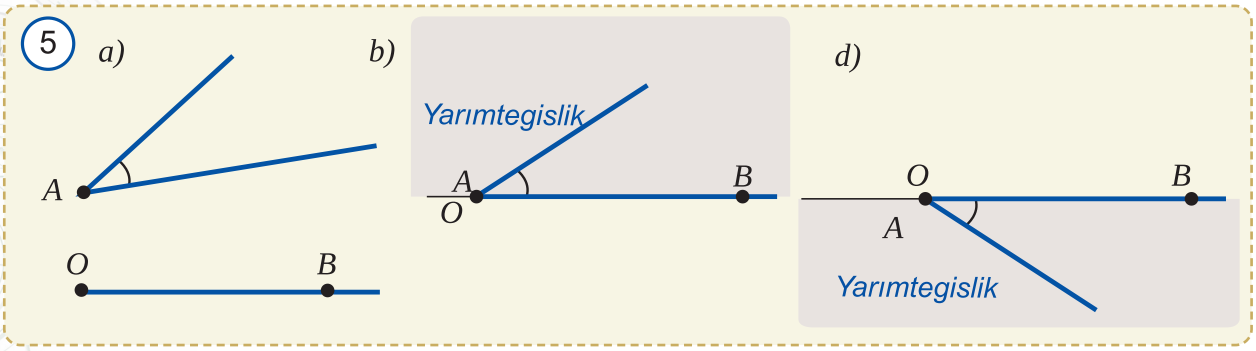
3



OC – *múyesh tárepleri arasınan ótiwshi nur*

4

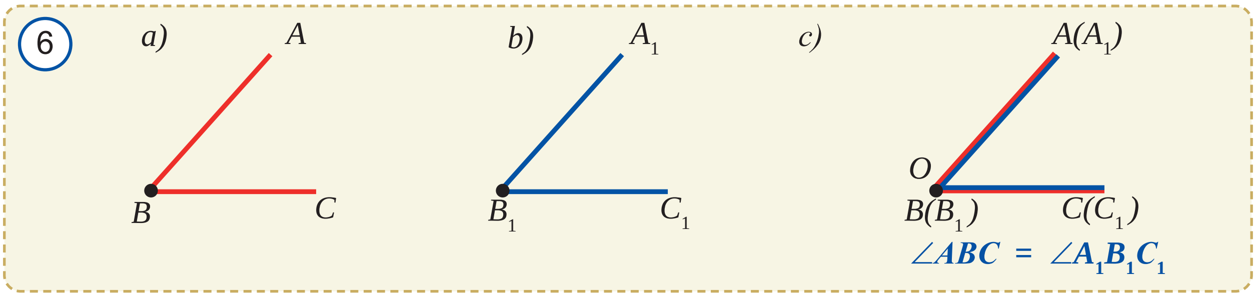




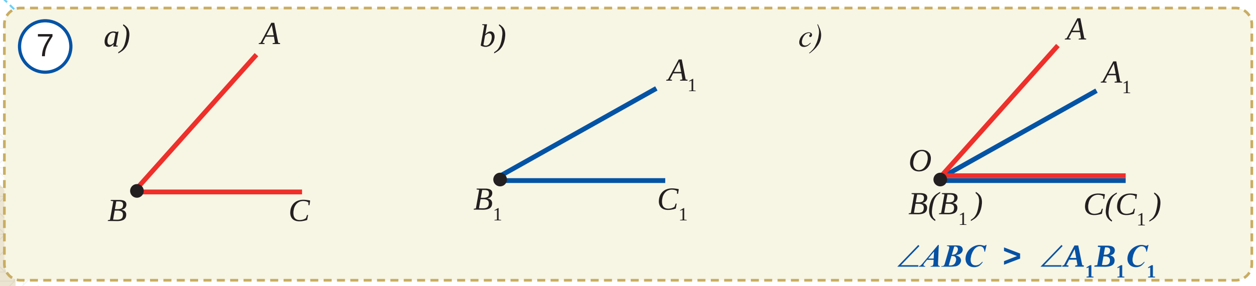
Qálegen nurdan berilgen yarımtegislikke, berilgen jayıq emes múyeshke teń bolǵan jalǵız múyeshti qoyıw múmkin.

Eki múyeshti qanday da bir nurdan berilgen yarımtegislikke qoyıw arqalı óz ara salıstırıw múmkin. Berilgen ABC hám $A_1B_1C_1$ múyeshlerin O nurdan belgili yarımtegislikke qoyǵanımızda:

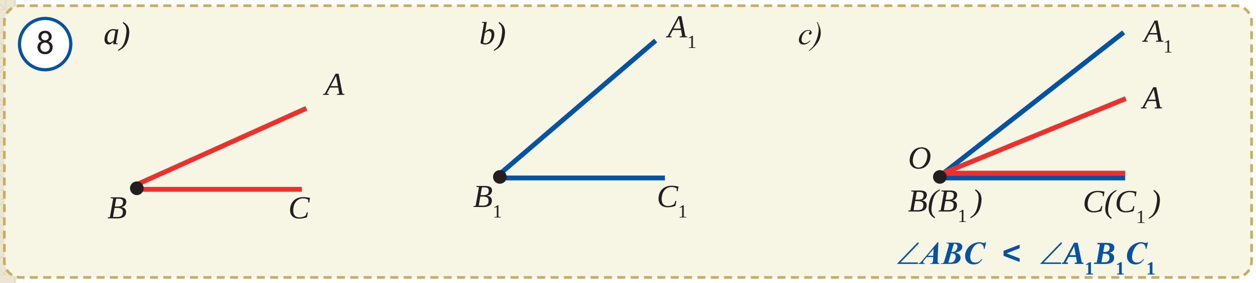
1-jaǵday (6-súwret). BA tárep B_1A_1 tárep penen, BC tárep bolsa B_1C_1 tárep penen ústpe-úst tússe, ABC hám $A_1B_1C_1$ múyeshler *teń* dep ataladı hám ol $\angle ABC=\angle A_1B_1C_1$ sıyaqlı jazıladı (figurada múyeshlerdiń teńligi birdey sandaǵı iymek sızıqlar menen belgilenedi)



2-jaǵday (7-súwret). A_1B_1 tárep ABC múyeshtiń ishki oblastında jaylassa, ABC múyesh $A_1B_1C_1$ múyeshten *úlken* dep ataladı hám ol $\angle ABC>\angle A_1B_1C_1$ sıyaqlı jazıladı.

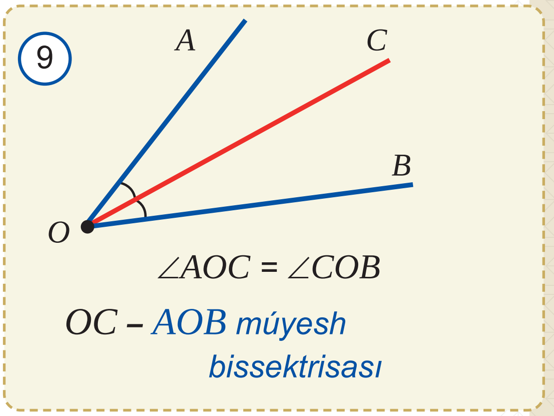


3-jaǵday (8-súwret). AB tárep $A_1B_1C_1$ múyeshtiń ishki oblastında jaylassa, ABC múyeshi $A_1B_1C_1$ múyeshten *kishi* dep ataladı hám ol $\angle ABC<\angle A_1B_1C_1$ sıyaqlı jazıladı.



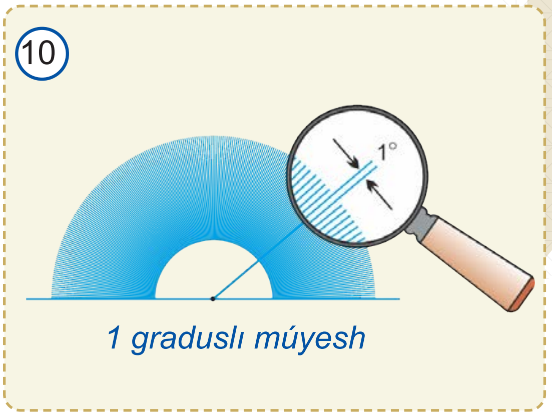
Múyesh tóbesinen shıǵıp, onı teń eki múyeshke ajıratıwshı nurǵa *múyesh bissektrisası* dep ataladı.

9-súwrette AOB múyeshtiń OC bissektrisası súwretlengen.

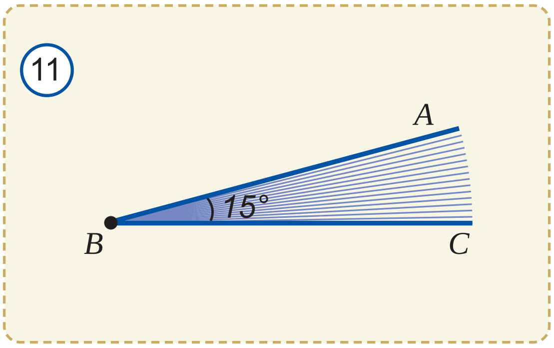


3.2. Múyeshlerdi ólshew

Jayıq múyesh óziniń tárepleri arasınan ótiwshi hám tóbesinen shıǵıwshı nurlar menen 180 teń múyeshke bólingen bolsın *(10-súwret)*. Bul múyeshlerden birin ólshem birligi - *birlik múyesh* sıpatında alıw qabıl etilgen. Onıń múyesh shaması *bir gradus* dep ataladı hám 1º dep belgilenedi. Qálegen múyeshtiń gradus ólshemin usı birlik tiykarında anıqlaw múmkin. *Múyeshtiń gradus ólshemi* múyesh ishki oblastına neshe birlik múyesh hám onıń bólekleri jaylasqanın kórsetedi.

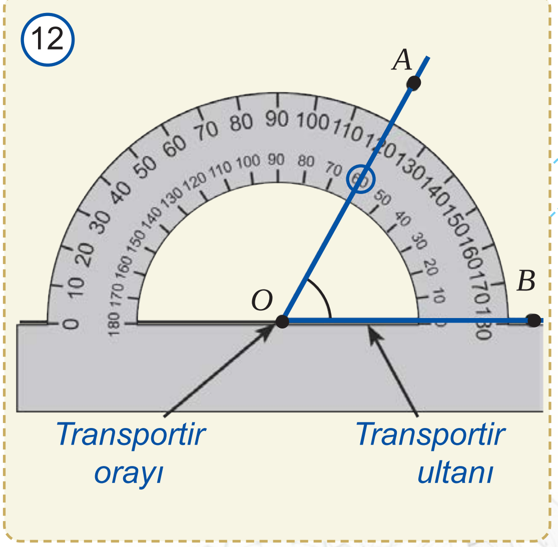


11-súwrette súwretlengen ABC múyesh 15° qa teń. Sebebi onıń ishki oblastında 15 birlik múyesh jaylasqan.



Hárqanday múyesh berilgen gradus ólshemine iye bolıp, onıń mánisi oń san menen ańlatıladı. Jayıq múyeshtiń gradus ólshemi 180° qa teń.

Múyeshlerdiń gradus ólshemi *transportir* dep atalatuǵın ásbap járdeminde ólshenedi. Transportir menen tómengi klaslarda tanısqansız. Onıń shkalalı iymek tárizli bólegi sızıqshalar menen 180 teń bólekke bólingen bolıp, hárbir bólek bir gradustı ańlatadı. 12-súwrette transportir járdeminde múyeshti ólshew procesi súwretlengen. Súwrette kórip turǵanıńız sıyaqlı, AOB múyeshtiń shaması 60 gradusqa teń hám bul $\angle AOB = 60°$ sıyaqlı jazıladı. Bunnan, birdey gradus ólshemine iye múyeshler óz ara teń boladı hám kerisinshe, óz ara teń múyeshlerdiń gradus ólshemleri de teń boladı. Úlken múyeshtiń gradus ólshemi de úlken boladı hám kerisinshe.

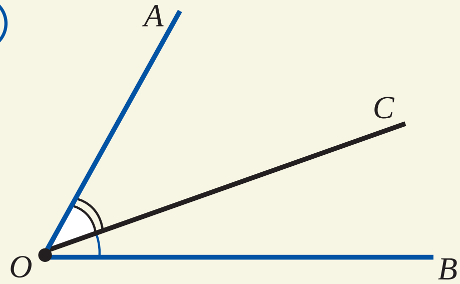


Múyeshlerdi ólshewde gradustıń úleslerinen de paydalanıladı. 1° tıń $\frac{1}{60}$ bólegi *minut*, $\frac{1}{3600}$ bólegi *sekund* dep ataladı hám sáykes túrde “′” hám “″” sıyaqlı belgilenedi.

Mısalı, shaması 45 gradus 38 minut 59 sekundqa teń múyesh gradus ólshemi 45°38′59″ sıyaqlı jazıladı. Bunda, 1°=60′,1′=60″.

Aytayıq, AOB múyesh berilgen bolıp, onıń tárepleri arasınan ótiwshi qálegen OC nur onı AOC hám COB múyeshlerge ajıratsın *(13-súwret)*. Onda:

13



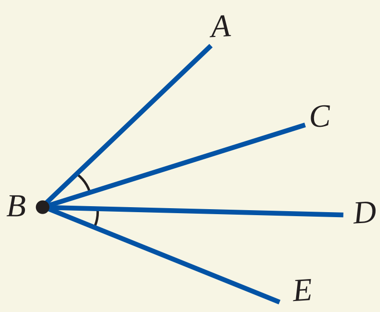
$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$

$$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB.$$

Bul qásiyetti tómendegishe ańlatıw múmkin:

Múyeshtiń gradus ólshemi múyesh tárepleri arasınan ótiwshi qálegen nur ajıratqan múyeshler gradus ólshemleri qosındısına teń.

14



1-másele. *Eger $\angle ABC = \angle DBE$ bolsa, $\angle ABD = \angle CBE$ ekenligin kórsetiń (14-súwret).*

Sheshiliwi. *Berilgen $\angle ABC = \angle DBE$ teńliktiń hár eki tárepine $\angle CBD$ ti qosamız:*

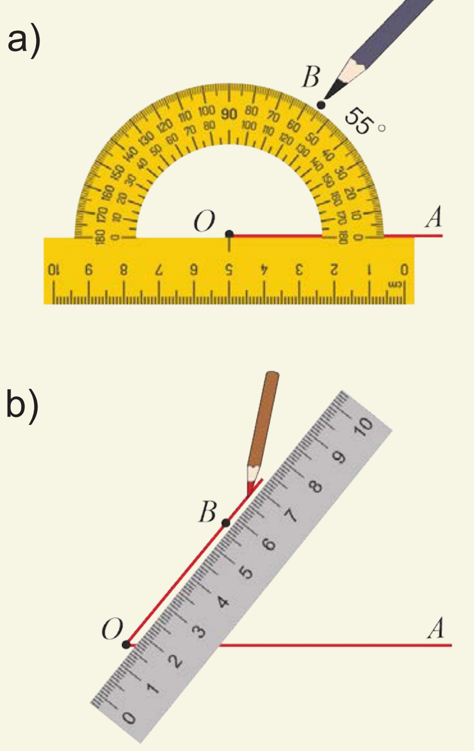
$$\angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle DBE.$$

Biraq $\angle ABC + \angle CBD = \angle ABD$ hám

$\angle CBD + \angle DBE = \angle CBE.$

Demek, $\angle ABD = \angle CBE.$

15



Nurǵa berilgen gradus ólshemli múyeshti qoyıwdıń ámeliy úlgisi:

1. Qálegen OA nur sızıp alınadı.

2. Transportirdiń ultanın berilgen OA nur ústine, orayı bolsa O noqatqa 15a-súwrette kórsetilgen sıyaqlı etip qoyıladı.

3. Transportir shkalasınan múyeshtiń berilgen gradus ólshemin kórsetiwshi bólegi tabıladı hám onıń tuwrısına B noqat qoyıladı.

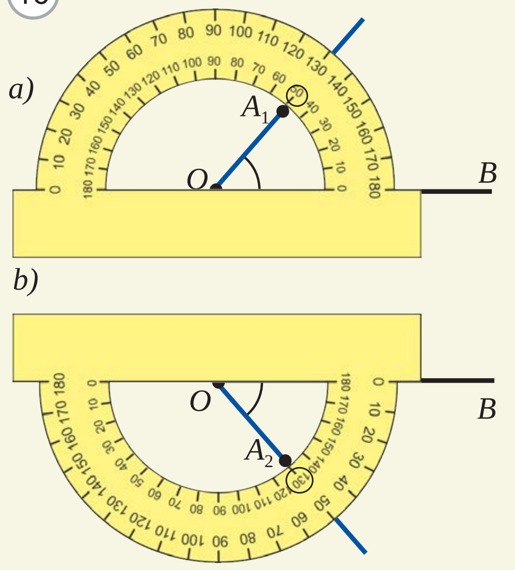
4. O hám B noqatlar arqalı nur ótkeriledi *(15b-súwret)*. Nátiyjede berilgen gradus ólshemi AOB múyesh payda boladı. Bunı jáne qanday jol menen ámelge asırıw múmkinligi haqqında oylap kóriń.

2-másele. Berilgen OB nurǵa 50° lı múyeshti qoyıń.

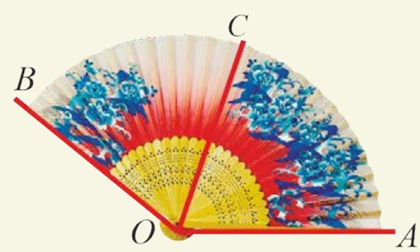
Sheshiliwi. OB tuwrı sızıq tegislikti eki yarımtegislikke ajıratıwı belgili. Transportirdiń ultanın OB nur ústine, orayın bolsa O noqatqa 2 túrli usılda qoyıp, onıń shkalasında 50° qa sáykes keliwshi bólegi tabıladı hám múyeshler jasaladı *(16-súwret)*.

Demek, berilgen nurdan hárbir yarımtegislikke birewden 50° lı múyesh qoyıw múmkin eken: $\angle A_1OB = \angle A_2OB = 50°$.

16



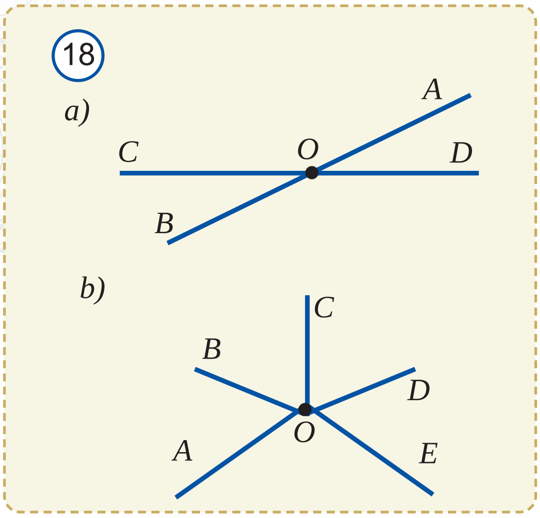
17



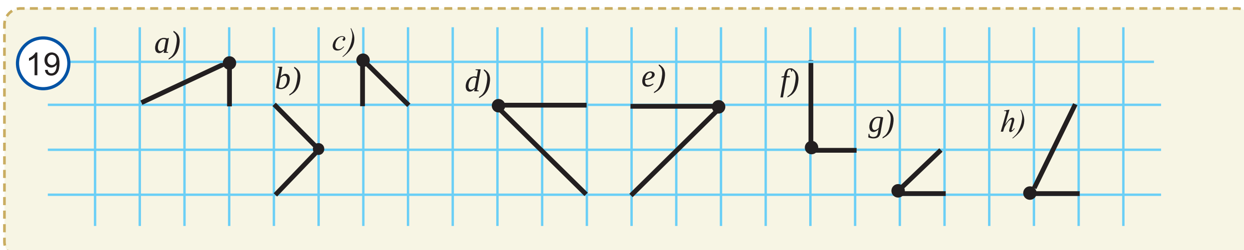
Tema boyınsha sorawlar

1. *Múyesh degenimiz ne hám ol qalay belgilenedi?*
2. *Jayıq múyesh degenimiz ne?*
3. *Múyesh tegislikti qanday bóleklerge ajıratadı?*
4. *Múyeshti nurdan belgili yarımtegislikke qoyıw degende neni túsinesiz?*
5. *Qashan múyeshler óz ara teń boladı?*
6. *Qashan bir múyesh ekinshisinen úlken yamasa kishi boladı?*
7. *Múyesh bissektrisasına anıqlama beriń.*
8. *Múyeshtiń gradus ólshemi dep nege aytıladı?*
9. *Jayıq múyesh neshe gradus?*
10. *1° qa teń múyesh degende qanday múyeshti túsinesiz?*
11. *Eki múyeshtiń gradus ólshemleri teń bolsa, olar teń boladı ma?*
12. *17-súwrette múyesh gradus ólsheminiń qaysı qásiyetleri keltirilgen?*

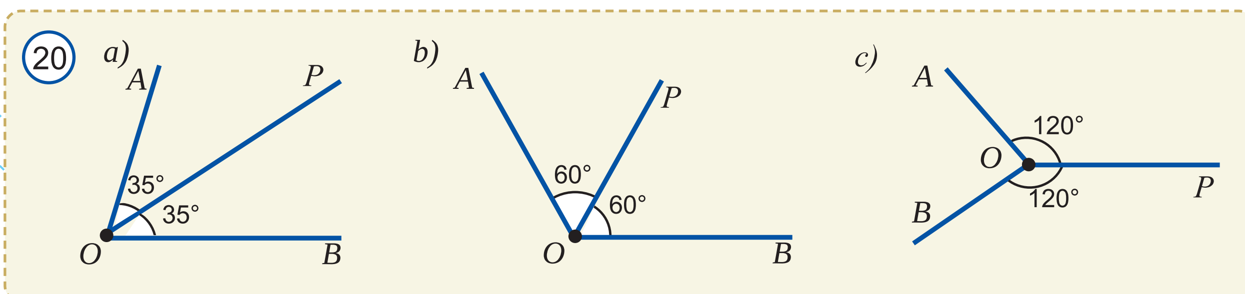
Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw



1. a) $\angle MNL$; b) $\angle ABO$ múyeshti sızıń. Onıń tóbesin hám táreplerin jazıń.
2. Qálegen A, B, C hám D noqatlardı belgilep, AB, AC hám DA tuwrı sızıqlardı sızıń. Payda bolǵan múyeshlerdi, olardıń tóbelerin hám táreplerin jazıń.
3. 18-súwrette súwretlengen barlıq múyeshlerdi anıqlań hám olardı jazıń.
4. 19-súwrette súwretlengen múyeshler arasınan teń múyeshlerdi anıqlań.

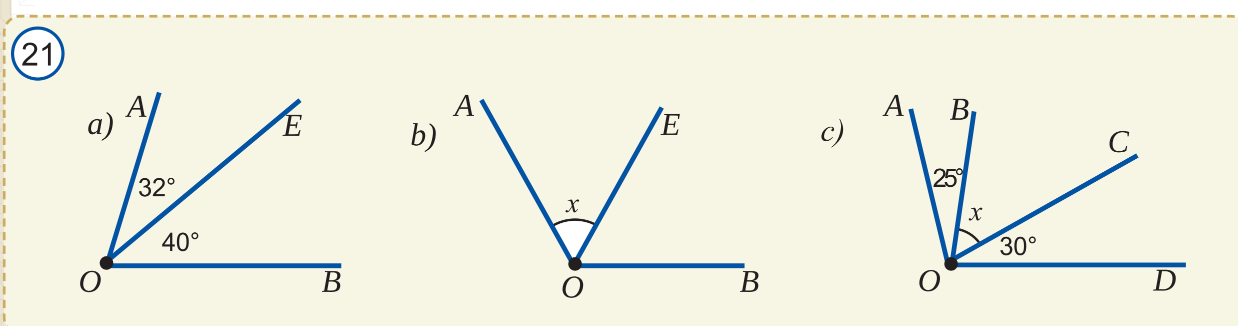


5. 20-súwrette súwretlengen OP nur AOB múyesh bissektrisası boladı ma?

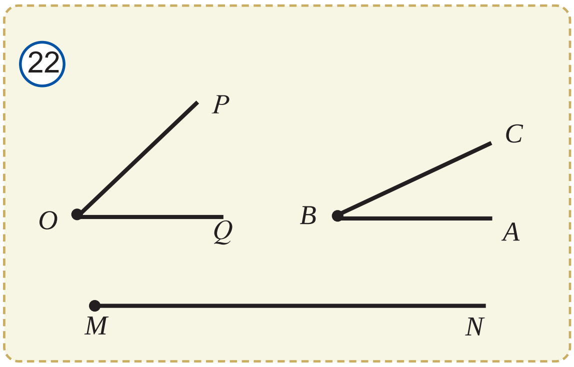


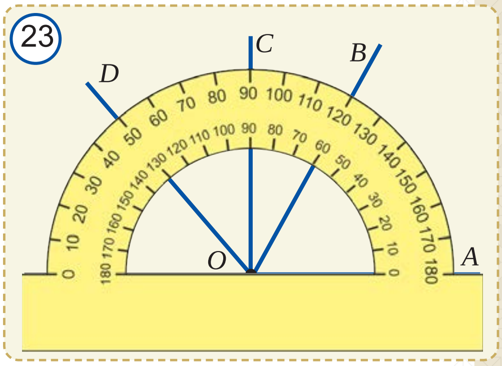
6. 21- súwretten paydalanıp tómendegilerdi anıqlań:

   a) $\angle AOB = ?$; b) $\angle AOB = 120°38'$, $x = ?$; c) $\angle AOD = 105°45'$, $x = ?$



7. 22-súwrettegi POQ hám ABC múyeshlerdi MN nurǵa qoyıw arqalı salıstırıń.



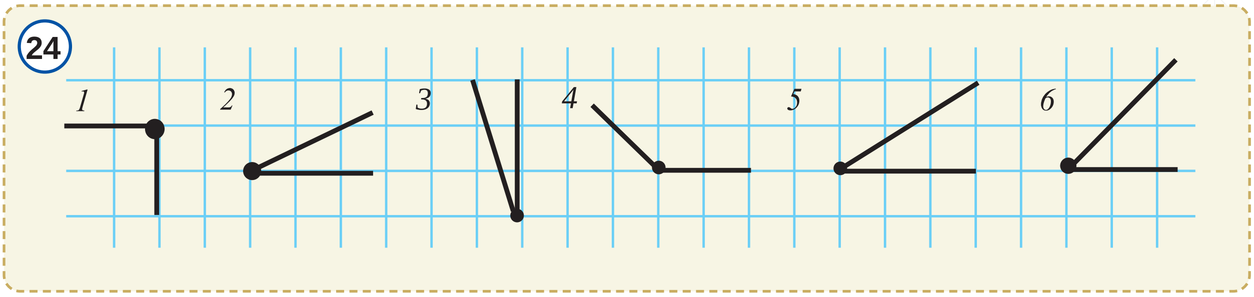


8. 23-súwretten paydalanıp AOB, AOC, AOD, BOC, BOD hám COD múyeshlerdiń gradus ólshemin anıqlań hám transportir járdeminde bissektrisaların jasań.

9. Tómendegi teńlikler mániske iye me? a) $\angle AOB = \angle BOA$;b) $\angle AOB = \angle ABO$.

10. Transportir menen 60° hám 176° lı múyeshler, olardıń bissektrisaların jasań.

11. Transportir járdeminde 49°, 79° hám 142° lı múyeshler hám olardıń bissektrisaların jasań.



12*. 24-súwrette súwretlengen múyeshler nomerlerin olardıń gradus ólshemlerin ósiw tártibinde jazıń.

13. Esaplań: a) 34°18'+ 53°38'; b) 15°8'38″+113°21'9″; c) 115°8'38″-113°21'9″.

14. Transportir járdeminde 10°,30°,74°45',113°30' hám 165° lı múyeshlerdi jasań.

15. $\angle A$ hám $\angle B$ berilgen $\angle A > \angle B$ bolsa, $\angle A + \angle B$ hám $\angle A - \angle B$ múyeshlerdi jasań.

16. Berilgen AB nurǵa 150° lı OAB múyeshti jasań.

17*. Eger: a) $\angle AOE = 20°$, $\angle EOB = 40°$, $\angle AOB = 60°$; b) $\angle AOE = 80°$, $\angle EOB = 120°$; c) $AOE > \angle AOB$ bolsa, OE nur $\angle AOB$ tárepleri arasınan óte aladı ma?

18*. OC nur AOB múyesh tárepleri arasınan ótedi. Eger $\angle AOB$ =108°, $\angle BOC$=68° bolsa, $\angle AOC$ ti tabıń hám bul múyeshlerdi transportir járdeminde jasań.

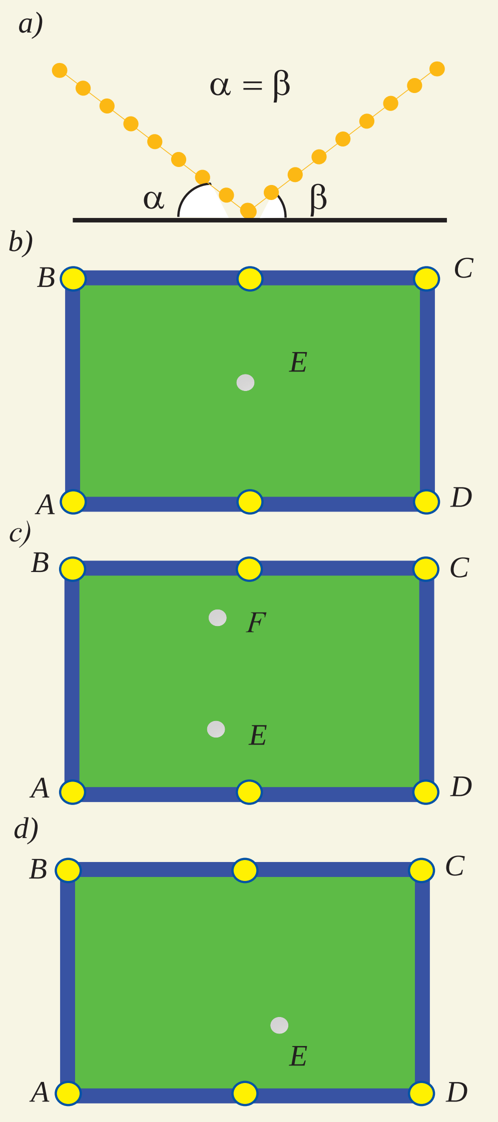
19*. OT nur ROS múyesh tárepleri arasınan ótedi. Eger $\angle ROT$ =37°, $\angle ROS$=98° bolsa, $\angle TOS$ ti tabıń hám bul múyeshlerdi transportir járdeminde jasań.

20*. Strelkalı saatta: a) 3.00; b) 6.00 bolǵanda, saat hám minut tilleri payda etken múyesh neshe gradusqa teń bolıwın anıqlań.

21. Dápterińizge nur sızıń hám oǵan kózińiz benen shamalap ápiwayı sızǵısh járdeminde 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°, 120° hám 150° lı múyeshlerdi qoyıń. Soń olardı transportir járdeminde ólsheń hám qanshelli durıs sızǵanlıǵıńızdı tekseriń. Shınıǵıwdı tákirarlań.

25

7



Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. Qaǵaz betine múyesh sızıń. Betti búklew járdeminde sızılǵan múyeshten: a) 2 ret úlken; b) 2 ret kishi; c) onı tuwrı múyeshke tolıqtırıwshı múyeshti payda etiń.

2. Klass taxtasında eki múyesh súwretlengen. Qolıńızda por hám sabaq bar. Olar járdeminde múyeshlerdi qalay salıstırıw múmkin?

3. Jerge tuwrı múyesh sızılǵan. Onıń tuwrı múyesh ekenligin sabaq penen qalay tekseriw múmkin?

4. Jerde berilgen múyeshke teń múyeshti tek sabaq járdeminde qalay jasaw múmkin?

5. Tiyin járdeminde sheńber sızıń. Bul sheńberdiń orayın qalay anıqlawǵa boladı?

6. Bilyard stolı ústindegi shardıń háreketin baqladıńız ba? Ol hár saparı stol tárepine urılǵanda, qanday múyesh astında kelip urılǵan bolsa, sonday múyesh astında tárepten qaytadı *(25a-súwret)*:

a) stol orayında turǵan shardı qanday da bir jóneliste háreketlendiriń hám onıń háreket trayektoriyasın sızıń *(25b-súwret)*;

b) E noqatta turǵan shardıń AD hám AB táreplerge urılıp, F noqatta turǵan sharǵa tiyetuǵın trayektoriyasın sızıp kórsetiń *(25c-súwret)*;

d) E noqatta turǵan shardıń AD, AB hám BC táreplerine urılıp, D tesikke túsetuǵın trayektoriyasın sızıp kórsetiń *(25d-súwret)*.

Tariyxtan úzindiler

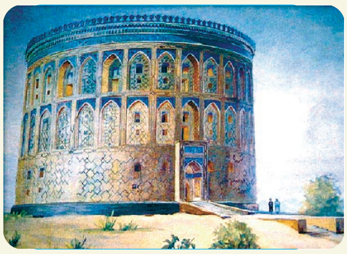
26

"Usturlob"(astrolyabiya) - múyesh ólsheytuǵın ásbap bolıp, ol áyyemgi grek astronomı Gipparx tárepinen eramızdan aldıńǵı II ásirde oylap tabılǵan (26-súwret). Kórinisi júdá ápiwayı bolǵan bul ásbapta onlap ólshew jumısların orınlaw múmkin bolǵan.

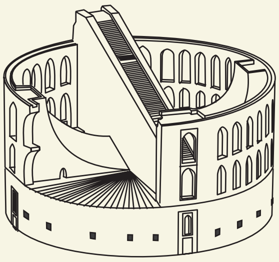
*Samarqandtaģı Ulıģbek astronomiyalıq observatoriyasında da múyesh ólshew jumısları alıp barılģan. Radiusı **42 m** bolģan úlken cilindr formasındaģı úsh qabatlı etip qurılģan observatoriyada (27a-súwret) kóplegen apparat hám ásbaplar bolģan (27b-súwret). 27c-súwrette onıń jer astında saqlanıp, sol kúnge shekem jetip kelgen bólegi súwretlengen. Ulıģbek bul apparat járdeminde 1018 juldızdıń álemdegi ornın hayran qalarlıq anıqlıqta ólshep, óziniń "Ziji jadidi Ko'regoniy" shıģarmasında keltirgen.*

27

a)



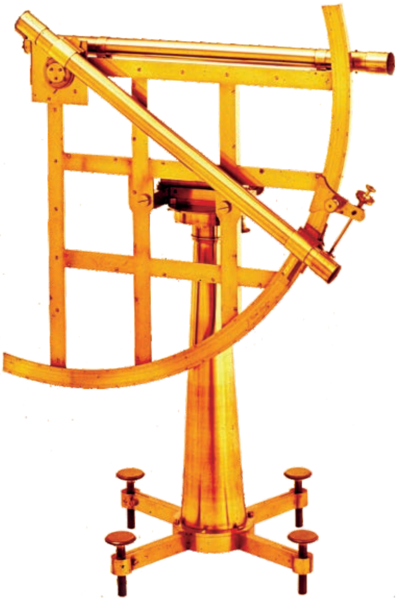
b)



c)

28-súwrette evropalıq ilimpazlar teleskop oylap tabılıwınan aldın paydalanģan kvadrant súwretlengen. Ol Ulıģbek kvadrantınan talay kishi, álbette.

28



Házirde jer ólshew jumıslarında joqarı anıqlıqqa iye bolģan elektron teodolit (29a-súwret) degen ásbap qollanıladı. Onıń járdeminde Jerdiń qálegen noqatında jasalma joldası arqalı baylanısıp, ólshew, nátiyjelerdi salıstırıw hám uzatıw múmkin (29b-súwret).

29

a)

b)

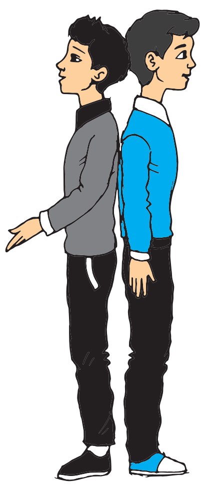
4 ÁMELIY SHÍNÍǴÍW HÁM QOLLANÍW. BILIMIŃIZDI SÍNAP KÓRIŃ

1. Qolıńızdaǵı sabaqlıqtıń uzınlıǵı, eni hám qalıńlıǵın sızǵısh járdeminde ólsheń.
2. Qolıńızdaǵı sabaqlıqtıń bir beti qalıńlıǵın qalay ólshew múmkin? Sızǵısh járdeminde gerbishtiń diagonalın ólshey alasız ba?
3. Ustalar eki taxta bólekleri uzınlıqların qalay salıstıradı? *(30-súwret)*
4. Klaslasıńız boyın shamalap ólsheń hám salıstırıń. Boyı eń uzın klaslasıńızdı anıqlań. Eki klaslasıńız boyın óz ara salıstırıwdıń ámeliy usılın túsindiriń. (31-*súwret*)
5. Qarısıńızdı sızǵısh járdeminde santimetrlerde ólsheń.Soń birneshe predmetlerdiń ólshemlerin (partanıń eni, uzınlıǵı hám biyikligin, áynektiń hám taxtanıń uzınlıǵı hám enin) qarıslap ólsheń hám nátiyjelerdi santimetrlerde ańlatıp beriń.

30

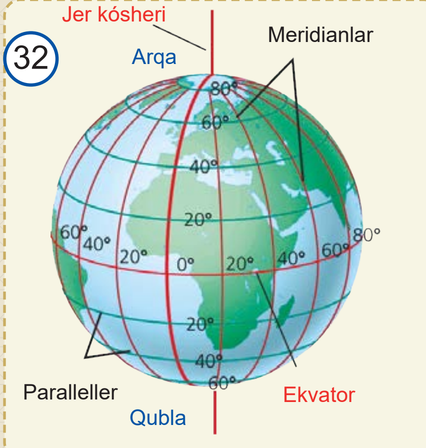
Qarısıńız hám adımıńız uzınlıǵın ólshep, eslep qalıń. Olardı biliw sizge kúndelikli turmısta kóp kerek boladı!

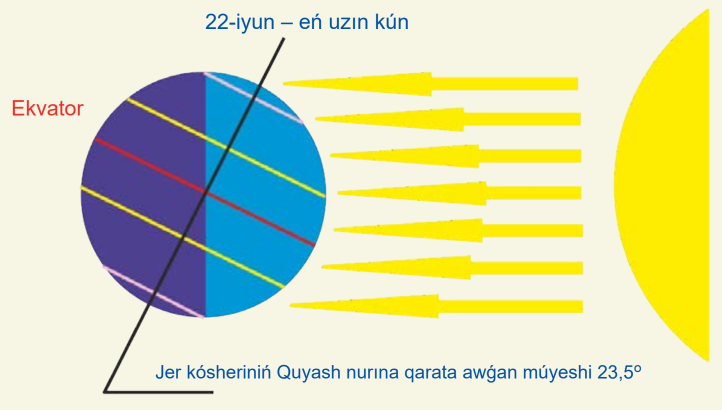
31



6. 30 santimetrlik sızǵısh járdeminde 1 metrlik kesindini qalay jasaw múmkin?
7. Adımıńız uzınlıǵın ólsheń. Mektep imaratınıń uzınlıǵı hám enin, sport maydanshasınıń uzınlıǵı hám enin adımlap ólsheń hám metrlerde ańlatıń.
8. Jer sharı kósheri Quyashtan túsip atırǵan nurǵa salıstırǵanda 23,5° qa awǵan jaǵdayda aylanadı *(32-súwret)*. Jer 8 saatta óz kósheri átirapında neshe gradusqa aylanadı? Jer neshe saatta óz kósheri átirapında 90° qa burıladı?
9. Eger bir shaqırım 900 *m* ekenligi belgili bolsa, Buxara hám Samarqand qalaları arasındaǵı aralıqtı shaqırımlarda ańlatıń.
10. Ózbekstan kartasınan berilgen masshtabqa qarap túrli qalalar arasındaǵı aralıqlardı tabıń *(33-súwret)*.

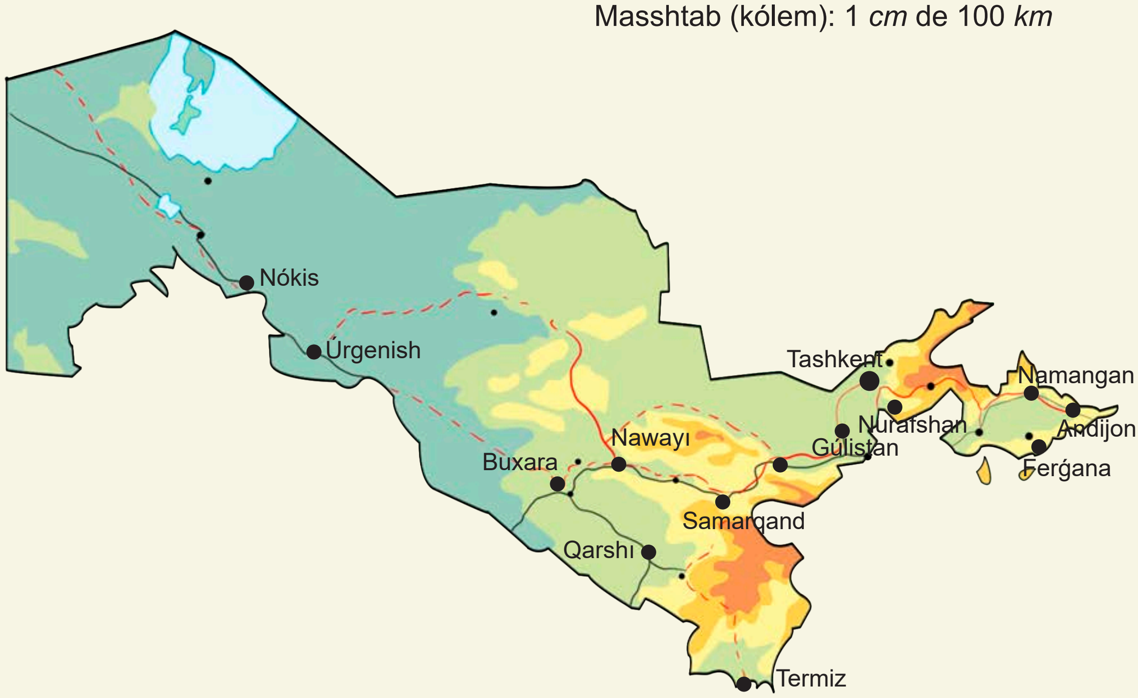
32





33

Masshtab (kólem): 1 *cm* de 100 *km*



Úlgi: *Tashkent hám Buxara qalaları arasındaǵı aralıqtı tabıw. Kartada qalalar arasındaǵı aralıqtı sızǵısh járdeminde ólshep, 4,38 cm ge teń ekenligin tabamız. Masshtabtan paydalanıp, 4,38·100 km = 438 km ekenligin anıqlaymız.*

Juwabı: *438 km.*

Kóplegen mámleketlerde xalıqaralıq ólshem birliklerinen tısqarı, tómendegi uzınlıq ólshem birlikleri de isletiledi: 1 *dyuym* = 2,54 *cm*, 1 *mil* = 1,609 *km*.

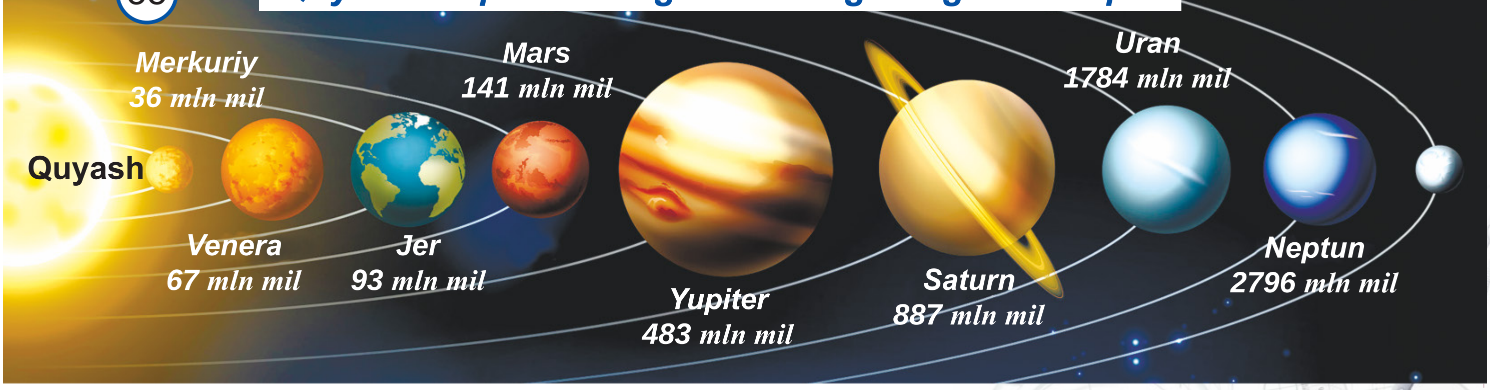
11. Televizor hám kompyuter monitorınıń diagonalı *(34-súwret)* dyuymlarda ólshenedi. 15, 17 hám 19 dyuymlı monitor diagonalın santimetrlerde ańlatıń.

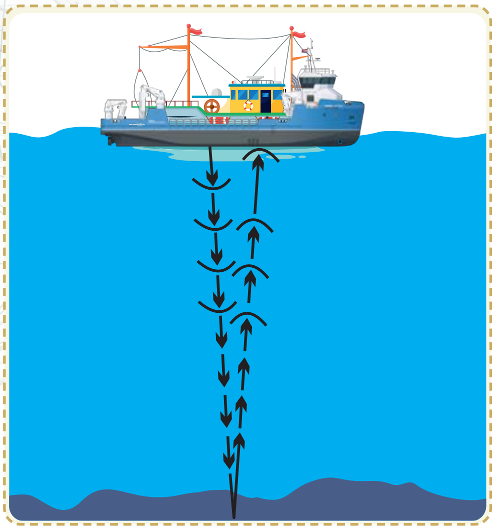
12. 35-súwrette berilgen maǵlıwmatlardan paydalanıp, Jerden Quyashqa shekem hám basqa planetalarǵa shekem bolǵan aralıqtı tabıń hám *km* lerde ańlatıń.

34

35

Quyashtan planetalarǵa shekemgi bolǵan aralıqlar





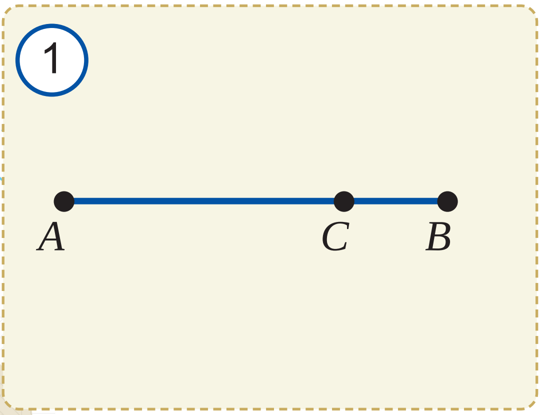
13. *Aralıqtı ses penen ólshew.* Teńizde júzip júrgen kemeni basqarıw ushın teńiz tereńligin biliw júdá zárúrli bolıp tabıladı. Onıń ushın teńiz túbine ultra ses signalı jiberiledi hám onıń teńiz túbine urılıp qansha waqıtta qaytıp kelgeni ólshenedi. Bul waqttıń yarımın sestiń suwdaǵı tezligi - 1490 m/s qa kóbeytilip teńiz túbiniń tereńligi anıqlanadı.

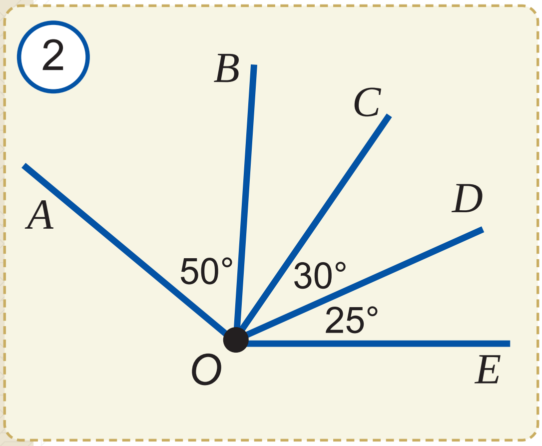
Eger bul waqıt: a) 3; b) 10,5; c) 14,6 sekundtı quraǵan bolsa, teńiz tereńligin tabıń.

Geometriyada AKT

Mobil telefonlar ushın qıyalıqtı ólsheytuǵın baǵdarlawshı qosımshalar islep shıǵarılǵan bolıp, olar járdeminde qıyalıq múyeshin avtomatikalıq tárizde ólshew múmkin. Súwrette Italiyadaǵı ataqlı Piza minarasınıń qıyalıǵın telefondaǵı sol qosımsha járdeminde ólshew súwretlengen.

1-baqlaw jumısı úlgisi





Úlgili baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat boladı:

I. Teoriyalıq bólim. Usı waqıtqa shekemgi úyrenilgen geometriyalıq figuralardı sanań. Olarǵa anıqlama beriń hám olardıń qásiyetlerin jazıń.

II. Ámeliy bólim. Tómendegi máselelerdi sheshiń (4-másele “ayrıqsha” baha almaqshı bolǵan oqıwshılarǵa arnalǵan):

1. Bir tuwrı sızıqta jatıwshı A,B hám C noqatlar ushın $AB = 9\ cm$, $AC=12\ cm$ bolsa, BC kesindiniń uzınlıǵı nege teń?

2. $AB = 48$, $AC = 3BC$, BC =? *(1-súwret)*

3. Eger 2-súwrette $\angle AOE = 140°$ bolsa, BOC múyeshtiń gradus ólshemin tabıń.

4*. Saat 5.00 bolǵanda saat hám minut tilleri (strelkaları) payda etken múyesh neshe gradus boladı?

Matematikalıq máseleler ǵáziynesi

Atap aytıw kerek, keyingi waqıtlarda informaciya kommunikaciya texnologiyaları júdá tez rawajlanıp atır hám jedel pát penen bilimlendiriw sistemasına da kirip kiyatır. Búgingi kúnde, Internet tarmaǵına sonshelli kóp informaciya derekleri jaylastırılǵan, bul ǵáziyneden paydalanıw hárbir jas áwlad ushın júdá zárúr hám paydalı. Usı veb-betlerden siz ózbek, rus, inglis hám basqa tillerde matematika álemindegi eń aqırǵı jańalıqlar, elektron kitapxanalar bazasında saqlanıp atırǵan kóplegen elektron sabaqlıqlardı, cifrlı resurslardı tabıwıńız múmkin. Sonıń menen birge, olar arqalı hár túrli teoriyalıq materiallar, metodikalıq usınıslar, san-sanaqsız máseleler, mısallar hám olardıń sheshimleri, túrli mámleketlerde ótkerilip atırǵan matematikalıq kórik-tańlaw hám olimpiadalar tuwrısındaǵı maǵlıwmatlar hám olarda usınıs etilgen qızıqlı matematikalıq máseleler hám olardıń sheshimleri menen tanısıwıńız múmkin.

Tómende bir qatar informaciyalıq-resurs derekleriniń internet mánzilleri berilip atır. Olardan geometriyaǵa tiyisli ózińizdi qızıqtırǵan túrli maǵlıwmatlardı alıp kóriw, matematikanı ǵárezsiz úyreniw múmkinshiliklerinen paydalanıwdı usınıs etemiz:

uzedu.uz-Xalıq bilimlendiriw ministrliginiń rásmiy saytı, informaciya bilim beriw portalı;

ziyonet.uz-“Ziyonet” social bilim beriw portalı;

dr.rtm.uz-jańa sabaqlıqlar, muǵallimler ushın metodikalıq qollanbalardıń elektron formaları, prezentaciyalar, multimedia qosımshaları, videosabaqlıqlar hám cifrlı resurslar platforması;

maktab.uz-1-11-klaslar ushın onlayn mektep hám mektep oqıw baǵdarlaması boyınsha videosabaqlar hám basqa materiallar platforması;

stesting.uz-Oqıwshılar ushın “Xalıqaralıq bahalaw izertlewlerine tayarlanıw” elektron platforması (ózbek tilinde);

masofa.uz-A.Avloniy atındaǵı pedagoglardı kásiplik rawajlandırıw hám jańa metodikalarǵa úyretiw milliy-izertlew intstitutınıń aralıqtan úyretiw partalı;

onlinedu.uz-A.Avloniy atındaǵı pedagoglardı kásiplik rawajlandırıw hám jańa metodikalarǵa úyretiw milliy-izertlew institutı “Úzliksiz kásiplik bilim beriw” elektron platforması;

skillsgrover.uz-Finlandiyanıń matematikanı úyreniw hám oqıwshılar bilimlerin bahalaw platforması (ózbek tilinde);

khanakademy.org-“Xon akademiyası” aralıqtan bilim beriw saytı (inglis tilinde);

xanakademiyasi.uz- matematika, informatika, ximiya, fizika, ekonomika, biologiya hám astronomiya sıyaqlı pánler boyınsha videosabaqlar platforması (ózbek tilinde);

school.edu.ru-Ulıwma bilim beriw portalı (rus tilinde);

problems.ru-Matematikadan máseleler izlew sisteması (rus tilinde);

geometry.net-Algebra hám geometriyadan oqıw materialları (inglis tilinde);

mathproblem.narod.ru-Matematikalıq dógerekler hám olimpiadalar (rus tilinde);

ixl.com-Aralıqtan turıp oqıtıw matematikalıq bilim beriw portalı (inglis tilinde);

mathkang.ru-“Kenguru” xalıqaralıq matematikalıq tańlaw saytı (rus tilinde);

olimpia.uz-“Kenguru” xalıqaralıq matematikalıq tańlaw saytı (ózbek tilinde);

brilliant.org-Matematikadan aralıqtan bilim beriw saytı (inglis tilinde);

geogebra.com-geometriya hám algebra pánleri boyınsha dinamikalıq (“janlı”) sızılmalar jaratıw múmkinshiligin beretuǵın biypul baǵdarlama;

yaklass.ru- Mektep oqıwshıları hám muǵallimleri ushın onlayn bilim beriw platforması;

schulen-ans-netz.de- Germaniya “Internet-Mektep” saytı (nemis tilinde);

studienkreis.de- Germaniya oqıw dógerekleri saytı (nemis tilinde);

educasource.education.fr- Franciya bilim beriw saytı (francuz tilinde);

educmath.inrp.fr- Franciya matematikalıq bilim beriw cifrlı resursları (francuz tilinde);

mat-game.narod.ru-Matematikalıq gimnastika. Matematikalıq máseleler hám basqatırmalar (rus tilinde);

mathproblem.narod.ru- Matematikalıq dógerekler, mektepler hám olimpiadalar (rus tilinde).

" GeoGebra" - matematikadan “janlı” sızılmalar baǵdarlaması

GeoGebra - bul geometriya, algebra hám basqa baǵdarlar boyınsha bilim beriwdiń túrli dárejelerinde paydalanıw ushın dinamikalıq (“janlı”) sızılmalar jaratıw múmkinshiligin beretuǵın biypul baǵdarlama esaplanadı. Ol geometriyalıq figuralar, algebralıq ańlatpalar, kesteler, grafikler hám statistika menen islew ushın keń múmkinshiliklerdi usınıs etedi hám qolaylıq ushın barlıq funkciyalar bir paketke kiritilgen. Bul ashıq kodlı baǵdarlamalıq támiynat 2002-jılda avstriyalı matematik Markus Xenvarter tárepinen Java baǵdarlamalastırıw tilinde jaratılǵan bolıp, birqansha tillerde islew múmkinshiligi bar. Házirgi kúnde onnan dúnya boylap millionlap paydalanıwshılar paydalanıp kelmekte.

"GeoGebra" baǵdarlamasınıń abzallıqları:

- biypul tarqatıladı;
- kóp tilli interfeys;
- grafik interfeystiń ápiwayılıǵı hám qolaylıǵı;
- hár qıylı operacion sistemalarǵa (hátte planshetler hám smartfonlarǵa) ornatıw múmkinshiligi hám onlayn versiyanıń bar ekenligi;
- paydalanıwshılar tárepinen materiallardı qosıw ushın ashıq bolǵan mısallar bazasınıń bar ekenligi.

"GeoGebra" baǵdarlamasınıń bólimleri

Kalkulyatorlar toplamı
Funkciyalardı tekseriw, teńlemelerdi sheshiw, geometriyalıq figuralar hám 3D obyektlerdi qurıwǵa arnalǵan.

Grafikalıq kalkulyator
Túrli funkciyalar grafiklerin qurıw, teńlemelerdi izertlew hám maǵlıwmatlardı súwretlewge arnalǵan.

3D kalkulyator
Túrli sızılmalar, 3D (úsh ólshemli) geometriyalıq figuralar hám obyektlerdi sızıwǵa arnalǵan.

Geometriya
Túrli geometriyalıq figuralardı sızıw hám olardıń formaların almastırıwǵa arnalǵan.

CAS kalkulyator
Túrli teńlemelerdi sheshiw, algebralıq ańlatpalar formasın almastırıw, tuwındı hám integrallardı esaplawǵa arnalǵan

"GeoGebra" - geometriya baǵdarlamasında

GeoGebra baǵdarlaması geometriyaǵa tiyisli máselelerdi sheshiw ushın arnalǵan: onda siz noqat, kesindi, vektor, segment, tuwrı sızıqlardan paydalanıp, barlıq túrdegi geometriyalıq figuralardı jaratıwıńız, olardı dinamikalıq túrde ózgeriwin kóriwińiz, soń menen birge, belgili bir tuwrı sızıqqa perpendikulyar yamasa parallel sızıqlar sızıwıńız, orta perpendikulyar, múyeshlerdiń bissektrisaları, kesindiler uzınlıǵın hám kópmúyeshlikler maydanın anıqlawıńız múmkin.

"GeoGebra" baǵdarlamasına tiyisli onlayn resurslar

• GeoGebra rásmiy veb-saytı (*GeoGebra.org*) nan GeoGebra haqqında tolıq maǵlıwmat alıń hám onı bul veb-sayttan júklep alıń (biypul baǵdarlama).

• Youtube kanalında GeoGebra (*youtubecom.GeoGebraChannel*) nı úyreniw ushın videosabaqlar hám onnan paydalanıwǵa tiyisli mısallar keltirilgen.

• GeoGebranı saqlaw ushın sayt (*tube.geogebra.org*) - paydalanıwshılar ózleri jaratqan qosımsha hám sabaq jobaları menen bólisedi.

"GeoGebra" baǵdarlamasın ornatıw

GeoGebranı kompyuterge ornatıw ushın kórsetpeler:

1. Google Chrome brauzerin iske túsiriń hám GeoGebranıń arnawlı saytına ótiń: geogebra.org. Júklep alıw bólimi - “App Downloads”qa ótiń.

2. Kompyuterińizge sáykes qosımshalardan birin saylań:

a) **GeoGebra** veb-qosımshası - Chrome brauzeri bul qosımshadan paydalanıw ushın kompyuterden administratorlıqtı talap etpeydi, tek qosımshadan paydalanıw procesinde kompyuter internetke jalǵanǵan bolıwı kerek;

b) **GeoGebra** qosımshası - Windows, Mac OS X, Linux hám basqa operacion sistemalar ushın internetke jalǵamastan paydalanıw múmkin bolǵan qosımsha.

GeoGebranı planshetke ornatıw ushın kórsetpeler:

1. Android sistemasındaǵı qurılmalarda Google Play Market yamasa iOS sistemasındaǵı qurılmalarda Apple Store qosımshasına kiriń.

2. **GeoGebra** qosımshasın qıdırıwǵa beriń.

3. Qosımshanı qurılmańızǵa júklep alıń.

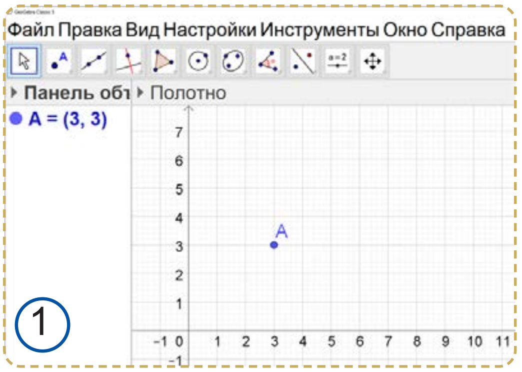
4. Alternativ variant retinde **GeoGebra**nıń rásmiy saytına ótiń hám júklep alıw bólimi - “App Downloads” ten planshet ushın qosımshanı júklep alıń.

"GeoGebra"da ámeliy tapsırmalar orınlaw

1. Noqat jasaw.

Noqat eń ápiwayı hám eń kishkene geometriyalıq figura bolıp tabıladı. Onıń súwretin payda etiw ushın:

1) “**Точка**” (”Noqat”) úskenesi ústine kursordı alıp barıp, tıshqanshanıń shep túymesin basamız.



2) jumıs maydanınıń qay jerine noqattı qoymaqshı bolsaq, sol jerde tıshqanshanıń shep túymesin basamız;

3) ekranda noqat payda boladı *(1-súwret)*.

Noqat súwreti ústine tıshqanshanıń shep túymesin basıp, onıń ornın almastırıw, yaǵnıy onı qozǵaw da múmkin.

Noqattıń reńi hám túrin anıqlaw hám onı hárip penen belgilew de múmkin. Onıń ushın ekrannıń shep bóleginde jaylasqan obyektler panelinen paydalanıw kerek. Tıshqanshanıń oń túymesin “**Точка**” (“Noqat”) úskenesi ústine basıp, qosımsha ayna ashıladı. Ondaǵı “**Свойство**” (“Qásiyet”) qatarına tıshqanshanıń shep túymesi basıladı hám tiyisli reń yamasa túr tańlanadı.

5.1. Tuwrı, súyir hám doǵal múyeshler

Múyeshler shamasına qaray túrlerge ajıratıladı. Eger múyeshtiń gradus ólshemi:

90° tan kishi bolsa *(1a-súwret)*, súyir múyesh;

90° qa teń bolsa *(1b-súwret)*, tuwrı múyesh;

90° tan úlken hám 180° tan kishi bolsa *(1c-súwret)*, doǵal múyesh dep ataladı.

Sızılmada múyeshtiń tuwrı múyesh ekenligi 1b-súwrettegi sıyaqlı ayrıqsha belgilenedi.

Másele. Eger $\angle AOD$ = 135°,$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$ bolsa *(2a-súwret)*:

a) sızılmada neshe súyir, doǵal hám tuwrı múyesh bar ekenligin anıqlań;

b) AOB hám COD múyeshlerdiń bissektrisaları arasındaǵı múyeshti tabıń.

Sheshiliwi. a) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \alpha$ bolsın. Onda, múyeshlerdi ólshewdiń tiykarǵı qásiyetleri boyınsha, $\angle AOD=\alpha+\alpha+\alpha=$135°. Bunnan α=45°. Demek, $\angle AOC = 2\alpha$ =90°, $\angle BOD = 2\alpha$ =90°. Solay etip, sızılmada 3 súyir, 2 tuwrı hám 1 doǵal múyesh bar.

b) OO_1 hám OO_2 sáykes bissektrisalar bolsın *(2b-súwret)*. $\angle AOB = \angle COD$ = 45° bolǵanı ushın, múyesh bissektrisasınıń anıqlaması boyınsha:

$$\angle O_1OB = \angle O_2OC = \frac{\alpha}{2} = 22{,}5°.$$

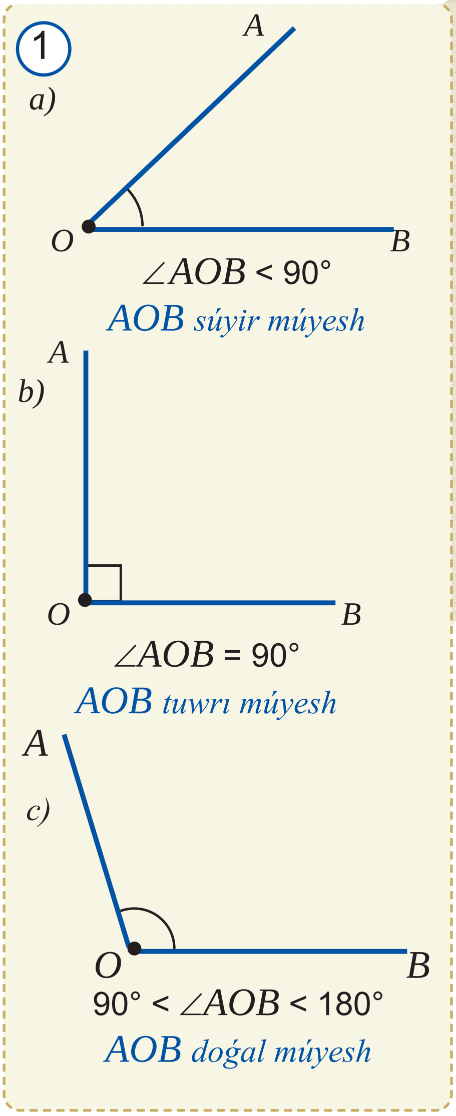
Izlenip atırǵan múyeshti tabamız.

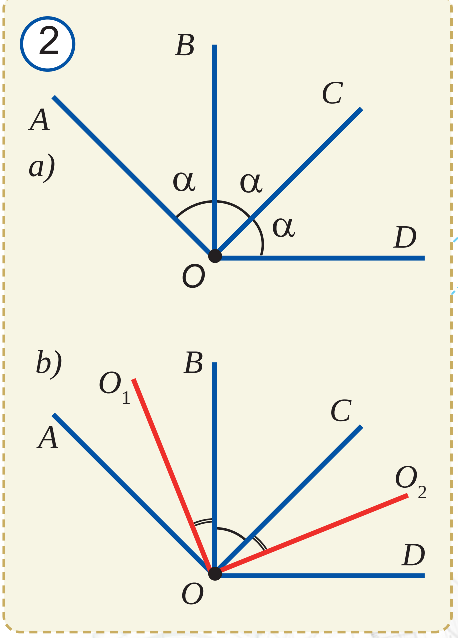
$$\angle O_1OO_2 = \angle O_1OB + \angle BOC + \angle COO_2 = \\ = \frac{\alpha}{2} + \alpha + \frac{\alpha}{2} = 2\alpha = 90°,$$

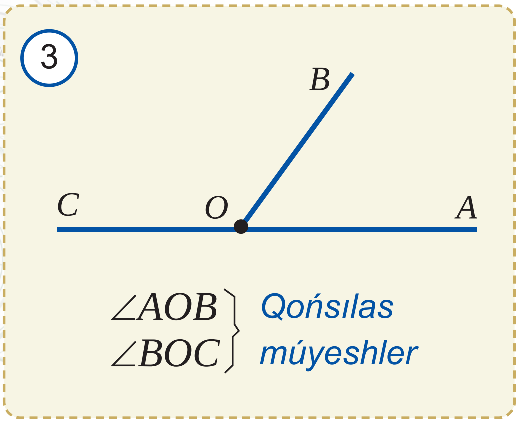
Yaǵnıy O_1OO_2 múyeshi tuwrı múyesh.

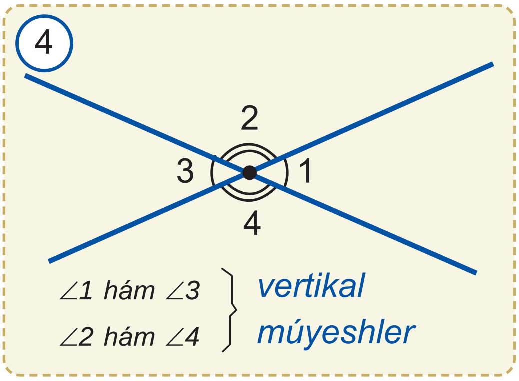
Juwabı. AOB hám COD múyeshleriniń bissektrisaları arasındaǵı múyesh 90º gradusqa teń.

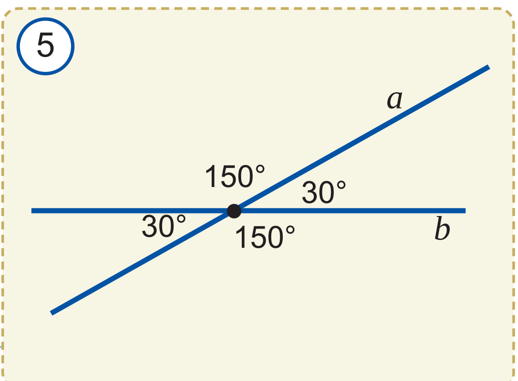
Esletpe. Ádette múyesh ólshemi grek alfavitiniń kishi α (alfa), β (beta), γ (gamma)... sıyaqlı háripleri menen belgilenedi.











5.2. Qońsılas hám vertikal múyeshler

Bir tárepi ústpe-úst túsip, qalǵan tárepleri biri-birin tolıqtırıwshı nurlardan ibarat bolǵan eki múyesh *qońsılas múyeshler* dep ataladı.

3-súwrette AOB hám BOC qońsılas múyeshler súwretlengen. Olarda OB tárep ulıwma, OC hám OA nurlar bolsa bir tuwrı sızıqta jatadı hám biri-birin toltıradı.

Bul AOC múyeshtiń jayıq múyesh ekenliginen derek beredi. Ekinshi tárepten, anıqlama boyınsha, AOC múyesh AOB hám BOC qońsılas múyeshler qosındısınan ibarat. Juwmaǵımız tómendegi qásiyettiń orınlı ekenligin kórsetedi:

Qásiyet: qońsılas múyeshler qosındısı 180° qa teń.

Bul qásiyetten tikkeley tómendegi nátiyjeler de kelip shıǵadı:

1-nátiyje. Eger qońsılas múyeshler teń bolsa, olar tuwrı múyesh boladı.

2-nátiyje. Tuwrı múyeshke qońsılas múyesh te tuwrı múyesh boladı.

3-nátiyje. Qońsılas múyeshlerdiń biri súyir (doǵal) bolsa, ekinshisi doǵal (súyir) boladı.

Biriniń tárepleri ekinshisiniń tárepleriniń dawamınan ibarat nurlardan payda bolǵan múyeshler *vertikal múyeshler* dep aytıladı. 4-súwrette ∠1 hám ∠3 vertikal múyeshler bolıp tabıladı. Sonıń menen birge, ∠2 hám ∠4 te vertikal múyeshler jubın payda etedi. Endi vertikal múyeshlerdiń tómendegi qásiyetin tastıyıqlaymız.

Qásiyet. Vertikal múyeshler óz ara teń.

Aytayıq, ∠1 hám ∠3 vertikal múyeshler berilgen bolsın *(4-súwret)*. ∠1 = ∠3 bolıwın dálilleymiz.

Dálillew: ∠1+∠2=180°, sebebi ∠1 hám ∠2 qońsılas múyeshler bolıp tabıladı.

∠2 + ∠3 = 180°, sebebi ∠2 hám ∠3 ler de qońsılas múyeshler bolıp tabıladı.

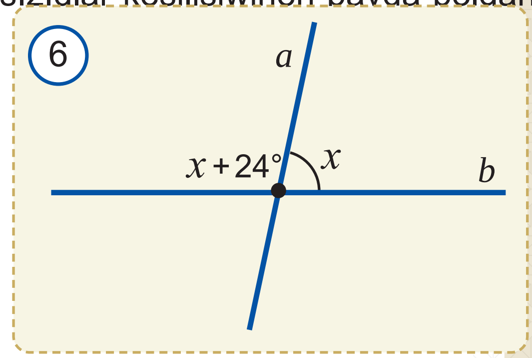
Bul eki teńlikten ∠1+∠2=∠2+∠3, yaǵnıy ∠1=∠3 ekenligin payda etemiz.

Qásiyet dálillendi.

Solay etip, eki tuwrı sızıq kesiliskende, vertikal hám qońsılas múyeshler payda boladı. Belgili, qońsılas múyeshler jubı óz ara jayıq múyeshti quraydı. Olardıń biri 90° tan úlken bolsa, ekinshisi 90° tan kishi boladı. Qońsılas múyeshlerden kishisiniń gradus ólshemin *tuwrı sızıqlar arasındaǵı múyesh* dep ataw qabıl etilgen. 5-súwrettegi tuwrı sızıqlar arasındaǵı múyesh 30° tı quraydı. Bunı *"tuwrı sızıqlar 30° lı múyesh astında kesilisedi"*, dep te aytamız.

Másele. Eki tuwrı sızıqtıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerden biri ekinshisinen 24° úlken bolsa, bul múyeshlerdi tabıń.

Sheshiliwi. Aytıw kerek, eki a hám b tuwrı sızıqlar kesilisiwinen payda bolǵan múyeshler qońsılas yamasa vertikal múyeshler boladı *(6-súwret)*. Biraq vertikal múyeshler óz ara teń boladı.



Demek, másele shártinde berilgen múyeshler qońsılas múyeshler eken. Olardıń birin (kishisin) x penen belgilesek, ekinshisi $x+24°$ qa teń boladı. Qońsılas múyeshler qásiyeti boyınsha, $x+x+24°=180°$. Bunnan $x=78°$ hám $x+24°=102°$ ekenligin anıqlaymız.

Juwabı: a hám b tuwrı sızıqlar kesiliskende 78°, 102°, 78° hám 102° lı múyeshler payda boladı.

5. 3. Geometriyanı úyreniwde pikirler izbe-izligi hám baylanıslılıǵı

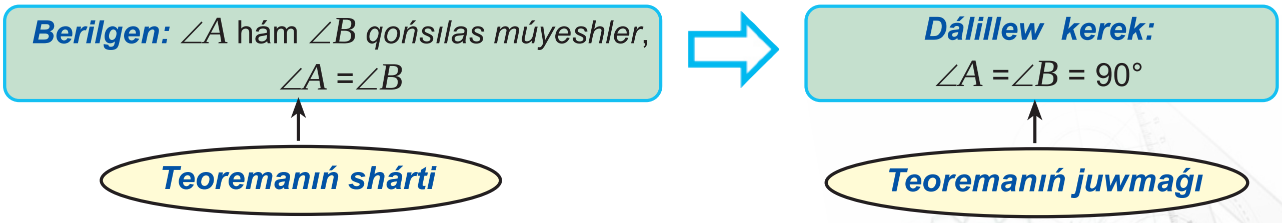
Usı waqıtqa shekem qatar geometriyalıq figuralar hám olardıń qásiyetleri menen tanısıp shıqtıq. Ótken temada vertikal múyeshler menen tanıstıq hám olardıń óz ara teń bolıwın kórsettik. Esleseńiz, bul qásiyet penen jaqsı tanısıp, onı tastıyıqladıq. “Vertikal múyeshler teń” degen tastıyıqlaw durıslıǵın pikirlew arqalı tiykarladıq. Bul “dálillew” túsinigi menen dáslepki tanısıwımız boldı. Geometriyaǵa birinshi bolıp “dálillew” túsinigin alıp kirgen matematik eramızdan aldınǵı 625-527-jıllarda jasaǵan miletlik grek alımı Fales esaplanadı.

Qanday da bir tastıyıqlawdıń durıslıǵın logikalıq pikirlew járdeminde keltirip shıǵarıw *dálillew* dep ataladı. Durıslıǵı dálillew jolı menen tiykarlanatuǵın tastıyıqlaw bolsa *teorema* dep ataladı. Teorema ádette shárt hám juwmaq bólimlerden ibarat boladı. Teoremanıń birinshi - shárt bóleginde neler berilgeni bayanlanadı. Ekinshi - juwmaq bóleginde bolsa neni dálillew kerekligi ańlatıladı. Mısalı, tómendegi teoremanı alıp qarayıq.

Teorema. **Eger qońsılas múyeshler óz ara teń bolsa, olardıń hár ekewi de tuwrı múyesh boladı.**

Bul teoremanıń shártli bólegi - “óz ara qońsılas múyeshlerdiń teń”ligi bolsa, juwmaqlawshı bólegi - “olardıń hár ekewi de tuwrı múyesh” bolıwınan ibarat.

Teoremanı dálillew - onıń shártinen paydalanıp, buǵan deyin dálillengen hám qabıl etilgen qásiyetlerge súyene otırıp, pikir júritip, juwmaqlawshı bóleginde kórsetilgen gáptiń durıslıǵın keltirip shıǵarıw bolıp tabıladı. Teoremanıń shártli hám juwmaqlawshı bóleklerin anıqlastırıp alıw teoremanı aydınlastıradı, onı túsiniw hám tastıyıqlaw procesin jeńillestiredi. Sol sebepli teoremanı dálillewden aldın onı shártli hám juwmaqlawshı bóleklerge ajıratıp, qayta jazıp alıw maqsetke muwapıq boladı. Mısalı, joqarıda keltirilgen teoremanı tómendegi kóriniste qayta jazıp alıw múmkin:



Ulıwma alǵanda, teoremanı shártli hám juwmaqlawshı bóleklerge ajıratıp, tómendegi sxema kórinisinde súwretlew múmkin:

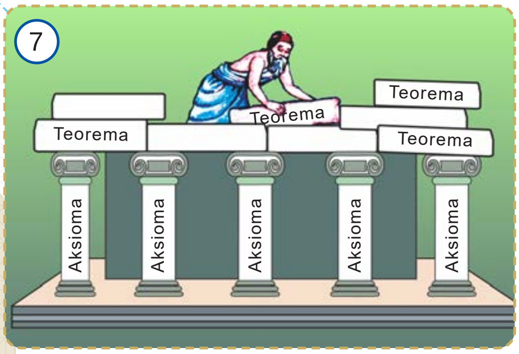
Eger **A gáp** orınlı bolsa, **B gáp** orınlı boladı.

Teoremanıń shárti — *Teoremanıń juwmaǵı*

Baslanǵısh túsinik hám aksiomalar. Geometriyada túsinikler belgili ajıralmas sistemalı hám logikalıq izbe-izlikte kiritiledi. Noqat, tuwrı sızıq hám tegislik sıyaqlı túsinikler geometriyanıń baslanǵısh túsinikleri esaplanadı. Olarǵa anıqlama bermedik. *Geometriyanıń baslanǵısh túsinikleri* anıqlamasız tuwrıdan-tuwrı qabıllanatuǵın túsinikler bolıp tabıladı. Geometriyanı bir imarat dep alsaq, bul túsinikler onıń fundamenti bolıp tabıladı. Baslanǵısh túsiniklerden paydalanıp, basqa jańa túsinikler anıqlanadı, yaǵnıy olarǵa *anıqlama* beriledi.

Sonıń menen birge, usı waqıtqa shekem noqat, tuwrı sızıq hám tegisliktiń bazıbir qásiyetlerin tuwrıdan-tuwrı qabılladıq. Bunday qásiyetler *aksiomalar* dep ataladı. Eger itibar bergen bolsańız, sabaqlıqta barlıq aksiomalardı tiykarǵı teksten bólek ajıratıp, arnawlı belgi astında berip keldik. Sol waqıtqa shekem tanısıp shıqqan aksiomalarımızǵa mısallar keltiremiz (qalǵanların sabaqlıq betlerinen tawıp, jazıp shıǵıń):

1. Tegislikte qanday tuwrı sızıq alınbasın, onda bul tuwrı sızıqqa tiyisli bolǵan noqatlar da, tiyisli bolmaǵan noqatlar da bar.
2. Hárqanday eki noqattan tek bir tuwrı sızıq ótkeriw múmkin.
3. Tuwrı sızıqta alınǵan qálegen úsh noqattan tek birewi qalǵan ekewiniń arasında jatadı.



Grek alımı Platon geometriyada ájayıp bir nızamlıqtı sezgen: aldın úyrenilgen, durıslıǵı dálillengen qásiyetlerden logikalıq pikirlew, baqlaw júrgiziw arqalı jańa qásiyetlerdi keltirip shıǵarıwǵa boladı eken. Bunday ájayıp múmkinshilikten paydalanıp, qalǵan qásiyetler teoremalar kórinisinde ańlatıladı hám aksiomalar hám bul waqıtqa shekem durıslıǵı tastıyıqlanǵan ózgesheliklerge tiykarlanıp, logikalıq oylaw arqalı dálillenedi.

Oylaw procesinde dálillenbegen qásiyetlerden (olardıń durıslıǵı ashıq–aydın kórinip turǵan bolsa da) paydalanıw qadaǵan etiledi.

Bunday shınıǵıw oqıwshılardıń pikirlew qábiletin ósirgeni ushın geometriya mekteplerde tiykarǵı pánge aylanǵan.

Solay etip, geometriyanı bir imarat dep qaraytuǵın bolsaq *(7-súwret)*, baslanǵısh túsinikler hám aksiomalar onıń fundamentin quraydı. Bul fundament ústine terilgen gerbishler anıqlamadan jańa túsiniklerden hám teoremalar kórinisinde dálillengen qásiyetlerden ibarat boladı.

Geometriyada analogiyalar. Geyde kesindi hám múyeshler qásiyetleri haqqındaǵı máselelerdi sheshiwde birdey usıl yamasa jantasıwlardan paydalanıladı. Buǵan sebep bul geometriyalıq figuralar bazı qásiyetleriniń biri-birine uqsaslıǵı bolıp tabıladı. Bunday uqsaslıq pánde analogiya dep ataladı. Analogiya túsinigin tómendegi mısalda túsindiriwge háreket etemiz.

1-másele. *Uzınlıǵı 32 cm bolǵan AB kesindide C noqat alınǵan. AC hám CB kesindiler ortaları arasındaǵı aralıqtı tabıń (8-súwret).*

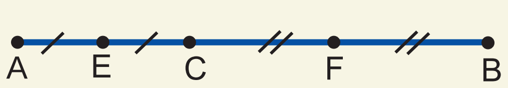
2-másele. *120^0 lı AOB múyeshti OC nur eki múyeshke ajıratadı. AOC hám COB múyeshler bissektrisaları arasındaǵı múyeshti tabıń (9-súwret).*

Bir qarawda bul máseleler biri-birine hesh uqsamaydı. Sebebi olardıń birinde kesindi haqqında, ekinshisinde bolsa múyeshler haqqında sóz boladı.

Sonday bolsa da, olardıń ulıwma tárepleri de bar. Hár eki máselede bir pútin zat ekige bólingen. Ekinshi tárepten, kesindiniń ortası kesindini, múyeshtiń bissektrisası bolsa múyeshti teń ekige bóledi.

Sheshiliwi.

8



E hám F noqatlar sáykes túrde AC hám CB kesindiler ortaları bolsın. Onda,

$$EC = \frac{AC}{2} \quad \text{hám} \quad CF = \frac{CB}{2}.$$

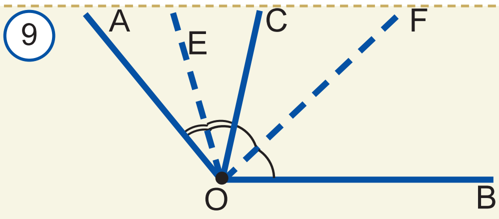
Bunnan:

$$EF = EC + CF = \frac{AC}{2} + \frac{CB}{2} = \frac{AB}{2}$$

$EF = 32 : 2 = 16$ (cm).

Sheshiliwi.

9



OE hám OF nurlar sáykes túrde $\angle AOC$ hám $\angle COB$ múyeshler bissektrisaları bolsın. Onda,

$$\angle EOC = \frac{\angle AOC}{2} \quad \text{hám} \quad \angle COF = \frac{\angle COB}{2}.$$

Bunnan:

$$\angle EOF = \angle EOC + \angle COF = \frac{\angle AOC}{2} + \frac{\angle COB}{2} = \frac{\angle AOB}{2}$$

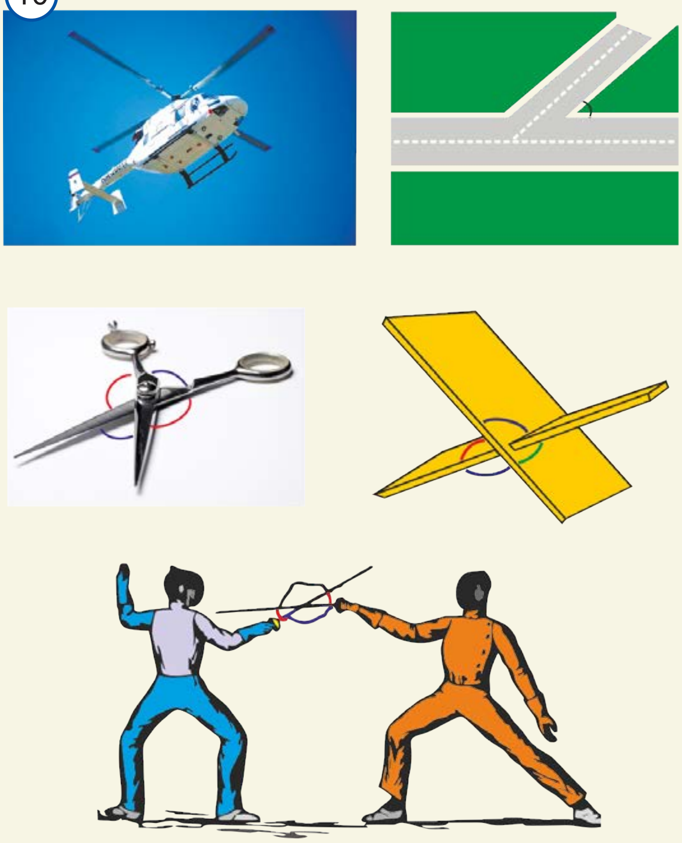
$\angle EOF = 120^\circ : 2 = 60^\circ$.

Kórip turǵanıńız sıyaqlı, hár eki máseleni sheshiw ideyası da biri-birine uqsap ketedi. Sol sebepli birinshi máseleni sheshiwde qollaǵan pikirlewimizdi ekinshi máseleni sheshiwge de basqıshpa-basqısh qollawımız múmkin boldı. Bunday jaǵdaylarda "ekinshi másele sheshimi birinshi másele sheshimine uqsas" - dep aytıladı.

Tema boyınsha sorawlar

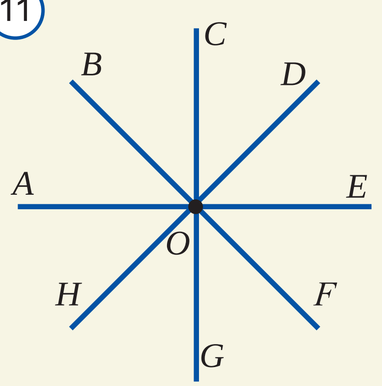
1. Múyeshler shamasına qarap qanday túrlerge ajıratıladı?
2. Átirapıńızdan súyir, doǵal hám tuwrı múyeshlerge mısallar keltiriń.
3. Qanday múyeshler qońsılas múyeshler dep ataladı?
4. Qońsılas múyeshlerdiń qosındısı neshege teń? Juwabıńızdı tiykarlań.
5. Qońsılas múyeshler óz ara teń bolıwı múmkin be? Qashan?

10

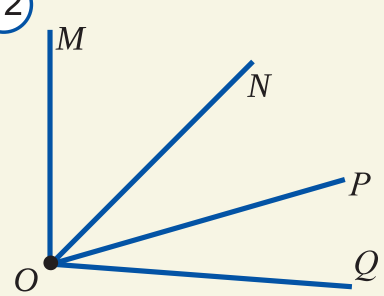


6. Qanday múyeshler vertikal múyeshler dep ataladı?
7. Vertikal múyeshlerdiń tiykarǵı qásiyetine anıqlama beriń.
8. 10-súwrette qanday múyeshlerdi kórip tursız?
9. Qońsılas múyeshlerdiń ekewi de: a) súyir; b) tuwrı; c) doǵal múyeshler bola ala ma?
10. Eger eki múyesh teń bolsa, olarǵa qońsılas bolǵan múyeshler de teń boladı ma?
11. Anıqlama degenimiz ne? Qaysı túsinikler anıqlamasız qabıl etiledi?
12. Teorema degenimiz ne? Ol qanday bóleklerden ibarat?
13. Teoremalar qanday dálillenedi? Dálillew degende neni túsinesiz?
14. Aksioma degenimiz ne?

11



12



Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. Úsh múyesh sızıń. Olardı sáykes túrde $\angle AOB$, $\angle MNL$, $\angle PQR$ sıyaqlı belgileń. Transportirde olardı ólsheń hám túrlerin anıqlań.
2. OA nur sızıń. Transportir járdeminde gradus ólshemi sáykes túrde 25°, 72° hám 146° bolǵan AOB, AOC hám AOD múyeshlerin jasań.
3. Tuwrı múyeshtiń bissektrisası onıń bir tárepi menen qanday múyesh payda etedi?
4. 11-súwrette neshe: a) súyir; b) doǵal ; c) tuwrı ; d) jayıq múyesh bar?
5. 12-súwrette neshe súyir hám neshe doǵal múyesh bar?
6. Qaǵaz betin búklep tuwrı múyesh payda ete alasız ba?
7. Saattıń saat hám minut tilleri tuwrı múyesh payda etetuǵın waqıtlardan bir neshesin aytıń.

8. Saattıń minut hám saat tilleri payda etken múyeshlerdi tabıń *(13-súwret)*.

9*. Saattıń saat tili: a) 1 saatta; b) 6 saatta; c) 2 minutta neshe gradusqa burıladı?

10. a) 20°; b) 90°; c) 145°; d) 9° lı múyeshke qońsılas bolǵan múyesh neshe graduslı boladı?

11. a) 34°; b) 109°; c) 5°; d) 167° lı múyeshke qońsılas bolǵan múyesh neshe graduslı boladı?

12. Eger qońsılas múyeshlerdiń biri ekinshisinen úsh márte úlken bolsa, olardı tabıń.

13. Eger qońsılas múyeshlerdiń biri ekinshisinen tórt márte kishi bolsa, olardı tabıń.

14. 14-súwrettegi belgisiz x múyeshti tabıń.

15. Eger qońsılas múyeshler gradus ólshemleri qatnası a) 2:7; b) 11:25; c) 1:9 bolsa, olardı tabıń.

16. Eger eki tuwrı sızıqtıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerden biri 40° bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.

17. $\angle 1$ hám $\angle 2$ qońsılas múyeshler. Tómendegi kesteni toltırıń.

$\angle 1$	34°			19°	175°
$\angle 2$		118°	132°		

18. $\angle 1$ hám $\angle 2$ qońsılas múyeshler. Tómendegi kesteni toltırıń.

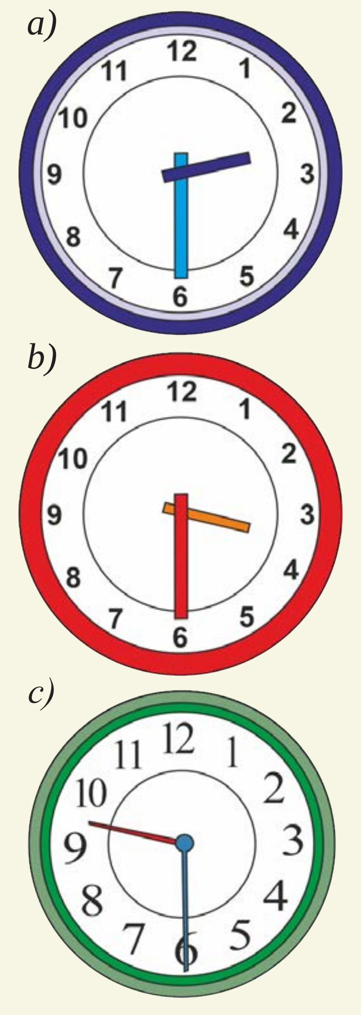
$\angle 1$	12°		120°		45°
$\angle 2$		18°		165°	

19*. $\angle ABC = 30°$, $\angle CBD = 80°$. $\angle ABD$ ti tabıń. Barlıq usıllardı kóriń.

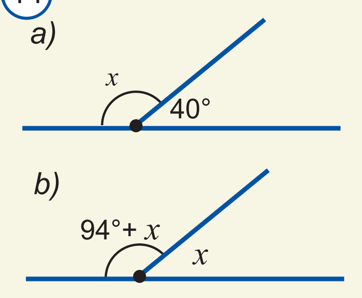
20*. $\angle MON = 45°$, $\angle NOL = 104°$. $\angle MOL$ di tabıń. Barlıq usıllardı kóriń.

21*. 15-súwrettegi belgisiz x múyeshti tabıń.

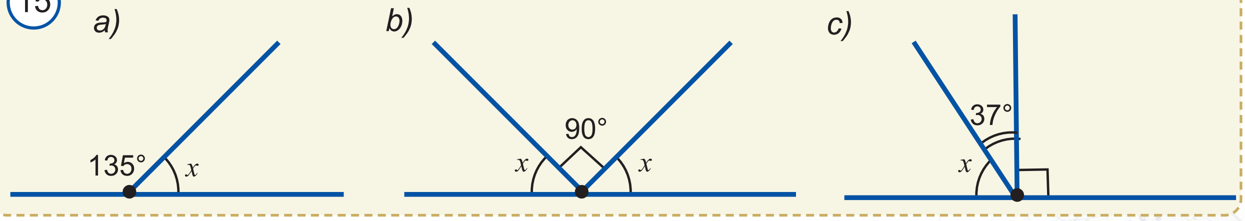
13



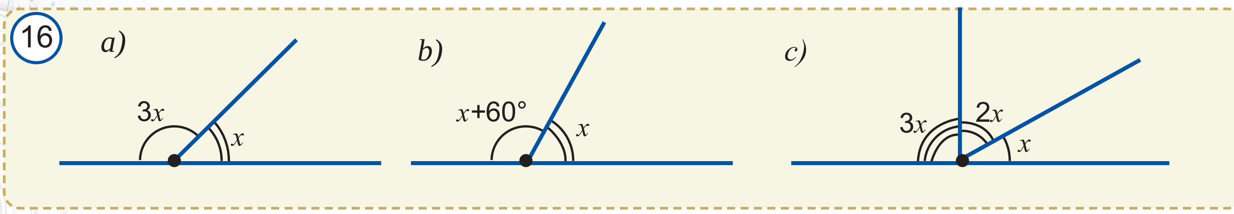
14



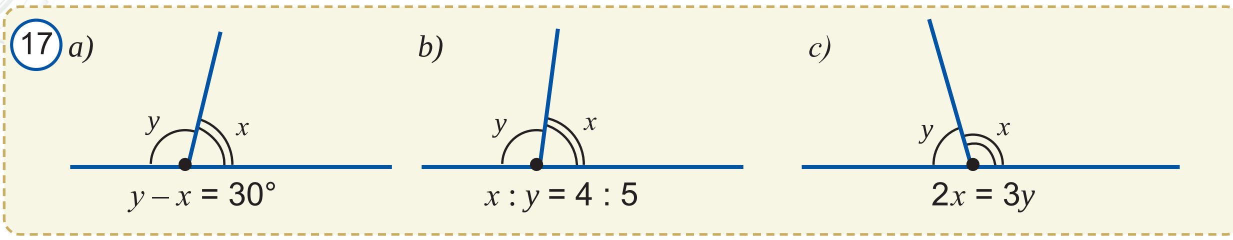
15



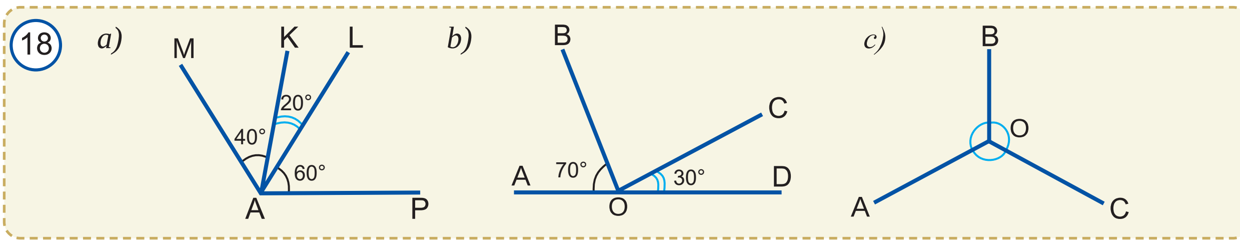
22*. 16-súwrettegi belgisiz x múyeshlerdi tabıń.



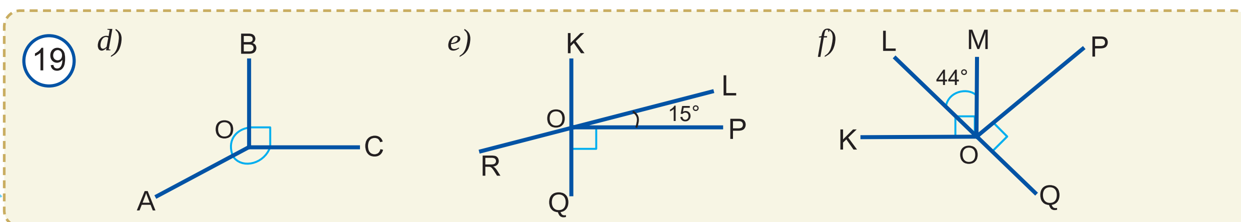
23*. 17-súwretke qarap másele dúziń hám onı sheshiń.



24. 18-súwrettegi múyeshlerdiń gradus ólshemlerin tabıń.



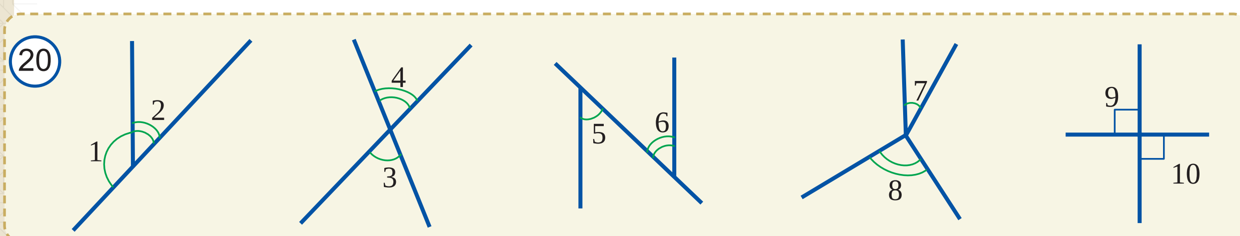
25. 19 -súwrettegi múyeshlerdiń gradus ólshemlerin tabıń.



26*. Transportir járdeminde $\angle PQR = 45°$ múyeshti jasań. Bul múyeshke qońsılas hám QR tárep ulıwma bolǵan qońsılas múyeshti jasań hám onıń gradus ólshemin tabıń.

27*. Transportir járdeminde $\angle MNL = 120°$ múyeshti jasań. Bul múyeshke qońsılas hám MN tárepi ulıwma bolǵan qońsılas múyeshti jasań hám onıń gradus ólshemin tabıń.

28. 20-súwretten: a) vertikal ; b) qońsılas múyeshler jubın tabıń.



29. AOB múyesh OC, OD hám OE nurlar menen tórt teń múyeshke bólingen. Bul nurlar qaysı múyeshlerdiń bissektrisası boladı?

30*. Tuwrı sızıqta A, B hám C noqatlar berilgen. Eger AB = 42 cm, AC = 3 dm 2 cm hám BC=74 cm bolsa, bul noqatlardıń qaysısı qalǵanlarınıń arasında jatadı? Juwabıńızdı túsindiriń.

6 PERPENDIKULYAR TUWRÍ SÍZÍQLAR

6.1. Perpendikulyar tuwrı sızıqlar

Aktivlestiriwshi shınıǵıw

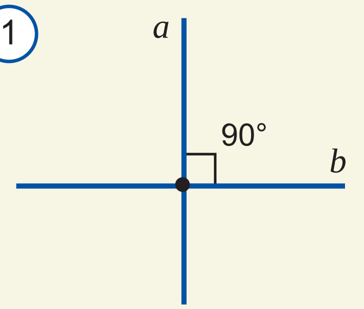
Eki tuwrı sızıq kesiliskende payda bolǵan múyeshlerdiń birewi tuwrı múyesh bolsa *(1-súwret)*, qalǵan múyeshler haqqında ne aytıw múmkin?

Tuwrı (90° lı) múyesh astında kesilisiwshi tuwrı sızıqlar *perpendikulyar tuwrı sızıqlar* dep ataladı.

Qısta tamnan jerge tik (perpendikulyar) ósip túsken muz bóleklerine (*2-súwret*) kózińiz túsken bolsa kerek. 1-súwrette biri-birine perpendikulyar a hám b tuwrı sızıqlar súwretlengen. Bul tuwrı sızıqlardıń perpendikulyarlıǵı arnawlı belgi járdeminde $a \perp b$ sıyaqlı jazıladı hám "a tuwrı sızıq b tuwrı sızıqqa perpendikulyar" dep oqıladı.

Perpendikulyar tuwrı sızıqlar kesilisiwinen tórt tuwrı múyesh payda boladı.

1



$a \perp b$ – a *tuwrı sızıq b tuwrı sızıqqa perpendikulyar*

2

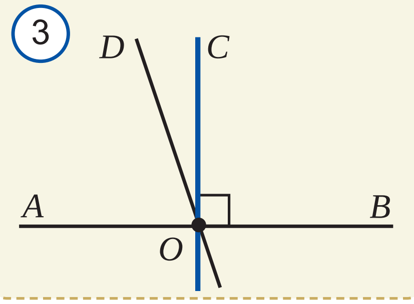
Teorema. **Tuwrı sızıqtıń qálegen noqatınan sol tuwrı sızıqqa tek ǵana bir perpendikulyar tuwrı sızıq ótkeriw múmkin.**

Dálillew. Aytayıq, AB tuwrı sızıq hám ondaǵı O noqat berilgen bolsın *(3-súwret)*. Belgili, OB nurǵa tóbesi O noqatta bolǵan 90° lı COB múyesh qoyıw múmkin. Ol jaǵdayda CO tuwrı sızıq AB tuwrı sızıqqa perpendikulyar tuwrı sızıq boladı.

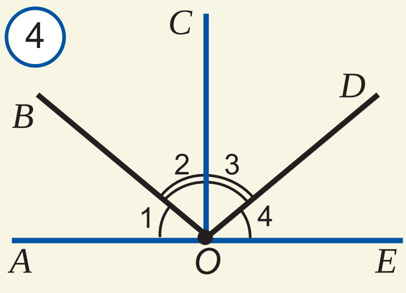
Endi bul tuwrı sızıqtıń tek ǵana birew ekenligin dálilleyik. Kerisinshe, shama menen oylaymız: O noqattan óte-tuǵın, berilgen AB tuwrı sızıqqa perpendikulyar tek ǵana birew bolmasın, yaǵnıy taǵı bir perpendikulyar DO tuwrı sızıq bar bolsın. Onda DOB hám COB múyeshlerdiń hárbiri 90° lı bolıp, OB nurǵa qoyılǵan múyeshler bolıp qaladı. Biraq bul OB nurǵa sáykes bir gradus ólshemge iye tek ǵana bir múyesh jasaw múmkinligi haqqındaǵı aksiomaǵa qarsı, yaǵnıy bunday bolıwı múmkin emes.

Demek, AB tuwrı sızıqqa onıń O noqatınan tek bir perpendikulyar tuwrı sızıq ótkeriw múmkin eken. Teorema dálillendi.

3



4

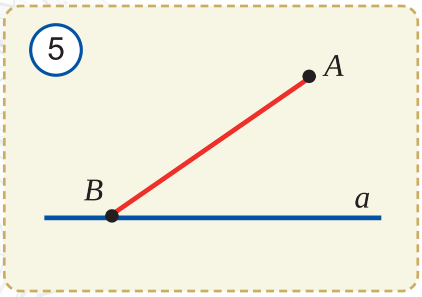


Másele. Eger 4-súwrette $\angle 1=\angle 4$, $\angle 2=\angle 3$ bolsa, $CO \perp AE$ bolıwın kórsetiń.

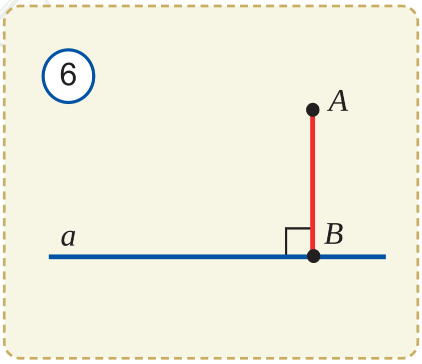
Sheshiliwi. *Aytayıq* $\angle 1 = \angle 4 = \alpha$, $\angle 2=\angle 3=\beta$ bolsın. Múyeshlerdiń ólshemleri qásiyeti boyınsha:

$\angle AOE=\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=\alpha+\beta+\alpha+\beta=2\alpha+2\beta=180°$, $2(\alpha+\beta)=180°$, yaǵnıy $\alpha+\beta=90°$ boladı. Onda:

$\angle AOC=\angle 1+\angle 2=\alpha+\beta=90°$, yaǵnıy $CO \perp AE$ boladı.



a tuwrı sızıq hám onda jatpaytuǵın A noqat berilgen bolsın. A noqattı a tuwrı sızıqtıń qanday da bir B noqatı menen tutastıramız *(5-súwret).* Eger AB kesindi a tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolmasa, AB kesindi *qıya* dep ataladı.



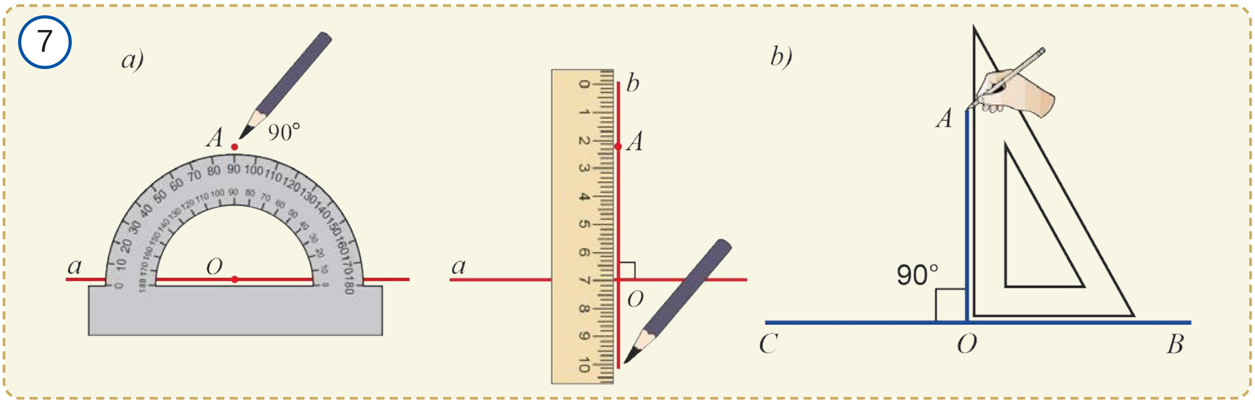
Eger AB kesindi a tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolsa, onda AB kesindi *A noqattan a tuwrı sızıqqa túsirilgen perpendikulyar dep ataladı.*

6-súwrette A noqattan a tuwrı sızıqqa túsirilgen perpendikulyar súwretlengen. B noqat perpendikulyardıń ultanı dep ataladı.

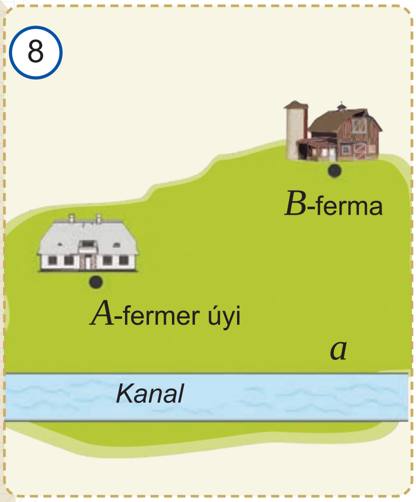
Tuwrı sızıqtıń O noqatına perpendikulyar túsiriwdiń ámeliy jol-jobaları:

1-usıl. Transportir járdeminde *(7a-súwret)*.

2-usıl. Tuwrı múyeshli sızǵısh (goniya) járdeminde *(7b-súwret).*



Qanday da bir tuwrı sızıq sızıń. Onda jatpaytuǵın qálegen noqattan tuwrı sızıqqa perpendikulyar hám birneshe qıyalar ótkeriń. Perpendikulyar hám qıyalardıń uzınlıqların ólshep, óz ara salıstırıń. Qaysı kesindiniń uzınlıǵı eń kishi boladı? Juwabıńızdı boljaw (gipoteza) kórinisinde ańlatıń. Bul boljawdıń durıslıǵın dálillewsiz qabıl qılsa bola ma yamasa, onı álbette, dálillew kerek pe?



Geometriyalıq izertlew

Shınıǵıw. Diyqan-fermer xojalıǵınıń kartası 8-súwrette berilgen.

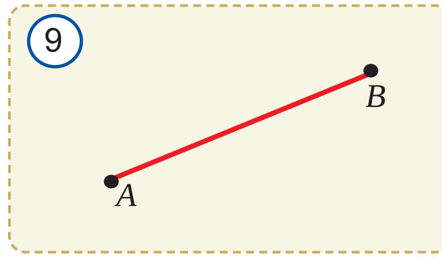
1.Fermer úyinen fermaǵa alıp baratuǵın jol qurajaq. Oǵan joldı qaysı sızıq boyınsha qurıwdı máslahát beresiz? Nege? Sızılmada bul joldı sızıp kórsetiń.

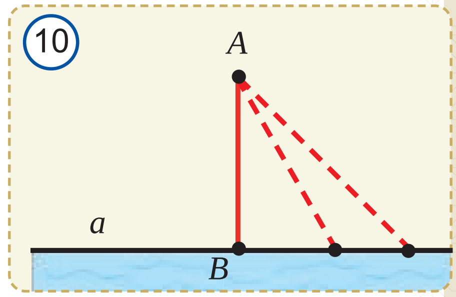
2.Fermer fermasınan kanalǵa alıp baratuǵın jol qurajaq. Oǵan joldı qaysı sızıq boyınsha qurıwdı máslahát beresiz? Nege? Sızılmada bul joldı sızıp kórsetiń.

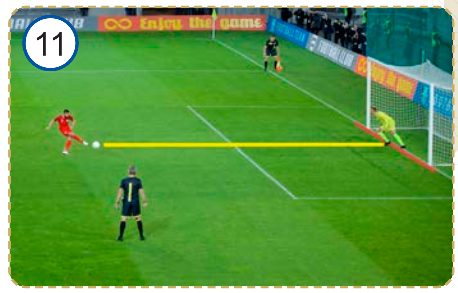
Belgilengendey, 9-súwrette súwretlengen A hám B noqatlardı tutastırıwshı eń qısqa “jol” - bul AB kesindi bolıp tabıladı. Sol sebepli tómengi klaslarda AB kesindi uzınlıǵın *A hám B noqatlar arasındaǵı aralıq* dep qabıl etken edik. Soǵan uqsas, *A noqattan a tuwrı sızıqqa shekemgi bolǵan aralıq* dep A noqattan a tuwrı sızıqqa túsirilgen AB perpendikulyardıń uzınlıǵın qabıl etemiz. Onda, bul aralıq A noqattan a tuwrı sızıqqa túsirilgen barlıq qıyalar uzınlıǵınan kishi boladı *(10-súwret)*. Bul tastıyıqlawdı dálillewge keyin toqtalamız.

Noqattan tuwrı sızıqqa shekemgi bolǵan aralıq sportta da isletiledi. Mısalı, futbolda 11 metrlik járiyma tobı dárwaza sızıǵınan 11 metr uzaqlıqta jatqan noqattan beriledi *(11-súwret)*.

Qurılısta diywallar hám baǵanalardıń tikligi (polǵa salıstırǵanda perpendikulyarlıǵı) *shulqul* degen ásbap járdeminde tekseriledi. Házirde qurıwshılarımız lazerli hám elektron *shulqul* de paydalanıp atır *(12-súwret)*.

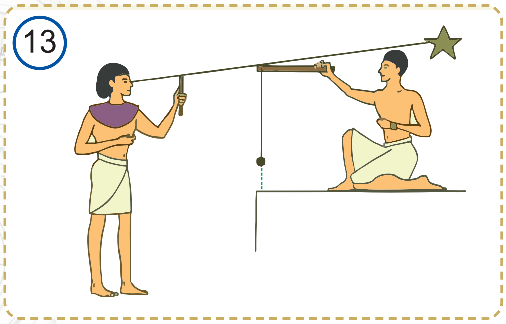






13-súwrette áyyemgi Mısrda múyeshlerdi ólshew procesi keltirilgen. Oǵan qarap bul jumıslar qalay ámelge asırılǵanlıǵın aytıń.

Dalada tuwrı sızıqlardı ótkeriw ushın *eker* ásbabınan paydalanıladı. 14-súwretke qarap onnan qanday paydalanıw múmkinligin túsinip alsa boladı.



6.2. Kerisinshe shama menen oylap dálillew usılı

Bul usıl menen, teoremanıń shárti orınlanǵan bolsa da, onıń juwmaǵı orınlı bolmaydı, dep teoremada keltirilgen dálillewdiń kerisi oylanadı: AB tuwrı sızıqtıń O noqatına túsirilgen perpendikulyar jalǵız bolmasın, yaǵnıy taǵı bir perpendikulyar DO tuwrı sızıq bar bolsın dep alınadı.

Onda, DOB hám COB múyeshlerdiń hárbiri 90° lı bolıp, OB nurǵa qoyılǵan tuwrı múyeshler bolıp qaladı. Biraq bul OB nurǵa anıq bir gradus ólshemge iye tek ǵana bir múyesh qoyıw múmkinligi haqqındaǵı aksiomaǵa qarsı. Bul boljawımızdıń nadurıs ekenligin kórsetedi.

Demek, AB tuwrı sızıqqa onıń O noqatınan tek bir perpendikulyar tuwrı sızıq ótkeriw múmkin.

Kerisinshe shama menen oylap dálillew usılın qollaw sxeması

Teorema (durıs tastıyıqlaw)	***Eger A orınlı bolsa, B orınlı boladı.***
Dálillew:	
Kerisenshe boljaw etemiz	*Teoremada keltirilgen dálillewdiń kerisin shama menen oylaymız, yaǵnıy teoremanıń shárti orınlansın, biraq juwmaǵı orınlı bolmasın:* ***eger A orınlı bolsa, B orınlı bolmaydı.***
Pikirlew júritemiz	Durıslıǵı aldın dálillengen teorema yamasa qabıl etilgen aksiomalarǵa súyene otırıp logikalıq pikirlew júritemiz
Qarama-qarsılıqqa kelemiz	Durıslıǵı aldın dálillengen teorema yamasa qabıl etilgen aksiomalardıń birine qarsı bolǵan tastıyıqqa dus kelip qalamız
Juwmaq shıǵaramız	Demek, boljawımız nadurıs, yaǵnıy berilgen teorema durıs eken.
Teorema dálillendi.	

Kerisinshe shama menen oylap dálillew usılınan turmıslıq jaǵdaylarda da kóp paydalanıladı. Mısalı, shıpaker nawqastıń gripp penen awırmaǵanlıǵın tómendegishe baqlaw júrgizip anıqlawı múmkin. Shama menen oylayıq, nawqas gripp penen awırǵan bolsın. Ol jaǵdayda onıń bası awırıwı hám ısıtpası joqarı bolıwı kerek. Biraq nawqasta bunday belgiler joq. Demek, ol gripp penen awırmaǵan.

Aktivlestiriwshi shınıǵıw

Tómende berilgen tastıyıqlawǵa teris bolǵan tastıyıqlawdı dúziń:

a) CD kesindi a tuwrı sızıqtı kesip ótedi;

b) A hám B noqatlar a tuwrı sızıqtıń bir tárepinde jatadı;

d) CD kesindiniń uzınlıǵı 15 ke teń;

e) AOB múyeshi tuwrı múyesh emes;

f) $\angle ABC > \angle MNL$;

g) AB qıya AC perpendikulyardan uzın.

Teorema. **Bir tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolǵan eki tuwrı sızıq óz ara kesilispeydi.**

AA_1, BB_1 hám CD tuwrı sızıqlar, $AA_1 \perp CD$ hám $BB_1 \perp CD$ *(15-súwret)*

AA_1 hám BB_1 tuwrı sızıqlar óz ara kesilispeydi

Dálillew. Bul teoremanı dálillew ushın kerisinshe shama menen oylap tastıyıqlaw usılın qollaymız. Shama menen oylaymız: teoremanıń shárti orınlanǵan bolsa da, onıń juwmaǵı orınlı bolmasın, yaǵnıy AA_1 hám BB_1 tuwrı sızıqlar qanday da bir M noqatta kesilissin.

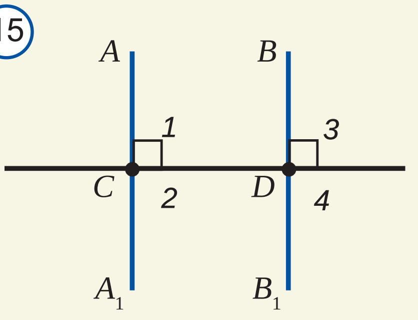
Oyımızda 15-súwretti CD tuwrı sızıq boylap búkleymiz, yaǵnıy joqarı yarımtegislikti "awdarıp" tómengi yarımtegislikke ústpe-úst qoyamız. Bunda 1- hám 2-tuwrı múyeshler teń bolǵanı ushın CA hám CA_1 nurlar ústpe-úst túsedi. Tap soǵan uqsas, DB hám DB_1 nurlarda ústpe-úst túsedi.

Onda AA_1 hám BB_1 tuwrı sızıqlardıń kesilisiw noqatı bolǵan M noqat tómengi yarımtegisliktegi qanday da M_1 noqat penen ústpe-úst túsedi. Bul bolsa, M_1 noqat ta AA_1 hám BB_1 tuwrı sızıqlardıń kesilisiw noqatı ekenligin ańlatadı.

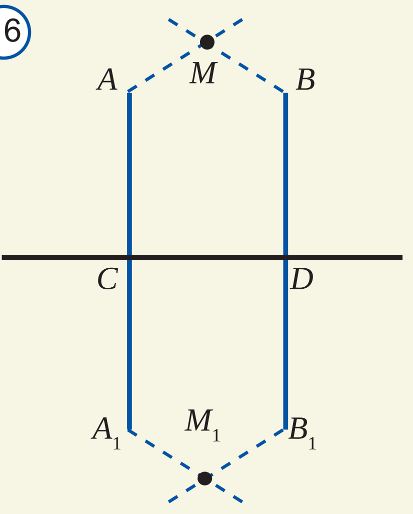
Nátiyjede M hám M_1 noqatlardan eki – AA_1 hám BB_1 tuwrı sızıq ótip qaladı. Biraq bul "hárqanday eki noqattan tek ǵana bir tuwrı sızıq ótedi", degen aksiomaǵa qarsı keledi. Demek, biziń boljawımız nadurıs: bir tuwrı sızıqqa perpendikulyar AA_1 hám BB_1 tuwrı sızıqlar óz ara kesilispeydi.

Teorema dálillendi.

15

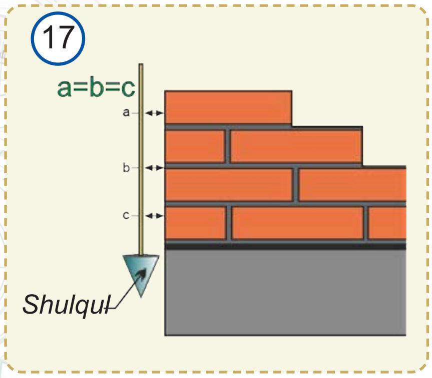


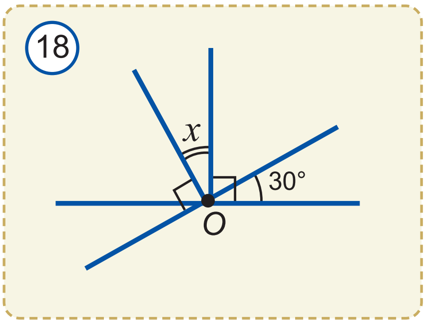
16

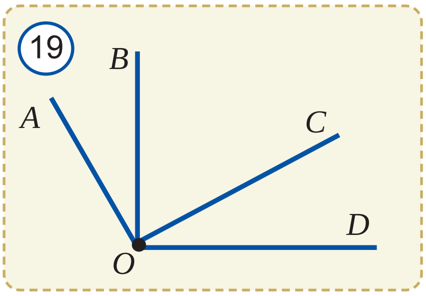


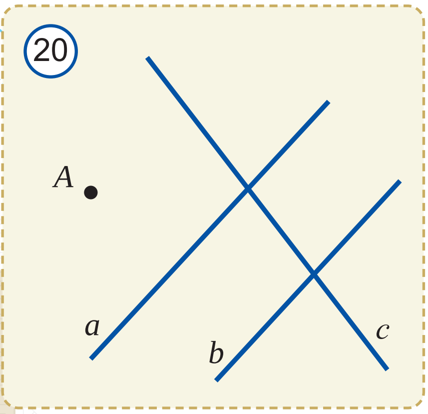
Teorema. **Tuwrı sızıqta jatpaǵan noqattan sol tuwrı sızıqqa birewden artıq perpendikulyar tuwrı sızıq túsiriw múmkin emes.**

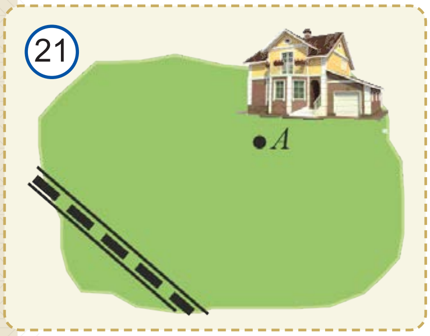
Bul qásiyetti kerisinshe shama menen oylap dálillew usılı járdeminde óz betinshe dálilleń.











Tema boyınsha sorawlar

1. *Qashan tuwrı sızıqlar perpendikulyar dep ataladı? Juwabıńızdı sızılmada túsindirip beriń.*
2. *Berilgen tuwrı sızıqta jatıwshı noqattan oǵan neshe perpendikulyar tuwrı sızıq ótkeriw múmkin? Juwabıńızdı túsindirip beriń.*
3. *Berilgen noqattan tuwrı sızıqqa túsirilgen: a) perpendikulyar b) qıya dep nege aytıladı?*
4. *17-súwretke qarap qurılısta shulqul ásbabınıń isletiliwin túsindiriń.*
5. *Berilgen A noqattan tuwrı sızıqqa neshe qıya túsiriw múmkin?*
6. *Kerisinshe oylap dálillew usılı qanday qaǵıydaǵa tiykarlanǵan?*
7. *Tuwrı múyeshke vertikal bolǵan múyesh neshe gradus?*
8. *a tuwrı sızıq A múyeshtiń tárepleriń B hám C noqatlarda kesip ótedi. AB hám AC tuwrı sızıqlar a tuwrı sızıqqa perpendikulyar bola aladı ma?*
9. *Eki tuwrı sızıqtıń kesilisiwi nátiyjesinde 4 teń múyesh payda boldı. Bul tuwrı sızıqlar perpendikulyar bola ma?*
10. *Noqattan tuwrı sızıqqa shekemgi bolǵan aralıq degenimiz ne?*

Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. Sızǵısh hám goniya járdeminde berilgen tuwrı sızıqqa onda jatıwshı noqattan ótetuǵın perpendikulyar tuwrı sızıq jasań.

2. a tuwrı sızıqta A, B, C noqatlardı belgileń hám transportir járdeminde bul noqatlardıń hárbiri arqalı a tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolǵan tuwrı sızıqlardı ótkeriń.

3. 18-súwrettegi belgisiz múyesh - x ti tabıń.

4. 19-súwrette eger $OB \perp OD$ hám $OA \perp OC$ bolsa, $\angle AOB = \angle COD$ bolıwın kórsetiń.

5. Goniya járdeminde A noqattan a, b hám c tuwrı sızıqlarǵa shekemgi bolǵan aralıqlardı tabıń *(20-súwret)*.

6. Transportir hám ápiwayı sızǵısh járdeminde 21-súwrette súwretlengen dem alıw ornınan temir jolǵa shekemgi bolǵan eń qısqa aralıqtı anıqlań. Masshtab (kólem): 1:10000.

7. A, B, C noqatlar bir tuwrı sızıqta jatsa hám: a) AB=3,6; BC=5,4; AC=9; b) AB=2,4; BC=4,2; AC=1,8 bolsa, C noqattıń A hám B noqatlar arasında jatpaytuǵınlıǵın dálilleń. Bul noqatlardan qaysı biri qalǵan ekewiniń arasında jatadı?

8*. Qońsılas múyeshler bissektrisaları arasındaǵı múyeshti tabıń.

9*. Vertikal múyeshler teńligin kerisinshe shama menen oylap dálillew usılı menen dálilleń.

10*. Eger $\angle AOB$ = 58°,$\angle BOC$ = 17° hám $\angle AOC$ = 41° bolsa, OA, OB hám OC nurlardan qaysı biri qalǵan ekewiniń arasında jatadı?

11. Eki tuwrı sızıqtıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerden ekewiniń qosındısı 120°. Bul múyeshlerdi tabıń.

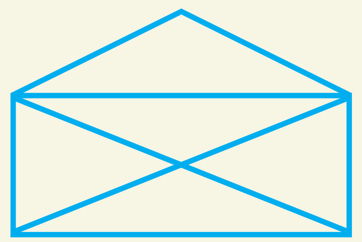
12. Eki tuwrı sızıqtıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerden ekewiniń ayırması 20° qa teń. Bul múyeshlerdi tabıń.

13*. Vertikal múyeshlerdiń bissektrisaları bir tuwrı sızıqta jatıwın dálilleń.

14*. Tegislikte úsh A, B, C noqat berilgen: AB=2,6, AC=8,3, BC=6,7. Bul noqatlardıń bir tuwrı sızıqta jatpaytuǵınlıǵın dálilleń.

15*. Eki tuwrı sızıqtıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerden ekewiniń qosındısı 180° qa teń emes. Bul múyeshlerdiń vertikal múyeshler ekenligin dálilleń.

22



Geometriyalıq basqatırmalar

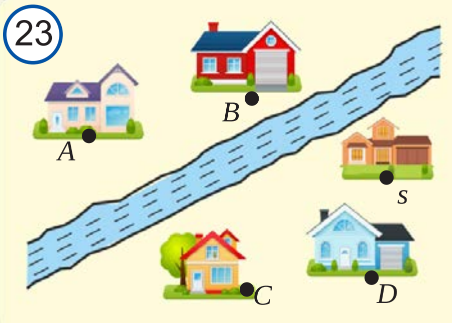
1. a) 10; b) 11 birdey shırpı shóbinen 3 teń kvadrat dúziń.

2. 12 birdey shırpı shóbinen, olardı sındırmastan: a) 4; b) 6 teń kvadrat jasay alasız ba?

3. 22-súwrette kórsetilgen figuranı qálemdi qaǵazdan almastan hám bir kesindiniń ústinen eki márte júrgizbesten sızıp kóriń.

4. Dárya jaǵasında bes awıl bolıp, olardan úshewi dáryanıń bir tárepinde, qalǵan ekewi bolsa dáryanıń ekinshi tárepinde jaylasqan *(23-súwret)*. Eger hárbir awıl qalǵan awıllar menen tikkeley jollar menen baylanısqan bolsa, bul jollardıń neshewi dáryanı kesip ótedi?

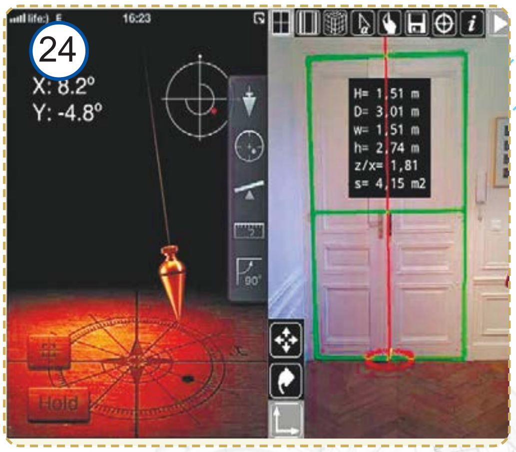
23



Geometriyada AKT

Qurıwshı ustalar ushın islep shıǵılǵan, "iHandy Carpenter" dep atalǵan mobil telefonınıń baǵdarlawshı qosımshası qálegen imarat yamasa qurılıstıń tik sızıqqa (gorizontqa) salıstırǵanda qanshelli tik ekenligin anıqlap beredi. Onıń ushın telefonda usı qosımshanı iske túsirip, imarat yamasa qurılısqa qaratıw jetkilikli *(24-súwret)*.

24

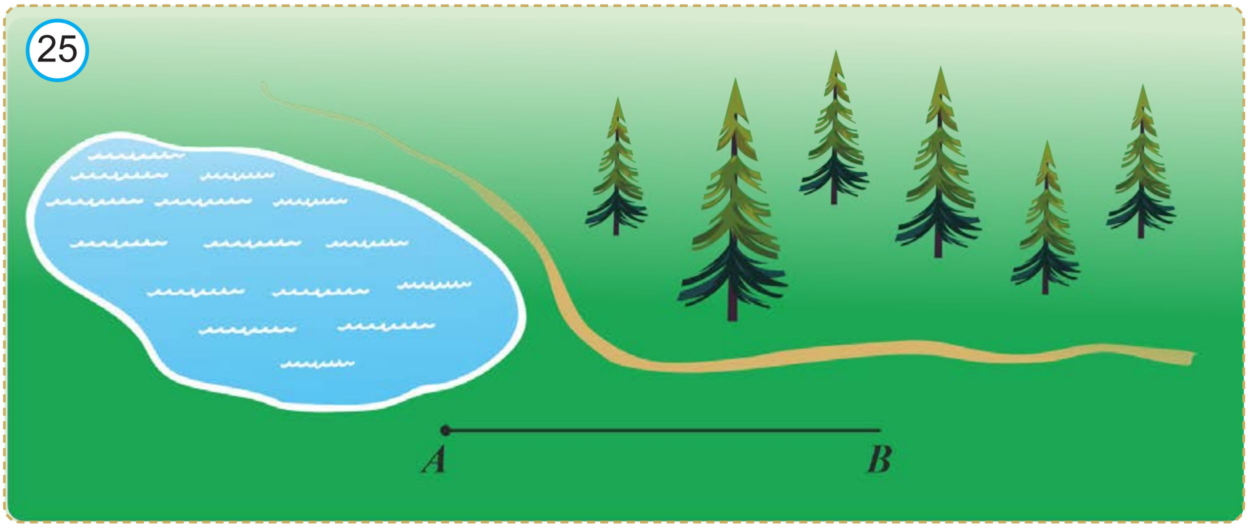


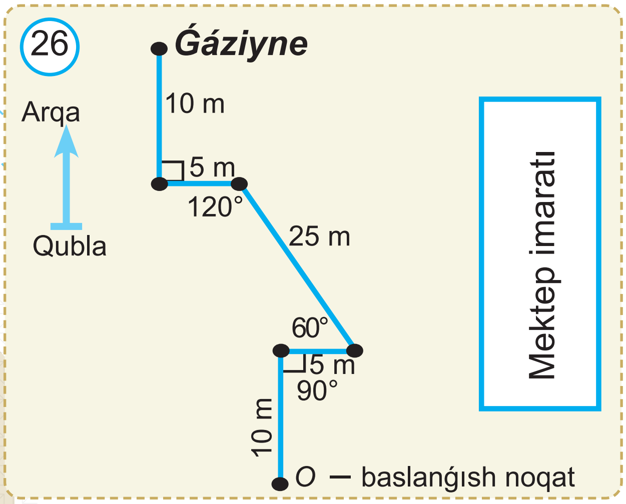
Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. Ǵáziyneni tabıń

25-súwrette karta hám AB nur súwretlengen. Bul nurǵa kól jaylasqan yarımtegislikte jatıwshı 60° lı múyesh qoyıń. Jasalǵan múyeshtiń AB dan ayrıqsha tárepi boylap 60 m júriń. C noqatqa kelesiz. CA nurǵa taǵı sol kól jaylasqan yarımtegislikte jatıwshı 120° lı múyesh qoyıń. Bul múyeshtiń CA nurdan ayrıqsha tárepi boylap 120 m júriń. Bul jerde - biyik qaraǵay astında ǵáziyne kómilgen.

Karta masshtabı (kólemi):1:2000. Kartanıń ólshemlerin ózgertpesten onı dápterińizge sızıp alıń. Ǵáziyne jasırılǵan noqattı tabıń.





2. Ashıq hawada geometriyalıq jarıs

Jarısta eki yamasa onnan artıq toparlar qatnasıwı múmkin. Hárbir toparǵa ruletka hám úlken transportirden paydalanıwǵa ruqsat beriledi. Klass gruppalarǵa bólinip, mektep maydanınıń túrli múyeshlerinde jumıs alıp baradı. "Ǵáziyne" (mısalı, kóbikshe, konvertte xat,...) aldınnan maydannıń qanday da bir jerine kómip qoyıladı.

Ǵáziynege alıp baratuǵın kartalar da oqıtıwshı tárepinen aldınnan dúziledi hám toparlarǵa tarqatıladı. (Karta úlgisi 26-súwrette kórsetilgen.) Toparlar óz kartaları tiykarında ǵáziyneni tabıwǵa kirisedi. Qaysı topar birinshi bolıp kartada kórsetilgen sınıq sızıq boylap hámme noqatlardı anıqlap, ǵáziyneni tapsa, sol topar jeńimpaz dep tabıladı.

Úyge tapsırma. Úyińizden mektepke keletuǵın joldıń 25-súwrettegi sıyaqlı kartasın dúziń. Shamalap bul joldıń uzınlıǵın anıqlań.

7 ÁMELIY SHÍNÍǴÍW HÁM QOLLANÍW. BILIMIŃIZDI SÍNAP KÓRIŃ

1. Tómendegi gápler durıs pa? "Awa" yamasa "Yaq" dep juwap beriń.

1. Hárqanday múyesh ushın tek bir vertikal múyesh jasaw múmkin.
2. Hárqanday múyesh ushın tek bir qońsılas múyesh jasaw múmkin.
3. Eger múyeshler vertikal bolsa, olar teń boladı.
4. Eger múyeshler teń bolmasa, olar vertikal múyesh bolmaydı.
5. Eger múyeshler vertikal bolmasa, olar teń bolmaydı.
6. Eger eki múyesh qońsılas bolsa, ol jaǵdayda olardıń biri doǵal, ekinshisi súyir múyesh boladı.
7. Eger eki múyesh qońsılas bolsa, ol jaǵdayda olardıń biri ekinshisinen úlken boladı.
8. Eger eki múyesh qosındısı 180° qa teń bolsa, olar qońsılas múyeshler boladı.
9. Eger eki múyesh qosındısı 180° qa teń bolmasa, olar qońsılas múyeshler bolmaydı.
10. Eger eki múyesh teń bolsa, olarǵa qońsılas bolǵan múyeshler de teń boladı.
11. Eger qońsılas múyeshler teń bolsa, olar tuwrı múyeshler boladı.
12. Eger eki múyesh ulıwma tóbege iye bolsa, olar vertikal múyeshler boladı.
13. Eger eki múyesh ulıwma tárepke iye bolsa, olar qońsılas múyeshler boladı.

2.Gáplerdi mánisinen kelip shıǵıp tolıqtırıń.

1. Noqat hám tóbeleri usı noqatta bolǵan... .... ibarat figura múyesh dep ataladı.
2. Tegislikte eki noqat arqalı... .... tuwrı sızıq ótkeriw múmkin.
3. Jayıq múyeshtiń gradus ólshemi... .... teń.
4. Eki tuwrı sızıq tek... .... kesilisedi.
5. Múyeshtiń tóbesinen shıǵıp, onı... .... múyeshtiń bissektrisası dep ataladı.
6. Tuwrı sızıqtıń qanday da bir noqatı hám onnan bir tárepte jatqan noqatlardan ibarat bólegi... .... dep ataladı.
7. Ulıwma tárepke iye bolıp, qalǵan eki tárepi tuwrı sızıqtı payda etiwshi múyeshler... .... dep ataladı.
8. Tuwrı sızıq tegislikti... .... ajıratadı.
9. Vertikal múyeshlerdiń bissektrisaları... ....payda etedi.
10. Kesindini teń... .... usı kesindiniń ortası dep ataladı.
11. Eger qońsılas múyeshler... ...., olar tuwrı múyeshler boladı.
12. Teń kesindilerdiń... .... de teń boladı.

3. Tómende keltirilgen gáplerde qáte bolsa, onı tabıń hám dúzetiń.

1. Qosındısı 180° qa teń bolǵan múyeshler qońsılas múyeshler boladı.
2. Tegisliktegi qálegen eki tuwrı sızıq tek bir ulıwma noqatqa iye boladı.
3. Múyeshtiń tóbesinen ótip, onı teń ekige bóliwshi tuwrı sızıq múyeshtiń bissektrisası dep ataladı.
4. Qálegen noqat arqalı tek eki tuwrı sızıq ótkeriw múmkin.
5. Eki tárepi de nurlarda jatıwshı múyesh jayıq múyesh dep ataladı.

6. Tegisliktegi eki tuwrı sızıq onı eki yarımtegislikke ajıratadı.
7. Eki tuwrı sızıqtıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerge vertikal múyeshler dep ataladı.
8. Kesindini ekige bóliwshi noqat kesindiniń ortası dep ataladı.
9. Berilgen nurdan yarımtegislikke tek bir tuwrı múyesh qoyıw múmkin.
10. Tegisliktegi qálegen A, B, C noqatlar ushın $AB+BC=AC$ teńlik orınlı.
11. Vertikal múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teń.

4. Berilgen qásiyetke iye bolǵan geometriyalıq figuranı oń baǵanadaǵı sáykes qatarǵa jazıń.

1	Qosındısı 180° qa teń	
2	Tárepleri nurlardan ibarat	
3	Shaması 180° qa teń	
4	Belgili uzınlıqqa iye	
5	Kesindini teń ekige bóledi	
6	Dálillewsiz durıs dep qabıl etilgen qásiyet	
7	Múyeshti teń ekige bóledi	
8	Tuwrı sızıqlar kesiliskende payda boladı	
9	Durıslıǵın dálillew zárúr	
10	Ólshemge iye emes	

5. Birinshi baǵanada berilgen geometriyalıq túsiniklerge ekinshi baǵanadan tiyisli qásiyet yamasa talqılawlardı tawıp, sáykes qoyıń:

Geometriyalıq túsinikler	*Qásiyeti yamasa tastıyıqlawı*
	(A) "Geometriya" sóziniń mánisi.
1. Noqat	(B) qosındısı 180° qa teń.
2. Tuwrı sızıq	(C) óz ara teń múyeshler.
3. Jer ólshew	(D) tuwrı sızıqtaǵı noqat hám onnan bir tárepte jatqan noqatlar.
4. Kesindi	
5. Nur	(E) 180°.
6. Kesindi uzınlıǵı	(F) ulıwma tóbege iye bolǵan eki nur.
7. Teń figuralar	(G) uzınlıǵın ólshep bolmaydı.
8. Yarımtegislik	(H) tuwrı múyeshtiń 90 nan 1 bólegi.
9. Planimetriya	(I) dálillewsiz qabıl etiletuǵın tastıyıqlaw.
10. Múyesh	(J) dálilleniwi kerek bolǵan tastıyıqlaw.
11. 1 gradus	(K) tuwrı sızıqtıń eki noqatı hám olar arasındaǵı noqatlar.
12. Jayıq múyesh gradus ólshemi	(L) tegisliktegi geometriyalıq figuralardıń qásiyetlerin úyrenedi.
13. Vertikal múyeshler	(M) múyeshti teń ekige bóledi.
14. Qońsılas múyeshler	(N) tegisliktiń tuwrı sızıq ajıratqan bólimlerinen biri.
15. Teorema	(O) bólimlerge iye emes.
16. Aksioma	(P) oń san.
17. Bissektrisa	(Q) áyne ústpe-úst túsetuǵın etip qoyıw múmkin.

6. Testler

1. Anıqlamasız qabıl etilgen tiykarǵı geometriyalıq túsiniklerdi kórsetiń:
   a) tegislik; b) noqat; c) kesindi; d) tuwrı sızıq .
   A) a; b; c B) b; c; d C) a; b; c; d D) a; b; d
2. Eki qońsılas múyeshtiń ayırması 24°qa teń bolsa, olardan kishisin tabıń:
   A) 72° B) 76° C) 78° D) 82°
3. Geometriya pán sıpatında dáslepki ret qaysı mámlekette qáliplesken?
   A) Áyyemgi Mısr B) Bobil C) Greciya D) Qıtay
4. Eki tuwrı sızıqtıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerden úshewiniń qosındısı 200° qa teń. Múyeshlerden kishisin tabıń:
   A) 20° B) 40°C) 60° D) 80°
5. Heshqanday úshewi bir tuwrı sızıqta jatpaytuǵın 4 noqat berilgen. Usı noqatlardıń hárbir jubı arqalı tuwrı sızıqlar ótkerildi. Olardıń sanın tabıń.
   A) 1 B) 4 C) 5 D) 6
6. Múyesh bissektrisası onıń tárepi menen 60° lı múyesh payda etedi. Berilgen múyeshke qońsılas bolǵan múyeshti tabıń:
   A) 30° B) 60° C) 90° D) 120°

7. AB kesindini 2 tuwrı sızıq kesip ótse, kóbi menen neshe AB kesindi jatqan kesindi payda boladı?
   A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

8. Saat 4 bolǵanda, saat hám minut tilleri arasındaǵı múyesh neshe gradus boladı?
   A) 60° B) 75° C) 105° D) 120°

9. $AB = 6,\ C \in AB,\ AC = 3BC,\ BC$ = ?
   A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 3

10. Saat tili 30 minutta neshe gradusqa burıladı?
   A) 180° B) 15° C) 60° D) 30°

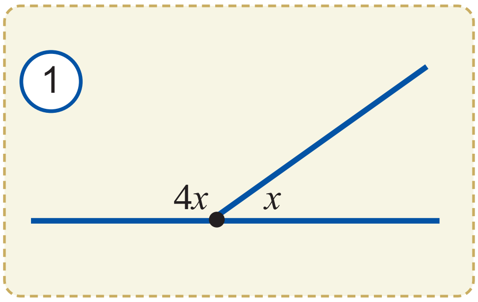
11. $AB = 18,\ C \in AB,\ AC - BC = 4,\ BC$ = ?
   A) 7 B) 8 C) 10 D) 11

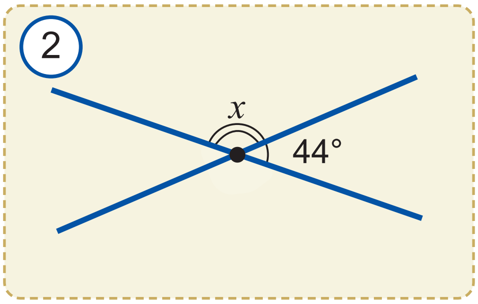
12. Vertikal múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teń. Bul múyeshlerdi tabıń:
   A) 60° hám 120° B) 45° hám 135°
   C) 90° hám 90° D) 45° hám 45°

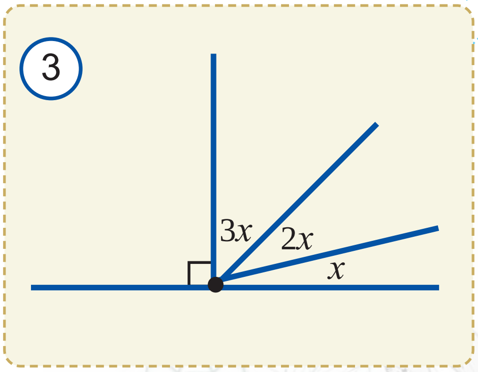
13. Úsh tuwrı sızıq tegislikti eń kóbi menen neshe bólekke ajıratıwı múmkin?
   A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

14. 1-súwrettegi x ti tabıń.
   A) 30° B) 36° C) 45° D) 60°

15. 2-súwrettegi x ti tabıń.







A) 136° B) 72° C) 56° D) 96°

16. 3-súwrettegi x ti tabıń.

A) 15° B) 30° C) 45° D) 60°

17. Tómendegi pikirlerden durısın tabıń.

A) Tegislikte berilgen noqattan tek bir tuwrı sızıq ótkeriw múmkin.

B) Tuwrı sızıqtıń qanday da bir noqatı hám onnan bir tárepte jatqan noqatlarınan ibarat bólegine nur dep ataladı.

C) Tuwrı sızıqtıń eki noqatı arasında jatqan noqatlarınan ibarat bólegi kesindi dep ataladı.

D) Hárqanday nurdan berilgen yarımtegislikke tek ǵana bir múyesh qoyıw múmkin.

18. Tómendegi pikirlerden durısın tabıń.

A) Qońsılas múyeshler jayıq múyesh boladı.

B) Eger AB = 5 cm, BC = 6 cm bolsa, AC = 11 cm boladı.

C) Eger múyeshler teń bolsa, olar vertikal múyeshler boladı.

D) Eger eki múyesh teń bolsa, olarǵa qońsılas bolǵan múyeshler de teń boladı.

7. Máseleler.

1. Transportir járdeminde bir tárepi ulıwma bolǵan 10°, 20°, 40°, 60°, 90°, 130°, 170° lı múyeshlerdi jasań.

2. Jayıq múyeshtiń bissektrisası onıń tárepleri menen qanday múyesh payda etedi?

3. Múyeshtiń bissektrisası onıń tárepi menen 30° lı múyesh payda etken bolsa, múyeshtiń ózi neshe gradus?

4. Múyeshtiń bissektrisası onıń tárepleri menen doǵal múyesh payda etiwi múmkin be?

5. $\angle AOB$=50°, $\angle BOC$=80° bolsa, AOB hám BOC múyeshlerdiń bissektrisaları arasındaǵı múyeshti tabıń. Másele neshe sheshimge iye?

6. 15° lı múyeshke 10 márte úlkeytiwshi lupa (ayna) arqalı qaraǵanda, ol neshe graduslı múyesh bolıp kórinedi?

7. a) 90°; b) 60°; c) 50°; d) 20° lı múyeshtiń bissektrisasın transportir járdeminde jasań.

8*. $\angle AOB$=120° bolǵan múyeshtiń OK bissektrisasın transportir járdeminde jasań. Keyininen payda bolǵan AOK hám KOB múyeshlerdiń bissektrisaların jasań hám bul bissektrisalar arasındaǵı múyeshti tabıń.

9*. Eger AB=1,8 m, AC= 1,3 m hám BC= 3 m bolsa, A, B hám C noqatlar bir tuwrı sızıqta jatadı ma?

10. A,B hám C noqatlar bir tuwrı sızıqta jatadı. Eger AB = 2,7m, AC = 3,2 m bolsa, BC kesindiniń uzınlıǵın tabıń. Másele neshe sheshimge iye?

11. Uzınlıǵı 15 m bolǵan AB kesindide C noqatı belgilengen. Eger:

a) AC kesindi BC kesindiden 3 m uzın;

b) C noqat AB kesindiniń ortası bolsa;

c) AC hám BC kesindilerdiń uzınlıqları 2:3 qatnasta bolsa, AC hám BC kesindiler uzınlıqların tabıń.

12. A,B,C,D noqatlar bir tuwrı sızıqta jatadı. Eger B noqat AC kesindiniń, C noqat bolsa BD kesindiniń ortası bolsa, $AB=BC=CD$ ekenligin kórsetiń.

13. Heshbir úshewi bir tuwrı sızıqta jatpaytuǵın: a) 6 ; b) 7; c) 10 noqattıń hár ekewi arqalı tuwrı sızıq ótkerilgen. Jámi neshe tuwrı sızıq ótkerilgen?

14. OA hám OB nurlar qashan ústpe-úst túsedi?

15. AB nurda C noqat, BA nurda D noqat sonday alınǵan, AC = 0,7 hám BD = 2,1. Eger AB = 1,5 bolsa, CD nı tabıń.

16. 4-súwrette neshe vertikal múyeshler juplıǵı súwretlengen?

17*. Eger saat hám minut tilleri arasındaǵı múyesh 45° bolıp, minut tili 6 da turǵan bolsa, saat qaysı waqıttı kórsetip atırǵan boladı?

18. Tuwrı sızıqqa onda jatpaytuǵın O noqattan OA qıya hám OB perpendikulyar ótkerilgen. Olardıń uzınlıqları qosındısı 13, ayırması bolsa 1 ge teń bolsa, O noqattan tuwrı sızıqqa shekemgi aralıqtı tabıń.

19. AOB hám BOC qońsılas múyeshler ekenligi belgili. Eger:

a) AOB múyesh BOC múyeshten 40° qa úlken;

b) AOB múyesh BOC múyeshten 4 márte kishi;

c) $\angle AOB = \angle BOC + 44°$;

d) $\angle AOB = 5 \cdot \angle BOC$ bolsa, bul múyeshlerdi tabıń.

20. Eki tuwrı sızıq kesilisiwinen tórt múyesh payda boldı. Olardan ekewiniń gradus ólshemleri qosındısı 100° qa teń bolsa, bul tórt múyeshtiń gradus ólshemlerin tabıń.

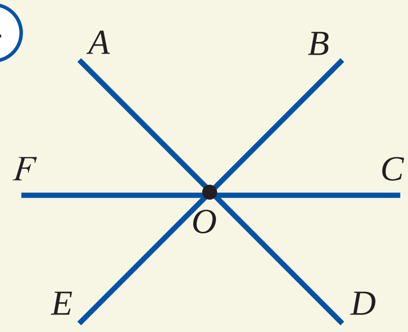
21*. A, B hám C noqatlar tegislikte sonday jaylasqan, a) $AC+CB=AB$; b) $AB+AC=BC$. Qaysı noqat qalǵan ekewiniń arasında jatadı?

22. 5-súwrettegi múyeshlerdiń táreplerine olardıń A hám B noqatları arqalı perpendikulyar tuwrı sızıqlar ótkeriń. Bul tuwrı sızıqlar kesilisiw noqatında qanday múyeshler payda etedi?

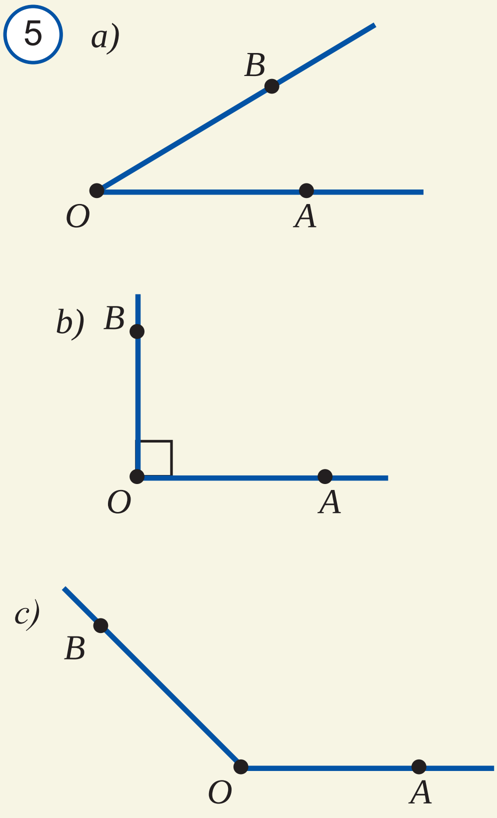
23*. Múyeshtiń tóbesinen shıǵıp, ishki oblastınan ótetuǵın: a) 2; b) 3; c) n nur ótkerilgen. Bunda jámi berilgen múyesh penen birge jámi neshe múyesh payda boladı?

24*. Gazeta beti qalıńlıǵı 0,1 mm. Ol teńdey etip eki búklendi. Payda bolǵan eki qabat gazeta bólegi taǵı búklendi hám taǵı basqa. Bul jumıs nátiyjede 50 márte qaytalandı. Nátiyjede qanday qalıńlıqtaǵı gazeta qatlamı payda boladı?

4



5



Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

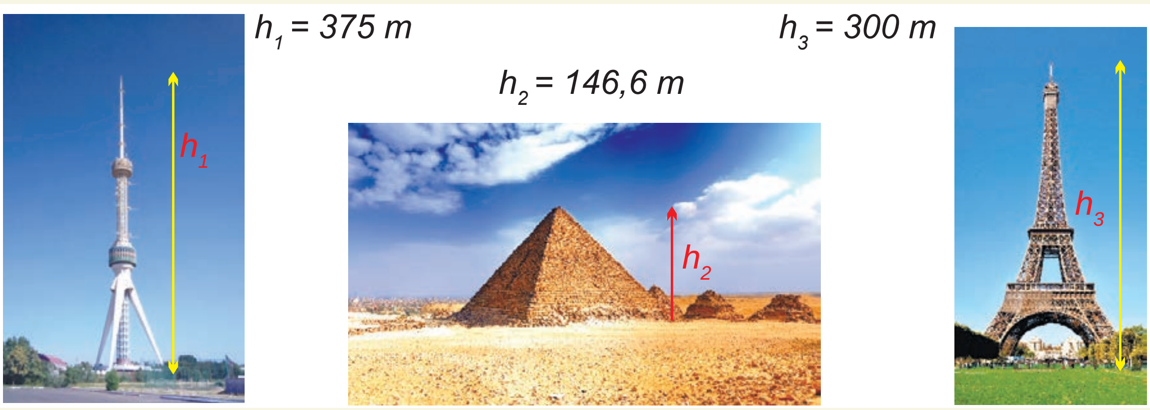
1. 7-klass "Geometriya" sabaqlıǵınıń bir betiniń qalıńlıǵın anıqlaw jolın oylap tabıń hám ólsheń.

2. Qanday da bir deneniń biyikligin onıń eń biyik noqatınan ultanı jatqan tegislikke túsirilgen perpendikulyar uzınlıǵı menen anıqlanadı. Eger bunday perpendikulyardı túsiriw múmkinshiligi bolmasa, oǵan teń bolǵan kesindi biyiklik retinde qaraladı *(6-súwret)*. Mısalı, imarat, piramida, minara biyikligi, yamasa qudıq tereńligi hám taǵı basqa. Geyde tegisliktegi tegis figuralar biyikligi de sonday anıqlanadı.

a) Shaynek, kese, tabaq, gúl túbek, qazan sıyaqlı túrli úy-úskeneniń biyikliklerin ólshew jolın oylap tabıń hám olardıń biyikliklerin ólsheń.

b) Tuwrı múyeshli parallelepiped, úshmúyeshli piramida, konus hám shar sıyaqlı geometriyalıq figura (dene) modelleriniń biyikliklerin ólsheń.

6



2-baqlaw jumısı úlgisi

Úlgili baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat bolıp, birinshi bólimde joqarıda keltirilgen testlerge uqsas bes test kiritiledi. Ekinshi bólimde bolsa tómendegi keltirilgen máselelerge uqsas 4 másele beriledi (4-másele "ayrıqsha" baha alıwshı oqıwshılar ushın qosımsha):

1. MN hám KL tuwrı sızıqlardıń kesilisiwinen payda bolǵan MOL hám KON vertikal múyeshlerdiń qosındısı 148° qa teń. MOK múyeshti tabıń.

2. Qońsılas múyeshlerdiń ayırması 60° qa teń. Bul múyeshlerdiń kishisin tabıń.

3. Múyesh bissektrisası usı múyeshtiń tárepi menen 66° lı múyesh payda etedi. Bul múyeshke qońsılas bolǵan múyeshti tabıń.

4*. Qońsılas múyeshler bissektrisaları tuwrı múyesh astında kesilisiwin dálilleń.

"GeoGebra"dan paydalanıw tiykarları

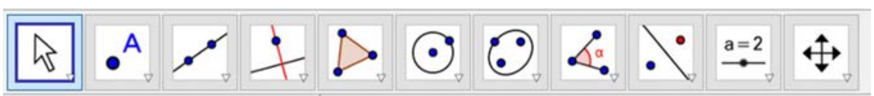
"GeoGebra" interfeysi

GeoGebra iske túsirilgennen keyin tómendegi kórinistegi ayna payda boladı(*1-súwret*):

1

Главное меню (tiykarǵı menyu) – GeoGebra baǵdarlaması tárepinen usınıs etilgen funkciyalarǵa kiriw menyusı.

Панель инструментов (úskeneler paneli) – baǵdarlama tárepinen usınıs etilgen qural (úskene) lar kompleksi arqalı túrli sızılmalardı jaratıw múmkin.



Графическое окно (grafikalıq kórinis maydanı) - geometriyalıq sızılmalardı sızıw hám súwretlew maydanı.

Панель объектов (algebralıq kórinis maydanı) - geometriyalıq sızılmalarǵa baylanıslı tiyisli koordinata hám teńlemelerdi súwretlew maydanı.

Строка ввода (kiritiw qatarı) - noqat ornın, algebralıq teńleme yamasa buyrıqlardı kiritiw maydanı.

Úskenelar panelinde usınıs etilgen geometriya quralların paydalanıp, tıshqansha járdeminde hár qıylı geometriyalıq figuralardı jaratıwıńız múmkin. Usınıń menen bir waqıtta algebralıq kórinis aynasında sızılmaǵa tiyisli koordinata hám teńlemeler súwretlenedi. Basqa tárepten, siz tuwrıdan-tuwrı klaviatura járdeminde **Ввод...** maydanına algebralıq maǵlumatlar, buyrıqlar hám funkciyalardı kiritiwińiz múmkin. Barlıq sızılmalardıń grafikalıq kórinisi *grafikalıq kórinis maydanında* sáwlelendirilse, olardıń algebralıq sanlı kórinisi *algebralıq kórinis aynasında* sáwlelendiriledi. **GeoGebra**da geometriya hám algebra biri-biri menen baylanıslı usılda isleydi.

"GeoGebra" interfeysi hár tárepleme qolaylı bolıp, onı ózińizge qolaylastırıwıńız mum kin. Grafikalıq hám algebralıq kórinislerden tısqarı **GeoGebra**da, algebralıq kórinis hám de grafikalıq kórinis aynaları da bar.

Bul hár qıylı kórinisler “**Вид**” menyusı járdeminde kórsetiliwi yamasa jasırın usılda ótkeriliwi múmkin.

• Tiyisli túymeni basıw arqalı oǵan uqsas funkciyanı aktivlestiriń.

• Túymeni tómengi bólegine basıw arqalı qosımsha menyudı ashıń hám onnan kerekli úskeneni saylań.

• Úskeneler paneliniń oń tárepindegi ? belgini basıp, áyne waqıtta aktiv bolǵan qural (úskene) haqqında maǵlıwmat alıń.

“GeoGebra”da fayllardı saqlaw

• **“Файл”** menyusın ashıń hám **Сохранить** buyrıǵın saylań.
• Ashılǵan baylanısıw aynasınan kerekli papkanı saylań.
• Fayl atın kiritiń.
• “**Сохранить**” túymesin basıń hám procesti juwmaqlań.

Esletpe. *“.ggb” keńeytpeli fayl jaratıladı hám onı tek GeoGebra baǵdarlaması arqalı ashıw múmkin.*

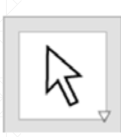
“GeoGebra”da fayllardı ashıw

GeoGebra baǵdarlamasında jańa ayna (**“Файл” - “Новое окно”**) ashıń.
Ashılǵan jańa aynada kompyuter yadındaǵı fayldı ashıń. Fayldı ashıw ushın **“Файл”- “Открыть”** buyrıǵın saylań.
Fayl saqlanǵan papkanı ashıń hám .ggb keńeytpeli fayldı saylań, “**Открыть**” túymesin basıń.

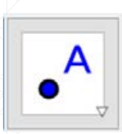
“GeoGebra”nıń úskeneler panelinen paydalanıw boyınsha kórsetpeler

GeoGebra qurallarınıń geyparaları haqqında teoriyalıq maǵlıwmatlarǵa iye bolmasańız da, olardıń sırtqı kórinisi arqalı ańsat ǵana túsinip alıw múmkin. Bul qurallardan paydalanıw tiykarınan úyretiwshi oqıw faylları bar bolıp, hárbir qural ushın bólek **GeoGebra** (.ggb) faylı kiritilgen.

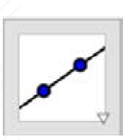
“GeoGebra” úskeneler panelindegi tiykarǵı úskenelerdiń wazıypası



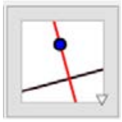
Перемещать (Jıljıtıw) - túrli obyektler (noqat, tuwrı sızıq, kópmúyeshlik hám basqalar) di jıljıtıw.



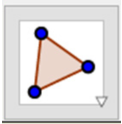
Точка (Noqat)- tegislikte noqat jasaw.



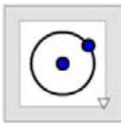
Прямая (Tuwrı sızıq) - tegislikte berilgen eki noqat arqalı tuwrı sızıq jasaw.



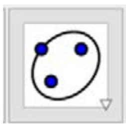
Перпендикулярная прямая (Perpendikulyar tuwrı sızıq) - berilgen noqat arqalı tuwrı sızıqqa perpendikulyar ótkeriw.



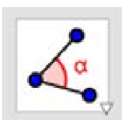
Многоугольник (Kópmúyeshlik) – qálegen túrdegi kópmúyeshlikti jasaw.



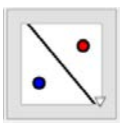
Окружность по центру и точке (Sheńber orayı hám noqatına kóre) -sheńber orayın belgilew arqalı sheńber jasaw.



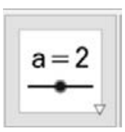
Эллипс (Ellips) – ellips fokuslerin hám ondaǵı noqattı beriw arqalı ellips jasaw.



Угол (Múyesh) – úsh noqat yamasa eki tuwrı sızıq arqalı múyesh jasaw.



Отражение относительно прямой - (Tuwrı sızıqqa salıstırǵanda sáwlelendiriwshi) - kerekli obyektti hám tuwrı sızıqtı belgilew arqalı obyektti tuwrı sızıqqa salıstırǵanda sáwlelendiriw.



Ползунок (Súrgish) - uzınlıq hám múyeshler shamasın ózgeriwshi sıpatında qanday da bir aralıqta úzliksiz ózgertiw múmkinshiligin beretuǵın animaciya úskenesi.

1. Tuwrı sızıq jasaw

Tuwrı sızıq eń ápiwayı hám sheksiz geometriyalıq figura. Onıń súwretin payda etiw ushın:

1) Úskeneler panelinde “Прямые линии” (“Tuwrı sızıqlar”) toparın ashamız (2-súwret);

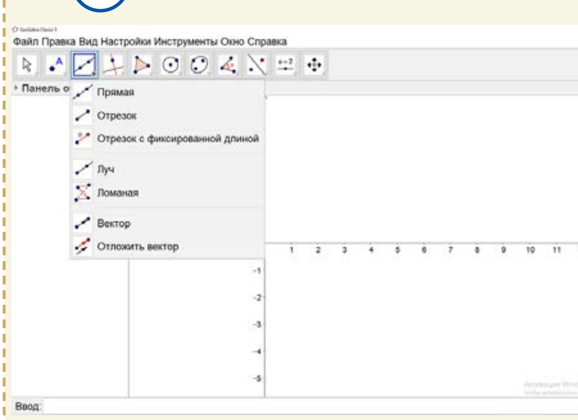
2) “Прямая” (”Tuwrı sızıq”) úskenesi ústine tıshqanshanıń shep túymesin basamız;

3) tıshqanshanıń shep túymesin basıp, eki A hám B noqatlardı belgileymiz;

4) ekranda sol eki noqattan ótetuǵın tuwrı sızıq payda boladı (3-súwret).

Tuwrı sızıq súwretiniń ústine tıshqanshanıń shep túymesin basıp onıń ornın almastırıp, yaǵnıy onı jıljıtıw múmkin. Sonday-aq, onıń reńi hám túrin anıqlawda hám onı qálegen háripler menen belgilew imkanı da bar.

2



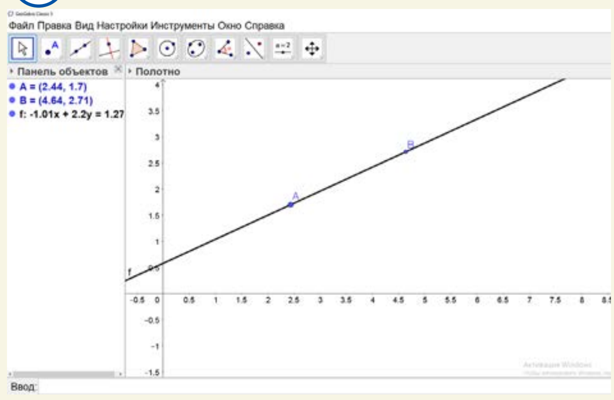
2. Nur jasaw algoritmin dúziw hám jasaw

Joqarıdaǵı algoritmge uqsas nur jasaw algoritmin dúziń hám nur jasań.

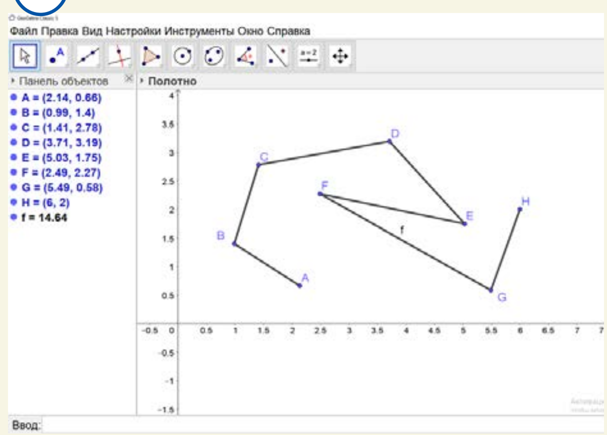
3. Kesindi jasaw algoritmin dúziw hám jasaw

Joqarıdaǵı algoritmge uqsas kesindi jasaw algoritmin dúziń hám kesindi jasań.

3



4



4. Sınıq sızıq jasaw

Sınıq sızıq - noqatlar hám olardı birlestirip turıwshı kesindilerden ibarat figura. Onıń súwretin payda etiw ushın:

1) úskeneler panelinde “**Прямые линии**” (“Tuwrı sızıqlar”) toparın ashamız;

2) menyudan “**Ломанная**” (“Sınıq sızıq”) ústine tıshqanshanıń shep túymesin basıp tańlaymız;

3) tıshqanshanıń shep túymesin basıp, sınıq sızıqtıń izbe-iz tóbelerin belgileymiz;

4) ekranda tóbeleri sol noqatlardan ibarat bolǵan sınıq sızıq payda boladı *(4-súwret).*

Tıshqanshanıń shep túymesin tuwrı sızıq súwretiniń ústine basıp, onıń ornın almastırıw yaǵnıy onı qozǵaw múmkin. Sonıń menen birge, onıń reńi hám túrin anıqlaw hám onı hárip penen belgilew imkanı da bar.

5. Perpendikulyar tuwrı sızıqlardı jasaw

Eki tuwrı sızıq tuwrı múyesh astında kesilisse, olar perpendikulyar tuwrı sızıqlar dep ataladı. Olardıń súwretin payda etiw ushın:

1) úskeneler panelinde “**Специальные прямые**” (“Arnawlı tuwrı sızıqlar”) toparın ashamız;

2) menyudan “**Перпендикуляр**” (“Perpendikulyar”) ústine tıshqanshanıń shep túymesin basıp tańlaymız;

3) kesindi (tuwrı sızıq) jasaymız;

4) noqattı belgileymiz (noqat kesindi yamasa tuwrı sızıqta da jatıwı múmkin);

5) tıshqanshanıń shep túymesin basıp, jumıs bóliminde perpendikulyar tuwrı sızıqlardı payda etemiz.

6. Parallel tuwrı sızıqlardı jasaw algoritmin dúziw hám onı jasaw

Joqarıdaǵı algoritmge uqsas parallel tuwrı sızıqlardı jasaw algoritmin dúziń hám onı jasań.

II BAP

ÚSHMÚYESHLIKLER

Bul baptı úyrenip shıqqannan soń, tómendegi bilim hám ámeliy kónlikpelerge iye bolasız:

Bilim:

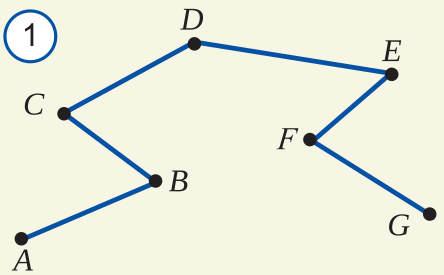
- kópmúyeshlik haqqında túsinikke iye bolıw;
- úshmúyeshlik hám onıń tiykarǵı elementlerin biliw hám olar boyınsha úshmúyeshliklerdi túrlerge ajıratıw;
- úshmúyeshlik medianası, bissektrisası hám biyikliklerin biliw hám ajırata alıw;
- úshmúyeshlikler teńliginiń belgileri;
- teń qaptallı úshmúyeshlik hám onıń qásiyetleri;
- teń tárepli úshmúyeshlik hám onıń qásiyetleri;
- kesindi orta perpendikulyarınıń qásiyetleri;

Ámeliy kónlikpeler:

- úshmúyeshlikler teńligi belgileri boyınsha teń úshmúyeshliklerdi anıqlay alıw;
- úshmúyeshlikler teńligi belgilerin máseleler sheshiwde hám ámeliy jumıslardı orınlawda qollay alıw;

8 ÚSHMÚYESHLIK, ONÍŃ TÚRLERI HÁM ELEMENTLERI

1



$ABCDEFG$ – *sınıq sızıq*

A, B, C, D, E, F, G – *tóbeleri*

AB, BC, CD, DE, EF, FG – *buwınları (tárepleri)*

8.1. Sınıq sızıq. Kópmúyeshlik

Izbe-iz kelgen hár ekewi bir tuwrı sızıqta jatpaytuǵın A_1A_2, A_2A_3,..., $A_{n-1}A_n$ kesindilerden quralǵan figuraǵa *sınıq sızıq* dep ataladı. A_1, A_2,..., A_n noqatlar *sınıq sızıqtıń tóbeleri*, , A_1A_2, A_2A_3,..., $A_{n-1}A_n$ kesindiler bolsa *sınıq sızıqtıń buwınları* yamasa *tárepleri* deb ataladı. 1-súwrette $ABCDEFG$ sınıq sızıq súwretlengen.

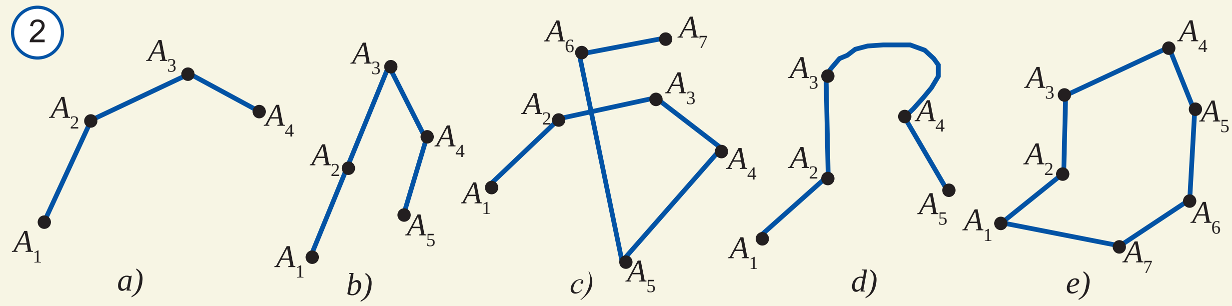
Baslanǵısh hám aqırǵı tóbeleri ústpe-úst túsetuǵın sınıq sızıqtı *tuyıq sınıq sızıq* dep ataymız. Óz-ózin kesip ótpeytuǵın tuyıq sınıq sızıq *kópmúyeshlik* dep ataladı.

Aktivlestiriwshi shınıǵıw

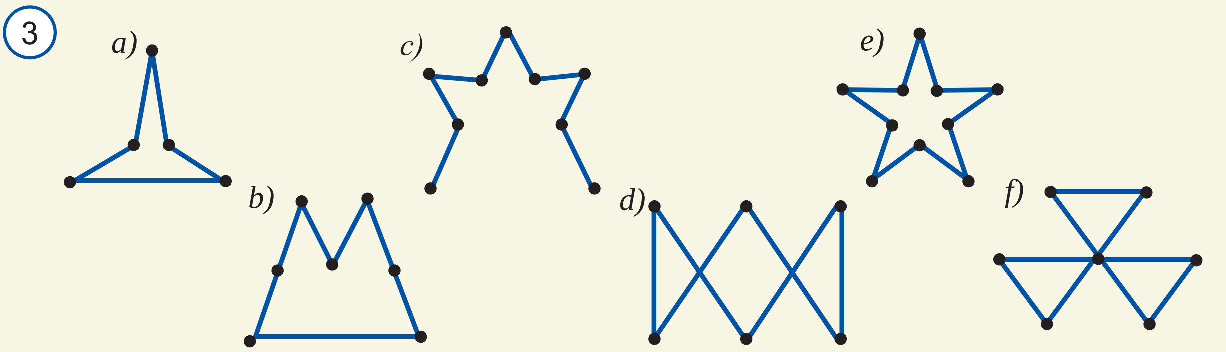
1. 2-súwrette súwretlengen sızıqlardıń qaysıları sınıq sızıq bolıwın anıqlań hám juwabıńızdı túsindiriń.

2. Kópmúyeshliktiń anıqlamasınan kelip shıǵıp qásiyetlerin sanań hám 3-súwrettegi figuralardıń qaysıları kópmúyeshlik bolıwın anıqlań hám túsindiriń.

2



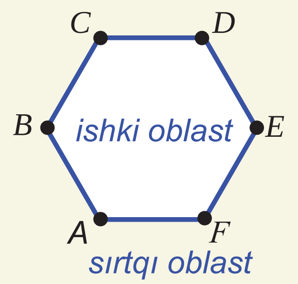
3



Tárepleriniń sanına qaray, kópmúyeshlikler úshmúyeshlik, tórtmúyeshlik, besmúyeshlik, altımúyeshlik, ulıwma jaǵdayda ***n*-múyeshlik** dep ataladı. Siz bazıbir kópmúyeshlikler menen tómengi klaslarda tanıstıńız.

Hárqanday kópmúyeshlik tegislikti eki oblastqa ajıratadı. Kópmúyeshlik penen shegaralanǵan shekli oblast kópmúyeshliktiń ishki oblastı dep, ekinshi - sheksiz oblastı bolsa kópmúyeshliktiń sırtqı oblastı dep ataladı. 4-súwrette $ABCDEF$ altımúyeshliktiń ishki hám sırtqı oblastları kórsetilgen.

4



8.2. Úshmúyeshlik hám onıń túrleri

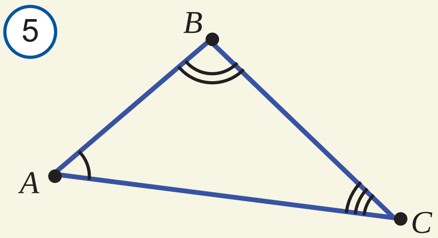
Bir tuwrı sızıqta jatpaytuǵın úsh noqat hám olardı tutastırıwshı kesindilerden ibarat figuranı *úshmúyeshlik* dep ataymız.

Bir tuwrı sızıqta jatpaytuǵın úsh - A, B hám C noqatlardı belgileymiz *(5-súwret)*. Olardı óz ara kesindiler menen tutastırıp shıqsaq, úshmúyeshlik payda boladı. Belgilengen úsh noqat úshmúyeshliktiń *tóbeleri*, olardı tutastırıwshı kesindiler bolsa, úshmúyeshliktiń *tárepleri* dep ataladı.

Ádette "úshmúyeshlik" sózi ornına Δ belgisi isletiledi. ΔABC jazıwı ABC *úshmúyeshlik* dep oqıladı. $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$ úshmúyeshliktiń *múyeshleri* dep aytıladı *(5-súwret)*. Olardı geyde anıqlıq ushın *ishki múyeshler* dep te ataydı.

Úshmúyeshlik múyeshlerin $\angle A$, $\angle B$ hám $\angle C$ tárizde de belgilew múmkin.

5



ΔABC – *ABC úshmúyeshlik*
A, B, C – *noqatlar tóbeleri*
AB, BC, AC
kesindiler – *tárepleri*
$\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ – *múyeshleri*
$P = AB + BC + AC$ – *perimetri*

Úshmúyeshliktiń tárepleri hám múyeshleri onıń tiykarǵı elementleri dep ataladı. Úshmúyeshliktiń úsh tárepi uzınlıqları qosındısına onıń *perimetri* (P) dep ataladı.

Sonday-aq:

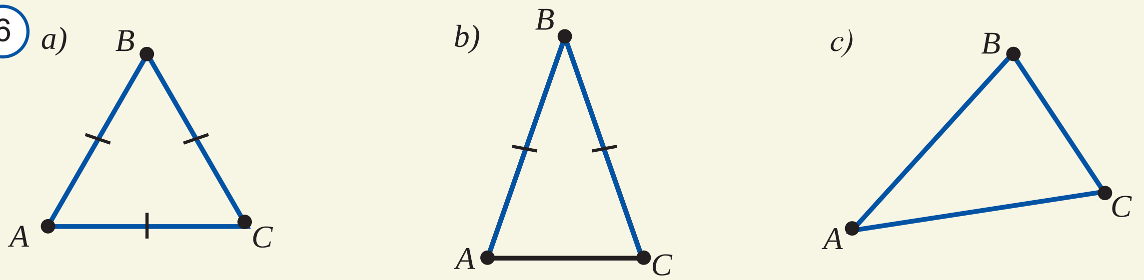
BAC *múyesh úshmúyeshliktiń* AB hám AC *tárepleri arasında jatıwshı* múyeshi;

AB hám AC *tárepleri* BAC *múyeshke irgeles jatqan tárep;*

BC *tárep* BAC múyeshke qarama-qarsı jatqan tárep sıyaqlı sóz dizbekleri qollanıladı.

Úshmúyeshlikler tárepleri uzınlıqlarına qaray teń tárepli, teń qaptallı hám túrli tárepli túrlerge ajıratıladı. *Teń tárepli* úshmúyeshliktiń úsh tárepi uzınlıqları teń, *teń qaptallı* úshmúyeshliktiń bolsa eki tárepi uzınlıqları teń hám *túrli tárepli* úshmúyeshliktiń barlıq tárepleri uzınlıqları hár túrli boladı.

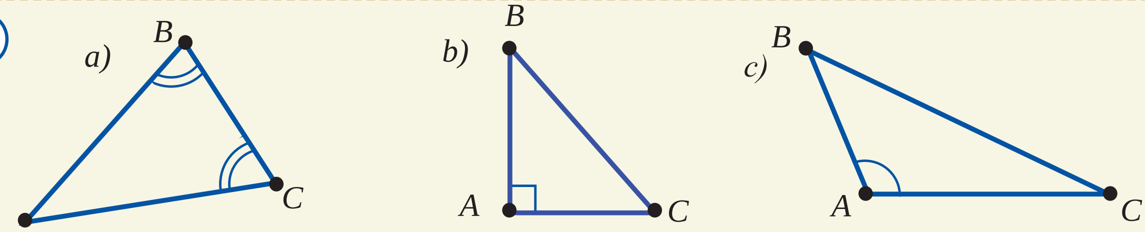
6



Teń tárepli úshmúyeshlik *Teń qaptallı úshmúyeshlik* *Túrli tárepli úshmúyeshlik*

Úshmúyeshlikler múyeshlerine qaray *súyir múyeshli, tuwrı múyeshli hám doǵal múyeshli* túrlerge ajıratıladı. Súyir múyeshli úshmúyeshliktiń úsh múyeshi de súyir múyeshli, tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń bolsa bir múyeshi tuwrı hám doǵal múyeshli úshmúyeshliktiń bir múyeshi doǵal boladı.

7



súyir múyeshli, *tuwrı múyeshli* *doǵal múyeshli*

8.3.Úshmúyeshliktiń medianası, biyikligi hám bissektrisası

Úshmúyeshlik tóbesin usı tóbesi qarsısındaǵı tárepti̇ń ortası menen tutastırıwshı kesindi *úshmúyeshliktiń medianası* dep ataladı.

ABC úshmúyeshliktiń B tóbesi onıń qarsısında AC tárepi ortası M noqat penen tutastıramız *(8-súwret)*. Payda bolǵan BM kesindi ABC úshmúyeshliktiń medianası boladı. Bul mediana haqqında B tóbesinen shıqqan yamasa AC tárepke túsirilgen dep te aytıladı. Úshmúyeshlik múyeshi bissektrisasınıń úshmúyeshlik ishki oblastında jatqan bólegi (kesindi) úshmúyeshliktiń bissektrisası dep ataladı.

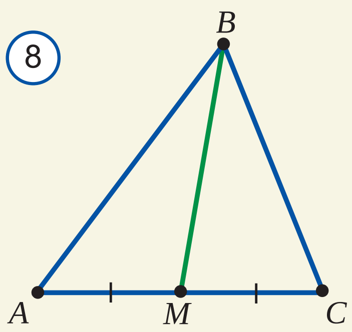
ABC úshmúyeshlik B múyeshiniń bissektrisasın júrgizemiz*(9-súwret)*. Onıń AC tárep penen kesilisken noqatın L menen belgileymiz. Payda bolǵan BL kesindi ABC *úshmúyeshlik bissektrisası* boladı.

Úshmúyeshlik tóbesinen usı tóbesine qarama-qarsısındaǵı jatırǵan tárepke túsirilgen perpendikulyar *úshmúyeshliktiń biyikligi* dep ataladı.

ABC úshmúyeshliktiń B tóbesinen AC tárep jatırǵan tuwrı sızıqqa perpendikulyar túsiremiz*(10-súwret)*. Súwrette bolıwı múmkin bolǵan eki jaǵday keltirilgen. Perpendikulyar ultanın H penen belgileymiz. Payda bolǵan BH kesindi ABC *úshmúyeshliktiń biyikligi* boladı.

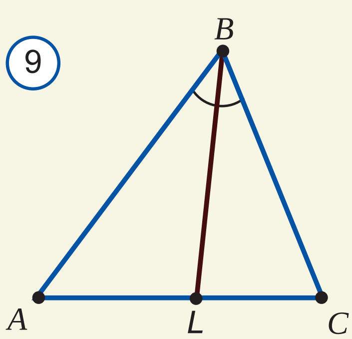
Úshmúyeshliktiń úsh tóbesi bolǵanı sebepli, ol úsh mediana, biyiklik hám bissektrisaǵa iye. 11-13-súwretlerde ABC úshmúyeshliktiń AM_1, BM_2 hám CM_3 medianaları, AL_1, BL_2 hám CL_3 bissektrisaları hám AH_1, BH_2 hám CH_3 biyiklikleri sızıp kórsetilgen. Úshmúyeshliktiń bul áhmiyetli elementleriniń qásiyetleri menen keyingi sabaqlarda tanısamız.

8



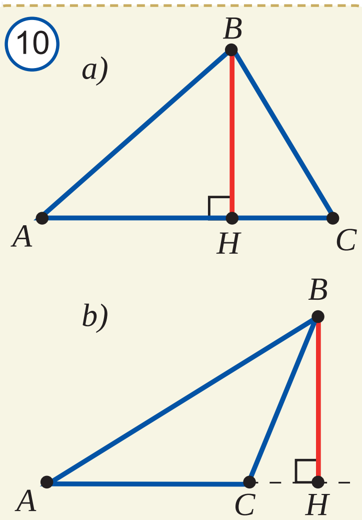
BM – *mediana*

9



BL – *bissektrisa*

10



BH – *biyiklik*

Geometriyalıq izertlewler

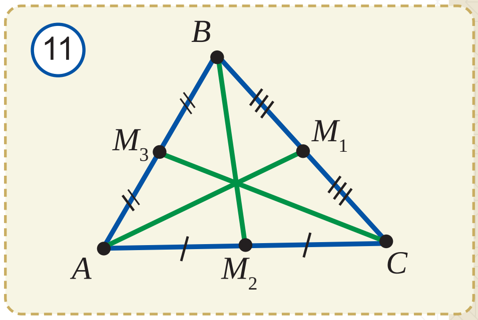
1. Qálegen úshmúyeshlik sızıń. Onıń barlıq medianaların júrgiziń *(11-súwret)*. Neni kórdińiz? Tájiriybeni jáne eki úshmúyeshlik ushın orınlap kóriń hám anıqlanǵan qásiyetti boljaw kórinisinde túsindirip beriń.

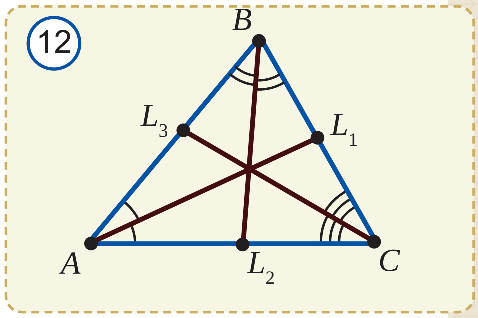
2. Qálegen úshmúyeshlik sızıń. Onıń barlıq biyikliklerin júrgiziń *(12-súwret)*. Neni kórdińiz? Tájiriybeni jáne eki úshmúyeshlik ushın orınlap kóriń hám anıqlanǵan qásiyetti boljaw kórinisinde túsindirip beriń.

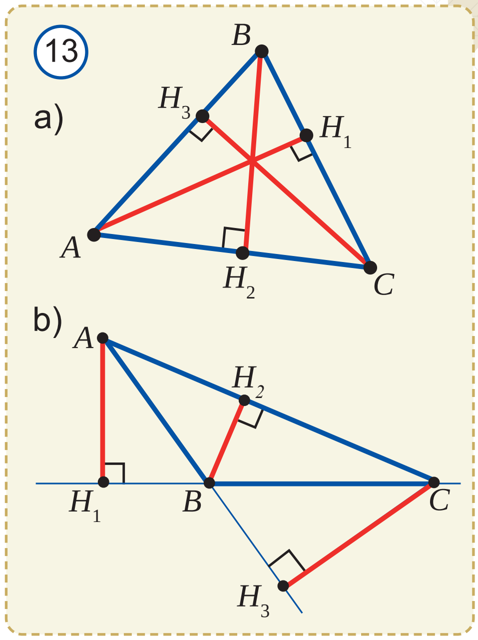
3. Qálegen úshmúyeshlik sızıń. Onıń barlıq bissektrisaların júrgiziń *(13a-súwret)*. Neni kórdińiz? Tájiriybeni jáne eki úshmúyeshlik ushın orınlap kóriń hám anıqlanǵan qásiyetti boljaw kórinisinde túsindirip beriń. Ótkerilgen izertlewler tiykarında anıqlanǵan qásiyetlerdi teorema dep esaplasaq bola ma? Nege?

Shınıǵıw. Doǵal múyeshli úshmúyeshliktiń biyikliklerin júrgiziń.

Orınlaw. Úshmúyeshliktiń, atap aytqanda, doǵal múyeshli úshmúyeshliktiń de úsh biyikligi bar. Doǵal múyeshli ABC úshmúyeshlikti qaraymız *(13b-súwret)*. Doǵal múyeshi tóbesinen túsirilgen BH_2 biyiklik úshmúyeshliktiń ishki oblastında jatadı. Súyir múyeshi A tóbesinen biyiklik túsiriw ushın, ol múyesh qarama-qarsısındaǵı BC tárepti dawam ettiremiz hám BC tárepi dawamına A noqattan AH_1 perpendikulyar túsiremiz. Payda bolǵan AH_2 kesindi ABC úshmúyehliktiń A tóbesinen túsirilgen biyikligi boladı. Tap sonday, AB tárepitiń dawamında CH_3 biyiklikti túsiriw múmkin.

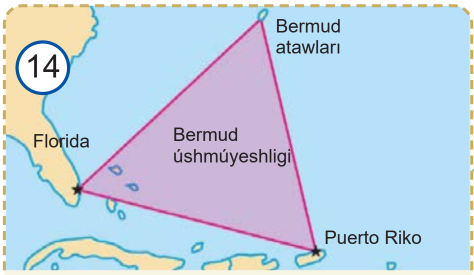






Bermuda úshmuyeshligi.

Atlantika okeanında tóbeleri Florida, Bermuda atawları hám Puerto-Rikoda bolǵan úshmúyeshlik formasındaǵı "Bermuda úshmúyeshligi" dep atalatuǵın aymaq bar (14-súwret). Bul orın óziniń sırlılıǵı hám tez-tez apatshılıq bolıp turıwı menen atı shıqqan. Gáp sonda, bul aymaqtan ótip baratırǵan, kóplegen teńiz hám hawa kemeleri sırlı túrde apatqa ushırap, izsiz ǵayıp bolıp turadı.



Temaǵa tiyisli sorawlar

1. *Sınıq sızıq sızıń, onıń tóbelerin belgileń hám buwınların sızılmada kórsetiń.*
2. *Kópmúyeshlik degen ne? Mısallar keltiriń.*
3. *Qanday figura úshmúyeshlik dep ataladı?*
4. *Úshmúyeshliktiń tóbesi, tárepi hám múyeshi dep nege aytıladı?*
5. *Úshmúyeshliktiń perimetri degen ne?*
6. *PQR úshmúyeshlikte: a) $\angle P$ qarama-qarsısında qaysı tárep jatadı; b) PQ tárepke qaysı múyeshler irgeles jatqan; c) PQ hám QR tárepler arasında qaysı múyesh jaylasqan? d) PR tárep qaysı múyesh qarama-qarsısında jatadı? Bul sorawlarǵa figuraǵa qaramay juwap beriwge háreket etiń.*
7. *Úshmúyeshliktiń: a) medianası; b) biyikligi; d) bissektrisasına anıqlama beriń.*
8. *Múyesh bissektrisası menen úshmúyeshliktiń bissektrisası arasındaǵı ulıwmalıq hám ayırmashılıqlardı aytıń?*

Ámeliy tapsırmalar hám qollanıw

1. Jeti buwınlı sınıq sızıq sızıń. Onıń tóbeleri hám buwınların jazıń.

2. Hár eki qońsılas buwını biri-birine perpendikulyar bolǵan bes buwınlı sınıq sızıq sızıń. Bunday sınıq sızıq tuyıq bolıwı múmkin be?

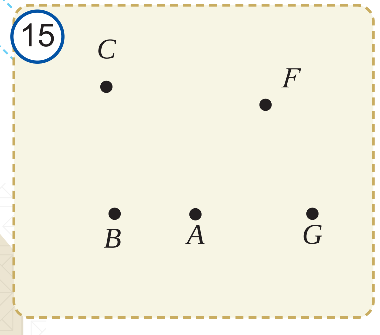
3. Úshmúyeshliktiń tóbeleri M,N hám L háripler menen belgilendi. Onıń táreplerin hám múyeshlerin jazıń.

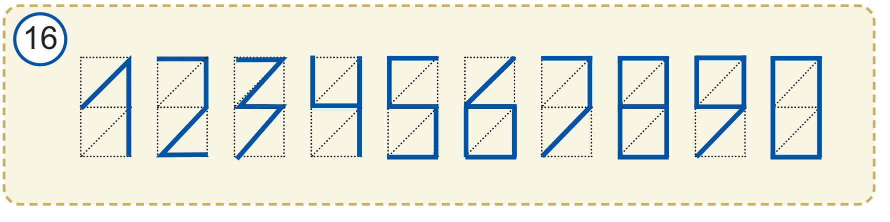
4. CDE úshmúyeshtiń tóbeleri, múyeshleri hám táreplerin jazıń.

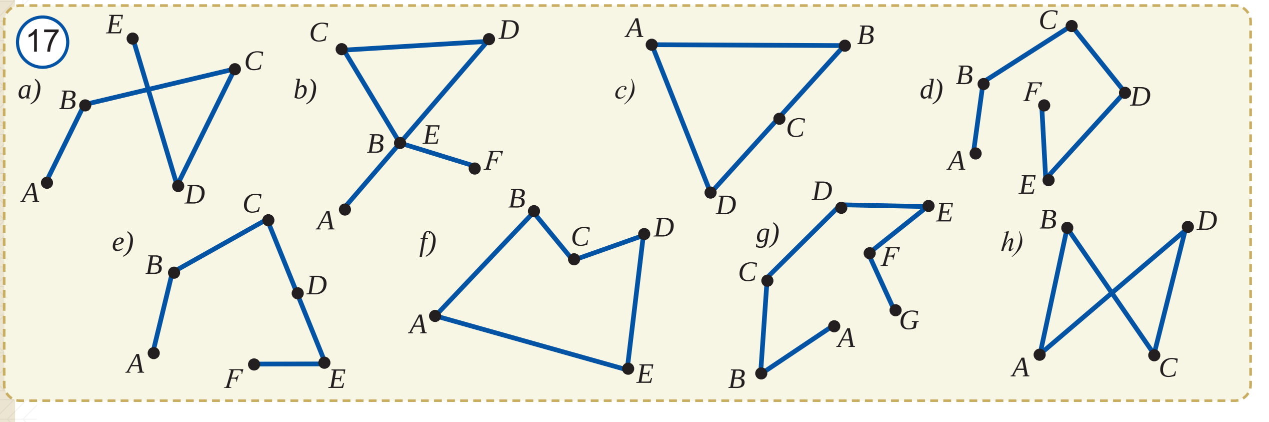
5. 15-súwrettegi: a) C,F hám A; b) A,B hám G; c) F,B hám G noqatlar úshmúyeshliktiń tóbeleri bola aladı ma? Ne ushın?

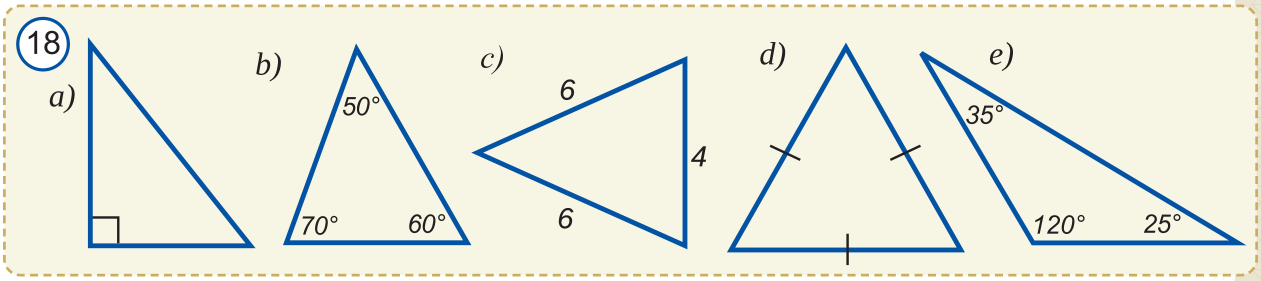
6. 16-súwrette súwretlengen cifr belgileri sınıq sızıq bola ma?

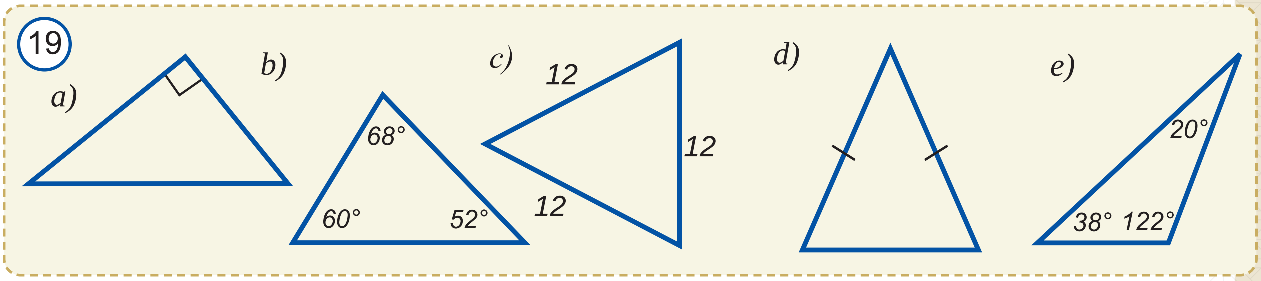
7*. 17-súwrette súwretlengen figuralardıń qaysıları: a) sınıq sızıq; b) tuyıq sınıq sızıq; c) kópmúyeshlik bolıwın anıqlań.

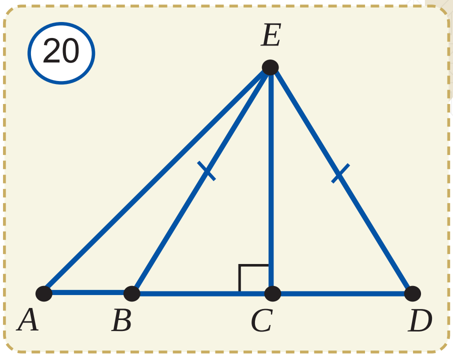


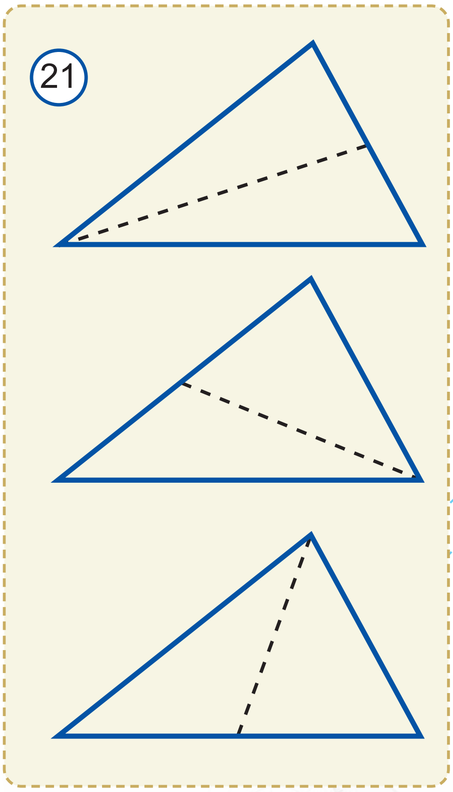












8. Úshmúyeshliktiń qanday túrleri bar? Hárbir úshmúyeshlik túrinen bir úshmúyeshlik sızıń. Olardı belgileń. Úshmúyeshlik túrleriniń anıqlamasınan kelip shıǵıp, olardıń ayrıqsha qásiyetleri neden ibarat ekenligin aytıń.

9. 18-súwrettegi úshmúyeshliklerdiń túrlerin anıqlań.

10. 19-súwrettegi úshmúyeshliklerdiń túrlerin anıqlań.

11. Tárepleri: a) 2,3 dm; 4,6 dm hám 5,3 dm; b) 32,3 m; 54,8 m hám 25,3 m bolǵan úshmúyeshliktiń perimetrin esaplań.

12. Tárepleri: a) 25 mm; 64,6 mm hám 5 cm; b) 7,3 dm; 5,8 dm hám 350 mm bolǵan úshmúyeshliktiń perimetrin esaplań.

13. Kóz benen shamalap, teń tárepli úshmúyeshlik jasań. Keyin táreplerin sızǵısh penen ólshep, nátiyjelerdi salıstırıń.

14. Teń tárepli úshmúyeshlik sızıp, múyeshlerin ólsheń hám juwmaq shıǵarıń.

15. 20-súwrette bir tóbesi: a) A noqatta; b) B noqatta; c) C noqatta bolǵan neshe úshmúyeshlik bar?

16. 20-súwrette úshmúyeshliktiń qanday túrlerin kórip tursız? Olardıń túrleri boyınsha jazıp shıǵıń.

17. Súyir múyeshli úshmúyeshlik sızıń. Sızǵısh járdeminde onıń táreplerin ólsheń hám perimetrin tabıń.

18. Doǵal múyeshli úshmúyeshlik sızıń. Sızǵısh járdeminde onıń táreplerin ólsheń hám perimetrin tabıń.

19. (Ámeliy shınıǵıw). Úsh birdey úshmúyeshlikti túrli medianaları boylap qırqıń *(21-súwret)*. Payda bolǵan 6 úshmúyeshlikten bir úshmúyeshlik jasań.

20. Úshmúyeshliktiń qaysı elementleri mudamı úshmúyeshliktiń ishki oblastında jatadı?

21*. Qanday úshmúyeshliktiń úsh biyikligi de úshmúyeshliktiń bir tóbesinde kesilisedi?

22*. Úshmúyeshliktiń biyikligi onıń úsh tárepinen de kishi bolıwı múmkin be?

23. Perimetri 36 ǵa teń bolǵan úshmúyeshliktiń biyikligi onı perimetrleri 18 hám 24 ke teń bolǵan úshmúyeshliklerge ajıratadı. Berilgen úshmúyeshliktiń biyikligin tabıń.

24. Perimetri 36 ǵa teń bolǵan úshmúyeshliktiń bissektrisası onı perimetrleri 24 hám 30 ǵa teń bolǵan úshmúyeshliklerge ajıratadı. Berilgen úshmúyeshliktiń bissektrisasın tabıń.

25. ABC úshmúyeshlikte $AB=BC$ hám BD mediana 4 cm. Eger ABD úshmúyeshlik perimetri 12 cm bolsa, ABC úshmúyeshlik perimetrin tabıń.

26. Sızǵısh hám transportir járdeminde sonday ABC úshmúyeshlik jasań, bunda $AB=8$ cm, $AC=5$ cm hám $\angle A=60°$ bolsın.

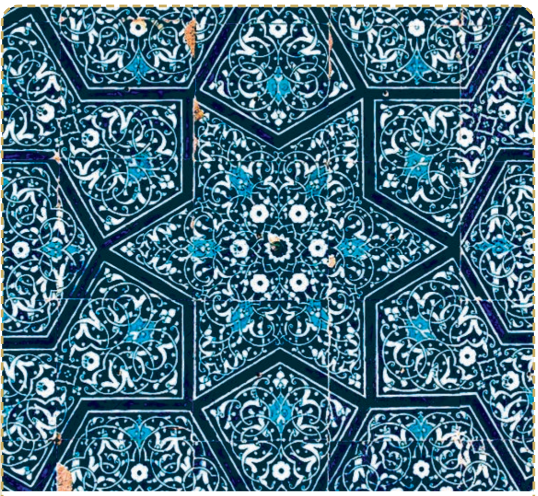
27. Sızǵısh hám transportir járdeminde sonday KLM úshmúyeshlik jasań, bunda $KL=$ 4 cm, $KM=3$ cm hám $\angle K=90°$ bolsın. Bul qanday úshmúyeshlik? Onıń úshinshi tárepin ólsheń hám jazıń.

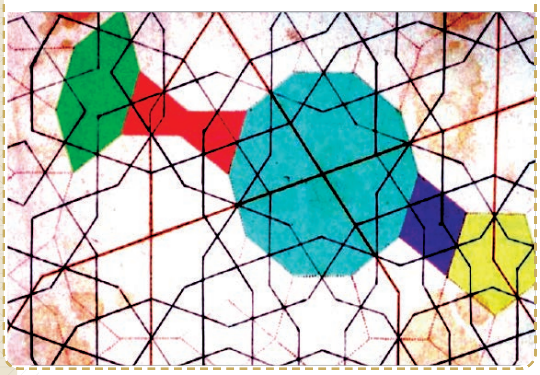
28*. Úshmúyeshlik perimetri 72 cm. Eger onıń tárepleri uzınlıqları qatnası 3:4:5 sıyaqlı bolsa, bul táreplerdi tabıń. Onıń múyeshlerin ólsheń. Bul qanday úshmúyeshlik?

29*. Úshmúyeshlik perimetri 126 mm. Eger onıń tárepleri uzınlıqları qatnası 3:4:5 sıyaqlı bolsa, táreplerin tabıń.

Tariyxtan úzindiler

Handasa iliminde óz dáwirinen bes ásir ozıp ketken arxitektor ustalarımız





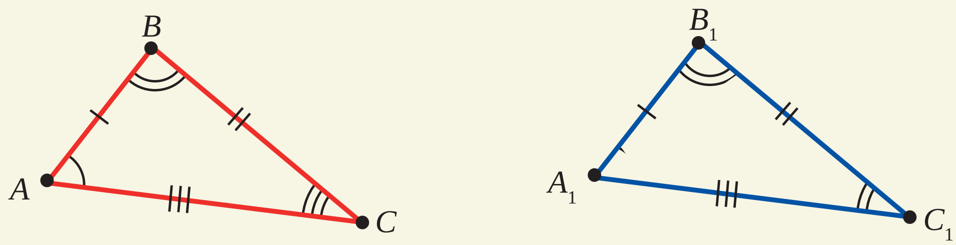
2007-jıl fevral ayında Amerikada basılǵan orta ásir arxitekturası haqqındaǵı ilimiy maqala buǵan sebep boldı. Gáp sonda, 2005-jılda Samarqandtaǵı Abdullaxon medresesi gúmbezindegi kafel-naǵıslardı kózden ótkergen Garvard universitetiniń aspirantı Piter Lu tańlanıwdan jaǵasın uslap qaldı. Onıń kóz onında 1970-jıllarda jaratılǵan dep esaplanǵan, Penrouz naǵısları dep atalǵan quramalı geometriyalıq figuralar turar edi. Bunnan kelip shıqtı, biziń arxitektor babalarımız aqıl – oylı, ziyreklikte óz dáwirinen bes ásir ilgerilep ketip, pánge jaqında ǵana kiritilgen quramalı geometriyalıq figuralardı bilip ǵana qalmastan, olardan óz jumıslarında dóretiwshilikte paydalanǵan eken. Haqıyqattan da, sonday bolıp shıqtı. Súwrette arxitekturalıq esteligindegi naǵıs súwretlengen. Bul súwret orta ásir qol jazbalarınan alınǵan bolıp, onda usı naǵıs tiykarın payda etiwshi kópmúyeshlikler súwretlengen.

9 ÚSHMÚYESHLIKLER TEŃLIGINIŃ BIRINSHI BELGISI

Geometriyalıq figuralardıń teńligi anıqlaması boyınsha, eki úshmúyeshlikten birin ekinshisine áyne ústpe-úst túsetuǵın etip qoyıw múmkin bolsa, olar teń boladı. 1-súwrette ABC hám $A_1B_1C_1$ teń úshmúyeshlikler súwretlengen. Olardan qálegen birewin ekinshisine ústpe-úst qoyıw múmkin. Bunda bir úshmúyeshliktiń úsh tóbesi - A, B, C hám úsh tárepi - AB, BC, CA sáykes túrde ekinshi úshmúyeshliktiń úsh tóbesi - A_1, B_1, C_1 hám úsh tárepi - A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1 menen ústpe-úst túsedi. Aytayıq, bunda úshmúyeshliklerdiń uqsas múyeshleri de uqsas túrde ústpe-úst túsedi.

ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerdiń teńligi $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ tárizde ańlatıladı. Sızılmada teń múyeshler birdey iymek sızıqlar menen, teń tárepler bolsa birdey sızıqshalar menen 1-súwrette súwretlengenindey ajıratıp kórsetiledi.

1



$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $CA = C_1A_1$ — *úsh sáykes tárepler teń*; $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$, $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$ — *úsh sáykes múyeshler teń*

Aktivlestiriwshi shınıǵıw

Úshmúyeshlik kórinisindegi eki jer maydanlarınıń óz ara teńligin ámelde qanday tekseriw múmkin? Óytkeni olardan birin ekinshisiniń ústine qoyıp bolmaydı. Eki úshmúyeshliktiń óz ara teń yamasa teń emesligin anıqlaw ushın mudamı da olardı ústpe-úst qoyıw shárt pe?

Buǵan qajet joq eken. Bul máseleni úshmúyeshliklerdiń bazıbir elementlerin salıstırıp sheshiw múmkin eken. “Úshmúyeshliklerdiń teńlik belgileri” dep atalǵan teoremalar sol haqqında. Bul teoremalardıń “belgi” dep júritiliwine sebebi sonda, olardan paydalanıp úshmúyeshliklerdiń teń yamasa teń emesligi haqqında juwmaq shıǵarıw múmkin.

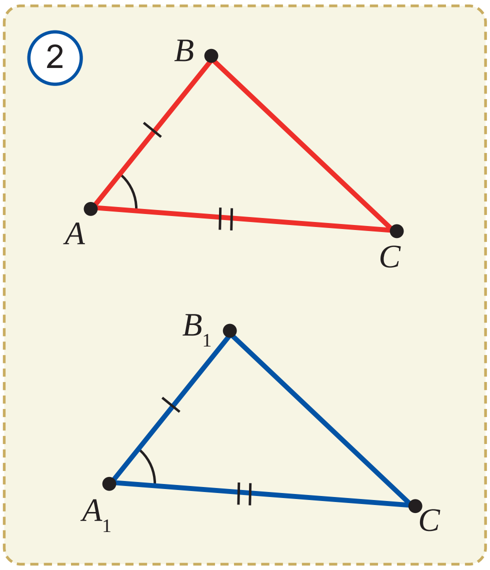
Ulıwma alǵanda, geometriyada “belgi” - figuranıń qanday da bir qásiyetin anıqlawǵa járdem beretuǵın shártler haqqındaǵı teoremadan ibarat boladı.

Tómendegi teorema “Úshmúyeshliklerdiń eki tárepi hám olar arasındaǵı múyeshi boyınsha teńligi haqqındaǵı teorema” dep ataladı. Biz onı qısqasha “Úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisi” dep júrgizemiz.

(TMT jazıwı -“tárep”, “múyesh”, “tárep” sózleriniń bas háriplerinen dúzilgen bolıp, múyeshtiń eki tárep arasında jatqanlıǵın kórsetip turıptı.)

***Teorema.* (Úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisi)** Eger bir úshmúyeshliktiń eki tárepi hám olar arasındaǵı múyesh ekinshi úshmúyeshliktiń eki tárepi hám olar arasındaǵı múyeshine sáykes túrde teń bolsa, bunday úshmúyeshlikler óz ara teń boladı *(2-súwret)*

ΔABC hám $\Delta A_1B_1C_1$
$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$ $\Rightarrow$ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

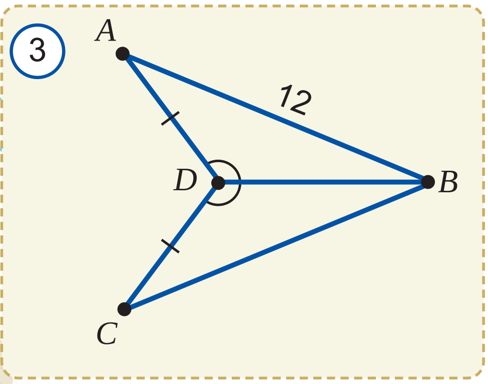


Dálillew. $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$ bolǵanı ushın, ABC úshmúyeshlikti $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlikke sonday etip qoyıw múmkin, onda A tóbesi A_1 tóbesine, AB hám AC nurlar bolsa sáykes túrde A_1B_1 hám A_1C_1 nurlar ústine túsedi. $AB=A_1B_1$ hám $AC=A_1C_1$ bolǵanı ushın, AB tárep A_1B_1 tárep penen, AC tárep bolsa A_1C_1 tárep penen ústpe-úst túsedi. Nátiyjede, B noqat B_1 noqat penen, C noqat bolsa C_1 noqat penen ústpe-úst túsedi. Bunda B_1C_1 hám BC tárepler de ústpe-úst túsedi. Nátiyjede ABC úshmúyeshliktiń úsh tóbesi (tárepi) $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliktiń úsh tóbesi (tárepi) menen sáykes túrde ústpe-úst túsedi.

Demek, ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlikler óz ara teń.

Teorema dálillendi.

Másele. 3-súwrette berilgenlerden paydalanıp BC kesindini tabıń.



Sheshiliwi: ADB hám CDB úshmúyeshliklerge qaraymız. Shárt boyınsha, bul úshmúyeshlikler ushın $AD = DC$, $\angle ADB=\angle CDB$. BD bolsa ulıwma tárep.

Demek, ADB úshmúyeshliktiń eki tárepi hám olar arasındaǵı múyeshi CDB úshmúyeshliktiń eki tárepi hám olar arasındaǵı múyeshine sáykes túrde teń eken. Onda úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisi boyınsha, $\Delta ADB = \Delta CDB$.

Sonlıqtan, $CB = AB = 12$ boladı. Juwabı:12.

Temaǵa baylanıslı sorawlar

1. Qanday úshmúyeshlikler teń dep ataladı?
2. TMT belgisi boyınsha, úshmúyeshlikler teńligi qanday elementlerin salıstırıw arqalı anıqlanadı?
3. Úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisin túsindiriń.

Ámeliy tapsırmalar hám qollanıw

1. $\Delta ABC = \Delta DEF$. Bul úshmúyeshliklerdiń sáykes tóbeleri, tárepleri hám múyeshlerin anıqlap jazıń.

2. MNL hám RST úshmúyeshlikler teń. Bul úshmúyeshliklerdiń sáykes tóbeleri, tárepleri hám múyeshlerin anıqlap jazıń.

3. Eger $\Delta ABC = \Delta BAC$ ekenligi belgili bolsa, ABC úshmúyeshliktiń qaysı tárepleri teń boladı?

4. $\Delta MNL = \Delta LMN$. MNL úshmúyeshliginiń qaysı múyeshleri teń boladı?

5. $\Delta ABC = \Delta DEF$. Eger $\angle A = 52°$, $\angle E = 80°$ hám $\angle C = 48°$ bolsa, bul úshmúyeshliklerdiń qalǵan múyeshlerin tabıń.

6. $\Delta ABC = \Delta LMN$. Eger $AB=5$, $MN = 8$ hám $AC=9$ bolsa, bul úshmúyeshliklerdiń qalǵan tárepleriń tabıń.

7. 4-súwretten belgisiz kesindi – x ti tabıń.

8. Eger 5-súwrette $\angle CAB = \angle ABD$ bolsa, $AD = BC$ ekenligin dálilleń

9. 6-súwrette $\angle BAE = \angle BCD$ ekenligin dálilleń.

10. 7-súwrette $\Delta ABC = \Delta CDA$ ekenligin dálilleń.

11. 8-súwrette $\Delta ABC = \Delta ABD$ bolıwın dálilleń.

12. AD hám BC kesindiler O noqatta kesilisedi hám bul noqatta teń ekige bólinedi (9-súwret).

a) $\Delta AOB = \Delta DOC$; b) $BD = AC$; c) $\Delta ABD = \Delta DCA$;

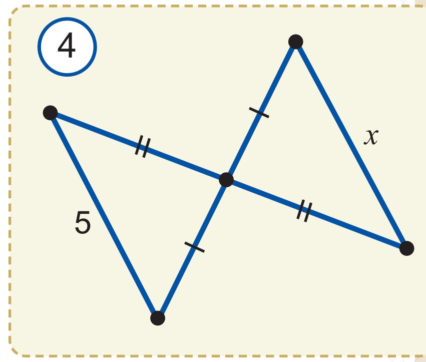
d) $\angle OAB = 35°$, $\angle OBA = 62°$ bolsa, $\angle ODC$ hám $\angle DCO$ nı tabıń.

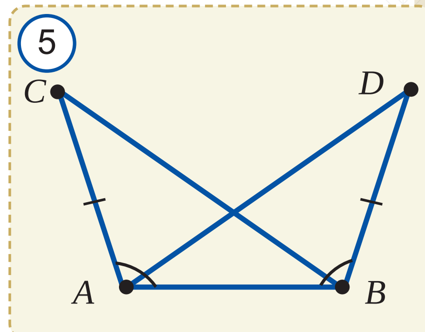
13. 10-súwrettegi belgisiz múyesh – x ti tabıń.

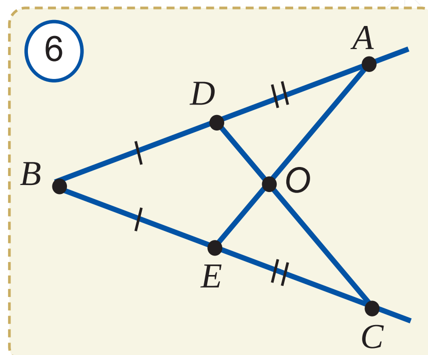
14. Bir úshmúyeshlik perimetri ekinshi úshmúyeshlik perimetrine teń. Bul úshmúyeshlikler teń bolıwı múmkin be?

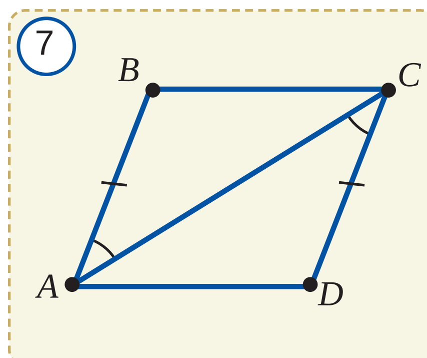
15. Bir úshmúyeshlik perimetri ekinshi úshmúyeshlik perimetrinen úlken. Bul úshmúyeshlikler teń bolıwı múmkin be?

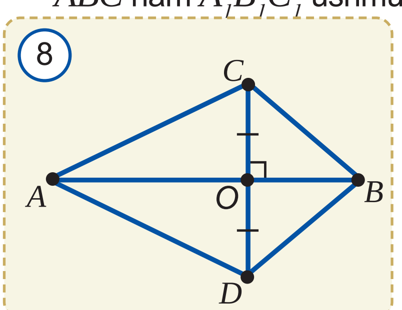
16. ABC úshmúyeshliktiń AB tárepinde D noqat, $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliktiń A_1B_1 tárepinde D_1 noqat alınǵan. $\Delta ADC = \Delta A_1D_1C_1$ hám $BD = B_1D_1$ teńligi belgili. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlikler teńligin dálilleń.

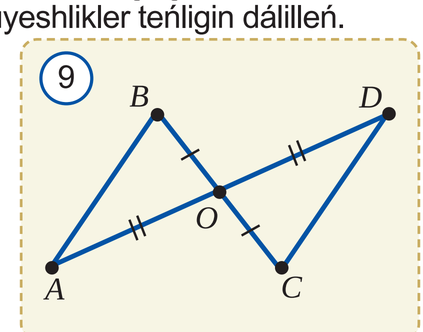


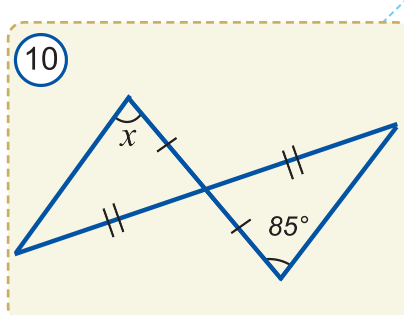






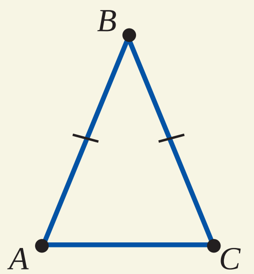






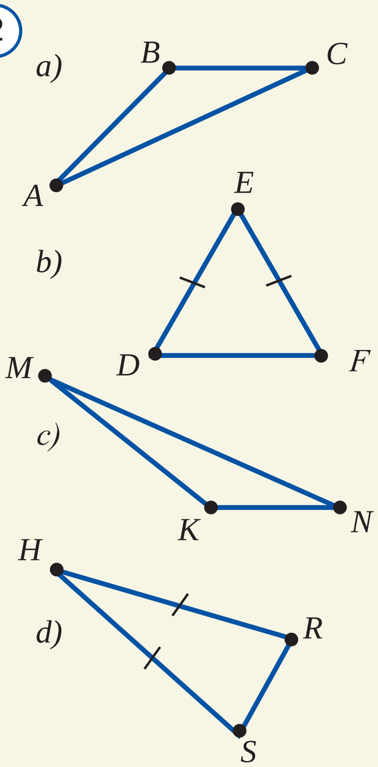
10 TEŃ QAPTALLÍ ÚSHMÚYESHLIKTIŃ QÁSIYETLERI

1

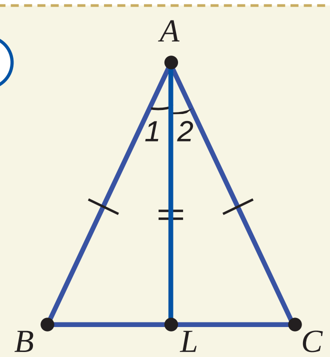


ABC – *teń qaptallı úshmúyeshlik*
AB, BC – *qaptal tárepleri*
AC – *ultanı*
B – *tóbesi*

2



3



Eki tárepi teń bolǵan úshmúyeshlikti *teń qaptallı úshmúyeshlik* dep ataǵan edik *(1-súwret)*. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń teń tárepleri onıń qaptal tárepleri, úshinshi tárepi bolsa ultanı, ultanı qarama-qarsısında jatqan tóbesi bolsa teń qaptallı úshmúyeshliktiń tóbesi dep ataladı.

Aktivlestiriwshi shınıǵıw

2-súwrettegi úshmúyeshliklerdiń qaysıları teń qaptallı? Olardıń tóbesi, ultanı hám qaptal táreplerin aytıń.

Geometriyalıq izertlew

Sızǵısh járdeminde qálegen teń qaptallı úshmúyeshlik sızıń. Onıń ultanında irgeles múyeshlerin ólsheń hám salıstırıń. Bul jumıstı jáne 2-3 basqa teń qaptallı úshmúyeshlikler ushın qaytalań hám óz shamalawıńızdı tastıyıqlaw kórinisinde ańlatıń. "Tájiriybe nátiyjesinde tabılǵan bul qásiyetti barlıq teń qaptallı úshmúyeshlikler ushın da orınlı boladı" dep aytıw múmkin be?

Teorema. **Teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultanındaǵı múyeshleri teń.**

ΔABC, $AB = AC$
(3-súwret)
⇒
$\angle B = \angle C$

Dálillew. ABC úshmúyeshliktiń A tóbesinen AL bissektrisanı túsiremiz *(3-súwret)*.

ABL hám ACL úshmúyeshliklerin qaraymız. Olarda AL tárep ulıwma. Ekinshiden, teorema shárti boyınsha, $AB = AC$ (ΔABC–teń qaptallı). Úshinshiden bolsa, $\angle 1=\angle 2$, sebebi AL – bissektrisa. Demek, ABL úshmúyeshliktiń eki tárepi hám olar arasındaǵı múyeshi ACL úshmúyeshliktiń eki tárepi hám olar arasındaǵı múyeshine sáykes túrde teń eken. Onda úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisi boyınsha, $\Delta ABL=\Delta ACL$ boladı.

Sonlıqtan, bul úshmúyeshliklerdiń sáykes múyeshleri sıpatında $\angle B= \angle C$ boladı.

Teorema dálillendi.

Geometriyalıq izertlew

Teń qaptallı úshmúyeshlik sızıń. Onıń tóbesinen shıqqan bissektrisasın júrgiziń. Bul bissektrisa úshmúyeshlik ultanın eki bólekke bóledi. Sol bólekler uzınlıǵın ólshep salıstıramız. Bunnan qanday juwmaq shıǵadı? Soń bissektrisa menen ultan payda etken múyeshlerdi transportirde ólsheń hám salıstırıń. Bul juwmaqlardı tastıyıqlaw kórinisinde ańlatıń. Bul juwmaqlar barlıq teń qaptallı úshmúyeshlikler ushın da orınlı, dep aytıw múmkin be?

Teorema. **Teń qaptallı úshmúyeshlik ultanına túsirilgen bissektrisa onıń hám medianası, hám biyikligi boladı** *(4-súwret).*

ΔABC, $AB = AC$, AL – bissektrisa ⇒ AL – mediana hám biyiklik

Dálillew. **1.** AL kesindi ABC úshmúyeshliktiń bissektrisası bolsa *(4-súwret)*, joqarıda dálillengen teorema boyınsha, $\Delta ABL = \Delta ACL$ boladı. Bul úshmúyeshlikler teńliginen $BL = LC$ hám $\angle 3 = \angle 4$ ekenligin tabamız.

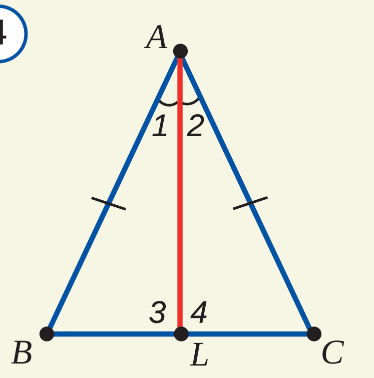
Demek, L noqat – BC táreptiń ortası, AL bolsa ABC úshmúyeshliktiń medianası eken.

2. $\angle 3$ hám $\angle 4$ óz ara teń hám qońsılas múyeshler bolǵanı ushın, olar tuwrı múyeshler.

Demek, AL kesindi ABC úshmúyeshliktiń biyikligi de boladı eken.

Teorema dálillendi.

4



Nátiyje. **Teń qaptallı úshmúyeshliktiń tóbesinen júrgizilgen bissektrisası, medianası hám biyikligi ústpe-úst túsedi.**

Másele. Teń qaptallı ABC úshmúyeshliktiń qaptal táreplerine AD hám CF medianalar túsirilgen. $\Delta ADC = \Delta CFA$ hám $\Delta ADB = \Delta CFB$ ekenligin dálilleń.

ΔABC, $AB = BC$, AD hám CF – medianalar *(5-súwret)* ⇒ $\Delta ADC = \Delta CFA$, $\Delta ADB = \Delta CFB$

Dálillew. $AB=BC$ bolǵanı ushın, bul táreplerden AD hám CF medianalar ajıratqan kesindiler óz ara teń boladı (*5-súwret*):

$AF=FB=BD=CD$. (1)

1) ADC hám CFA úshmúyeshliklerdi qaraymız. Olarda:

1. $\angle ACD = \angle FAC$, sebebi ΔABC teń qaptallı;

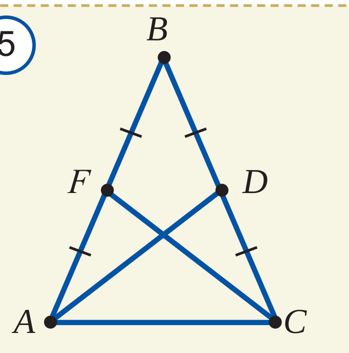
2. AC tárep ulıwma;

3. $AF = CD$ – (1) teńligi boyınsha.

Demek, úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisi boyınsha $\Delta ADC = \Delta CFA$.

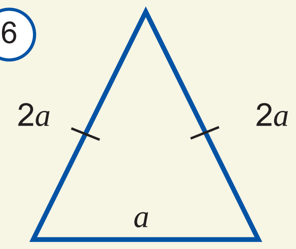
2) $\Delta ADB = \Delta CFB$ ekenligin óz betinshe dálilleń.

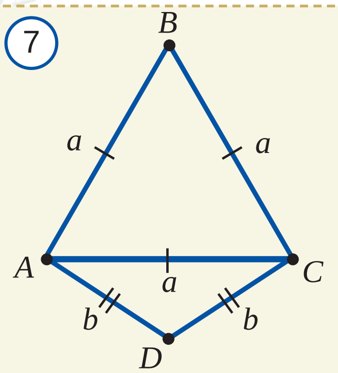
5

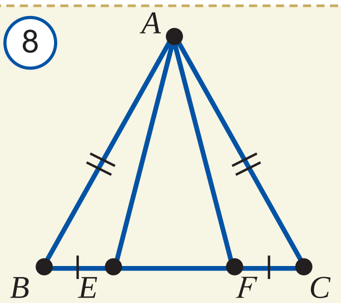


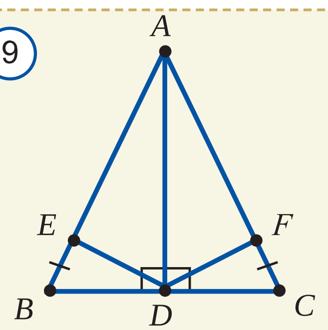
Temaǵa tiyisli sorawlar

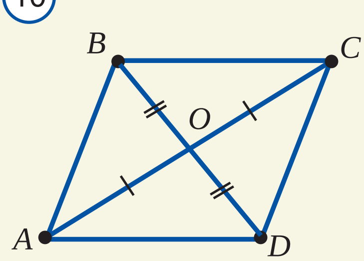
1. Teń qaptallı úshmúyeshlik anıqlamasın hám qásiyetlerin aytıń.
2. Teń qaptallı úshmúyeshlik ultanına túsirilgen medianası onıń bissektrisası bola ala ma?

6


7


8


9


10


Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. 6-súwrette $P = 50$ cm bolsa, a=?

2. 7-súwrette $P_{ABC} = 36$ hám $P_{ADC} = 28$ bolsa, a = ?, b = ?

3. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń qaptal táreplerine túsirilgen medianaları teń bolıwın dálilleń.

4. 8-súwrette $AB = AC$, $BE = FC$. a) $\Delta ABE = \Delta ACF$; b) $AE = AF$; c) $\Delta ABF = \Delta ACE$ ekenligin dálilleń.

5. 9-súwrette $AB=AC$, $BE=CF$. a) $\Delta AED = \Delta AFD$; b) $\Delta BED = \Delta CFD$ teńliklerin dálilleń.

6. Teń tárepli úshmúyeshliktiń barlıq múyeshleri teń ekenligin dálilleń.

7*. Eki teń qaptallı úshmúyeshliklerdiń ultanları hám sol ultanǵa túsirilgen biyiklikler teńligi boyınsha, olardıń teńligin dálilleń.

8. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultanı qaptal tárepinen 3 cm úlken, biraq qaptal tárepleriniń qosındısınan 5 cm kishi. Úshmúyeshliktiń tárepleriń tabıń.

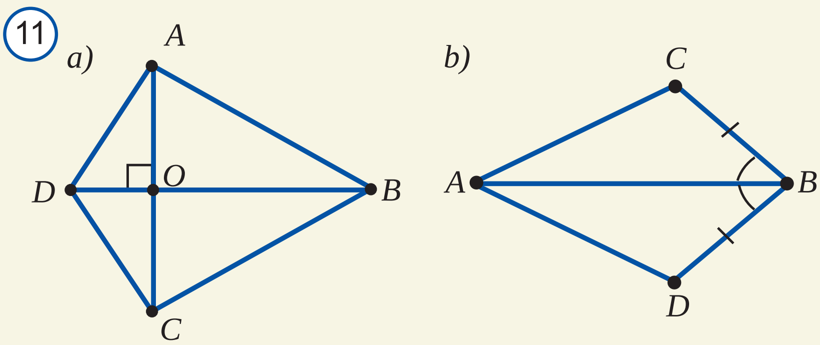
9*. Teń qaptallı úshmúyeshlik tárepleriniń ortaları tutastırılsa, teń qaptallı úshmúyeshlik payda bolıwın dálilleń.

10*. Bir úshmúyeshliktiń eki tárepi hám bir múyeshi ekinshi úshmúyeshliktiń eki tárepi hám bir múyeshine teń. Bul úshmúyeshlikler teń bola aladı ma?

11*. Sonday eki úshmúyeshlik sızıń, olardan biriniń eki tárepi hám bir múyeshi ekinshisiniń eki tárepi hám bir múyeshine teń bolsın, biraq olar teń bolmasın.

12. 10-súwrette: $AO=OC$ hám $BO=OD$. $AB=CD$ hám $BC=AD$ ekenligin tabıń.

13*. 11-súwrette a) $\Delta AOD=\Delta COD$, $\Delta ABD=\Delta CBD$; b) $\Delta ABD = \Delta ABC$ ekenligin dálilleń.

11


11 ÚSHMÚYESHLIKLER TEŃLIGINIŃ EKINSHI BELGISI

Endi úshmúyeshliklerdiń bir tárepi hám oǵan irgeles múyeshleri boyınsha teńlik belgisin kóremiz. Aldımızda onı “úshmúyeshlikler teńliginiń MTM belgisi” dep júritemiz.

Teorema. ***(Úshmúyeshlikler teńliginiń MTM belgisi) Eger bir úshmúyeshliktiń bir tárepi hám oǵan irgeles jatqan eki múyeshi ekinshi úshmúyeshliktiń bir tárepi hám oǵan irgeles jatqan eki múyeshine sáykes túrde teń bolsa, bunday úshmúyeshlikler óz ara teń boladı.***

ΔABC hám $\Delta A_1B_1C_1$ (1-súwret),
$AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ ⇒ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Dálillew. ABC úshmúyeshlikti $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlik ústine sonday etip qoysaq, A tóbesi A_1 tóbesi menen, AB tárep A_1B_1 tárepi menen ústpe-úst tússin, C hám C_1 tóbeler A_1B_1 tuwrı sızıqtıń bir tárepinde jatsın.

Bul jaǵdayda $\angle A=\angle A_1$ bolǵanı ushın, AC tárep A_1C_1 nurda jatadı, $\angle B = \angle B_1$ bolǵanı ushın, BC tárep B_1C_1 nurda jatadı.

Sonıń ushın C noqat AC hám BC nurlardıń ulıwma noqatı sıpatında A_1C_1 hám B_1C_1 nurlardıń hár ekewinde de jatadı.

Onda C noqat A_1C_1 hám B_1C_1 nurlarınıń ulıwma noqatı –C_1 menen ústpe-úst túsedi.

Nátiyjede AC hám A_1C_1, BC hám B_1C_1 tárepler de óz ara ústpe-úst túsedi.

Demek, ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlikler dál ústpe-úst túsedi. Bul bolsa olar teń degeni.

Teorema dálillendi.

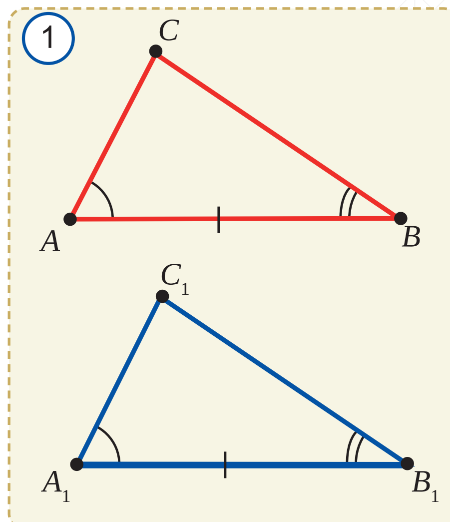
Másele. 2-súwrette berilgenlerden paydalanıp, $\Delta AOB=\Delta DOC$ ekenligin dálilleń.

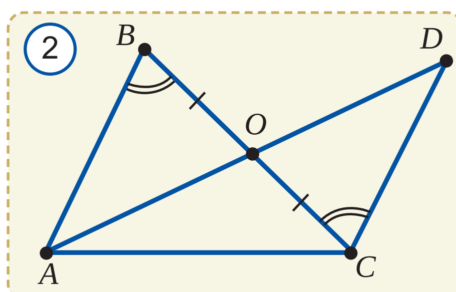
Dálillew. $\angle AOB$ hám $\angle DOC$–vertikal múyeshler bolǵanı ushın olar teń boladı.

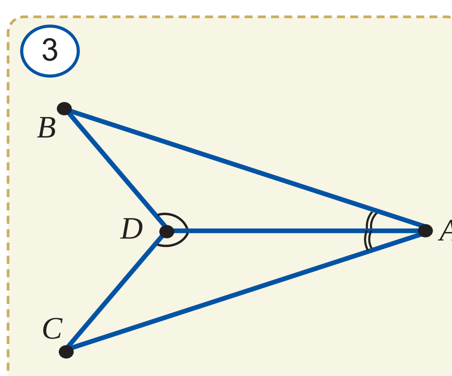
Nátiyjede $BO = OC$, $\angle ABO = \angle DCO$ hám $\angle AOB = \angle DOC$ teńliklerge iyemiz.

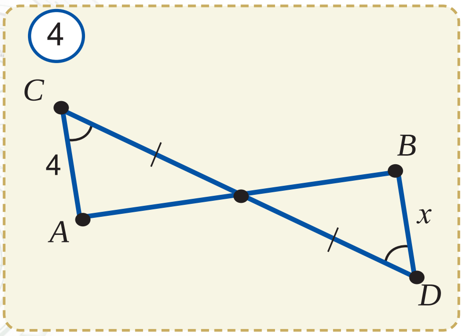
Demek, AOB úshmúyeshliktiń bir tárepi hám oǵan irgeles eki múyeshi DOC úshmúyeshliktiń bir tárepi hám oǵan irgeles eki múyeshine sáykes túrde teń eken.

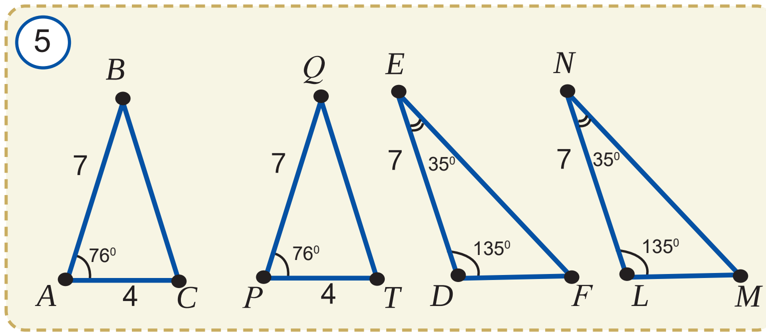
Onda úshmúyeshlikler teńliginiń MTM belgisi boyınsha, AOB hám DOC úshmúyeshlikler teń boladı.

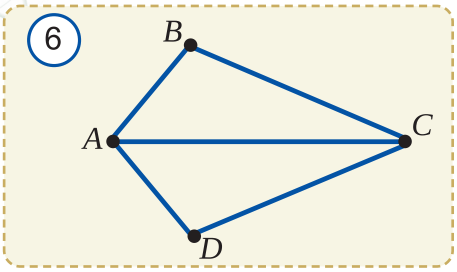


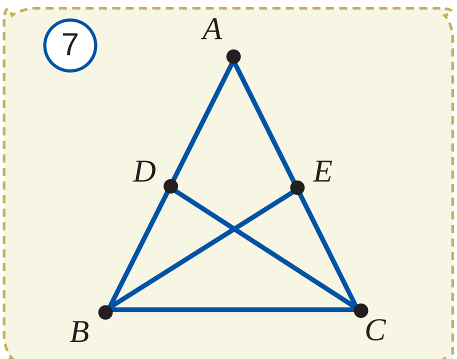


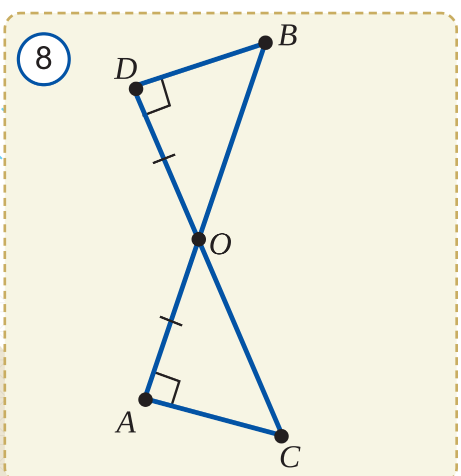


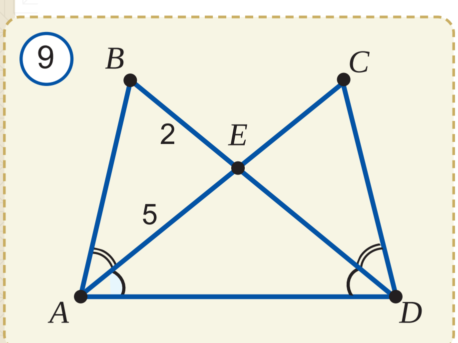












Temaǵa tiyisli sorawlar

1. *MTM belgisi boyınsha, úshmúyeshlikler teńligi qanday elementler boyınsha anıqlanadı?*
2. *Úshmúyeshlikler teńliginiń MTM belgisin túsindiriń.*
3. *Úshmúyeshlikler teńliginiń MTM belgisi nege bunday atalǵan?*

Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. 3-súwrettegi ABD hám ACD úshmúyeshliklerdiń teńligin dálilleń.

2. 4-súwrettegi belgisiz – x ti tabıń.

3. 5-súwrettegi úshmúyeshliklerdiń qaysıları biri-birine teń? Nege?

4. 6-súwrette AC kesindi BAD hám BCD múyeshleriniń bissektrisası bolsa, $\Delta ABC=\Delta ADC$ ekenligin dálilleń

5. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerde $AB=A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ hám $\angle B = \angle B_1$ ekenligi belgili. AB hám A_1B_1 táreplerge sáykes túrde D hám D_1 noqatlar $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ bolatuǵın etip alınǵan. Onda $\Delta BCD = \Delta B_1C_1D_1$ ekenligin dálilleń.

6. AB hám CD kesindiler O noqatta kesilisedi. Eger $BO = CO$ hám $\angle ACO = \angle DBO$ bolsa, ACO hám DBO úshmúyeshlikler teń ekenligin dálilleń.

7. 7-súwrettegi ABC úshmúyeshlikte $AB = AC$. BE hám CD bissektrisalardıń teń ekenligin dálilleń.

8. $\Delta OAC = \Delta ODB$ bolıwın dálilleń *(8-súwret).*

9. ABC hám ADC úshmúyeshlikler teń. B hám D noqatlar AC tuwrı sızıqtıń túrli tárepinde jatadı. ABD hám BCD úshmúyeshlikler teń qaptallı ekenligin dálilleń.

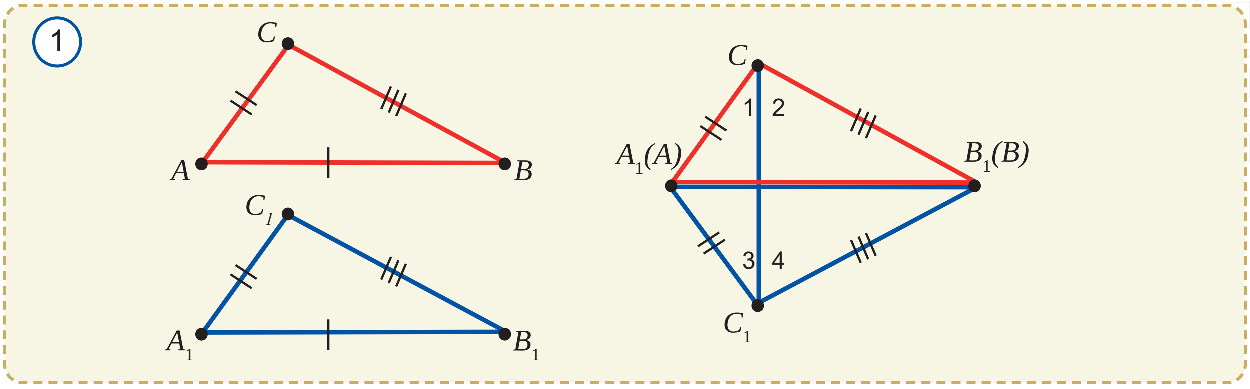
10*. 9-súwrettegi maǵlıwmatlar tiykarında AC hám BD kesindilerdi tabıń.

12 ÚSHMÚYESHLIKLER TEŃLIGINIŃ ÚSHINSHI BELGISI

Endi úshmúyeshliklerdiń úsh tárepi boyınsha teńlik belgisi menen tanısamız. Aldımızda onı "úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisi" dep júritemiz.

Teorema. ***(Úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisi) Eger bir úshmúyeshliktiń úsh tárepi ekinshi úshmúyeshliktiń úsh tárepine sáykes túrde teń bolsa, bunday úshmúyeshlikler óz ara teń boladı.***

Berilgen: ΔABC hám $\Delta A_1B_1C_1$;
$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$. $\Rightarrow$ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$



Dálillew. Aytayıq, ABC úshmúyeshliktiń eń úlken tárepi AB bolsın. ABC úshmúyeshlikti $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlik ústine sonday qoyamız, AB tárep A_1B_1 tárep penen ústpe-úst tússin, C hám C_1 tóbeler A_1B_1 tuwrı sızıqtıń túrli táreplerinde jatsın *(1-súwret)*.

Onda $AC = A_1C_1$ hám $BC = B_1C_1$ bolǵanı ushın, A_1C_1C hám B_1C_1C úshmúyeshlikler teń qaptallı boladı.

Onda teń qaptallı úshmúyeshlik qásiyeti boyınsha, $\angle 1 = \angle 3$ hám $\angle 2 = \angle 4$ boladı. Sonıń ushın, $\angle ACB = \angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$ boladı.

Demek, ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerde $AC=A_1C_1$, $BC=B_1C_1$ hám $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$. Úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisi boyınsha, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Teorema dálillendi.

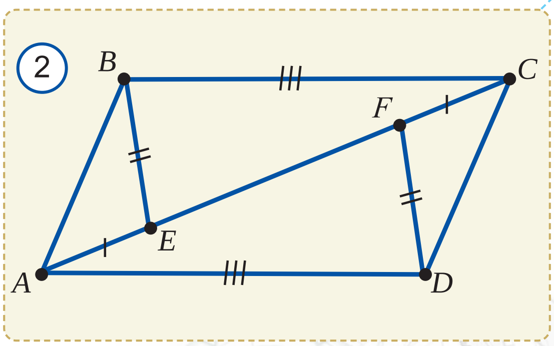
Juwmaq. Eger eki úshmúyeshliktiń hár úsh tárepleri sáykes túrde teń bolsa, olardıń sáykes múyeshleri de óz ara teń boladı.

Másele. 2-súwrette berilgenlarden paydalanıp: a) $\Delta AFD = \Delta CEB$;
b) $\Delta AEB = \Delta CFD$ ekanligin dálilleń.

Dálillew. 2-súwrette berilgenlerge kóre: $AE = FC$, $BE = FD$ hám $AD = BC$.

1) $AF = AE + EF$ bolǵanlıǵı ushın
$EC = EF + FC = EF + AE = AF$.

Demek, ΔAFD hám ΔCEB tiń sáykes tárepleri



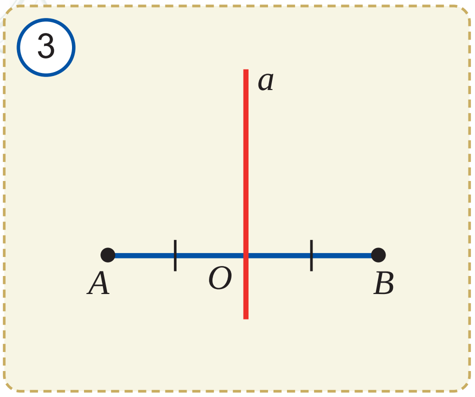
óz ara teń hám úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisi boyınsha, $\Delta AFD = \Delta CEB$.

2) $\Delta AFD = \Delta CEB$ bolǵanı ushın $\angle BEF = \angle EFD$. Onda, BEF hám AEB, EFD hám CFD múyeshler qońsılas múyeshler bolǵanı ushın $\angle AEB = \angle CFD$ boladı.

AEB hám CFD úshmúyeshliklerde: 1. $AE=FC$; 2. $BE=FD$; 3. $\angle AEB = \angle CFD$.

Demek, úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisi boyınsha, $\Delta AEB = \Delta CFD$ boladı

Kesindi orta perpendikulyarınıń qásiyeti

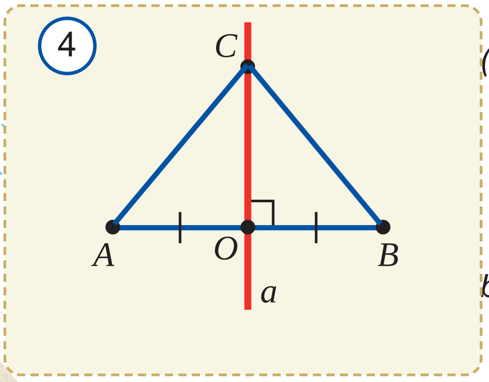


Endi úshmúyeshlikler teńlik belgileriniń teoremaların dálillewde qollanılıwın kórip shıǵamız.

AB kesindi berilgen bolsın. Onıń ortası bolǵan O noqattan AB kesindige perpendikulyar a tuwrı sızıqtı júrgizemiz *(3-súwret)*. Bul tuwrı sızıq AB kesindiniń *orta perpendikulyarı* dep ataladı.

Teorema. **Kesindi orta perpendikulyarınıń qálegen noqatı kesindi ushlarınan teń uzaqlıqta jaylasqan boladı.**

AB kesindi, C – AB kesindi orta perpendikulyarınıń qálegen noqatı (*4-súwret*) ⇒ $AC = BC$



Dálillew. *ACO hám BCO úshmúyeshliklerde (4-súwret):*

1) OC – ulıwma tárep;

2) $AO = BO$ – shárt boyınsha;

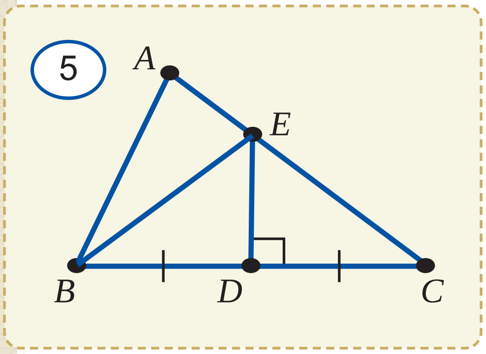
3) $\angle AOC = \angle BOC = 90°$ – shárt boyınsha.

Demek, úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisi boyınsha, $\Delta AOC = \Delta BOC$.

Sonlıqtan, $AC = BC$.

Teorema dálillendi.

Másele. ABC úshmúyeshliktiń BC tárepine túsirilgen orta perpendikulyar AC tárepti E noqatta kesip ótedi. Eger $BE = 6$ cm, $AC = 8{,}4$ cm bolsa, AE hám CE kesindini tabıń.



Sheshiliwi. ABC úshmúyeshlik BC tárepiniń orta perpendikulyarı DE bolsın (*5-súwret*).

Kesindi orta perpendikulyarınıń qásiyeti boyınsha, $CE = BE = 6cm$.

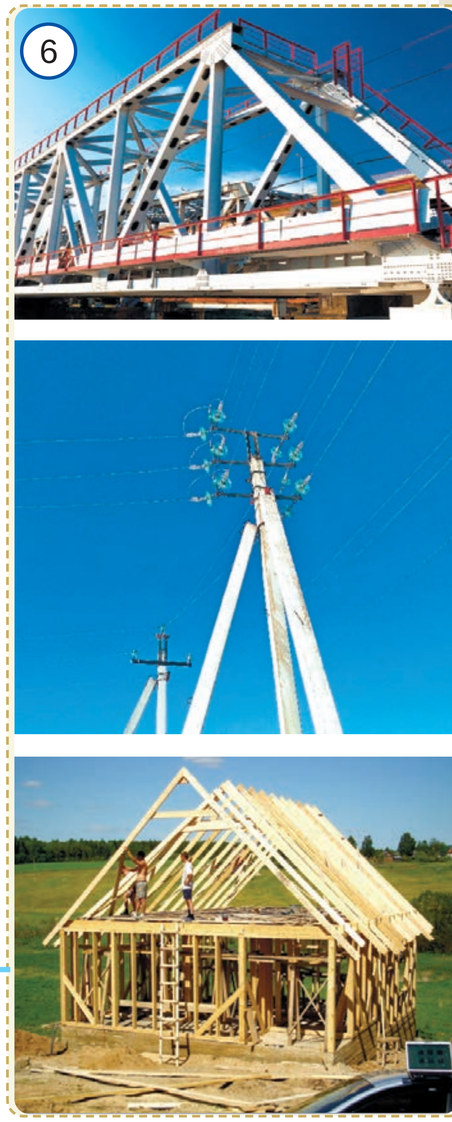
$AE+EC=AC$ bolǵanı ushın,

$AE=AC–EC=8{,}4–6=2{,}4(cm)$.

Juwabı: $AE = 2{,}4$ cm, $CE = 6$ cm.

Temaǵa tiyisli sorawlar

1. 6-súwretten úshmúyeshlik kórinisindegi qurılmalardı tabıń. Olar ne sebepten bunday úshmúyeshlik kórinisinde?
2. Úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisinde úshmúyeshlikler teńligi qanday elementler boyınsha salıstırılıp anıqlanadı?
3. Úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisin túsindiriń.
4. Kesindiniń orta perpendikulyarı degen ne?
5. Kesindiniń orta perpendikulyarınıń qásiyetin túsindiriń.
6. Qanday da bir úshmúyeshlik sızıń hám onıń hárbir tárepine orta perpendikulyar júrgiziń. Neni payda ettińiz? Sızılmańızdı klaslasıńız sızılması menen salıstırıń hám anıqlanǵan qásiyetti qıyalıy túrde ańlatıń.
7. Qanday úshmúyeshlikte úshmúyeshlik tárepine túsirilgen orta perpendikulyar sol tárepke túsirilgen biyiklik penen ústpe-úst túsedi?


6

Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. 7-súwrette berilgenler boyınsha, $\Delta ABC = \Delta CDA$ ekenligin dálilleń.

2. 8-súwrette: a) $\Delta ABC = \Delta ABD$; b) $\Delta BOC = \Delta BOD$ ekenligin dálilleń.

3. 8-súwrette: a) $\Delta AOC = \Delta AOD$; b) $AB \perp CD$ ekenligin dálilleń.

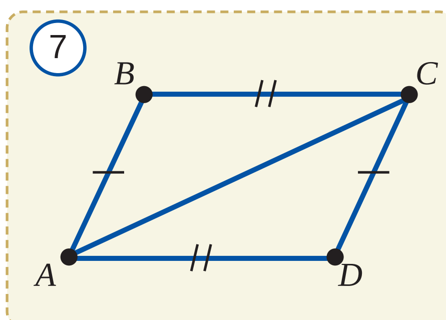
4. ABC hám ABD ultanları AB bolǵan teń qaptallı úshmúyeshlikler bolsa, $\Delta ACD = \Delta BCD$ ekenligin dálilleń.

5. Eger 9-súwrette $BA = AK$, $AC = AN$, $\angle BAC = \angle NAK$ bolsa, tóbeleri A, B, C, K hám N noqatlarda bolǵan barlıq teń úshmúyeshlikler juplıǵın anıqlań.

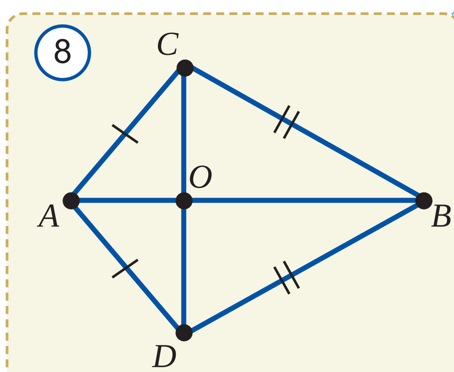
6. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerde $AB = A_1B_1$ hám $BC = B_1C_1$ bolıp, olardıń perimetrleri teń bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ ekenligin kórsetiń.

7*. AB hám CD kesindiler kesilisiw noqatında teń ekige bólinedi. $\Delta ACD = \Delta BDC$ ekenligin dálilleń.

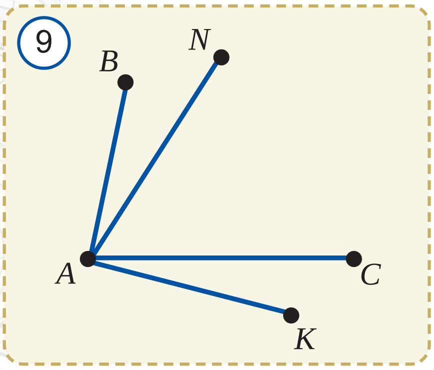
8. 10-súwrette neshe óz ara teń úshmúyeshlikler jubı barlıǵın anıqlań.

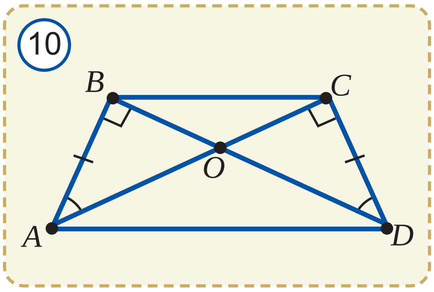


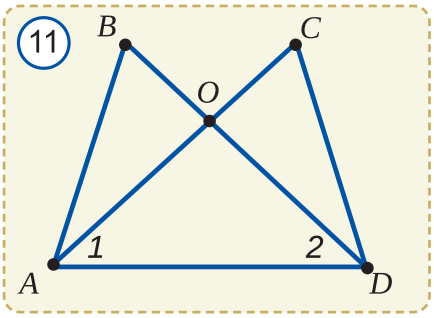
7

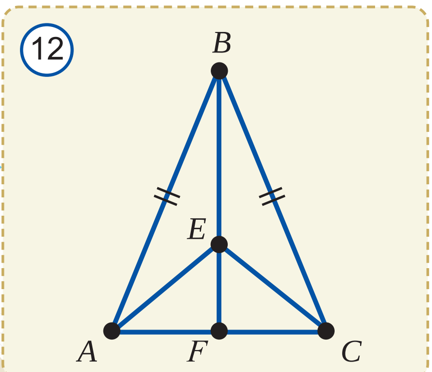


8









9*. Eger 11-súwrette: a) $\angle 1 = \angle 2$, $AC = BD$; b) $\angle 1 = \angle 2$, $BO = OC$, $AB = CD$ bolsa, $\Delta ABD = \Delta DCA$ ekenligin kórsetiń.

10. ABC úshmúyeshliktiń BC tárepine júrgizilgen orta perpendikulyar AC tárepti D noqatta kesip ótedi. Eger $BD = 7{,}2\ cm$, $AD = 3{,}2\ cm$ bolsa, AC nı tabıń.

11. ABC hám ABD teń qaptallı úshmúyeshlikler ulıwma AB ultanǵa iye. CD tuwrı sızıq AB kesindiniń orta perpendikulyarı bolıwın dálilleń.

12*. ABC teń qaptallı úshmúyeshliktiń AB qaptal tárepine júrgizilgen orta perpendikulyar BC tárepti D noqatta kesip ótedi. Eger ADC úshmúyeshliktiń perimetri 24 cm ge teń hám $AB = 16\ cm$ bolsa, AC ultanın tabıń.

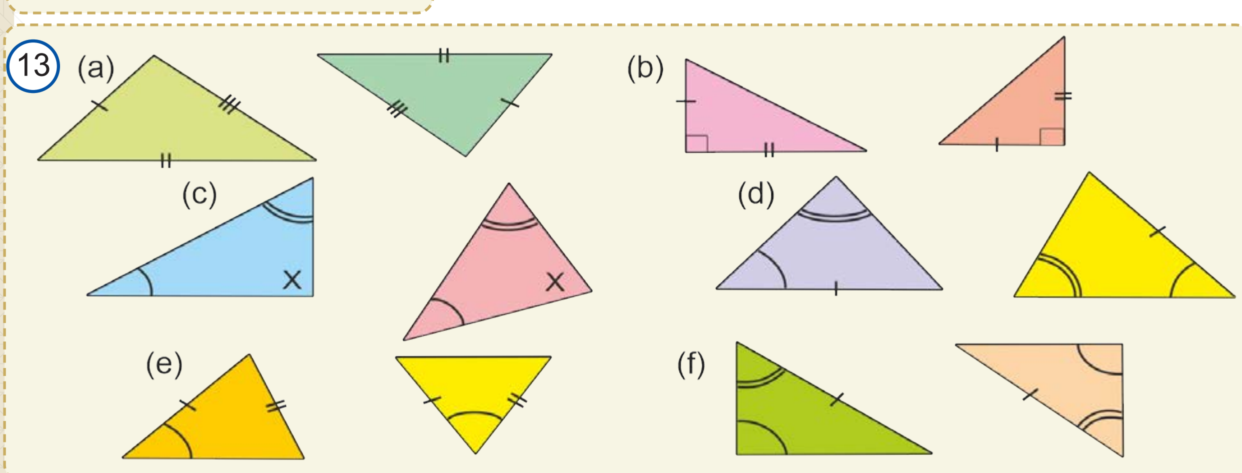
13*. Úshmúyeshliktiń táreplerine túsirilgen orta perpendikulyarlar bir noqatta kesilisiwin dálilleń.

14. Teń qaptallı ABC úshmúyeshliktiń ultanına túsirilgen BF bissektrisasında E noqat alınǵan *(12-súwret)*. $\Delta ABE = \Delta CBE$ teńlikti TTT belgisinen: a) paydalanıp; b) paydalanbay dálilleń.

15. ABC hám $A_1C_1B_1$ úshmúyeshliklerde $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $CA = C_1A_1$, $\angle A = 30°$, $\angle B = 60°$ hám $\angle C_1 = 90°$ ekenligi belgili. Bul úshmúyeshliklerdiń qalǵan múyeshlerin tabıń.

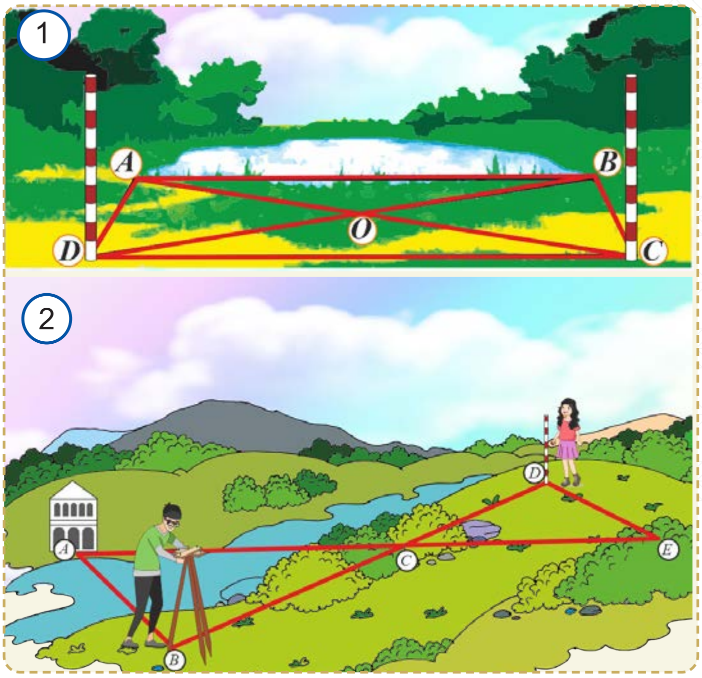
16. ABC hám DEF teń qaptallı úshmúyeshlikler óz ara teń. ABC úshmúyeshlikte $AC = BC$ hám $AB = 2\ cm$. Eger $DE = 4\ cm$ bolsa, hárbir úshmúyeshlik perimetrin tabıń.

17. 13-súwrettegi úshmúyeshlikler juplarınan qaysı biri óz ara teń boladı? Nege?



13 ÁMELIY SHÍNÍĞÍW HÁM QOLLANÍW. BILIMIŃIZDI SÍNAP KÓRIŃ

Kóldiń keńligin ólshew



Aytayıq, A hám B noqatlar kóldiń shetki noqatları bolsın *(1-súwret)*. Bul jaǵdayda, AB kesindini tikkeley ólshep bolmaydı. Qurǵaqlıqta qanday jasaw islerin orınlap, bul aralıqtı ólshew múmkin?

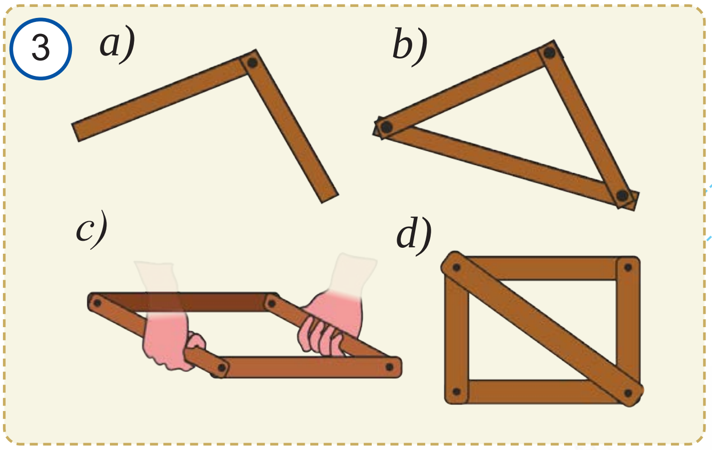
Sheshiliwi. Qurǵaqlıqta sonday O noqattı tańlaymız, OA hám OB kesindiler arqalı qurǵaqlıqtan A hám B noqatlarǵa barıwǵa bolatuǵın bolsın. ABC úshmúyeshligin jasaymız. AO hám BO tárеplerin dawam ettirip, OC = AO hám OD = BO kesindilerin qoyamız. C hám D noqatların tutastıramız. Nátiyjede úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisi boyınsha, $\Delta AOB = \Delta COD$ boladı. Tiykarınan, $AB = DC$ ekenligi kelip shıǵadı.

Sonlıqtan, jasalǵan DC kesindiniń uzınlıǵın ólshep, AB kesindiniń de uzınlıǵın tapqan bolamız. 2-súwrette súwretlengen jaǵdaydı óz betinshe dálilleń.

Úshmúyeshliktiń "bekkem" figura ekenligin tiykarlań

Eki aǵash taxtasha (reyka) lardıń ushların biri-birine 3a-súwrette kórsetilgendey etip, shege menen biriktiremiz. Payda bolǵan figura "bekkem" bolmaydı, sebebi onıń erkin ushların túrli tárepke burıp, tárepleri arasındaǵı múyeshti qálegenshe ózgertiw múmkin.

Endi bul reykalardıń erkin ushlarına úshinshi reykanı, 3b-súwrette kórsetilgendey etip, shege qaǵıp birlestiremiz. Payda bolǵan úshmúyeshlik "bekkem" figura boladı. Sebebi hárqansha urınbań onıń táreplerin burıp, múyeshlerin ózgerte almaysız.



1. Úshmúyeshliktiń "bekkem" figura ekenligin úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisi járdeminde túsindiriń.
2. 3c-, d-súwrettegi tórtmúyeshli qurılma neniń esabınan bekkem boldı?
3. Úshmúyeshliktiń bekkemlik qásiyetinen qurılısta keń paydalanıladı. 89-bettegi 6-súwrette súwretlengen imarat hám qurılıslarda ne sebepten úshmúyeshlik figuradaǵı qurılmalardan paydalanılǵanın túsindiriń.

13.2. Bilimińizdi sınap kóriń

1. Bos qaldırılǵan orınlardı logikalıq durıs sózler menen toltırıń.

1. Eger úshmúyeshliktiń eki tárepi teń bolsa, onda .... boladı.
2. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń .... onıń hám medianası, hám biyikligi boladı.
3. Ózin-ózi kesip ótpeytuǵın tuyıq sınıq sızıqtan ibarat figura .... dep ataladı.
4. Barlıq tárepleri óz ara teń bolǵan úshmúyeshliktiń .... teń boladı.
5. .... úshmúyeshliktiń medianaları, bissektrisaları hám biyiklikleri óz ara teń.
6. .... ultanına irgeles múyeshleri teń.
7. Teń tárepli úshmúyeshlik .... úshmúyeshlik te boladı.

2. Tómende keltirilgen gáplerdegi qáteni tabıń hám dúzetiń.

1. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń múyeshleri teń.
2. Eger eki úshmúyeshliktiń múyeshleri sáykes túrde teń bolsa, bul úshmúyeshlikler teń boladı.
3. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń medianası onıń hám bissektrisası, hám biyikligi boladı.
4. Úshmúyeshliktiń múyeshinen shıǵıp, sol múyeshti teń ekige bóliwshi nurǵa "úshmúyeshlik bissektrisası" dep ataladı.
5. Mediana – úshmúyeshlik tárepin teń ekige bóliwshi sızıq.
6. Eger eki úshmúyeshliktiń bir tárepi hám eki múyeshi sáykes túrde teń bolsa, bul úshmúyeshlikler teń boladı.
7. Bir úshmúyeshliktiń eki tárepi hám bir múyeshi ekinshi úshmúyeshliktiń eki tárepi hám bir múyeshine sáykes túrde teń bolsa, bul úshmúyeshlikler teń boladı.
8. Perimetri teń bolǵan úshmúyeshlikler óz ara teń boladı.
9. Úshmúyeshliktiń biyikligi onıń tárepi ortasına túsirilgen perpendikulyar.
10. Eger bir úshmúyeshliktiń úsh múyeshi ekinshi úshmúyeshliktiń úsh múyeshine sáykes túrde teń bolsa, bunday úshmúyeshlikler óz ara teń boladı.

3. Berilgen qásiyetke iye bolǵan geometriyalıq figura atamasın oń baǵanadaǵı sáykes qatarǵa jazıń.

1	Barlıq medianaları teń	
2	Úshmúyeshliktiń bir tóbesi hám usı tóbesiniń qarama-qarsı tárepi ortasın tutastırıwshı kesindi	
3	Úshmúyeshliktiń bir tóbesin usı tóbesiniń qarama-qarsı tárepine túsirilgen perpendikulyar	
4	Úshmúyeshlik tárepleriniń qosındısı	
5	Ózin-ózi kesip ótpeytuǵın tuyıq sınıq sızıq	

4. Birinshi bağanada berilgen geometriyalıq túsinikke ekinshi bağanadan tiyisli qásiyet yamasa talqılawdı tabıń.

Geometriyalıq túsinikler	Qásiyeti yamasa talqılawı
1. Sınıq sızıq 2. Kópmúyeshlik 3. Úshmúyeshlik perimetri 4. Súyir múyeshli úshmúyeshlik 5. Teń qaptallı úshmúyeshlik 6. Tuwrı múyeshli úshmúyeshlik 7. Úshmúyeshlik medianası 8. Úshmúyeshlik bissektrisası 9. Úshmúyeshlik biyikligi 10. Kesindiniń orta perpendikulyarı	(A) bir múyeshi tuwrı múyesh. (B) úshmúyeshlik tóbesin usı tóbe qarama-qarsı tárepi ortası menen tutastıradı. (C) eki tárepi teń. (D) ózin-ózi kesip ótpeytuğın tuyıq sınıq sızıq. (E) izbe-iz kelgen eki bir tuwrı sızıqta jatpaytuğın A_1A_2, A_2A_3, ... , $A_{n-1}A_n$ kesindilerden payda bolğan. (F) úsh tárepi qosındısı. (G) barlıq múyeshleri súyir. (H) úshmúyeshlik múyeshi bissektrisasınıń úshmúyeshlik ishki oblastında jatqan bólegi. (I) úshmúyeshlik tóbesinen usı tóbe qarama-qarsı tárepinde jatqan tuwrı sızıqqa túsirilgen perpendikulyar. (J) kesindi ortasına túsirilgen perpendikulyar.

5. Testler.

1. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń eki tárepi 8 hám 3 ke teń. Onıń úshinshi tárepin tabıń.

A) 5 B) 8 C) 11 D) 9

2. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń bir tárepi ekinshisinen 3 cm qısqa hám perimetri 36 cm bolsa, onıń qaptal tárepin tabıń

A) 11 B) 12 C) 14 D) 18

3. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 48, qaptal tárepi 18 ge teń. Onıń ultanın tabıń.

A) 18 B) 12 C) 16 D) 14

4. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 48 ge teń. Onıń tárepleriniń biri 12 ge teń bolsa, qalğan tárepleriń tabıń

A) 12; 12 B) 16; 16 C) 18; 24 D) 18; 18

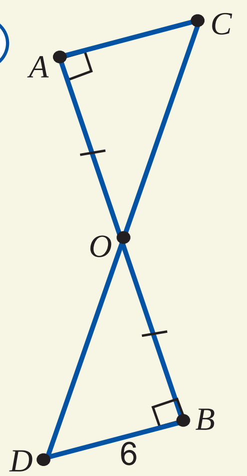
5. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 36 ğa, táreplerinen biri bolsa 16 ğa teń. Úshmúyeshliktiń qalğan eki tárepiniń uzınlıqların tabıń

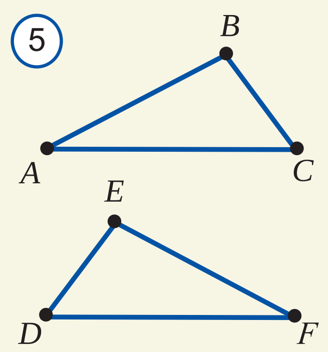
A) 16 hám 4 B) 10 hám 10 C) 10 hám 10 yamasa 16 hám 4 D) bunday úshmúyeshlik joq.

6. AC kesindiniń uzınlığın tabıń (*4-súwret*).

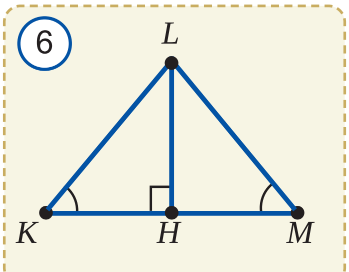
A) 6 B) 8 C) 12 D) 10,5

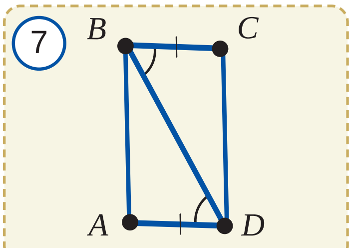
4

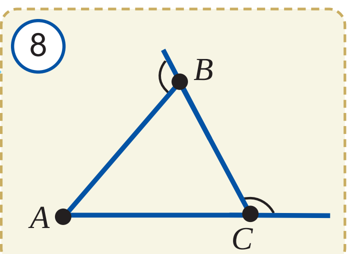


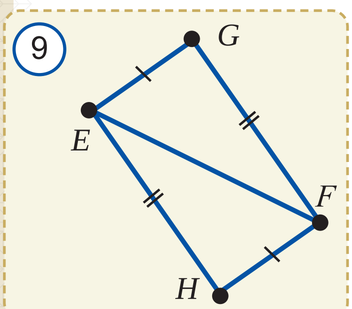


$AC = DF,\ \angle A = \angle F,$
$AB = FE$









7. Úshmúyeshliktiń neshe medianası bar?

A) bir B) eki C) úsh D) altı

8. Úshmúyeshlik bissektrisası qanday figura?

A) kesindi B) nur C) tuwrı sızıq D) noqat

9. Úshmúyeshliktiń qaysı elementi onıń sırtqı oblastında jatıwı múmkin?

A) medianası B) biyikligi C) bissektrisası D) diagonalı

10. "Eger úshmúyeshliktiń eki múyeshi teń bolsa, bul úshmúyeshlik teń qaptallı úshmúyeshlik boladı", degen tastıyıqlawdı qanday ataw múmkin?

A) anıqlama B) qásiyet C) belgi D) aksioma

11. 5-súwrettegi ABC hám FED úshmúyeshlikler teń be?

A) awa B) yaq

12. 6-súwrettegi qaysı úshmúyeshlikler óz ara teń?

A) $\Delta KLM = \Delta LMH$ *B)* $\Delta KLH = \Delta MLH$

C) $\Delta KLM = \Delta KLH$ *D)* Heshqaysısı

13. 7-súwrettegi ABD hám CDB úshmúyeshlikler qaysı belgige tiykarlanıp teń boladı?

A) Úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisi boyınsha

B) Úshmúyeshlikler teńliginiń MTM belgisi boyınsha

C) Úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisi boyınsha

D) Bul úshmúyeshlikler teń emes

14. 8-súwretke qarap úshmúyeshlik túrin anıqlań.

A) teń tárepli B) teń qaptallı

C) doǵal múyeshli D) hesh nárse aytıp bolmaydı

15. 9-súwrettegi maǵlıwmatlar boyınsha tómendegi teńliklerden nadurısın tabıń

A) $\angle GEF = \angle HFE$ B) $\angle EGF = \angle FHE$

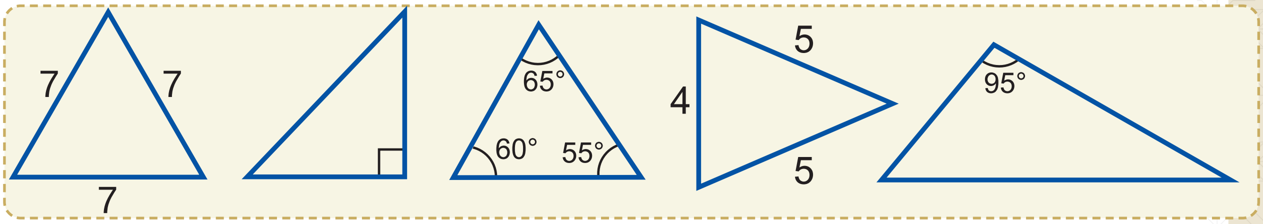
C) $\angle EHF = \angle FEG$ D) $\angle EFH = \angle GEF$

16. Perimetri 12 cm bolǵan úshmúyeshliktiń biyikligi onı perimetrleri 7 cm hám 9 cm bolǵan úshmúyeshliklerge ajıratadı. Biyiklik uzınlıǵın tabıń.

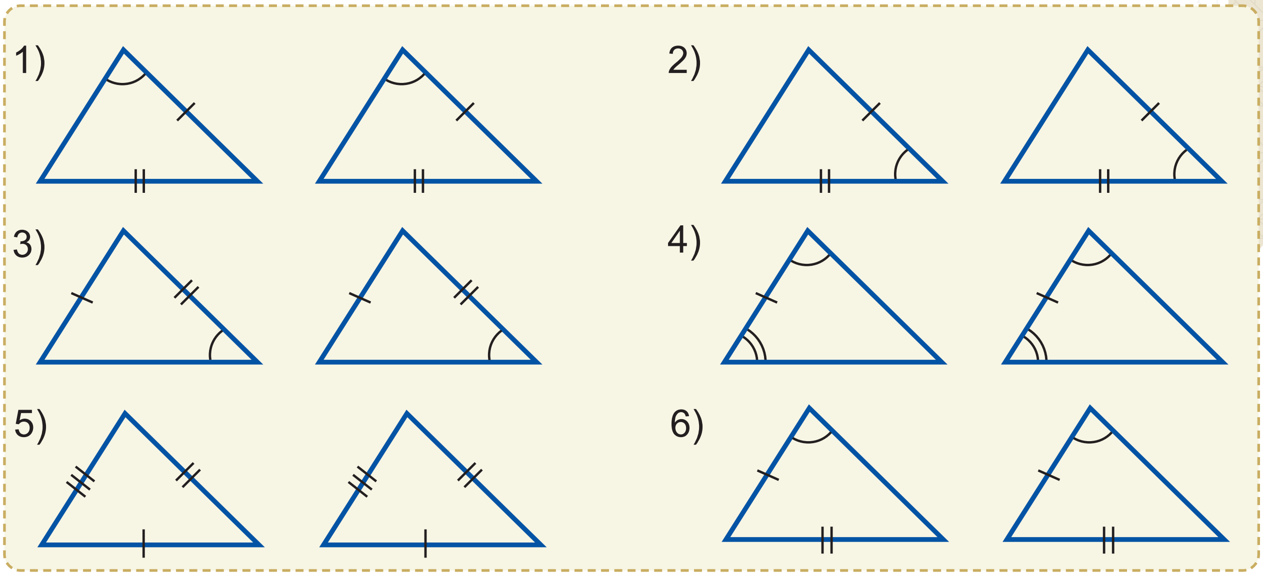
A) *2 cm* B) *3 cm* C) *1 cm* D) *4 cm.*

6. Máseleler.

1. Súwrette berilgen maǵlıwmatlar tiykarında úshmúyeshliklerdiń túrlerin anıqlań.



2. Tómende keltirilgen úshmúyeshlikler juplarınan qaysıları óz ara teń boladı? Qaysı belgisi boyınsha?



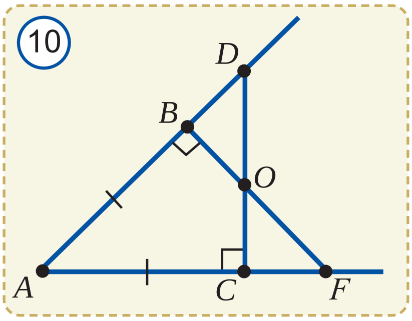
3. 10-súwrette $\Delta ACD = \Delta ABF$ ekenligin dálilleń.

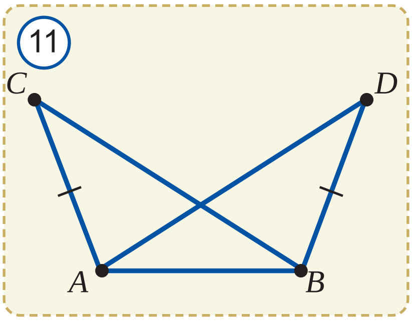
4. Eger 11-súwrette $\angle CAB = \angle ABD$ bolsa, $AD = BC$ ekenligin kórsetiń.

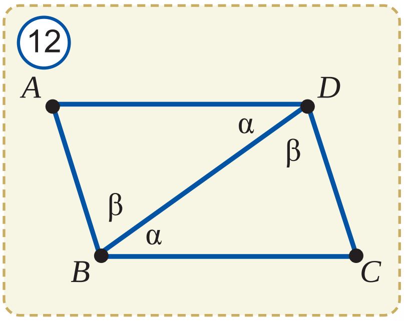
5. 12-súwrette $\Delta ABD = \Delta BCD$ bolıwın dálilleń.

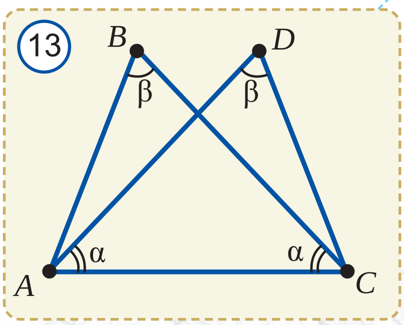
6. 13-súwrette $\Delta ABC = \Delta ADC$ bolıwın dálilleń.

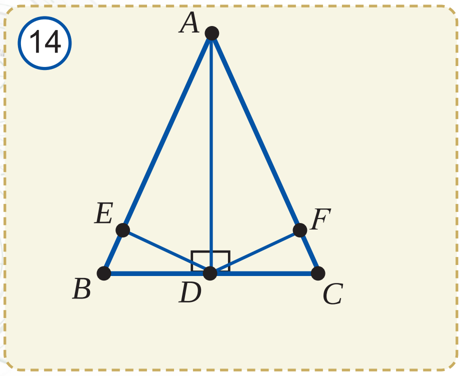
7. Eger ΔABC hám ΔPQR da $AB = PQ$, $AC = PR$ hám $BC = QR$ bolsa, ΔABC hám ΔPQR teń bola ma?











8. Eger 14-súwrette $BD = DC$, $AE = AF$ bolsa, barlıq teń úshmúyeshlikler jupların anıqlań hám tiykarlań.

9. 15-súwrette $\Delta ABC = \Delta EFD$ bolıwın dálilleń.

10. 16-súwrette $AD = CE$ bolıwın dálilleń.

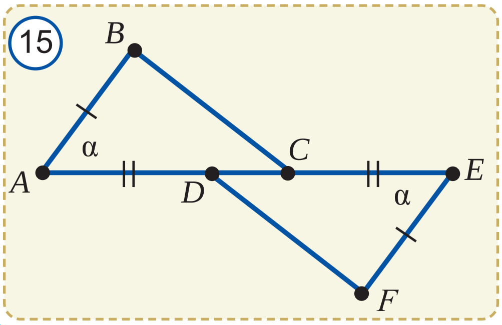
11. 17-súwrettegi maǵlıwmatlar boyınsha x ti tabıń

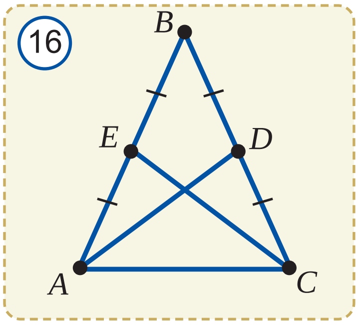
12. AE hám BD kesindiler C noqatta kesilisedi. Eger $DC = DE$, $AB = BC$ hám $\angle BAC = 48°$ bolsa, $\angle CED$ ti tabıń

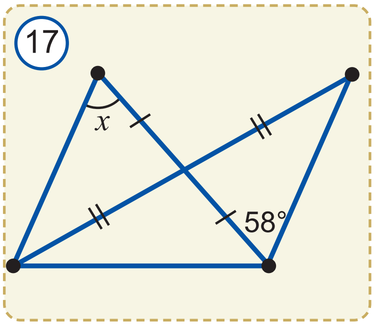
13. ABC úshmúyeshlik ishinde D noqat alınǵan. Eger $AC = AB$, $CD = BD$ hám $\angle BDA = 120°$ bolsa, $\angle ADC$ ti tabıń

14. Eger úshmúyeshliktiń bazıbir bissektrisası onıń biyikligi de bolsa, bul úshmúyeshlik teń qaptallı úshmúyeshlik bolıwın dálilleń.

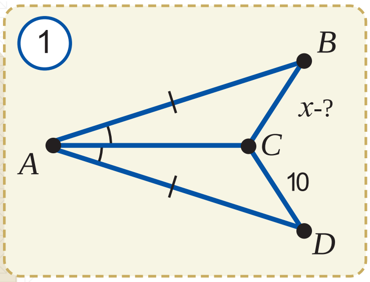
15. Eger úshmúyeshliktiń bazıbir biyikligi onıń bissektrisası da bolsa, bul úshmúyeshlik teń qaptallı úshmúyeshlik bolıwın dálilleń.







3-baqlaw jumısı úlgisi



Baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat boladı:

1) 93-94-betlerdegi test sorawlarına uqsas 5 test;

2) Tómendegi máselelerge uqsas 3 másele (4-másele "ayrıqsha" baha alıwshı oqıwshılar ushın qosımsha).

1. 1-súwrette berilgen maǵlıwmatlar boyınsha belgisiz kesindini tabıń

2. AB hám CD kesindiler O noqatta kesilisedi. Eger $\angle CAB = \angle ABD$ hám $AO = BO$ bolsa, $\angle ACO = \angle BDO$ bolıwın dálilleń.

3. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 18,4 m ge teń, ultanı bolsa qaptal tárepinen 3,6 m ge qısqa. Bul úshmúyeshliktiń táreplerin tabıń

4*. Úshmúyeshlikler teńligin eki tárepleri hám usı tárepleriniń birine túsirilgen medianaları teńligi boyınsha dálilleń.

“GeoGebra”da ámeliy tapsırmalar orınlaw

- ***Kerekli komponentler***
- *Jasawdı baslawdan aldın teń tárepli úshmúyeshliktiń qásiyetlerin eske alıń.*
- ***GeoGebra****da taza ayna ashıń.*
- ***GeoGebra*** *interfeysin* ***Настройки*** *–* ***Геометрия*** *kórinisine ótkeriń.*
- ***GeoGebra úskeneler panelindegi kerekli úskeneler***

	Окружность с центром через точку **Esletpe.** Tıshqanshanı bir márte basıw arqalı sheńber orayın, ekinshi márte basıw arqalı sheńber radiusın belgileń.
	Показывать объект **Esletpe.** Jasırın jaǵdayǵa ótkeriw kerek bolǵan obeyktti tańlań.
	Угол **Esletpe.** Úsh noqattı saat strelkasına qarsı baǵıtta belgileń hám kerekli múyeshti payda etiń.

Teń tárepli úshmúyeshlik jasaw algoritmi

1		***AB kesindi jasań.***
2		Orayı B noqatta bolǵan sheńber sızıń.
3		Orayı A noqatta bolǵan B noqattan ótiwshi sheńber sızıń
4		Eki sheńber kesilisiw noqatların belgileń.
5		ABC kópmúyeshlikti saat strelkasına qarsı baǵıt boylap jasań.
6		Eki sheńberdi jasırın jaǵdayǵa ótkeriń

7		Úshmúyeshliktiń ishki múyeshlerin onıń táreplerine basıw arqalı kórsetiń. **Esletpe.** Tıshqanshanı saat strelkası boylap háreketlendiriw arqalı úshmúyeshliktiń ishki múyeshlerin tabıń
8	Сохранить	Ózgeriwlerdi saqlaw
9	Перемещать	***Перемещать*** – qurılmasınan paydalanıp tuwrı tórtmúyeshlik jasalǵanın tekseriń

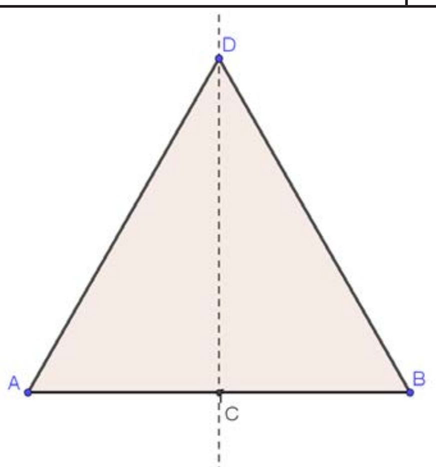
Óz betinshe orınlaw ushın tapsırmalar

Teń qaptallı úshmúyeshlik jasaw

Ultanı hám biyikligi uzınlıǵın tıshqansha menen tartıp ózgertiw múmkin bolǵan teń qaptallı úshmúyeshlik jasań.

Usı wazıypanı orınlaw ushın sizge tómendegi qurallar kerek boladı:

Отрезок	Kesindi jasaw
Середина или центр	Kesindi yamasa eki noqat ortasın tabıw
Перпендикулярная прямая	Berilgen noqat arqalı tuwrı sızıq yamasa kesindige perpendikulyar ótkeriw
Точка	Tegislikte noqat jasaw
Многоугольник	Kópmúyeshlik jasaw
Перемещать	Grafikalıq obyektti tıshqansha menen tartıp dinamikalıq túrde ózgertiw



III BAP

PARALLEL TUWRÍ SÍZÍQLAR

Bul baptı úyrenip shıqqanda, tómendegi bilim hám ámeliy kónlikpelerge iye bolasız:

Bilim:

– parallel tuwrı sızıqlardıń anıqlaması hám qásiyetleri;
– eki tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskende payda bolatuǵın múyeshlerdiń túrlerin biliw hám olardı sızılmada parıqlay alıw;
– eki tuwrı sızıqtıń parallellik belgileri;
– berilgen teoremaǵa keri bolǵan teoremanı ańlata alıw.

Ámeliy kónlikpeler:

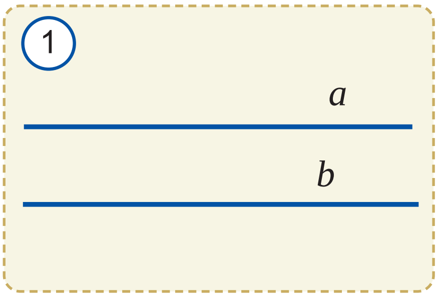
– úshmúyeshlik hám ápiwayı sızǵısh járdeminde parallel tuwrı sızıqlardı jasay alıw;
– eki tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskende payda bolatuǵın múyeshlerdi sızılmada kórsetip bera alıw.
– parallel tuwrı sızıqlardıń qásiyetleri hám eki tuwrı sızıqtıń parallellik belgilerin máseleler sheshiwde paydalanıw.

14 PARALLEL TUWRÍ SÍZÍQLAR

14.1. Tuwrı sızıqlardıń parallelligi

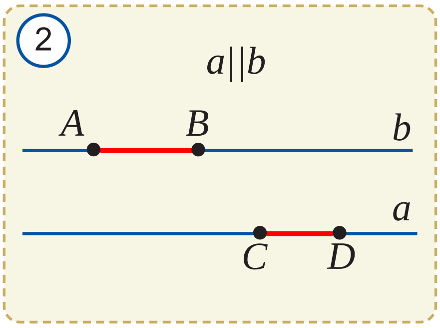
Aktivlestiriwshi shınıǵıw

Eger eki tuwrı sızıq bir tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolsa, olar óz ara kesilisiwshi bolıwı múmkin be? Juwabıńızdı tiykarlań.



Bir tegislikte jatqan hám óz ara kesilispeytuǵın tuwrı sızıqlar *parallel tuwrı sızıqlar* dep ataladı. 1-súwrette parallel tuwrı sızıqlar súwretlengen. a hám b tuwrı sızıqlardıń parallelligi $a||b$ tárizde jazıladı hám qısqasha *“a tuwrı sızıq b tuwrı sızıqqa parallel”* dep oqıladı.

Parallel tuwrı sızıqlarda jatqan kesindiler (nurlar) parallel kesindiler (nurlar) dep júritiledi. 2-súwrette parallel kesindiler súwretlengen.



Parallel kesindilerdi turmısta kóp ushıratamız. Mısal ushın, temir jol relsleri *(3-súwret)*, tuwrı tórtmúyeshlik kórinisindegi stoldıń qarama-qarsı qırları, keteksheli dápter betindegi gorizontal yamasa vertikal sızıqlar hám basqa.

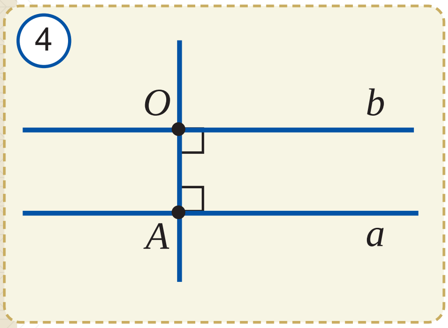
Sonday etip, anıqlama boyınsha, tuwrı sızıqlar parallel bolıwı ushın olar bir tegislikte jatıwı hám ulıwma noqatqa iye bolmawı, yaǵnıy kesilispewı kerek.

57-bette aldın dálillengen teoremanı endi tómendegishe ańlatıw múmkin:

Teorema. **Bir tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolǵan eki tuwrı sızıq óz ara parallel boladı.**

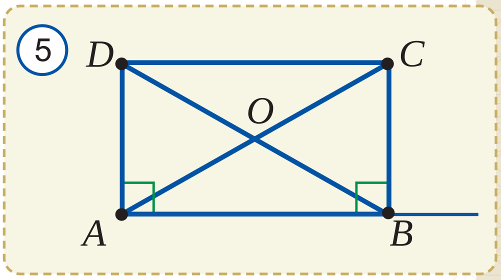
Másele. a tuwrı sızıqqa tiyisli bolmaǵan O noqattan oǵan parallel tuwrı sızıq júrgiziw múmkinligin kórsetiń.

Sheshiliwi. 57-bette dálillengen teorema boyınsha, O noqattan a tuwrı sızıqqa perpendikulyar OA tuwrı sızıq júrgizemiz *(4-súwret)*. Soń O noqattan OA tuwrı sızıqqa, jáne sol teorema boyınsha, perpendikulyar b. tuwrı sızıqtı júrgizemiz. Nátiyjede $a \perp OA$ hám $OA \perp b$, yaǵnıy OA tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolǵan eki a hám b tuwrı sızıqlarǵa iye bolamız. Onda joqarıdaǵı teorema boyınsha, a hám b tuwrı sızıqlar óz ara parallel boladı, yaǵnıy b izlengen tuwrı sızıq boladı.



Geometriyalıq izertlew

a nur alıp oǵan AB kesindi qoyıń *(5-súwret)*. A hám B tuwrı múyeshlerdi a nurdan baslap berilgen yarımtegislikke qoyıń. Bul múyeshler táreplerine biri-birine teń bolǵan AD hám BC kesindilerdi qoyıń. Soń DC kesindini júrgiziń. Nátiyjede "*Sakkeri tórtmúyeshligi*" dep atalatuǵın tórtmúyeshlikke iye bolasız. Bul tórtmúyeshlik qanday qásiyetlerge iye? Onıń tuwrı tórtmúyeshlik ekenligin dálillewge urınıp kóriń hám juwmaq shıǵarıń.

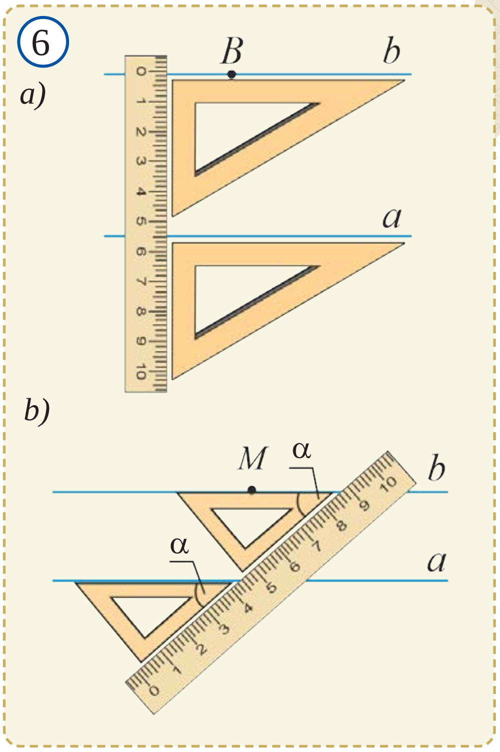


Belgili bolıwınsha, Sakkeri tórtmúyeshliginde: a) diagonallar óz ara teń: $AC = BD$; b) $\angle ADC$ hám $\angle DCB$ te óz ara teń. Bul qásiyetlerdi óz betinshe dálillep, isenim payda etiń.

Biraq $\angle ADC$ hám $\angle BCD$ lerdıń 90° qa teńligin dálillewdiń hesh ilajı joq eken. Bunı dálillew ushın parallellik aksioması dep atalǵan qásiyet zárúr bolar eken. Tuwrı sızıqqa onda jatpaytuǵın noqattan neshe parallel tuwrı sızıq ótkeriw múmkin? Bul sorawǵa da parallellik aksioması juwap beredi. Tómende sol aksioma haqqında toqtalamız.

Tegisliktegi tuwrı sızıqqa onda jatpaǵan noqattan tek ǵana bir parallel tuwrı sızıq ótkeriw múmkin.

Bul tastıyıqlawdı aksioma sıpatında dálillewsiz qabıl qılamız hám oǵan keyingi baplarda jáne toqtalıp ótemiz. Parallel tuwrı sızıqlardı ámeliyatta ápiwayı hám úshmúyeshli sızǵıshlar járdeminde 6-súwrette súwretlengen tártipte sızıw múmkin.

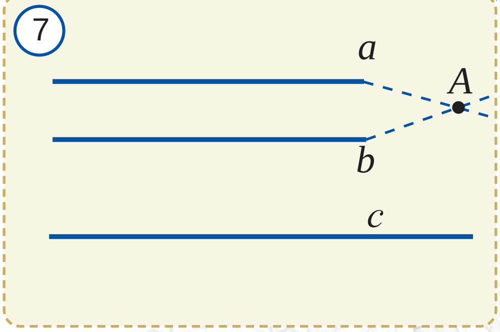


Teorema. **Bir tuwrı sızıqqa parallel bolǵan eki tuwrı sızıq óz ara parallel.**

a, b hám c tuwrı sızıqlar $a \| c$, $b \| c$. ⇒ $a \| b$

Dálillew. Aytayıq, $a \| c$ hám $b \| c$ bolsa da, a hám b tuwrı sızıqlar parallel bolmasın. Onda olar qanday da bir A noqatında kesilisedi *(7-súwret)* hám A noqatınan c tuwrı sızıǵına eki a hám b parallel tuwrı sızıq júrgizilgen boladı. Bul bolsa parallellik aksiomasına qarsı keledi. Demek, oylaǵanımız nadurıs: a hám b tuwrı sızıqlar óz ara parallel eken.

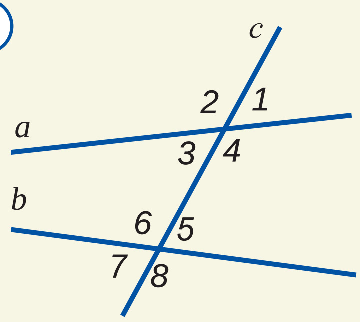
Teorema dálillendi.



14.2. Eki tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken múyeshler

Tegislikte berilgen eki $-a$ hám b tuwrı sızıq úshinshi $-c$ tuwrı sızıq penen kesiliskende, 8 múyesh payda boladı. Olardı 8-súwrette kórsetilgendey cifrlar menen belgileyik. Bul múyeshlerdiń tómendegi juplıqların óz aldına atamalar menen ataymız:

8



$\angle 3$ hám $\angle 5$, $\angle 4$ hám $\angle 6$ — **ayqısh múyeshler**

$\angle 4$ hám $\angle 5$, $\angle 3$ hám $\angle 6$ — **bir táreplemeli múyeshler**

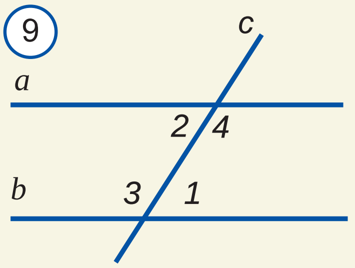
$\angle 1$ hám $\angle 5$, $\angle 2$ hám $\angle 6$, $\angle 3$ hám $\angle 7$, $\angle 4$ hám $\angle 8$ — **sáykes múyeshler**

Bul múyeshlerdiń tómendegi qásiyetlerin keltiremiz:

1-qásiyet. **Eger eki tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken bir jup ayqısh múyeshler óz ara teń bolsa, ekinshi jup ayqısh múyeshler de óz ara teń boladı.**

a, b tuwrı sızıqlar hám c kesiwshi: $\angle 1 = \angle 2$ *(9-súwret)* ⇒ $\angle 3 = \angle 4$

9



Dálillew. $\angle 2$ hám $\angle 4$ qońsılas múyeshler bolǵanı ushın: $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$. Bunnan $\angle 4 = 180^\circ - \angle 2$.

$\angle 1$ hám $\angle 3$ te qońsılas múyeshler bolǵanı ushın: $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$. Bunnan $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1$.

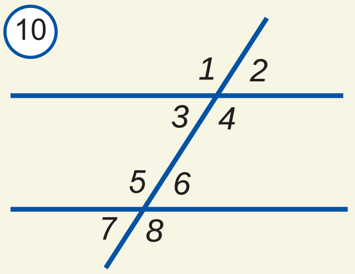
Shárt boyınsha, $\angle 1 = \angle 2$ ekenligin esapqa alsaq: $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - \angle 2 = \angle 4$.

Demek, $\angle 3 = \angle 4$.

Qásiyet dálillendi.

2-qásiyet. **Eger sáykes múyeshler teń bolsa, bir táreplemeli múyeshler qosındısı 180° qa teń boladı.**

10



Dálillew. Sáykes múyeshlerden qaysı bir juplıǵın, máselen $\angle 2 = \angle 6$ bolsın *(10-súwret)*. $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$ ekenligin dálilleymiz. $\angle 2$ hám $\angle 4$ qońsılas múyeshler bolǵanı ushın $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ boladı. Onda $\angle 2 = \angle 6$ bolǵanı ushın $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$ ekenligi kelip shıǵadı.

Basqa bir táreplemeli múyeshler qosındısı 180° qa teńligi usı sıyaqlı dálillenedi.

Qásiyet dálillendi.

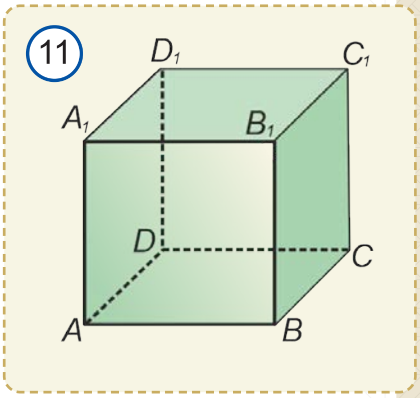
3-qásiyet. **Eger ayqısh múyeshler óz ara teń bolsa, onda sáykes múyeshler de óz ara teń boladı.**

Dálillew. $\angle 3$ hám $\angle 6$ ayqısh múyeshler bolıp, $\angle 3 = \angle 6$ bolsın *(10-súwret)*. Onda $\angle 3$

hám $\angle 2$ vertikal múyeshler bolǵanı ushın $\angle 3 = \angle 2$ boladı.

Demek, sáykes múyeshler $\angle 6$ hám $\angle 2$ teń eken. Basqa sáykes múyeshler juplıqları teńligi de usı sıyaqlı dálillenedi.

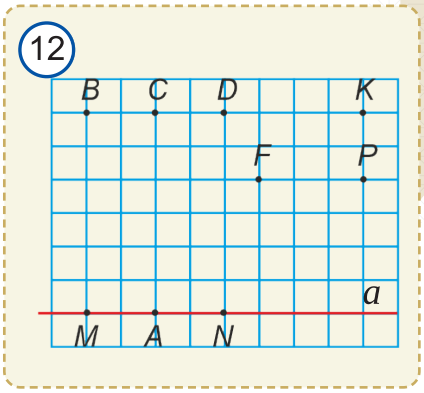
Qásiyet dálillendi

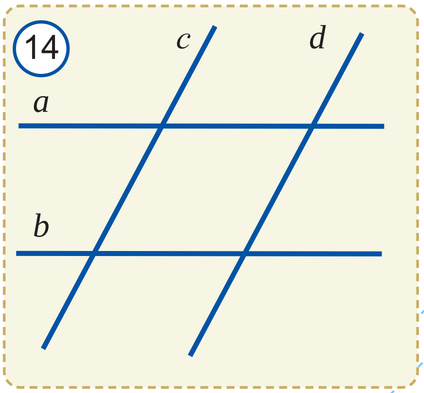


Temaǵa tiyisli sorawlar

1. Qanday tuwrı sızıqlar parallel boladı?
2. Berilgen tuwrı sızıqta jatpaytuǵın noqat arqalı usı tuwrı sızıqqa parallel bolǵan neshe tuwrı sızıq ótkeriw múmkin?
3. Klass bólmesine názer salıń hám parallel kesindilerdi anıqlań.
4. a hám b tuwrı sızıq úshinshi - c tuwrı sızıq penen kesiliskende qanday múyeshler jupları payda boladı?
5. Kesilispeytuǵın eki kesindini parallel kesindiler dep atawǵa boladı ma? Kesilispeytuǵın eki nurdı parallel nurlar dep atawǵa boladı ma?
6. Eki tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken múyeshlerdiń qanday qásiyetlerin bilesiz?
7. 11-súwrettegi kubtıń óz ara parallel qırların anıqlań.
8. 12-súwrette dápter ketekshesinen paydalanıp, tómendegilerdi anıqlań:
- *a tuwrı sızıqqa perpendikulyar hám A noqattan ótiwshi tuwrı sızıq jáne qaysı noqattan ótedi?*
- *a tuwrı sızıqqa parallel hám F noqattan ótiwshi tuwrı sızıq jáne qaysı noqattan ótedi?*
- *a tuwrı sızıqqa parallel hám K noqattan ótiwshi tuwrı sızıq jáne qaysı noqatlardan ótedi?*

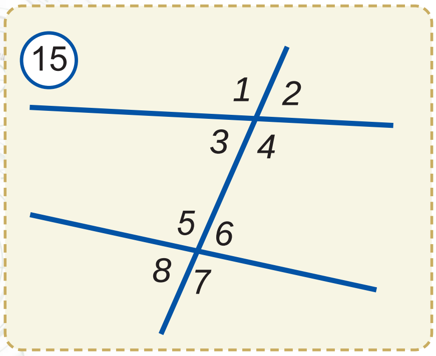
9. 12-súwrette dápter ketekshesinen paydalanıp, tómendegi tastıyıqlardıń durıslıǵın tekseriń: a) $AB \perp a$; b) $BM \perp a$; c) $KP \perp a$; d) $FK \parallel a$; e) $BC \parallel a$; f) $KP \parallel a$.
10. Usta gerbish óriwshiler 13-súwrette súwretlengen "shaytan" dep atalıwshı ásbaptan qanday paydalanadı?

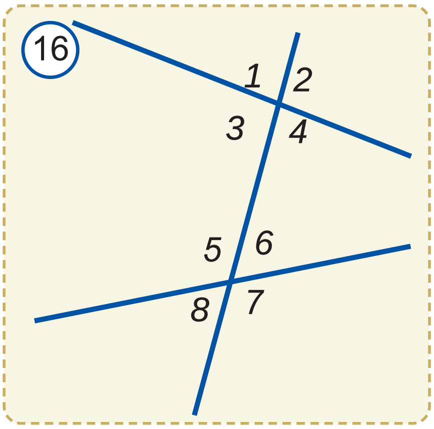


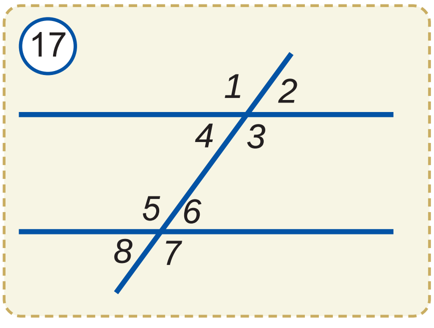


Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. Tuwrı sızıq sızıp, onda A, B hám C noqatlardı belgileń. Sızǵısh hám úshmúyeshli sızǵısh járdeminde A noqattan, B noqattan hám C noqattan ótiwshi hám biri-birine parallel bolǵan tuwrı sızıqlardı júrgiziń.
2. 14-súwrettegi parallel tuwrı sızıqlar jupların jazıń.
3. Úshinshi tuwrı sızıqqa parallel bolǵan eki tuwrı sızıqtıń óz ara parallel bolıwın kórsetiń.
4. Eger tuwrı sızıq parallel tuwrı sızıqlardıń birin kesip ótse, ekinshisin de kesip ótedi me? Juwabıńızdı tiykarlań.







5. Tuwrı tórtmúyeshliktiń qarama-qarsı tárepleri óz ara parallel ekenligin kórsetiń.

6. Qaǵazǵa eki tuwrı sızıq sızıldı. Eger qaǵaz bul sızıqlar boylap qırqılsa, neshe bólek payda boladı.

7. Qaǵazǵa eki tuwrı sızıqtı sonday sızıń, qaǵaz bul sızıqlar boylap qırqılsa, úsh bólek payda bolsın.

8. 15-súwrettegi múyeshlerden qaysıları vertikal hám qaysıları qońsılas múyesh boladı?

9. Eger 16-súwrette: a) $\angle 4 = \angle 8 = 63°$; b) $\angle 1 = \angle 6 = 63°$ bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.

10. Eger 17-súwrette $\angle 2 = \angle 6 = 63°$ bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.

11. Eger 17-súwrette $\angle 1 = \angle 7 = 122°$ bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.

12. Eger eki tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq penen keskende payda bolǵan múyeshlerden biri 82° hám jáne biri 110° bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.

13*. Eger eki tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq penen keskende payda bolǵan múyeshlerden biri 32° hám jáne biri 134° bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.

14*. 17-súwrette $\angle 3 = \angle 5$ bolsa, $\angle 2 = \angle 8$ hám $\angle 4 = \angle 6$ boladı ma? Juwabıńızdı túsindiriń.

15. 17-súwrette $\angle 1 = \angle 7$ bolsa, $\angle 3 = \angle 5$ hám $\angle 4 = \angle 6$ teńlikler orınlanadı ma? Juwabıńızdı túsindiriń.

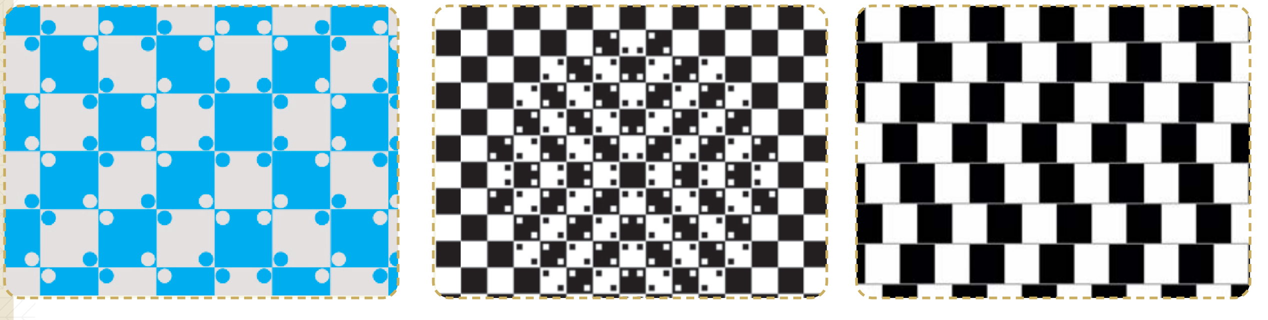
16*. Bir táreplemeli múyeshler óz ara teń bolıwı múmkin be?

17*. Ayqısh múyeshler teń bolsa, bir táreplemeli múyeshler qosındısı 180° qa teńligin kórsetiń.

18*. Bir táreplemeli múyeshler qosındısı 180° qa teń bolsa, ayqısh múyeshler óz ara teń boladı ma?

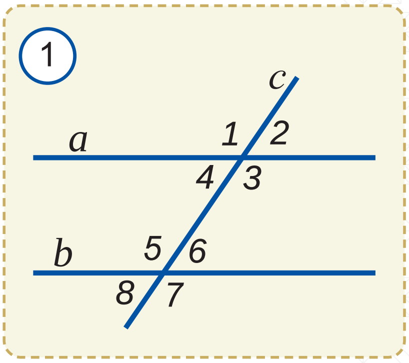
19. Eger eki tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken bir jup sáykes múyeshler óz ara teń bolsa, ekinshi jup sáykes múyeshler de teń bolıwın dálilleń.

Geometriyalıq illyuziya. Tómendegi súwretlerdegi gorizontal hám vertikal sızılǵan sızıqlar parallel me? Bunı sızǵısh járdeminde tekserseńiz, óz kózlerińizge isenbesten lal qalasız!



15 EKI TUWRÍ SÍZÍQTÍŃ PARALLELLIK BELGILERI

Aktivlestiriwshi shınıǵıw



1-súwrette a hám b parallel tuwrı sızıqlar hám c kesiwshi súwretlengen. Tómendegi tapsırmalardı orınlań hám sorawlarǵa juwap beriń.

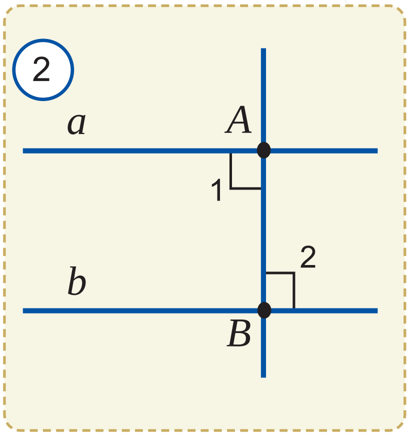
1. Barlıq ayqısh múyeshler jupların jazıń hám olardı transportirde ólsheń. Hárbir jup ayqısh múyeshlerdiń gradus ólshemleri haqqında ne ayta alasız?

2. Barlıq bir táreplemeli múyeshler jupların jazıń hám olardı transportirde ólsheń. Hárbir jup bir táreplemeli múyeshler gradus ólshemleriniń qosındısı haqqında ne ayta alasız?

3. Barlıq sáykes múyeshler jupların jazıń hám olardı transportirde ólsheń. Hárbir jup sáykes múyeshlerdiń gradus ólshemleri haqqında ne ayta alasız?

4. Joqarıda anıqlanǵan qásiyetler hámme waqıt ta orınlı bola bere me?

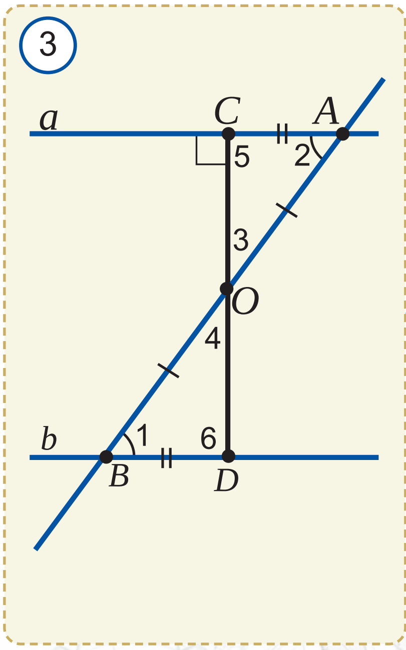
Eki tuwrı sızıqtıń parallelligin qalay anıqlaw múmkin? "Eki tuwrı sızıqtıń parallellik belgileri" dep atalǵan teoremalar usı sorawǵa juwap beredi.



Teorema. **Eger eki tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken ayqısh múyeshler teń bolsa, onda bul eki tuwrı sızıq parallel boladı.**

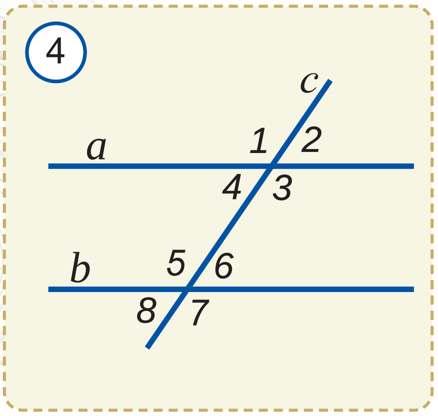
Dálillew. 1) Dáslep $\angle 1$ hám $\angle 2$ tuwrı múyesh bolǵan jaǵdaydı qaraymız (2-*súwret*). Bul jaǵdayda AB tuwrı sızıq a hám b tuwrı sızıqlarǵa perpendikulyar boladı. Onda a hám b tuwrı sızıqlar bir tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolǵan eki tuwrı sızıq haqqındaǵı teoremaǵa tiykarlanıp óz ara parallel boladı (100-bettegi teoremaǵa qarań).

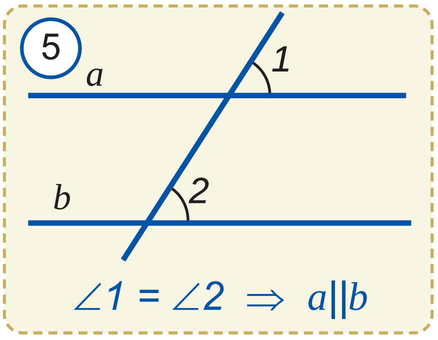
2) Endi $\angle 1$ hám $\angle 2$ tuwrı múyesh bolmaǵan jaǵdaydı kóremiz: AB kesindi ortası $(AO = BO)$ O noqattan a tuwrı sızıqqa OC perpendikulyar túsiremiz *(3-súwret)*. b tuwrı sızıqqa B noqattan uzınlıǵı AC ǵa teń BD kesindi qoyamız. AOC hám BOD úshmúyeshliklerin qaraymız.

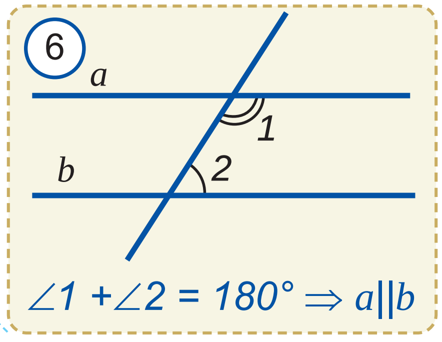


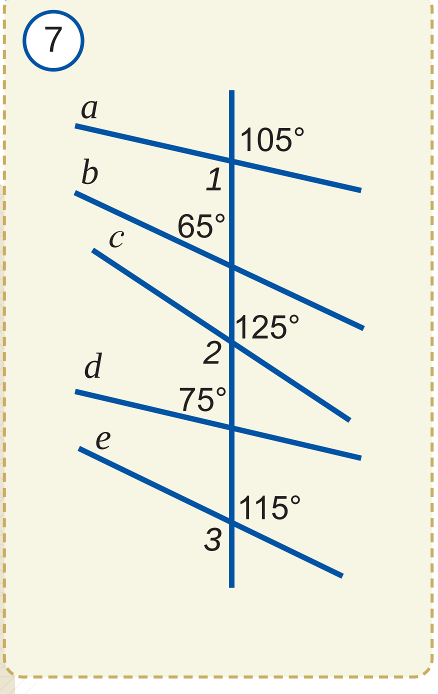
Olarda, shártke kóre $\angle 1 = \angle 2$, figuralardı jasawǵa kóre $AC = BD$ hám $AO = BO$.

Onda úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisi boyınsha $\Delta AOC = \Delta BOD$ boladı. Sonlıqtan, $\angle 3 = \angle 4$ hám $\angle 5 = \angle 6$ boladı.









$\angle 3 = \angle 4$ ekenliginen D noqatı CO nurınıń dawamında jatıwı, yaǵnıy C, O hám D noqatlar bir tuwrı sızıqta jatatuǵınlıǵı kelip shıǵadı.

$\angle 5 = \angle 6$ ekenliginen, $\angle 6$ hám $\angle 5$ sıyaqlı tuwrı múyesh ekenligi kelip shıǵadı. Solay etip, a hám b tuwrı sızıqlar bir CD tuwrı sızıqqa perpendikulyar eken.

Demek, olar óz ara parallel boladı.

Teorema dálillendi.

Másele. Eger 4-súwrette $\angle 2 = 55°$ hám $\angle 5 = 125°$ bolsa, a hám b tuwrı sızıqlar óz ara parallel bola ma?

Sheshiliwi. $\angle 2$ hám $\angle 4$ vertikal múyeshler bolǵanı ushın $\angle 4 = \angle 2 = 55°$. $\angle 5$ hám $\angle 6$ qońsılas bolǵanı ushın $\angle 6 = 180° - \angle 5 = 180° - 125° = 55°$. Nátiyjede, ayqısh múyeshler óz ara teń ekenligin anıqlaymız: $\angle 4 = \angle 6$.

Demek, joqarıda dálillengen eki tuwrı sızıqtıń parallellik belgisi boyınsha, a hám b tuwrı sızıqlar parallel boladı.

Juwabı: awa.

Teoremadan tuwrıdan-tuwrı kelip shıǵatuǵın qásiyetke *nátiyje* dep ataladı. Aldınǵı temalarda *(102-bette)* keltirilgen 1-, 2- hám 3-qásiyetlerden tómendegi nátiyjeler kelip shıǵadı.

1-nátiyje. Eger eki tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken sáykes múyeshler teń bolsa, onda bul eki tuwrı sızıq parallel boladı *(5-súwret)*.

2-nátiyje. Eger eki tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken bir táreplemeli múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teń bolsa, onda bul eki tuwrı sızıq parallel boladı *(6-súwret)*.

Másele. 7-súwrettegi tuwrı sızıqlardıń qaysıları parallel?

Sheshiliwi. Vertikal múyeshler teńliginen, $\angle 1 = 105°$, $\angle 2 = 125°$, $\angle 3 = 115°$. a hám b tuwrı sızıqlar parallel emes, sebebi $\angle 1 + 65° = 105° + 65° \neq 180°$.

$a||d$ boladı, sebebi $\angle 1 + 75° = 105° + 75° = 180°$ (2-nátiyjege qarań).

Tap sonday $b||e$ boladı, sebebi

$65° + \angle 3 = 65° + 115° = 180°$.

a, c hám e tuwrı sızıqlar óz ara parallel emes, sebebi olardıń sáykes múyeshleri teń emes (1-nátiyjege qarań).

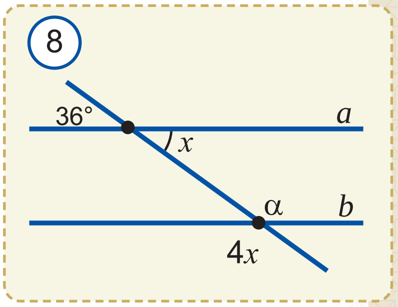
Tap sonday b hám d tuwrı sızıqları da parallel emes, sebebi sáykes múyeshler teń emes: $65° \neq 75°$.

Juwabı: $a||d$, $b||e$.

Másele. 8-súwrette $a||b$ bola ma?

Sheshiliwi. Vertikal múyeshlerdiń qásiyeti boyınsha $x = 36°$. Onda $\alpha = 4x = 4 \cdot 36° = 144°$ boladı. Bir táreplemeli múyeshler qosındısı $x + \alpha = 36° + 144° = 180°$.

Demek, 2-nátiyje boyınsha $a||b$ boladı.



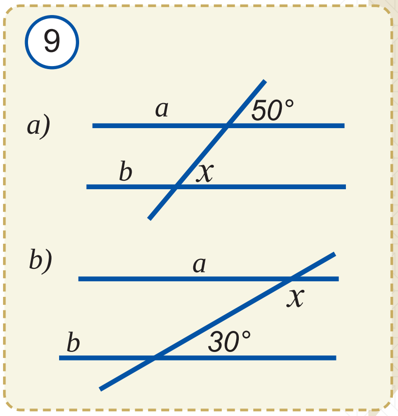
Temaǵa tiyisli sorawlar

1. Eki tuwrı sızıqtıń parallelligin qanday anıqlaw múmkin?

2. Belgi dep nege aytamız? Mısal keltiriń.

3. Eki tuwrı sızıqtıń parallellik belgilerin túsindiriń.

4. Nátiyje dep nege aytamız? Mısal keltiriń.



Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. 9-súwrette a hám b tuwrı sızıqlar parallel bolıwı ushın belgisiz múyesh neshe gradus bolıwı kerek?

2. 10-súwrette $a||b$ bolıwın kórsetiń.

3. 10-súwrette keltirilgen máselege uqsas másele dúziń hám onı sheshiń.

4. 11-súwrette $a||b$ bolıwın kórsetiń.

5. 12-súwrette $a||b$ bolıwın kórsetiń.

6. 11-12-súwretlerde keltirilgen máselelerge uqsas másele dúziń hám onı sheshiń.

7. Eger 1-súwrette: a) $\angle 1 = 132°$, $\angle 8 = 48°$; b) $\angle 2 = 36°$, $\angle 5 = 144°$ bolsa, $a||b$ boladı ma?

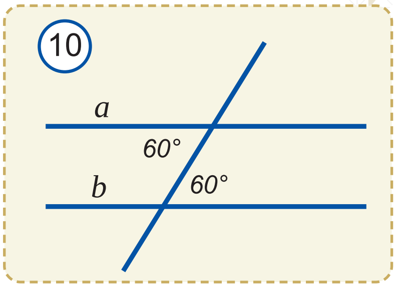
8. Eger 1-súwrette: a) $\angle 3 = 113°$, $\angle 6 = 77°$; b) $\angle 1 + \angle 7 = 180°$ bolsa, $a||b$ boladı ma?

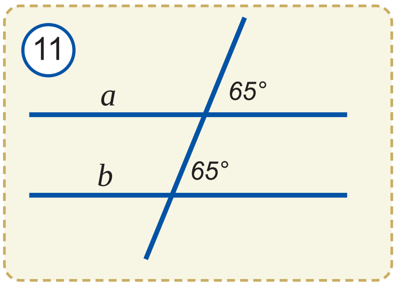
9*. 13-súwrettegi tórtmúyeshliktiń qaysı tárepleri parallel boladı?

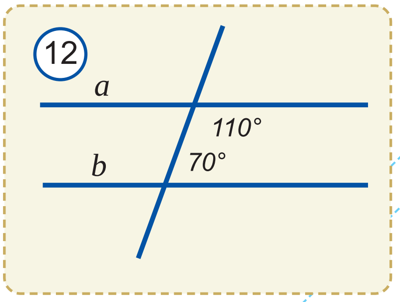
10*. a tuwrı sızıq hám onda jatpaǵan K noqat berilgen. K noqat arqalı tórt tuwrı sızıq ótkerildi. Bul tuwrı sızıqlardan neshewi a tuwrı sızıq penen kesilisedi?

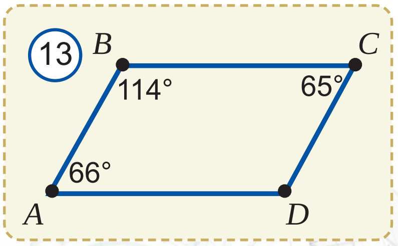
11. Eger 14-súwrette: a) $\angle 3 = \angle 4$, $BD = CE$, $AB = EF$; b) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $BD = CE$; c) $AB = EF$, $BD = EC$, $AC = FD$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta EFD$ ekenligin kórsetiń.

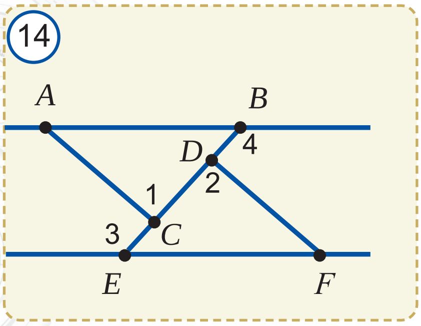
12. Eki tuwrı sızıqtıń kesiwshi menen kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerden biri: a) 32° hám oǵan sáykes bolǵan múyesh bolsa 33° qa; b) 47° hám oǵan sáykes bir táreplemeli bolǵan múyesh bolsa 133° qa teń bolsa, bul tuwrı sızıqlar parallel bola ma?

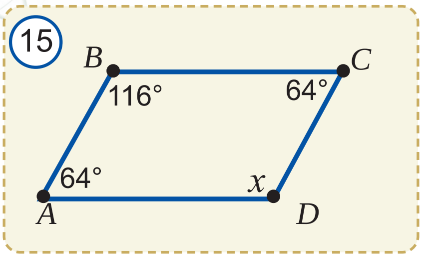












13. 15-súwrettegi belgisiz múyeshti tabıń.

14. Eger 16-súwrette ∠1 = ∠5 = 105° bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.

15. Eger 17-súwrette ∠3 = 60°, ∠8 = 120° bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.

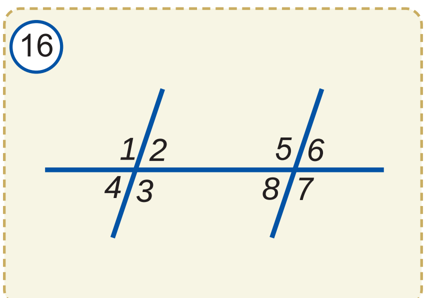
16*. a hám b parallel tuwrı sızıqlardı c tuwrı sızıq penen kesiwden payda bolǵan ayqısh múyeshlerdiń bissektrisaları parallel ekenligin kórsetiń*(18-súwret).*

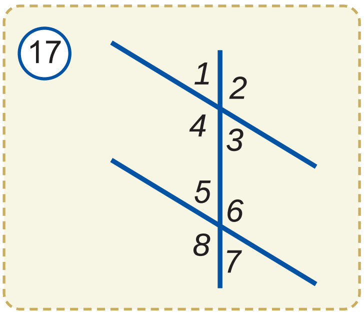
17. 19-súwretlerdegi parallel tuwrı sızıqlardı anıqlań.

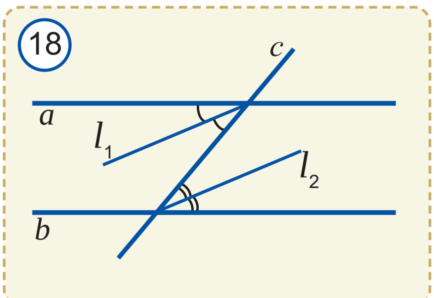
18. 20-súwretlerdegi parallel tuwrı sızıqlardı anıqlań.

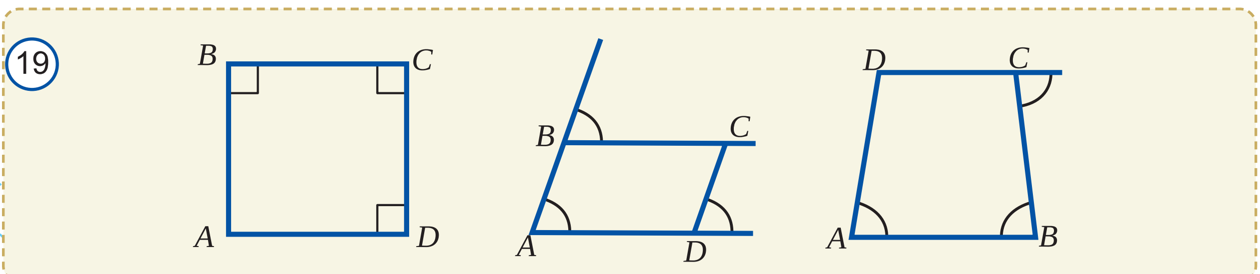
19. 21-súwretlerdegi parallel tuwrı sızıqlardı anıqlań.

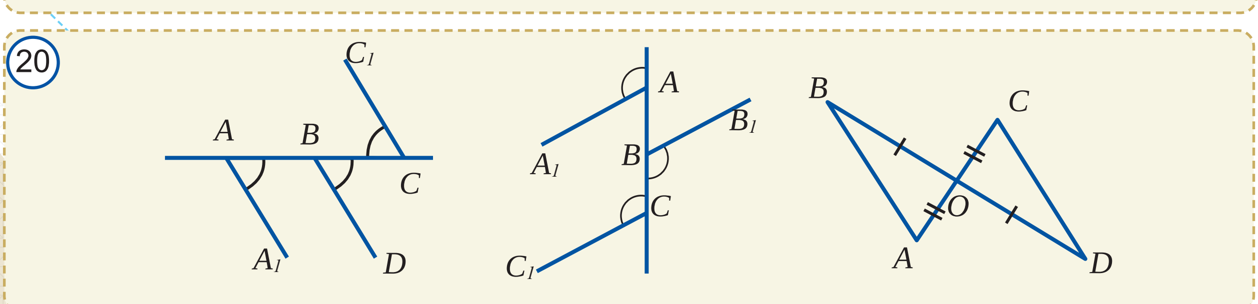
20*. Tuwrı sızıqlardıń parallellik belgilerine tiyisli máseleler dúziń hám olardı sheshiń.

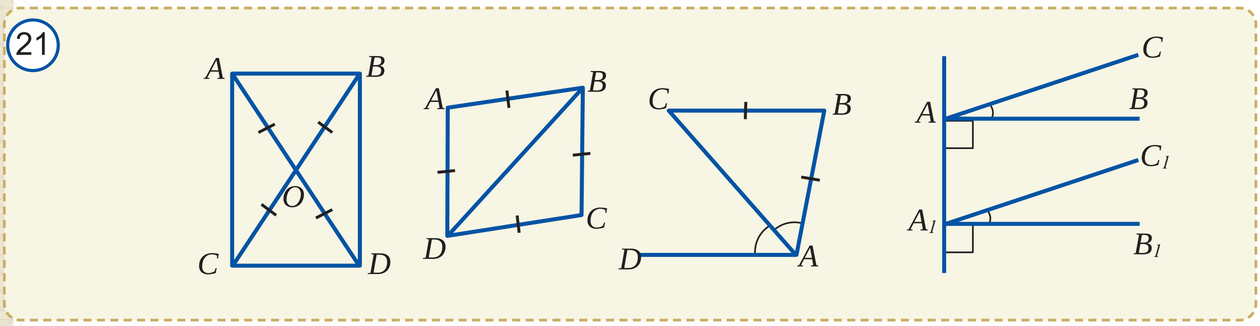












16 EKI PARALLEL TUWRÍ SÍZÍQ HÁM KESIWSHI PAYDA ETKEN MÚYESHLER

16.1.Keri teorema.

Eger teoremanıń shárti hám juwmaqlarınıń ornı almastırılsa, jańa tastıyıqlaw payda boladı. Eger bul tastıyıqlaw da durıs bolsa (yaǵnıy dálillense), ol berilgen teoremaǵa *keri teorema* dep ataladı. Berilgen teorema bolsa *tuwrı teorema* dep te júritiledi.

Tuwrı teorema:

Eger **A gáp** ***bolsa,*** **B gáp** ***boladı.***

Qısqasha: **A** $\Rightarrow$ **B.**

Keri teorema:

Eger **B gáp** ***bolsa,*** **A gáp** ***boladı.***

Qısqasha: **B** $\Rightarrow$ **A.**

Mısalı. *"Eger úshmúyeshlik teń qaptallı bolsa, onıń ultanındaǵı múyeshleri teń boladı"* degen teoremaǵa keri teorema tómendegiden ibarat: ***"Eger úshmúyeshliktiń eki múyeshi teń bolsa, ol teń qaptallı úshmúyeshlik boladı"***.

1-shınıǵıw. Joqarıda keltirilgen keri teorema "úshmúyeshliktiń teń qaptallı bolıw belgisi" dep aytıladı. Onıń durıslıǵın óz betinshe dálilleń.

Berilgen tuwrı teoremaǵa keri bolǵan tastıyıqlaw barlıq waqıtta orınlı bola bermewin aytıp ótiw kerek.

Máselen, "Eger múyeshler vertikal bolsa, olar teń boladı" degen teoremaǵa keri "Eger múyeshler teń bolsa, olar vertikal boladı" degen tastıyıqlaw durıs emes.

Eger tuwrı hám keri teoremanıń hár ekiwi de durıs bolsa, bul tastıyıqlaw *óz ara teń kúshli* dep ataladı. Bul qısqasha $A \Leftrightarrow B$ tárizde jazıladı.

2-shınıǵıw.

1. "Eger jawın jawsa, aspanda bult boladı" degen tastıyıqlawǵa keri bolǵan tastıyıqlawdı dúziń. Payda bolǵan keri tastıyıqlawdıń hárqashan da durıs bolmawın túsindiriń.

2. Tómendegi durıs teoremalarǵa keri teoremalardı jazıp shıǵıń. Hárbir keri teoremada ańlatılǵan tastıyıqlawdıń durıs yamasa nadurıs ekenligin tekseriń.

- Bir tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolǵan eki tuwrı sızıq óz ara kesilispeydi.
- Eger eki úshmúyeshlik teń bolsa, olardıń sáykes tárepleri teń boladı.
- Eger qońsılas múyeshler óz ara teń bolsa, olar tuwrı múyesh boladı.
- Bir tuwrı sızıqqa parallel bolǵan eki tuwrı sızıq parallel boladı.

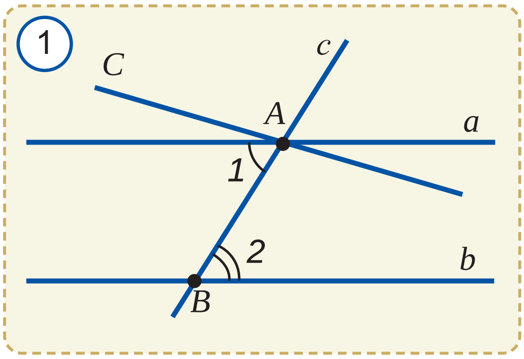
3. Óz ara teń kúshli tastıyıqlawlarǵa mısallar keltiriń.

16.2. Eki parallel tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken múyeshler

Tómende eki tuwrı sızıqtıń parallellik belgilerine keri bolǵan teoremalar ústinde toqtalamız.

1-teorema. **Eki parallel tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken ayqısh múyeshler óz ara teń boladı.**

$a \| b$, c – kesiwshi *(1-súwret)* ⇒ $\angle 1 = \angle 2$



Dálillew. Kerisinshe oylaymız: $\angle 1 \neq \angle 2$ bolsın. AB nurına $\angle 2$ ge teń bolǵan CAB múyeshin qoyamız. Onda CA hám B tuwrı sızıqlardı AB kesiwshi menen keskende, biri-birine teń (jasawǵa kóre) ayqısh $\angle CAB$ hám $\angle 2$ múyeshlerge iye bolamız.

Demek, CA hám b tuwrı sızıqlar óz ara parallel. Solay etip, A noqatınan b tuwrı sızıqqa parallel bolǵan eki (CA hám a) tuwrı sızıqqa iyemiz.

Bul bolsa parallellik aksiomasına qarama-qarsı. Demek, oylawımız nadurıs, $\angle 1 = \angle 2$ eken

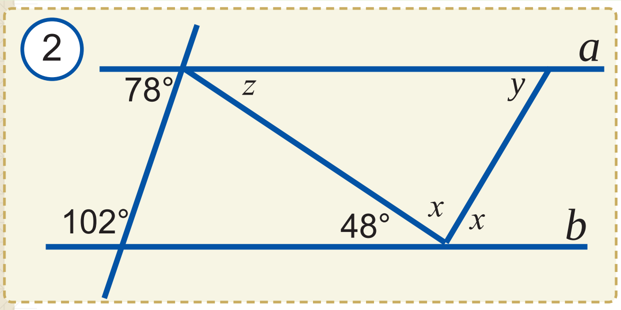
Teorema dálillendi.

Nátiyje. **Eger tuwrı sızıq parallel tuwrı sızıqlardan birine perpendikulyar bolsa, ekinshisine de perpendikulyar boladı.**

Nátiyje sıpatında keltirilgen tastıyıqlawdıń durıslıǵın óz betinshe tekserip kóriń.

2-teorema. **Eki parallel tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken sáykes múyeshler óz ara teń boladı.**

3-teorema. **Eki parallel tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken bir tárеplemeli múyeshler qosındısı 180° qa teń boladı.**
Teoremalardı óz betinshe dálillewge urınıp kóriń.



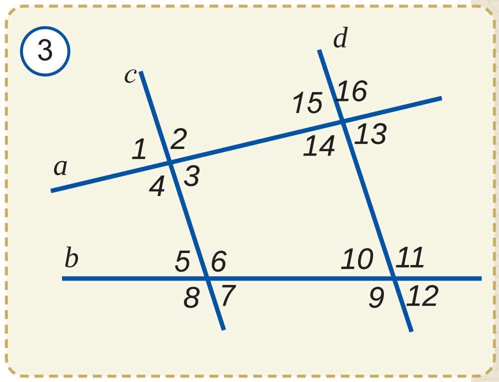
Másele. 2-súwrettegi belgisiz múyeshlerdi tabıń.

Sheshiliwi. Bir tárеplemeli múyeshler qosındısı $78° + 102° = 180°$ bolǵanı ushın $a \| b$ boladı. Demek, 1-teorema boyınsha, $z = 48°$ hám $x = y$ boladı. $x + x + 48° = 180°$ bolǵanı ushın (jayıq múyeshler shaması) $x = 66°$. Demek, $y = 66°$.

Juwabı: $x = 66°$; $y = 66°$; $z = 48°$.

Másele. 3-súwrette $a \nparallel b$, $c \| d$. Tómendegi teńliklerden qaysıları durıs?

1) $\angle 1 = \angle 15$; 2) $\angle 3 = \angle 13$; 3) $\angle 4 = \angle 16$; 4) $\angle 4 = \angle 8$; 5) $\angle 1 = \angle 12$; 6) $\angle 7 = \angle 10$;



7) $\angle 8 = \angle 16$; 8) $\angle 8 = \angle 11$; 9) $\angle 4 + \angle 13 = 180°$; 10) $\angle 6 + \angle 14 = 180°$; 11) $\angle 7 + \angle 12 = 180°$; 12) $\angle 8 + \angle 9 = 180°$.

Sheshiliwi: 3) $\angle 4 = \angle 2$ (vertikal múyeshler qásiyeti boyınsha), $\angle 2$ hám $\angle 16$ sáykes múyeshler bolǵanı ushın $\angle 2 = \angle 16$. Demek, $\angle 4 = \angle 16$ teńlik durıs.

5) $\angle 12 = \angle 7$ (sáykes múyeshler qásiyeti boyınsha) hám $\angle 7=\angle 5$ (vertikal múyeshler). $\angle 5$ hám $\angle 1$ sáykes múyeshler $a \nparallel b$, sonıń ushın $\angle 1 \neq \angle 5 = \angle 7 = \angle 12$, yaǵnıy $\angle 1 = \angle 12$ teńlik nadurıs.

9) $\angle 4 = \angle 2$, $\angle 13 = \angle 15$ (vertikal múyeshler), $c \parallel d$, $\angle 2$ hám $\angle 15$ – bir táreplemeli múyeshler bolǵanı ushın, $\angle 2 + \angle 15 = 180°$. Demek, $\angle 4 + \angle 13 = 180°$ teńlik durıs.

11) $c \parallel d$ bolǵanı ushın $\angle 7 = \angle 10$ (ayqısh múyeshler qásiyeti boyınsha) hám $\angle 10 = \angle 12$ (vertikal múyeshler). Demek, $\angle 7 = \angle 12$.

Sonıń ushın $\angle 7+\angle 12 = 180°$ teńlik tek $\angle 7 = \angle 12 = 90°$ bolǵanda orınlı boladı. Qalǵan teńliklerdi usı tárizde ózińiz óz betinshe tekserip shıǵıń.

Temaǵa tiyisli sorawlar

1. Keri teorema degenimiz ne? Onıń tuwrı teoremadan qanday parqı bar?

2. Tuwrı teoremaǵa keri bolǵan teorema hárqashan da orınlı bola ma?

3. Tuwrı teoremanı dálillep, oǵan keri teoremanı dálillewsiz qabıl etse bola ma?

4. Keri teoremaǵa keri bolǵan teorema qanday ataladı?

5. Eki parallel tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken ayqısh, sáykes hám bir táreplemeli múyeshler haqqında ne aytıw múmkin?

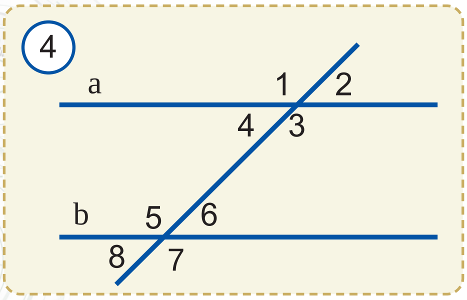
Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

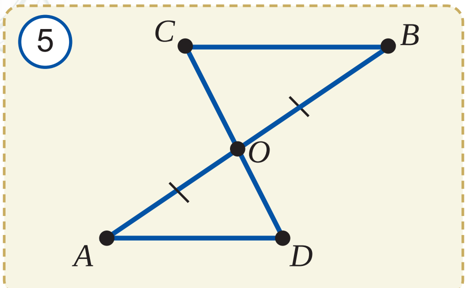
1. Tómendegi tastıyıqlawlarǵa keri bolǵan tastastıyıqlardı dúziń, olardı durıs bolıwın yamasa bolmawın anıqlań:

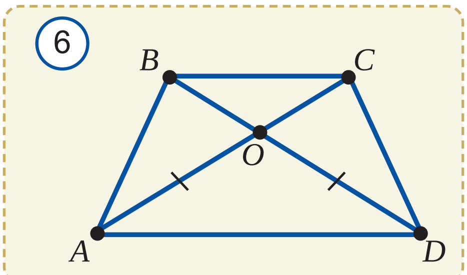
- Eger san ápiwayı san bolsa, ol natural san boladı.
- Eger san 9 ǵa bólinse, ol 3 ke de bólinedi.
- Eger úshmúyeshlikler teń bolsa, olardıń sáykes múyeshleri de teń boladı.
- Eger oqıwshınıń temperaturası joqarı bolsa, ol kesel bolıp qalǵan boladı.
- Eger futbolshı qızıl kartochka alǵan bolsa, oyınnan shıǵıp ketedi.
- Eger úshmúyeshliktiń tárepleri 3, 4 hám 5 ke teń bolsa, onıń perimetri 12 ge teń boladı.
- Eger avtomobildiń benzini bolmasa, ol júrmeydi.

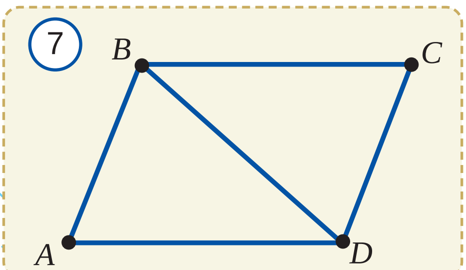
2. Tómendegi teoremalarǵa keri teoremalardı dúziń hám olardıń durıslıǵın tekseriń:

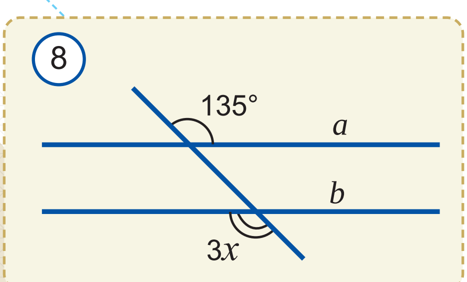
- Eger eki tuwrı sızıqtı kesiwshi menen kesilisiwinen payda bolǵan sáykes múyeshler teń bolsa, onda tuwrı sızıqlar parallel boladı.
- Eger eki tuwrı sızıq úshinshi tuwrı sızıqqa parallel bolsa, olar parallel boladı.
- Eger úshmúyeshlik teń tárepli bolsa, onıń barlıq múyeshleri óz ara teń boladı.

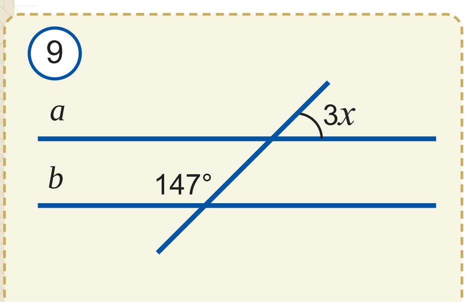












3. Úshmúyeshliklerdiń teńlik belgilerine keri teoremalardı dúziń. Olar durıs pa?

4. 4-súwrette $a||b$, $\angle 1=135°$. Qalǵan múyeshlerdi tabıń.

5. 4-súwrette $a||b$, $\angle 2=49°$. Qalǵan múyeshlerdi tabıń.

6. 5-súwrette $BC||AD$, $AO=OB$ ekenligi málim.

a) $DO=OC$; b) $\Delta AOD=\Delta COB$ teńliklerdi dálilleń.

7. 6-súwrette $BC||AD$, $AO=OD$ ekenligi málim.

a) $BO = OC$; b) $AC = BD$; c) $\Delta AOB = \Delta COD$; d) $\Delta ABD = \Delta ACD$ teńliklerdi dálilleń.

8. 7-súwrette $BC||AD$ hám $AB||CD$ bolsa, $\Delta ABD = \Delta CDB$ ekenligin dálilleń.

9. 8-súwrette $a||b$ bolsa, x ti tabıń.

10. 9-súwrette $a||b$ bolsa, x ti tabıń.

11*. ABC hám $A_1B_1C_1$ súyir múyeshler berilgen. Eger $AB||A_1B_1$ hám $BC||B_1C_1$ bolsa, $\angle ABC=\angle A_1B_1C_1$ bolıwın dálilleń.

12*. Sáykes tárepleri parallel tuwrı sızıqlarda jatqan múyeshlerden biri súyir, ekinshisi bolsa doǵal. Bul múyeshler qosındısı 180° qa teń bolıwın dálilleń.

***Esletpe.** 12–13-máselelerde keltirilgen teoremalar "sáykes tárepleri parallel bolǵan múyeshlerdiń qásiyetleri" dep júritiledi*

13. Eger 10-súwrette $a||b$, $c||d$ hám $\angle 1 = 55°$ bolsa, $\angle 2$ hám $\angle 3$ ti tabıń.

14. Eger 10-súwrette $a||b$, $c||d$ hám $\angle 3 = 73°$ bolsa, $\angle 1$ hám $\angle 2$ ti tabıń.

15*. Sáykes tárepleri parallel tuwrı sızıqlarda jatqan múyeshler ayırması 40° qa teń. Bul múyeshlerdi tabıń.

16*. ABC súyir hám $A_1B_1C_1$ doǵal múyeshler berilgen. Eger $AB \perp A_1B_1$ hám $BC \perp B_1C_1$ bolsa, $\angle ABC + \angle A_1B_1C_1 = 180°$ bolıwın dálilleń.

17*. Sáykes tárepleri perpendikulyar tuwrı sızıqlarda jatqan múyeshlerden biri súyir, ekinshisi bolsa doǵal. Bul múyeshler qosındısı 180° qa teń bolıwın dálilleń.

***Esletpe.** 17–18-máselelerde keltirilgen teoremalar "sáykes tárepleri óz ara perpendikulyar bolǵan múyeshlerdiń qásiyetleri" dep júritiledi.*

18*. 11-súwrettegi ABC hám ADC múyeshlerdiń sáykes tárepleri perpendikulyar. Belgisiz múyeshlerdi tabıń.

19. ABC múyesh 118° qa teń. BCD múyesh bolsa 62° qa teń. AB hám CD tuwrı sızıqlar a) parallel bolıwı; b) kesilisiwi múmkin be?

20. ABC múyesh 53° qa teń. BCD múyesh te 53° qa teń. AB hám CD tuwrı sızıqlar a) parallel bolıwı; b) kesilisiwi múmkin be?

21*. 101-bette keltirilgen Sakkeri tórtmúyeshliginiń tuwrı tórtmúyeshlik ekenligin dálilleń.

22. 12-súwrettegi x múyeshlerdi tabıń.

23. 13-súwrettegi x múyeshlerdi tabıń.

24*. Eki parallel tuwrı sızıqlardı kesiwshi kesip ótkende payda bolǵan bir táreplemeli múyeshlerdiń biri basqasınan 24° qa úlken bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.

25*. Eki parallel tuwrı sızıqlardı kesiwshi kesip ótkende payda bolǵan sáykes múyeshlerdiń qosındısı 128° qa teń bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.

26*. 14-súwrette AB hám CD tuwrı sızıqlar parallel boladı ma?

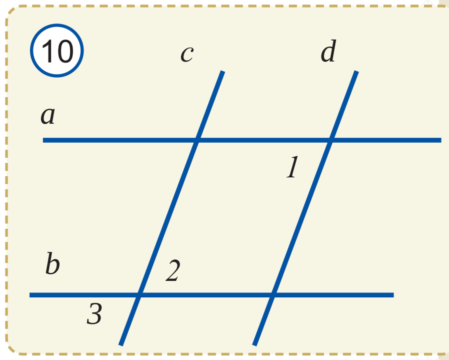
27*. 15-súwrette AB hám CD tuwrı sızıqlar parallel bolıwı ushın x nege teń bolıwı kerek?

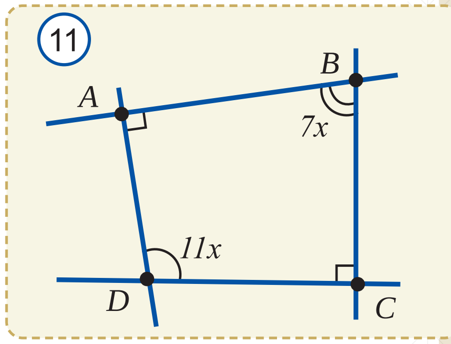
28*. Eki tuwrı sızıqtı kesiwshi kesip ótkende payda bolǵan múyeshlerdiń besewi súyir bolmasa, olardıń barlıǵın tabıń.

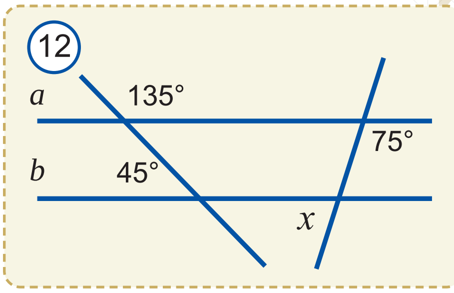
29*. Eki tuwrı sızıqtı kesiwshi kesip ótkende payda bolǵan múyeshlerdiń altawı qosındısı 620° qa teń bolsa, olardıń barlıǵın tabıń.

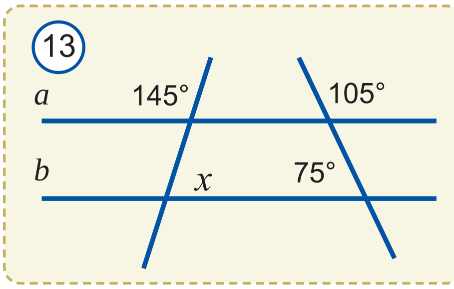
30*. Ultanı AC kesindi bolǵan ABC teń qaptallı úshmúyeshlik berilgen. AC tárepke parallel bolǵan tuwrı sızıq AB tárepti A_1 hám BC tárepti C_1 noqatta kesip ótedi. $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlik teń qaptallı ekenligin dálilleń.

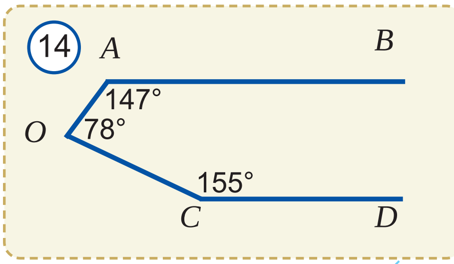
31. ABC múyesh 98° qa teń. Onıń A hám C noqatlarınan ótip táreplerine parallel bolǵan tuwrı sızıqlar D noqatta kesilisedi. ADC múyeshti tabıń.

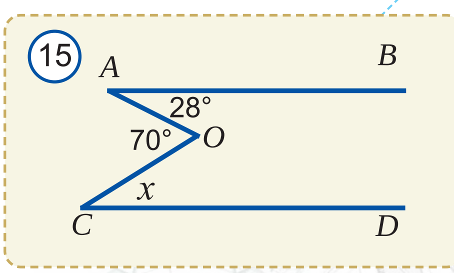






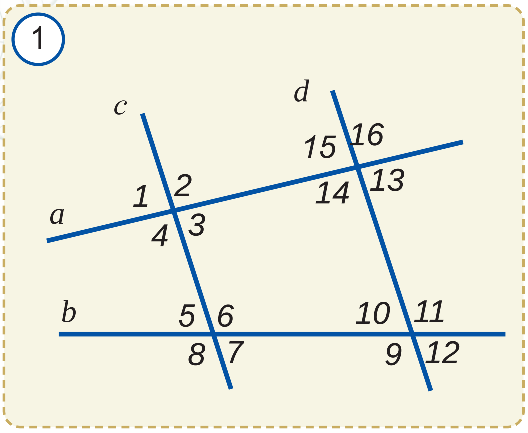






17 ÁMELIY SHÍNÍǴÍW HÁM QOLLANÍW. BILIMIŃIZDI SÍNAP KÓRIŃ

17.1. Kishi toparlarda ámeliy shınıǵıw



1-súwrette $a \nparallel b$, $c \parallel d$ tuwrı sızıqlar berilgen. Tórt kishi topar dúziń hám:

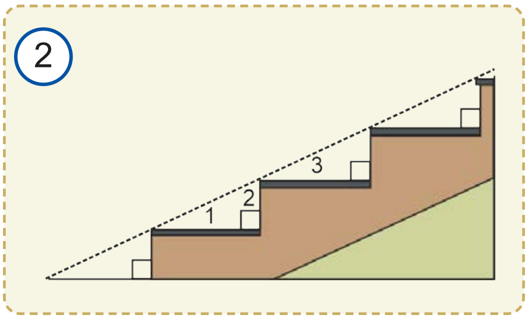
1-toparǵa ∠1, ∠2, ∠3 hám ∠4;

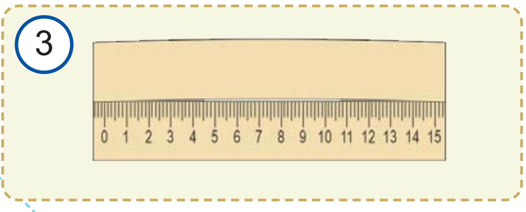
2-toparǵa ∠5, ∠6, ∠7 hám ∠8;

3-toparǵa ∠9, ∠10, ∠11 hám ∠12;

4-toparǵa ∠13, ∠14, ∠15 hám ∠16 lar bólistirilip beriledi. Toparlar gezegi menen óz múyeshleri shamaların daǵaza etedi. Qalǵan toparlar bul múyeshlerge sáykes óz múyeshleri shamaların anıqlap aytadı.

17.2. Ámeliy qollanıw





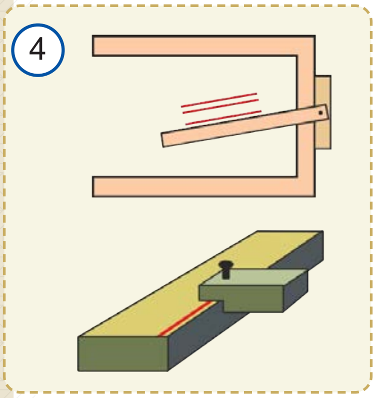
1. Tekshelerdiń jaylasıwı gorizontal bolıwı lazım *(2-súwret)*. Sonnan kelip shıǵıp, teksheniń súwretinde belgilengen múyeshler arasında qanday baylanıslar orınlanıwın anıqlań hám geometriyadan úyrengen bilimlerińiz tiykarında túsindiriń.

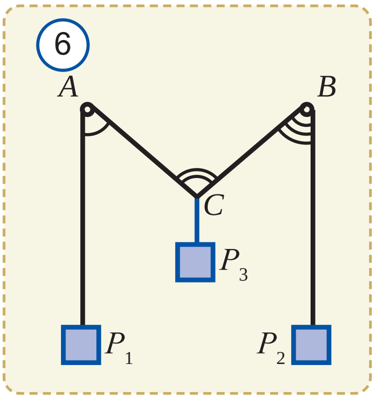
2. Eki sızǵıshtıń tegisligi 3-súwrettegidey tekserip kóriledi. Bunda tuwrı sızıqlardıń qaysı qásiyetinen paydalanıladı.

3. 4-súwretten paydalanıp, súwretlengen ásbaplar járdeminde ustalar parallel tuwrı sızıqlardı qanday sızıwların ózlestirgen bilimlerińiz tiykarında túsindiriń.

4. 5-súwrette súwretlengen kitap tekshesin bekkem etip jasawda úshmúyeshliktiń qaysı qásiyetinen paydalanılǵan?

5. A hám B noqatlarda bekkemlengen bloklar arqalı ótken jipte P_1 hám P_2 deneler ilingen *(6-súwret)*. P_3 dene bolsa usı jiptiń C noqatında ilingen bolıp, P_1 hám P_2 deneleri teń salmaqlıqta saqlap turıptı. $AP_1 \| BP_2 \| CP_3$ ekenligi belgili bolsa, $\angle ACB = \angle A + \angle B$ bolıwın dálilleń.





17.3. Bilimińizdi sınap kóriń

1. Bos qaldırılǵan orınlardı logikalıq jaqtan durıs sózler menen toltırıń.

1. Tuwrı sızıqta jatıwshı noqat arqalı oǵan perpendikulyar bolǵan .... ótkeriw múmkin.

2. Eger eki tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskende payda bolǵan .... teń bolsa, bul tuwrı sızıqlar parallel boladı.

3. Tegisliktegi eki tuwrı sızıq .... , olar parallel tuwrı sızıqlar dep ataladı.

4. Eki parallel tuwrı sızıqtan birin kesip ótken tuwrı sızıq ....

5. Tuwrı sızıqta jatpaytuǵın noqat arqalı oǵan parallel bolǵan .... tuwrı sızıq ótkeriw múmkin.

6. Tuwrı sızıqtıń qálegen noqatı arqalı .... tek ǵana bir tuwrı sızıq ótkeriw múmkin.

7. Tuwrı múyesh astında kesilisiwshi tuwrı sızıqlar .... dep ataladı.

8. Bir tuwrı sızıqta .... eki tuwrı sızıq óz ara parallel.

9. Eger eki tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskende payda bolǵan bir táreplemeli múyeshler .... bul tuwrı sızıqlar parallel boladı.

10. Parallel tuwrı sızıqlardı kesiwshi menen keskende payda bolǵan sáykes múyeshler .... boladı.

11. Parallel tuwrı sızıqlardı kesiwshi menen keskende payda bolǵan ayqısh múyeshler .... boladı.

2. Tómende keltirilgen gáplerdegi qáteni tabıń hám onı dúzetiń.

1. Tuwrı sızıqtıń tek bir noqatınan oǵan perpendikulyar tuwrı sızıq ótkeriw múmkin.

2. Berilgen tuwrı sızıqta jatpaytuǵın tek bir noqattan usı tuwrı sızıqqa perpendikulyar túsiriw múmkin.

3. AB hám AK parallel tuwrı sızıqlardıń birine perpendikulyar bolǵan tuwrı sızıq ekinshisine de perpendikulyar boladı.

4. Eki tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskende payda bolǵan ayqısh múyeshleri teń boladı.

5. Eger eki kesindi kesilespese olar "parallel kesindiler" dep ataladı.

6. Sáykes tárepleri parallel bolǵan múyeshler teń boladı.

7. Eger $a \perp b$, $b \perp c$ bolsa, $a \perp c$ boladı.

8. Sáykes tárepleri perpendikulyar bolǵan múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teń.

9. Eger eki tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskende payda bolǵan bir táreplemeli múyeshler teń bolsa, bul tuwrı sızıqlar parallel boladı.

10. Perpendikulyar tuwrı sızıqlarǵa parallel bolǵan tuwrı sızıqlar óz ara parallel boladı.

11. Eger $a||b$, $b||c$ bolsa, $a \perp c$ boladı.

12. Eger $a||b$, $b \perp c$ bolsa, $a||c$ boladı.

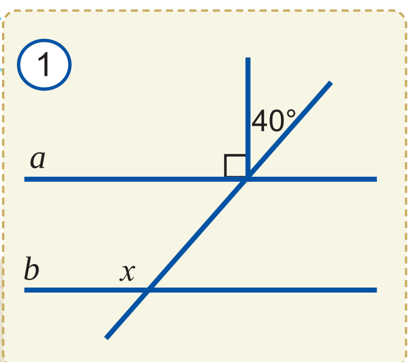
3. Kestede keltirilgen qásiyetler hám talqılawlarǵa sáykes keliwshi geometriyalıq túsiniklerdi jazıń.

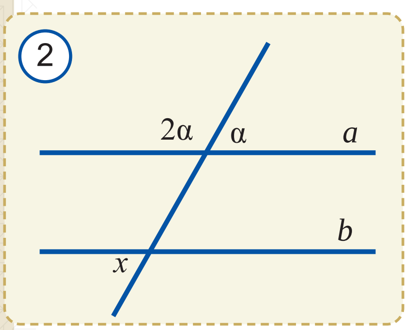
1	Ulıwma noqatqa iye bolmaǵan tuwrı sızıqlar	
2	Tuwrı múyesh astında kesilisedi	
3	Noqattan tuwrı sızıqqa tek ǵana birewin túsiriw múmkin	
4	Noqattan tuwrı sızıqqa qálegenshe túsiriw múmkin	
5	Shárt hám juwmaq bólimi almasqan	
6	Eki tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskende payda bolatuǵın múyeshler	

4. Birinshi baǵanada berilgen geometriyalıq túsiniklerge ekinshi baǵanadan tiyisli qásiyet yamasa talqılawdı qoyıń.

Geometriyalıq túsinikler	*Qásiyeti yamasa talıqlawı*
1. Parallel tuwrı sızıqlar 2. Perpendikulyar tuwrı sızıqlar 3. Kesiwshi eki tuwrı sızıqlar keskende 4. Ayqısh múyeshler 5. Keri teorema 6. Bir táreplemeli múyeshler	(A) hárqashan da durıs emes. (B) kesilispeydi. (C) kesiliskende tuwrı múyeshler payda boladı. (D) ayqısh, sáykes hám bir táreplemeli múyeshler payda boladı. (E) bir yarımtegislikte jatadı. (F) teń bolsa, tuwrı sızıqlar parallel boladı.

5. Testler.





1. Berilgen tuwrı sızıqta jatpaytuǵın noqat arqalı usı tuwrı sızıqqa neshe parallel tuwrı sızıq ótkeriw múmkin?

A) 1; B) 2; C) 4; D) qálegenshe.

2. Eger $a||b$, $b\perp c$, $c\perp d$ bolsa, tómendegi juwaplardıń qaysı biri durıs?

A) $a\perp d$, $b\perp d$;   B) $a\perp c$, $b||d$;   C) $a||c$, $a\perp d$;   D) $a\perp c$, $a\perp d$, $b\perp d$.

3. Tegislikte berilgen tuwrı sızıqta jatpaytuǵın noqat arqalı usı tuwrı sızıqqa neshe perpendikulyar tuwrı sızıq ótkeriw múmkin?

A) 1   B) 2   C) 4   D) qálegenshe.

4. 1-súwrette $a||b$ bolsa, x ti tabıń.

A) 100°   B) 110°   C) 130°   D) 140°

5. 2-súwrette $a||b$ bolsa, x ti tabıń

A) 30°   B) 45°   C) 60°   D) 36°

6. x ti tabıń *(3-súwret).*

A) 96° B) 108° C) 112° D) 78°

7. 4-súwrette $a||b$ hám $\alpha-\beta$=70° bolsa, α nı tabıń.

A) 30° B) 125° C) 75° D) 36°

8. Eki tuwrı sızıq úshinshi tuwrı sızıq penen kesiliskende neshe teń doǵal múyesh payda bolıwı múmkin?

A) 3 B) 8 C) 6 D) 4

9. Eki tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq penen keskende payda bolǵan múyeshlerden biri 97° qa teń. Payda bolǵan múyeshlerden eń kishisin tabıń.

A) 97° B) 83° C) 77° D) 7°

10. Eki tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq penen keskende kóbi menen neshe teń súyir múyesh payda boladı?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 5

11. Eki tuwrı sızıq úshinshi tuwrı sızıq penen kesiliskende kóbi menen neshe tuwrı múyesh payda boladı?

A) 2 B) 6 C) 8 D) 5

12. Eki tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq penen kesiliskende payda bolǵan úsh ayqısh múyeshler qosındısı 290° qa teń. Tórtinshi ayqısh múyeshti tabıń.

A) 145° B) 110° C) 36° D) 70°

13. 5-súwrette $a||c$ bolsa, x ti tabıń.

A) 100° B) 80° C) 110° D) 90°

14. 6-súwrettegi x múyeshti tabıń.

A) 105° B) 95° C) 85° D) 75°

15. 7-súwrette qaysı tuwrı sızıqlar óz ara parallel boladı?.

A) $a||b$ B) $a||c$ C) $c||b$ D) $c||d$

16. 8-súwrette $a||b$, $c||d$ hám ∠1=122° bolsa, ∠2 hám ∠3 ti tabıń.

A) ∠2 = 122°, ∠3 = 58° B) ∠2 = 130°, ∠3 = 58°

C) ∠2 = 122°, ∠3 = 68° D) ∠2 = 130°, ∠3 = 50°

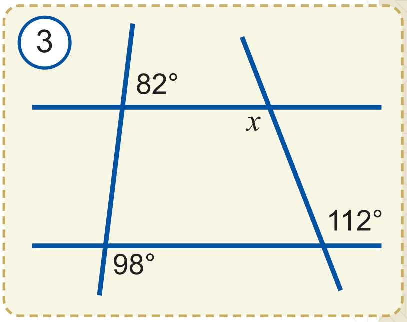
6. Máseleler.

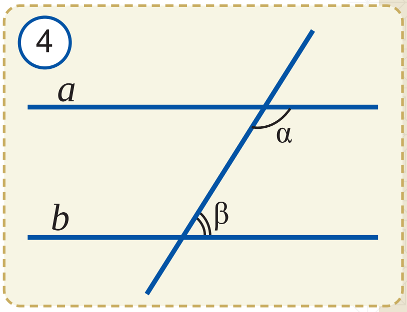
1. 9-súwrette ∠4 + ∠5 = 180° bolsa, $a||b$ boladı ma?

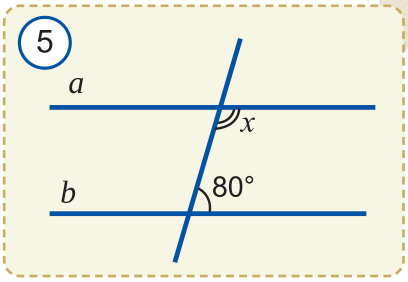
2. 9-súwrette ∠2 = ∠6 bolsa, $a||b$ boladı ma?

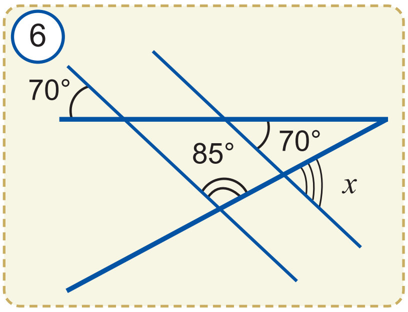
3. 9-súwrette ∠1 = ∠5 = 118° bolsa, qalǵan múyeshlerdi tabıń.

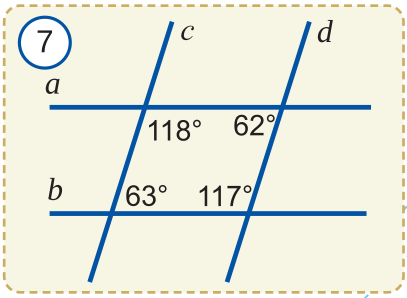
4. 9-súwrette ∠2 = 71° hám ∠7 = 119° bolsa, $a||b$ boladı ma?

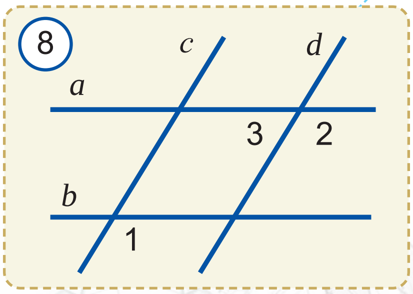


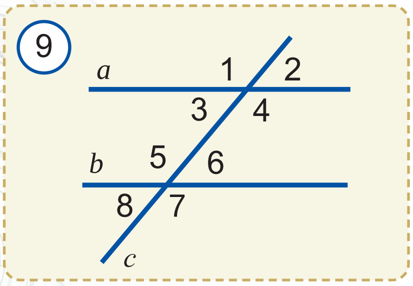


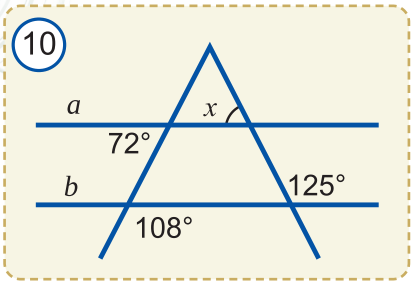


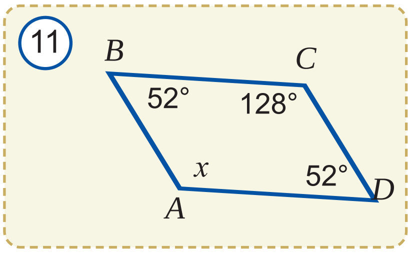


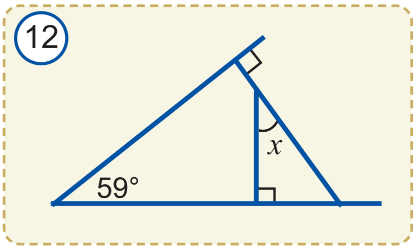












5. 10-súwrettegi x múyeshti tabıń.

6. 11-súwrettegi belgisiz múyeshlerdi tabıń.

7. Eki tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq penen keskende payda bolǵan múyeshlerden biri 47° qa teń. Oǵan sáykes múyesh neshe gradus bolǵanda bul eki tuwrı sızıq parallel boladı?

8. Eki parallel tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskende payda bolǵan ayqısh múyeshler qosındısı 84°. Qalǵan múyeshlerdi tabıń.

9. Eki parallel tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskenda payda bolǵan múyeshlerden biri ekinshisinen 8 márte úlken. Payda bolǵan barlıq múyeshlerdi tabıń.

10. Eki parallel tuwrı sızıqtı kesiwshi menen keskende payda bolǵan bir táreplemeli múyeshler ayırması 30°. Bul múyeshlerdi tabıń.

11. 12-súwrettegi belgisiz múyeshti tabıń.

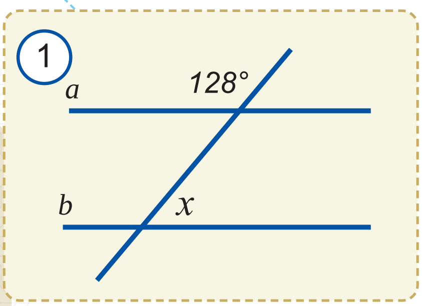
12. Sáykes tárepleri parallel tuwrı sızıqlarda jatqan múyeshler ayırması 36° qa teń. Bul múyeshlerdi tabıń.

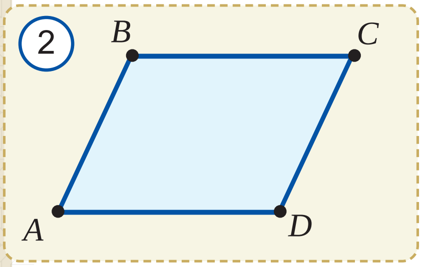
4-baqlaw jumısı úlgisi

Úlgili baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat:

1) 116-117-bettegi testlerge uqsas 5 test;

2) Tómendegi máselelerge uqsas 3 másele (4-másele "ayrıqsha" baha alıwshı oqıwshılar ushın qosımsha).





1. Eki parallel tuwrı sızıq kesiwshi menen kesiliskende payda bolǵan múyeshlerden biri 34° qa teń. Qalǵan múyeshlerdi tabıń.

2. 1-súwrette a hám b tuwrı sızıqlar parallel bolıwı ushın belgisiz múyesh neshe gradus bolıwı kerek?

3. Eger 2-súwrette $BC||AD$ hám $AB||CD$ bolsa, $AB=CD$ ekenligin dálilleń.

4. ABC úshmúyeshliktiń A tóbesinen júrgizilgen bissektrisa BC tárepin D noqatta kesip ótedi. D noqattan júrgizilgen tuwrı sızıq AC tárepti E noqatta kesip ótedi. Eger $AE=DE$ bolsa, $DE||AB$ ekenligin dálilleń.

"GeoGebra"da ámeliy tapsırmalar orınlaw

1. Berilgen shamadaǵı múyeshti jasaw

Eki tuwrı sızıq tuwrı múyesh astında kesilisse, olar "perpendikulyar tuwrı sızıqlar" dep ataladı. Olardıń súwretin payda etiw ushın:

1) úskeneler panelinde “**Прямые линии**” (”Tuwrı sızıqlar”) toparın ashamız;

2) menyudan “**Прямая**” (“Tuwrı sızıq”) ústine tıshqanshanıń shep túymesin basıp tańlaymız;

3) tegislikte eki noqat belgileymiz.

4) úskeneler panelinde “**Измерения**” (“Ólshemler”) toparın ashamız;

5) menyusınan “**Угол заданной величины**” (“Berilgen shamadaǵı múyesh”) ústine tıshqanshanıń shep túymesin basıp tańlaymız;

6) payda bolǵan aynaǵa múyesh shamasın kiritemiz hám “**Enter**” túymesin basamız. Nátiyjede úshinshi noqat payda boladı.

7) múyesh tóbesi hám noqattan tuwrı sızıq ótkeremiz. Nátiyjede izlenip atırǵan múyesh payda boladı;

2. Múyesh bissektrisasın jasaw algoritmin dúziw hám onı jasaw

Joqarıdaǵı algoritmge uqsas múyesh bissektrisasın jasaw algoritmin dúziń hám onı jasań.

3. Kópmúyeshlik jasaw

Kópmúyeshliktiń súwretin payda etiw ushın:

1) úskeneler panelinde “**Многоугольник**” (“Kópmúyeshlik”) toparın ashamız;

2) tegislikte kópmúyeshlik tóbelerin tártip penen belgileymiz hám jáne birinshi noqatqa qaytamız;

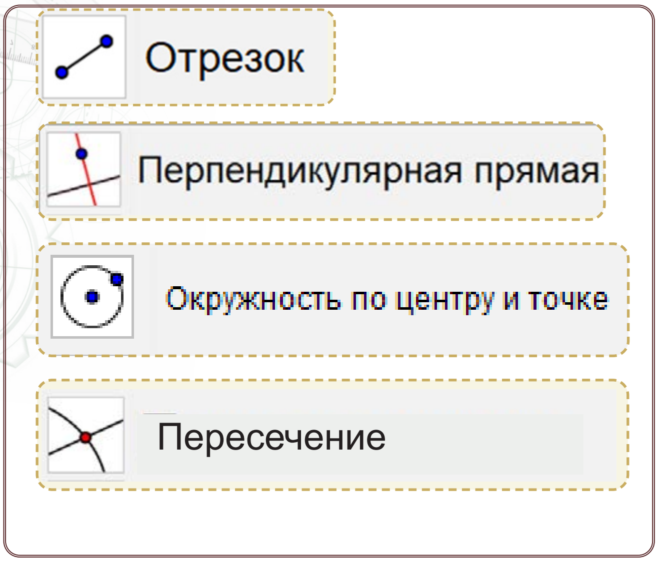
3) nátiyjede kópmúyeshlik payda boladı;

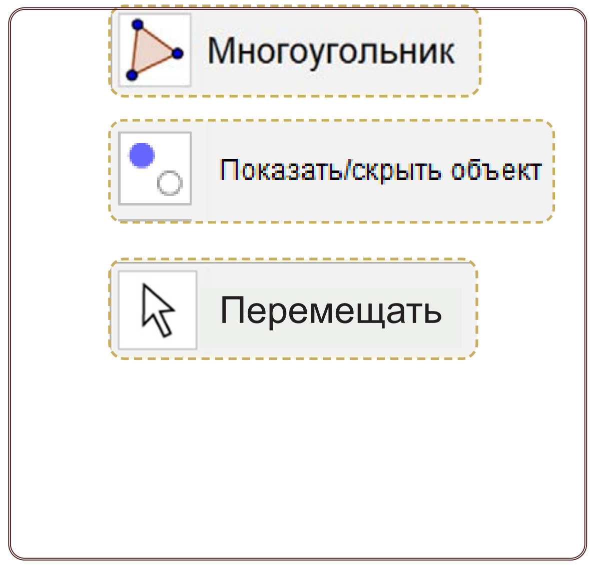
4. Durıs kópmúyeshlik jasaw algoritmin dúziw hám onı jasaw

Joqarıdaǵı algoritmge uqsas durıs kópmúyeshlik jasaw algoritmin dúziń hám onı jasań.

5. Kvadrat jasaw

Kvadrat jasaw ushın tómendegi qurallar kerek boladı. Kvadrat jasawdan aldın baǵdardıń hárbir úskeneden paydalanıw qollanbaların qaytalań.

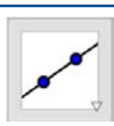
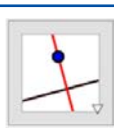
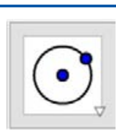
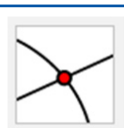
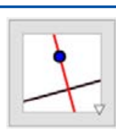
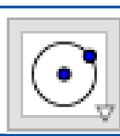


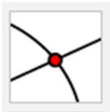
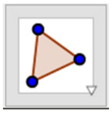
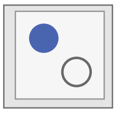
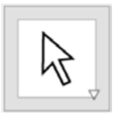


Kerekli komponentler:

- **GeoGebra**da jańa ayna ashıń.
- **GeoGebra** interfeysin “**Настройки**” –  “**Геометрия**” kórinisine ótkeriń.
- Jańa noqat ushın sazlamalardı ózgertiń.

Kvadrattı jasaw algoritmi

1		a=AB kesindi jasań
2		AB kesindiniń B noqatınan ótiwshi b perpendikulyar sızıqtı jasań
3		Orayı B noqatta bolǵan hám A noqattan ótiwshi c sheńber sızıń.
4		b perpendikulyar hám c sheńberdiń kesilisiw noqatları – C hám D lardı jasań.
5		AB kesindiniń A noqatınan ótiwshi d perpendikulyar sızıqtı jasań.
6		Orayı A noqatta bolǵan hám B noqattan ótiwshi e sheńberdi sızıń.

7		d perpendikulyar hám e sheńberdiń kesilisiw noqatları E hám F lardı jasań.
8		$ABCE$ kópmúyeshlikti jasań.
9		Eki sheńber hám perpendikulyar sızıqlardı jasırın jaǵdayǵa ótkeriń.
10		Kvadrat durıs jasalǵanlıǵın tekseriń
11		Kvadrat reńi hám kórinisin ózgertiń

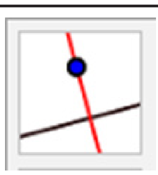
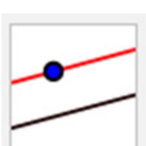
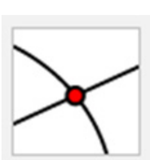
6. Kvadrattı basqa usılda jasaw algoritmin dúziń

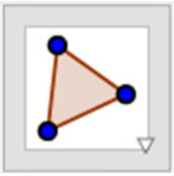
7. Tuwrı tórtmúyeshlik jasaw.

Kerekli komponentler:

- Jasawdı baslawdan aldın tuwrı tórtmúyeshliktiń qásiyetlerin eske alıń.
- Jańa **GeoGebra** aynasın ashıń.
- **GeoGebra** interfeysin “**Настройки**” –  “**Геометрия**” kórinisine ótkeriń.
- Jańa noqat ushın sazlamalardı ózgertiń.

GeoGebra úskeneler panelindegi kerekli úskeneler

	***Перпендикулярная прямая*** ***Esletpe.*** *Noqattı hám tuwrı sızıq ústine basıp, usı noqat arqalı tuwrı sızıqqa perpendikulyar ótkeriń.*
	***Параллельные прямые*** ***Esletpe.*** Noqat hám a tuwrı sızıq ústine basıp, usı noqat arqalı tuwrı sızıqqa parallel sızıq ótkeriń
	***Пересечение*** ***Esletpe.*** Eki tuwrı sızıqtıń kesilisiw noqatı ústine basıp, kesilisiw noqatın belgileń yamasa eki tuwrı sızıq ústine izbe-iz basıp, olardıń kesilisiw noqatın tabıń.

	***Многоугольник*** ***Esletpe.*** Grafikalıq kórinisi ústine basıń yamasa bar bolǵan noqatlar ústine basıp, tuwrı tórtmúyeshlik payda etiń. Hárqashan kópmúyeshlik tuyıq bolıwı ushın birinshi hám aqırǵı noqattı birlestiriń. Kópmúyeshlik jaqların saat strelkasına qarsı baǵıtta birlestiriń.

Tuwrı tórtmúyeshlik jasaw algoritmi

1	Отрезок	*AB kesindi jasań.*
2	Перпендикулярная прямая	*AB kesindige B noqat arqalı ótiwshi* perpendikulyar júrgiziń.
3	Точка	*Perpendikulyar tuwrı sızıqta jańa C noqattı aktivlestiriń*
4	Параллельная прямая	*C noqat arqalı ótiwshi hám AB kesindige parallel tuwrı sızıq júrgiziń.*
5	Перпендикулярная прямая	*AB kesindiniń A noqatı arqalı ótiwshi perpendikulyar júrgiziń.*
6	Пересесечение	*D* kesilisiw noqatın belgileń.
7	Многоугольник	*ABCD* kópmúyeshlikti jasań.
8	Сохранить	Ózgeriwlerdi saqlaw.
9	Перемещать	“**Перемещать**”–qurallardan paydalanıp, tuwrı tórtmúyeshlik durıs jasalǵanlıǵın tekseriń.

IV BAP

ÚSHMÚYESHLIKTIŃ TÁREPLERI HÁM MÚYESHLERI ARASÍNDAǴÍ QATNASLAR

Bul baptı úyrenip shıqqannan keyin, tómendegi bilim hám ámeliy kónlikpelerge iye bolasız:

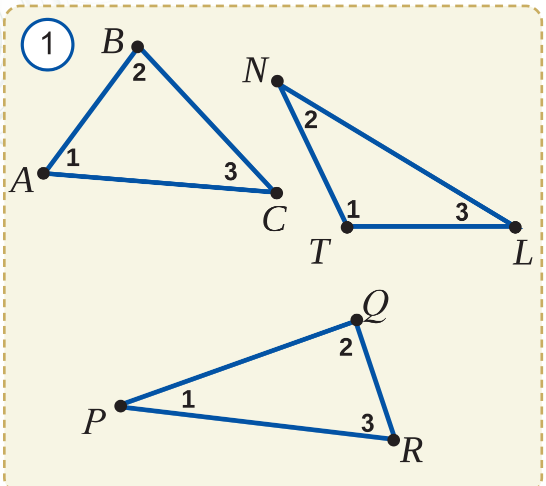
Bilim:

– úshmúyeshlik ishki múyeshleriniń qosındısı haqqındaǵı teorema hám onı dálillew;
– úshmúyeshlik sırtqı múyeshi hám onıń qásiyeti;
– tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń qásiyetleri;
– tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń teńlik belgileri;
– múyesh bissektrisasınıń qásiyeti;
– úshmúyeshlik múyeshleri hám tárepleri arasındaǵı qatnastı ańlatıwshı qatnaslar;
– úshmúyeshlik teńsizligi.

Ámeliy kónlikpeler:
– úshmúyeshlik ishki múyeshleri qosındısın ámeliy usıl menen taba alıw;
– ózlestirilgen teoriyalıq bilimlerdi, qásiyetlerdi máseleler sheshiwde hám ámeliy jumıslardı orınlawda qollay alıw.

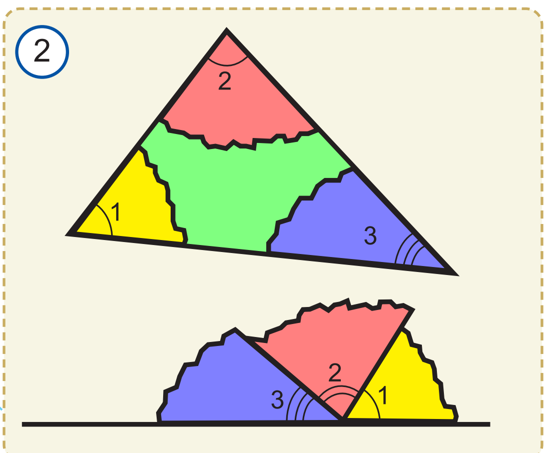
18 ÚSHMÚYESHLIKTIŃ ISHKI MÚYESHLERI QOSÍNDÍSÍ

Aktivlestiriwshi shınıǵıw



1. 1-súwrette súwretlengen ABC úshmúyeshliktiń úsh múyeshlerin transportir járdeminde ólsheń hám olardıń qosındısın esaplań. Tap sol jumıstı MNL hám PQR úshmúyeshlikler ushın da orınlań. Nátiyjeler tiykarında kesteni toltırıń. Qanday qásiyetti anıqladıńız? Onı bir gáp penen ańlatıń.

Úshmúyeshlikler	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 1+\angle 2+\angle 3$
ΔABC				
ΔMNL				
ΔPQR				



2. Bir bet qaǵazǵa qálegen ABC úshmúyeshlikti sızıń hám múyeshlerin 1, 2 hám 3 cifrlar menen belgileń. Onıń múyeshlerin 2-súwrette kórsetilgendey etip kesip alıń hám izbe-iz qoyıń. Bunnan qanday juwmaq shıǵarıw múmkin?

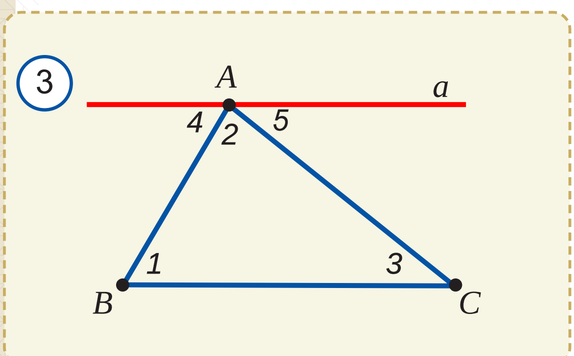
Endi geometriyanıń eń áhmiyetli teoremalarınan biri – úshmúyeshlik ishki múyeshleri qosındısı haqqındaǵı teoremanı dálilleymiz.

18.1. Úshmúyeshlik ishki múyeshleriniń qosındısı

Teorema. **Úshmúyeshliktiń ishki múyeshleriniń qosındısı 180°qa teń.**

$\Delta ABC \Rightarrow \angle A + \angle B + \angle C = 180°$

Dálillew. ABC úshmúyeshlik ishki múyeshlerin sáykes túrde $\angle 1$, $\angle 2$ hám $\angle 3$ penen belgileymiz *(3-súwret)*. A tóbesinen BC tárepke parallel a tuwrı sızıq júrgizemiz hám $\angle 4$ hám $\angle 5$ múyeshlerin belgileymiz.



$\angle 1 = \angle 4$, sebebi bul múyeshler, a hám BC parallel tuwrı sızıqlardı AB kesiwshi menen keskende payda bolǵan ayqısh múyeshler.

$\angle 3 = \angle 5$, sebebi bul múyeshler, a hám BC parallel tuwrı sızıqlardı AC kesiwshi menen keskende payda bolǵan ayqısh múyeshler $\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180°$, sebebi bul múyeshler ulıwma tóbege iye hám jayıq múyeshti payda etedi. Payda bolǵan bul úsh teńlikten; $\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$, yaǵnıy $\angle A+\angle B+\angle C=180°$ ekenligin payda etemiz.

Teorema dálillendi.

1-nátiyje. **Hárqanday úshmúyeshliktiń keminde eki súyir múyeshi bar.**

Dálillew. Kerisinshe pikirleymiz, yaǵnıy úshmúyeshliktiń tek ǵana bir múyeshi súyir bolsın. Onda onıń qalǵan eki múyeshi doǵal múyesh bolıp, olardıń qosındısı 180^0 tan úlken boladı. Bunıń bolsa joqarıda dálillengen úshmúyeshlik ishki múyeshleri qosındısı haqqındaǵı teorema boyınsha bolıwı múmkin emes.

Demek, pikirlewimiz nadurıs.

Nátiyje dálillendi.

2-nátiyje. Hárqanday úshmúyeshliktiń birewden artıq tuwrı yamasa doǵal múyeshi bolıwı múmkin emes.

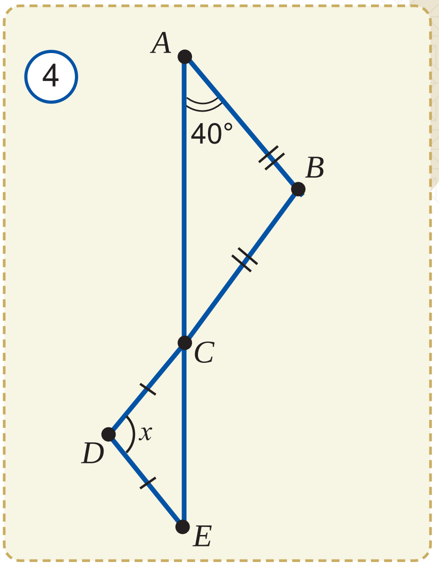
Bul nátiyjeniń dálilleniwin óz betinshe orınlań.

1-másele. 4-súwrettegi belgisiz múyesh – x ti tabıń.

Sheshiliwi. ΔABC – teń qaptallı úshmúyeshlik bolǵanı ushın, $\angle ACB=\angle A=40°$. Vertikal múyeshler qásiyeti boyınsha, $\angle DCE=\angle ACB=40°$.

Shárt boyınsha, ΔCED te teń qaptallı. Sonlıqtan $\angle DCE=\angle DEC=40°$. Onda úshmúyeshlik múyeshleriniń qosındısı haqqındaǵı teorema boyınsha, ΔCDE te: $40°+40°+x=180°$ yamasa $x=100°$.

Juwabı: 100°.



2-másele. Úshmúyeshliktiń ishki múyeshleri 2:3:7 sıyaqlı qatnasta. Olardıń gradus ólshemin tabıń.

Sheshiliwi. Shárt boyınsha, úshmúyeshlik ishki múyeshlerin $2x$, $3x$ hám $7x$ dep belgileymiz. Onda úshmúyeshlik ishki múyeshleri qosındısı haqqındaǵı teorema boyınsha, $2x+3x+7x=180°$ teńlikke iye bolamız. Onnan $x=15°$ ekenligin tabamız:

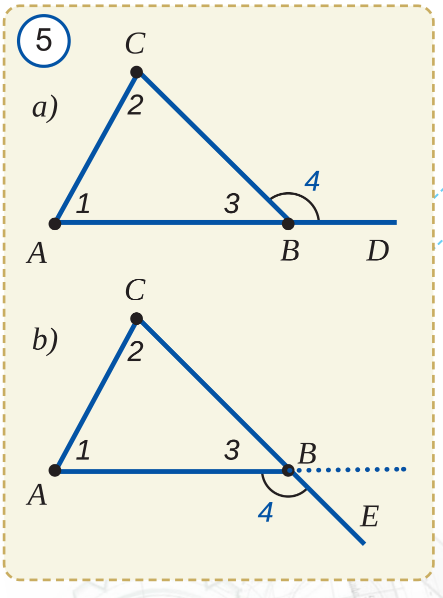
$2x=2\cdot 15°=30°$, $3x=3\cdot 15°=45°$ hám $7x=7\cdot 15°=105°$.

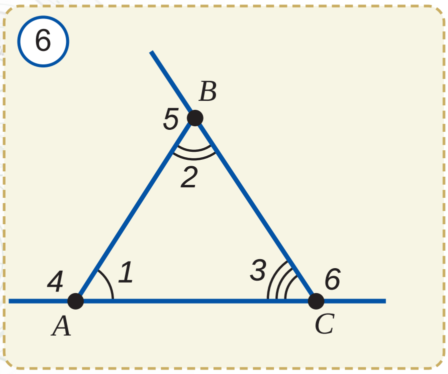
Juwabı: Úshmúyeshlik ishki múyeshleri 30°, 45° hám 105° ke teń.

18.2. Úshmúyeshlik sırtqı múyeshiniń qásiyeti

Úshmúyeshliktiń ishki múyeshine qońsılas bolǵan múyeshi úshmúyeshliktiń *sırtqı múyeshi* dep ataladı.

5-súwrette ABC úshmúyeshliktiń B múyeshine sırtqı bolǵan CBD hám ABE múyeshler súwretlengen. Bunnan, bul múyeshler vertikal bolǵanı ushın óz ara teń boladı. Qalǵan A hám C múyeshler sırtqı múyeshlerin sızıp kórsetiń.



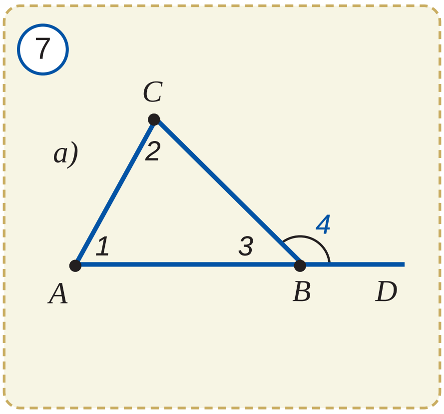


Úshmúyeshlik múyeshlerin onıń sırtqı múyeshlerinen parıqlaw ushın *ishki múyeshler* dep te ataymız

Geometriyalıq izertlew

6-súwrettegi ABC úshmúyeshliktiń barlıq ishki hám sırtqı múyeshlerin transportirde ólsheń hám tómendegi múyeshler (hárbir sırtqı múyesh hám oǵan qońsılas bolmaǵan ishki múyeshler qosındısınıń) shamaların óz ara salıstırıń: a) $\angle 4$ hám $\angle 2 + \angle 3$; b) $\angle 5$ hám $\angle 1 + \angle 3$; c) $\angle 6$ hám $\angle 1 + \angle 2$.

Salıstırw nátiyjesinde qanday juwmaqqa keldińiz. Onı shamalap tastıyıqlaw kórinisinde ańlatıń.



Teorema. Úshmúyeshlik sırtqı múyeshi úshmúyeshliktiń oǵan qońsılas bolmaǵan eki ishki múyeshleri qosındısına teń.

$\triangle ABC$, $\angle 4$ – *sırtqı múyeshi* (*7-súwret*) ⇒ $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$

Dálillew. 7-súwretke qaraymız. Onda qońsılas múyeshler qásiyeti boyınsha: $\angle 3 + \angle 4 = 180°$.

Úshmúyeshlik múyeshleri qosındısı haqqındaǵı teorema boyınsha

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

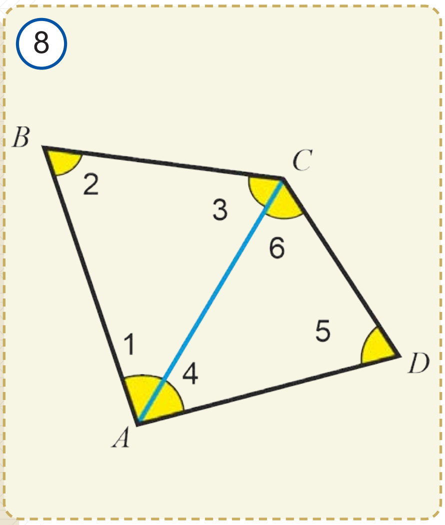
Bul eki teńlikten $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 3 + \angle 4$, yaǵnıy $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ teńlikti payda etemiz

Teorema dálillendi.

Bul teoremadan tómendegi nátiyje kelip shıǵadı

Nátiyje. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi oǵan qońsılas bolmaǵan ishki múyeshleriniń hárbirinen úlken.

Onıń durıslıǵın óz betinshe súwretlep tekseriń.



Másele. Tórtmúyeshliktiń múyeshleri qosındısı 360° qa teń ekenligin dálilleń.

Sheshiliwi. Qálegen $ABCD$ tórtmúyeshlik sızamız. A hám C noqatlardı tutastırıp, onı eki úshmúyeshlikke ajıratamız.

Hárbir ABC hám ADC úshmúyeshlikler ishki múyeshleri qosındısı 180° qa teń (*8-súwret*):

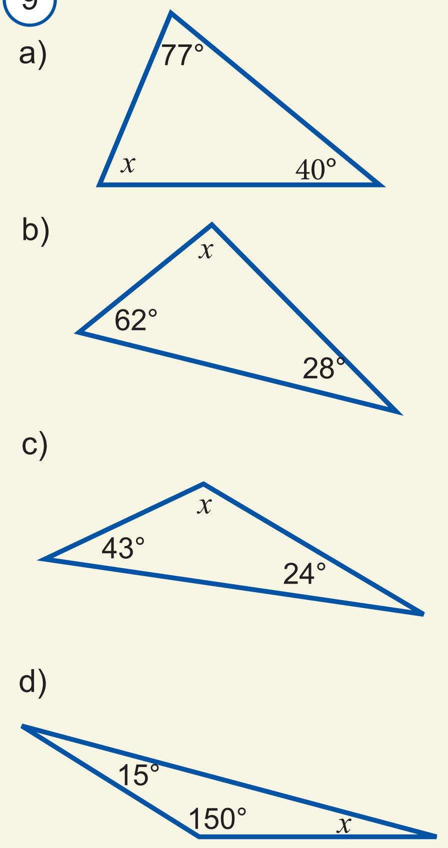
$\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$, $\angle 4+\angle 5+\angle 6=180°$.

$\angle A=\angle 1+\angle 4$ hám $\angle C=\angle 3+\angle 6$ bolǵanı ushın $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=(\angle 1+\angle 4)+\angle 2+(\angle 3+\angle 6)+\angle 5 = (\angle 1+\angle 2+\angle 3)+(\angle 4+\angle 5+\angle 6)=180°+180°= 360°$.

Temaǵa tiyisli sorawlar

1. Úshmúyeshlik ishki múyeshleriniń qosındısı haqqındaǵı teoremanı aytıń hám súwrette túsindiriń.
2. Úshmúyeshliktiń kóbi menen neshe múyeshi tuwrı bolıwı múmkin?
3. Úshmúyeshliktiń eki tárepi úshinshi tárepine perpendikulyar bolıwı múmkin be?
4. Úshmúyeshliktiń neshe múyeshi doǵal bolıwı múmkin?
5. Múyeshleri: a) 5°, 55°, 120°; b) 46°, 150°,4°; c) 100°, 20°, 50°; d) 25°, 35°, 100° bolǵan úshmúyeshlik bar ma?
6. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi degen ne?
7. Úshmúyeshliktiń doǵal sırtqı múyeshleri: a) 1; b) 2; c) 3 bolıwı múmkin be?
8. Úshmúyeshliktiń bir tóbesindegi ishki hám sırtqı múyeshleri teń bolıwı múmkin be?
9. Úshmúyeshliktiń kóbi menen neshe sırtqı múyeshi súyir bolıwı múmkin?

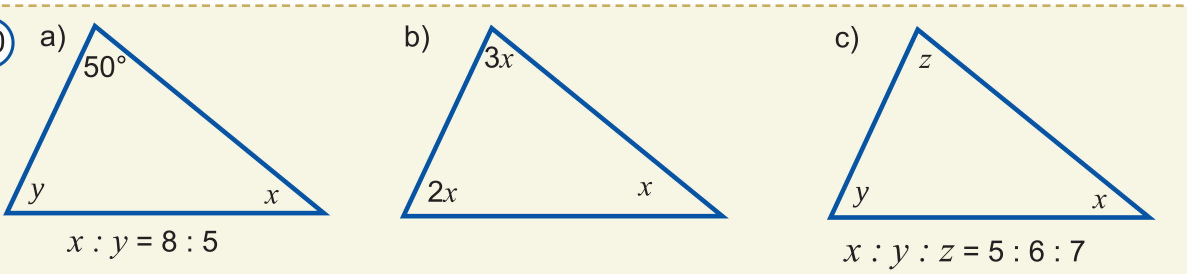
9



Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

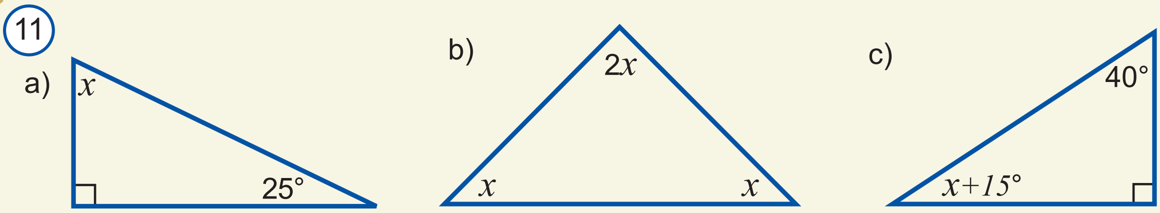
1. Eger úshmúyeshliktiń eki múyeshi: a) 60° hám 40°; b) 70° hám 85°; c) 90° hám 45°; d) 105° hám 30° bolsa, onıń úshinshi múyeshin tabıń.
2. 9-súwrettegi belgisiz múyeshti tabıń.
3. Úshmúyeshliktiń eki múyeshiniń qosındısı 78° qa teń. Úshinshi múyeshti tabıń.
4. 10-súwrettegi belgisiz múyeshlerdi tabıń.

10



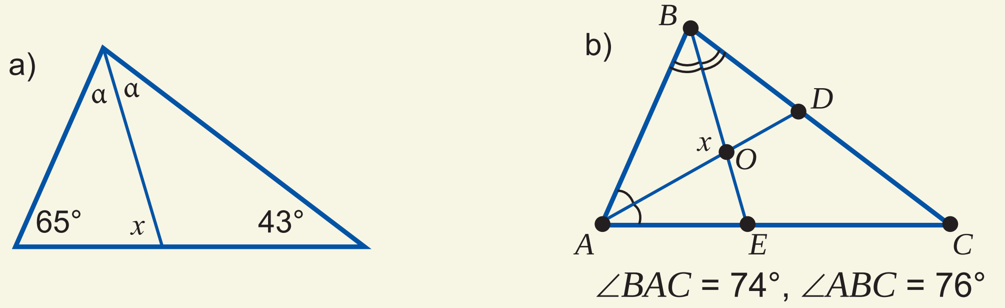
5. 11-súwrettegi belgisiz múyeshlerdi tabıń.

11

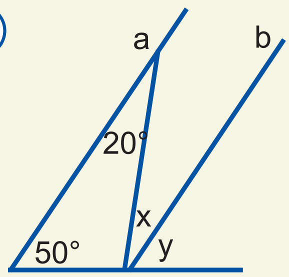


6. 12-súwrettegi belgisiz múyeshlerdi tabıń.

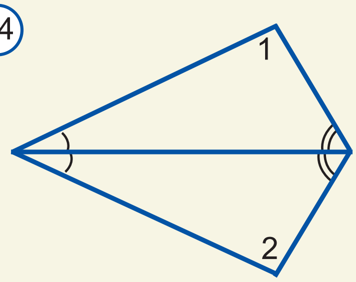
12



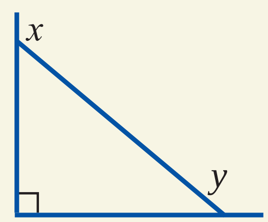
13



14

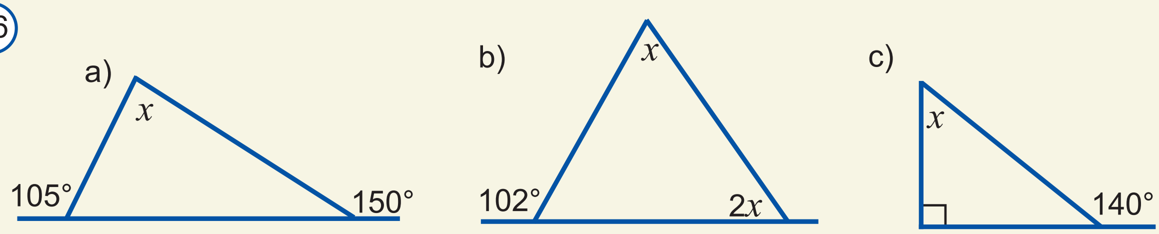


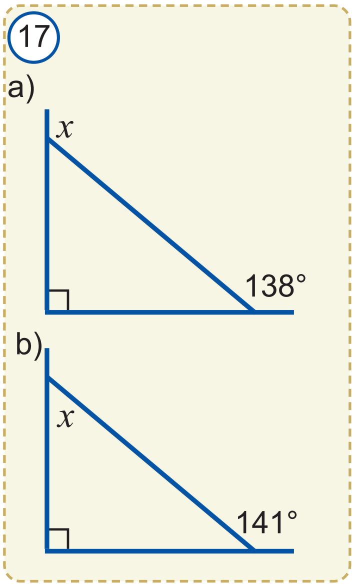
15

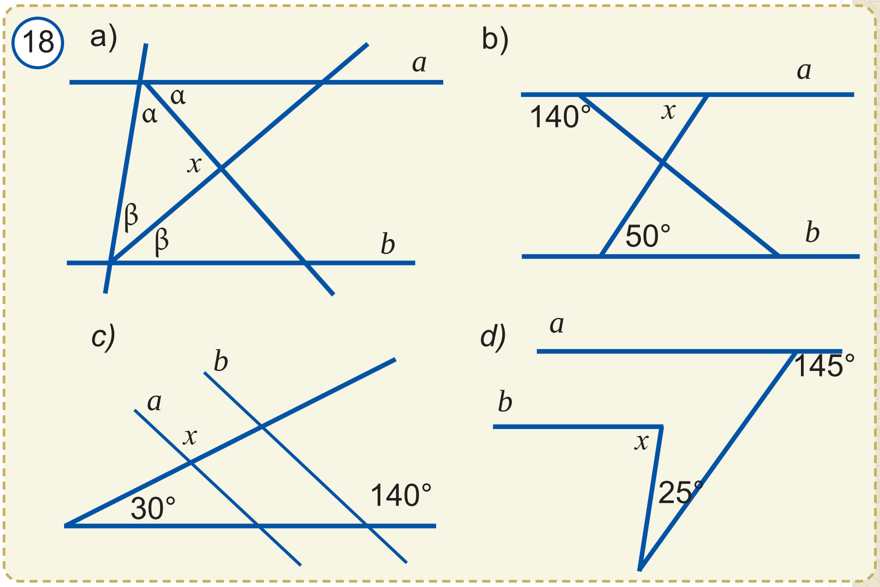


7. 13-súwrette $a||b$. x hám y ti tabıń.
8. 14-súwrette ∠1 = ∠2 ekenligin dálilleń.
9. 15-súwrette $x+y$ ti tabıń.
10*.Úshmúyeshlik múyeshleri α, β, γ ushın $\alpha = (\beta+\gamma)/2$ bolsa, α nı tabıń.
11. Teń tárepli úshmúyeshlik múyeshlerin tabıń.
12. Teń qaptallı tuwrı múyeshli úshmúyeshlik múyeshlerin tabıń.
13. Eger teń qaptallı úshmúyeshlik múyeshlerinen biri a) 50°; b) 60°; c) 105° bolsa, onıń múyeshlerin tabıń.
14. Úshmúyeshliktiń eki sırtqı múyeshi 120° hám 135° bolsa, ishki múyeshlerin tabıń.
15. Úshmúyeshliktiń ishki múyeshlerinen biri 30° qa, sırtqı múyeshlarinen biri 60° qa teń. Úshmúyeshliktiń qalǵan ishki múyeshlerin tabıń.
16. 16-súwretlerdegi belgisiz múyeshti tabıń.
17. 17-súwretlerdegi belgisiz múyeshti tabıń.
18*. Úshmúyeshlik sırtqı múyeshleriniń qosındısın esaplań.
19. Úshmúyeshlik eki ishki múyeshiniń ólshemleri qatnası 5:9 sıyaqlı, úshinshi ishki múyeshi usı múyeshlerdiń kishisinen 10° qa kishi. Úshmúyeshliktiń ishki múyeshlerin tabıń.
20. Eger 18-súwretlerde $a||b$ bolsa, x ti tabıń.
21. Úshmúyeshliktiń 108° lı sırtqı múyeshine qońsılas bolmaǵan ishki múyeshleriniń qatnası

16







5:4 sıyaqlı. Usı ishki múyeshlerin tabıń.

22*. 19-súwrettegi súwretlengen besmúyeshlik múyeshleri qosındısın tabıń.

23. 20-súwrettegi belgisiz múyeshlerdi tabıń.

24. Eki múyeshi teń bolǵan úshmúyeshlikti teń qaptallı ekenligin kórsetiń.

25. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń bir múyeshi: a) 120°; b) 70°. Onıń qalǵan múyeshlerin tabıń.

26. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultanındaǵı múyeshlerinen biri a) 15°; b) 75° bolsa, qalǵan múyeshleri nege teń?

27. Eki úshmúyeshliktiń barlıq sáykes tárepleri óz ara parallel bolsa, olardıń sáykes múyeshleri teń bolıwın dálilleń.

28. Eger 21-súwrette $AB=BC$, $\angle ABC=50°$, AE hám CF bissektrisalar bolsa, AOB hám EOC múyeshlerdi tabıń.

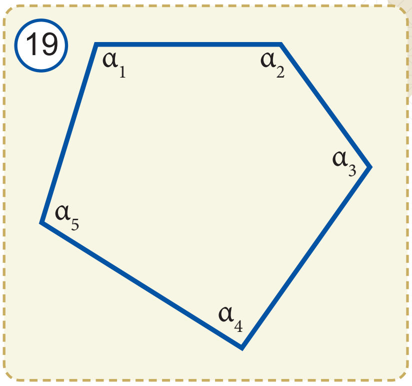
29. 22-súwrettegi belgisiz – x múyeshti tabıń.

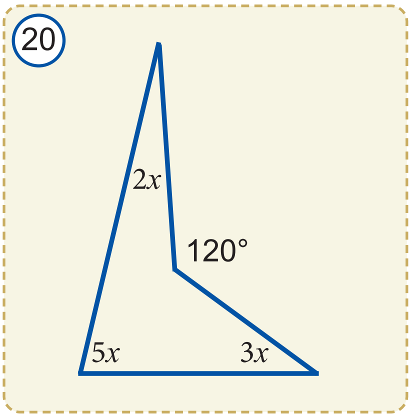
30. 23-súwrettegi belgisiz – x múyeshti tabıń.

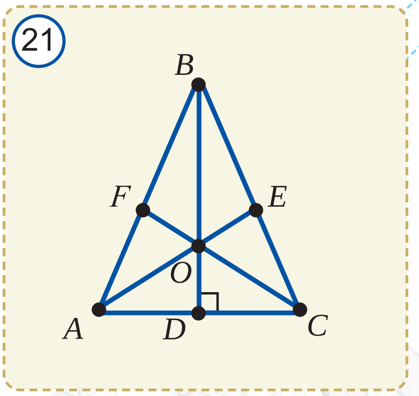
31. Eki úshmúyeshliktiń barlıq sáykes tárepleri óz ara perpendikulyar bolsa, olardıń sáykes múyeshleri teń boladı ma? Juwabıńızdı dálilleń.

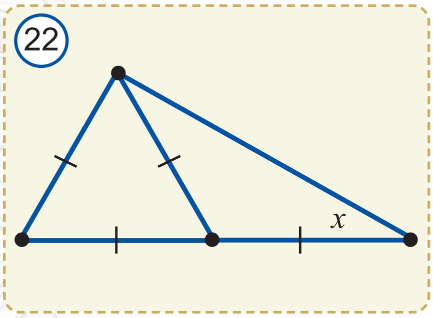
32. Bazıbir úshmúyeshlikti tek bir tuwrı sızıq boylap qırqıp eki súyir múyeshli úshmúyeshlik payda etiw múmkin be? Juwabıńızdı dálilleń.

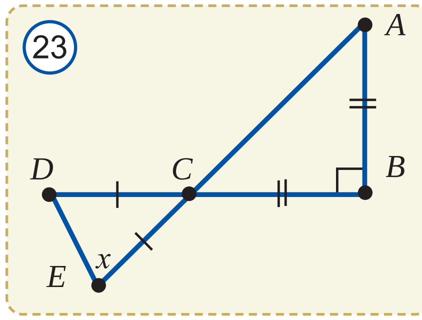
33. ABC úshmúyeshlikte $\angle A+\angle B = 110°$ hám $\angle B+\angle C = 100°$. Onıń ishki múyeshlerin tabıń.

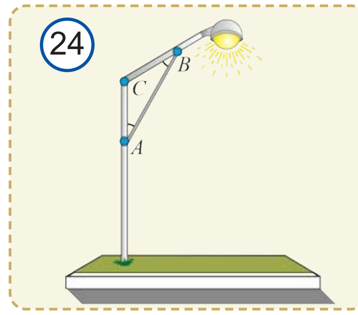






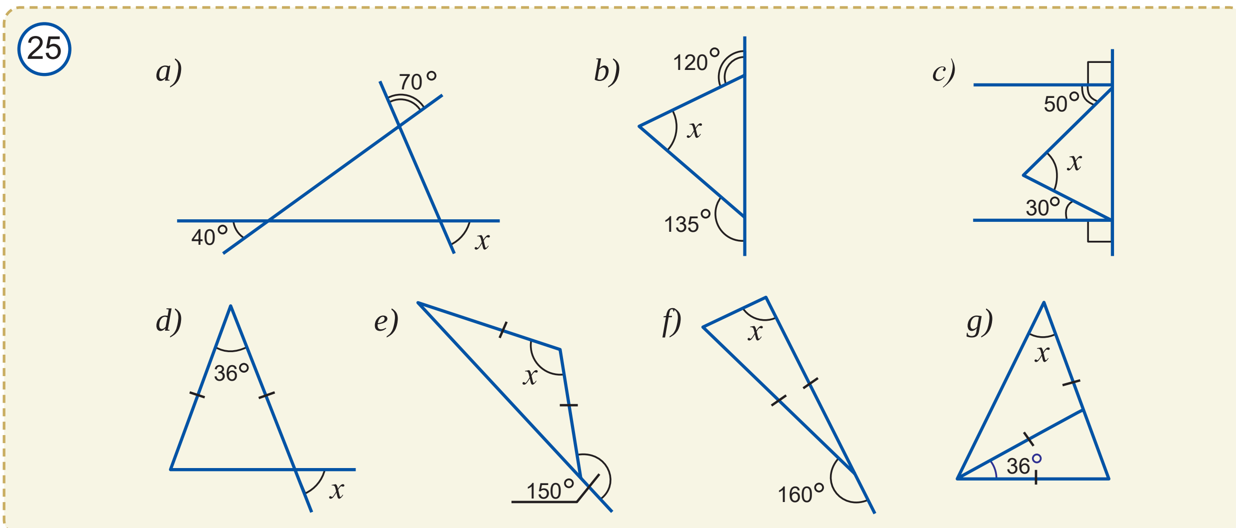
22


23


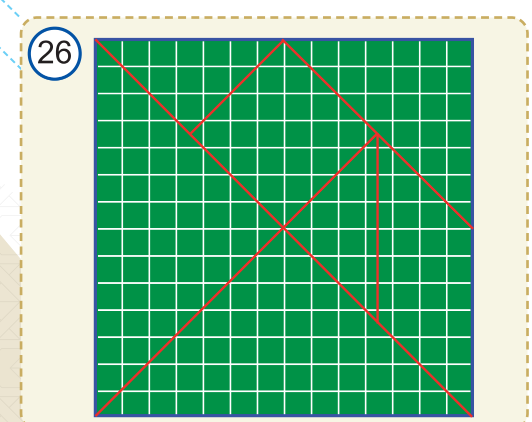
24


34. 24-súwrette súwretlengen stol lampası sonday jasalǵan, $\angle C$ = 110° hám $\angle A = \angle B$. A hám B múyeshlerdiń gradus ólshemin tabıń. Nege ol tap sonday kóriniste jasalǵan, dep oylaysız?

35. 25-súwrettegi belgisiz múyeshti tabıń.

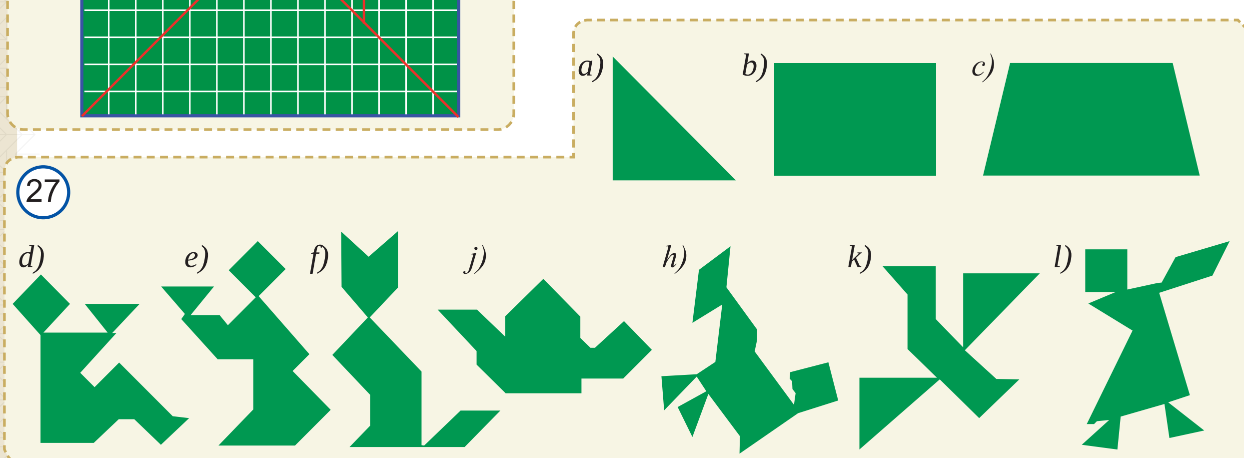
25


Geometriyalıq basqatırma

26


“Tangram” atlı qıtay oyınshıǵın jasań. Bunıń ushın kvadrattı qalıń qaǵazǵa sızıń hám 26-súwrette kórsetilgendey, onı jeti bólekke bólip, kesip alıń.

Soń “Tangram” bólekcheleriniń barlıǵınan paydalanıp, 27-súwrette súwretlengen figuralardı payda etiń.

27


19 TUWRÍ MÚYESHLI ÚSHMÚYESHLIKLER

19.1. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń qásiyetleri

Esletip ótemiz, tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń bir múyeshi tuwrı (90°) bolıp, qalǵan eki múyeshi bolsa súyir múyeshlerden ibarat. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń tuwrı múyeshi qarsısındaǵı tárepi *gipotenuza*, qalǵan eki tárepi bolsa *katet* dep ataladı. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń bazıbir qásiyetlerin kórip shıǵayıq.

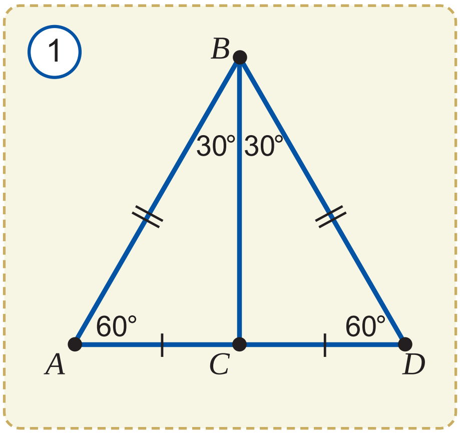
1-qásiyet. **Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń eki súyir múyeshleri qosındısı 90° qa teń.**

Haqıyqattan, úshmúyeshlik ishki múyeshleri qosındısı 180° qa teń. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń bir múyeshi bolsa 90° qa teń. Sonıń ushın onıń qalǵan eki múyeshi qosındısı 180° – 90° = 90° qa teń boladı.

2-qásiyet. **Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń 30° lı múyeshi qarsısındaǵı kateti gipotenuzasınıń yarımına teń.**

Dálillew. Aytayıq, 1-súwrette súwretlengen ABC tuwrı múyeshli úshmúyeshlik berilgen bolıp, onda $\angle ACB$ = 90° hám $\angle ABC$ = 30° qa teń bolsın. Ol jaǵdayda $\angle BAC$= 60° boladı.

$AC = \dfrac{AB}{2}$ ekenligin kórsetemiz.



Berilgen úshmúyeshlikke teń DBC úshmúyeshlikti 1-súwrette kósetilgendey etip jasaymız. Nátiyjede barlıq múyeshleri 60° qa teń bolǵan ABD úshmúyeshlikke iye bolamız.

Demek, ABD úshmúyeshlik teń tárepli. Atap aytqanda, $AB = AD$ boladı. Biraq:

$$AD = AC + CD = 2AC.$$

Solay etip, $AB = 2AC$, yaǵnıy $AC = \dfrac{AB}{2}$.

Qásiyet dálillendi.

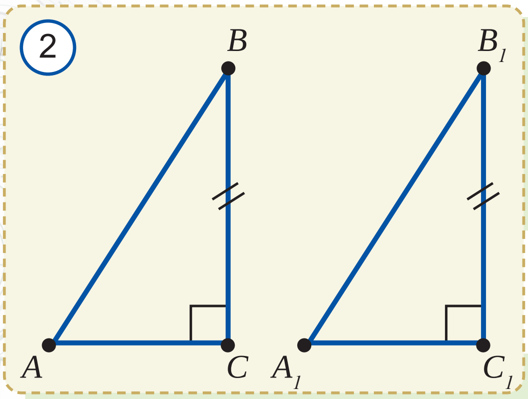
3-qásiyet. **Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń katetlerinen biri gipotenuzanıń yarımına teń bolsa, bul katet 30° lı múyesh qarsısında jatadı.**

Bul qásiyet 2-qásiyetke keri tastıyıq bolıp, onı óz betinshe dálilleń.

19.2. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń teńlik belgileri

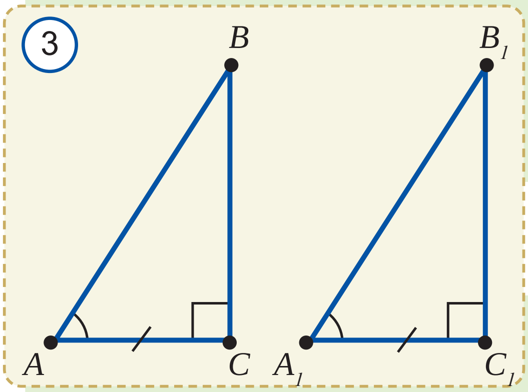
ABC hám $A_1B_1C_1$ tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler berilgen bolsın. Bul úshmúyeshliklerdiń bir múyeshi tuwrı bolǵanı ushın, bul múyeshler hárqashan óz ara teń. Sonlıqtan tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler ushın úshmúyeshliklerdiń teńlik belgileri ápiwayılasadı.

Tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler ushın eki katet boyınsha (KK belgisi), katet hám súyir múyesh boyınsha (KM belgisi), gipotenuza hám súyir múyesh boyınsha (GM belgisi) hám gipotenuza hám katet boyınsha (GK belgisi) sıyaqlı teńlik belgilerin keltiremiz.



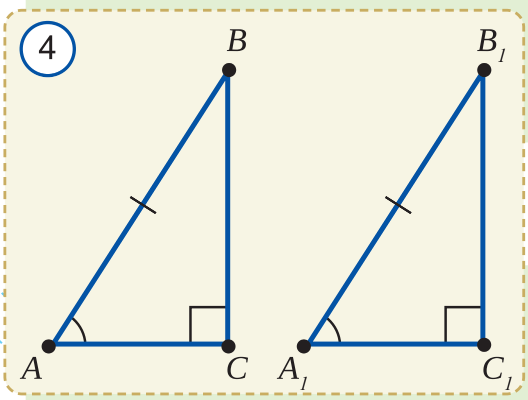
Teorema. ***KK belgisi.*** **Bir tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń katetleri ekinshi tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń katetlerine sáykes túrde teń bolsa, bul úshmúyeshlikler óz ara teń boladı** *(2-súwret)*.

Bul belgi úshmúyeshlikler teńliginiń TMT belgisinen tikkeley kelip shıǵadı.



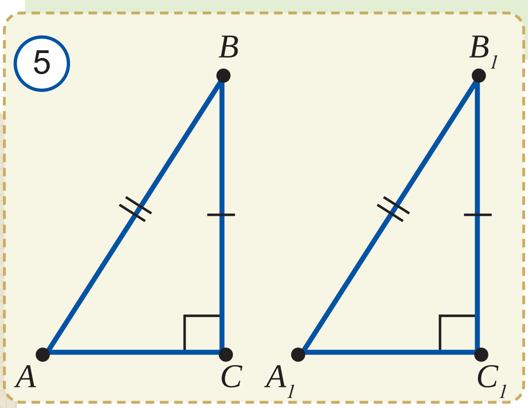
Teorema. ***KB belgisi.*** **Bir tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń kateti hám oǵan irgeles súyir múyeshi, ekinshi tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń kateti hám oǵan irgeles súyir múyeshine teń bolsa, bul úshmúyeshlikler óz ara teń boladı** *(3-súwret)*.

Bul belgi úshmúyeshlikler teńliginiń MTM belgisinen tikkeley kelip shıǵadı.



Teorema. ***GB belgisi.*** **Bir tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası hám bir súyir múyeshi ekinshi tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası hám bir súyir múyeshine teń bolsa, bul úshmúyeshlikler óz ara teń boladı** *(4-súwret)*.

Bul belgi úshmúyeshlikler teńliginiń MTM belgisinen tikkeley kelip shıǵadı.



Teorema. ***GK belgisi.*** **Bir tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası hám bir kateti ekinshi tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası hám bir katetine teń bolsa, bul úshmúyeshlikler óz ara teń boladı.**

Keliń, bul belgini dálilleyik.

ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlikler berilgen (*5-súwret*) hám olarda $\angle C = 90°$, $\angle C_1 = 90°$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ bolsın.

Ol jaǵdayda $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ ekenligin kórsetemiz.

Dálillew. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerdiń ekewden tárepleri óz ara teń: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$. Eger ABC hám $A_1B_1C_1$ múyeshleriniń teńligin kórsetsek, TBT belgige kóre, bul úshmúyeshlikler óz ara teń boladı.

Bunıń ushın $A_1B_1C_1$ úshmúyeshlikti ABC úshmúyeshlik penen BC hám B_1C_1 katetler ústpe-úst túsetuǵın etip izbe-iz qoyamız *(6-súwret)*.

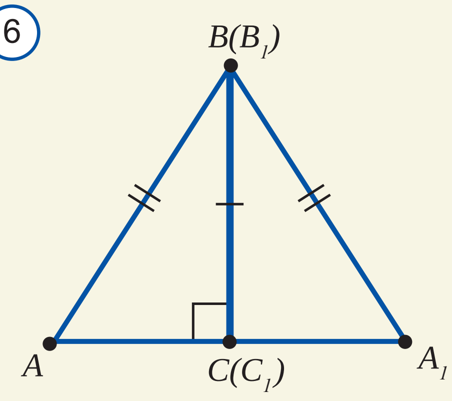
Ol jaǵdayda $\angle C$ hám $\angle C_1$ tuwrı múyesh bolǵanlıǵı ushın CA hám C_1A_1 nurlar jayıq múyeshti payda etedi, yaǵnıy A, C, C_1 hám A noqatlar bir tuwrı sızıqta jatadı.

Nátiyjede, ABA_1 teń qaptallı úshmúyeshlik boladı. Biraq, teń qaptallı úshmúyeshlikte ultanǵa túsirilgen biyiklik bissektrisa da boladı (83-bettegi teorema juwmaǵı boyınsha).

Demek, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$.

Teorema dálillendi.

6



Temaǵa tiyisli sorawlar

1. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń tárepleri qanday ataladı?

2. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń súyir múyeshleri qosındısı nege teń?

3. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń múyeshlerinen birewi doǵal bolıwı múmkin be?

4. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń neshe biyikligi bar?

5. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń súyir múyeshleri qosındısı 120°qa teń bolıwı múmkin be? Nege?

6. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń 30° lı múyesh qarama-qarsısındaǵı kateti menen gipotenuzası arasında qanday baylanıs bar?

7. Tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler qásiyetlerin aytıń hám túsindiriń.

8. Tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler teńliginiń belgilerin aytıń hám túsindiriń.

9. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń bir kateti hám bir múyeshi sáykes túrde teń bolsa, bul úshmúyeshlikler teń boladı ma?

10. Tuwrı múyeshli ABC úshmúyeshlikte $\angle A+\angle B = \angle C$ bolsa, onıń katetleri hám gipotenuzasın aytıń.

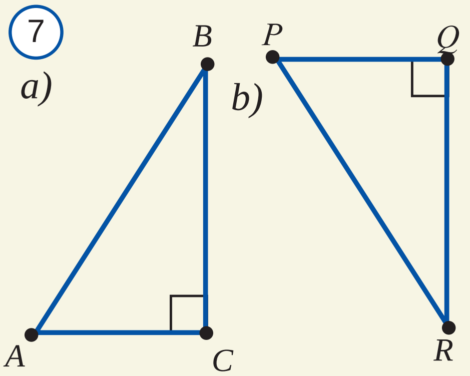
Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. 7a-súwrettegi ACB tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası hám katetlerin jazıń. Bul úshmúyeshliktiń qaysı tárepi uzın: a) AB yamasa BC; b) AB yamasa AC?

2. 7b-súwrettegi PQR tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası hám katetlerin jazıń. Bul úshmúyeshliktiń qaysı tárepi uzın: a) PR yamasa PQ; b) PR yamasa QR?

3. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń bir súyir múyeshi 23° qa teń. Bul úshmúyeshliktiń úshinshi múyeshin tabıń.

7



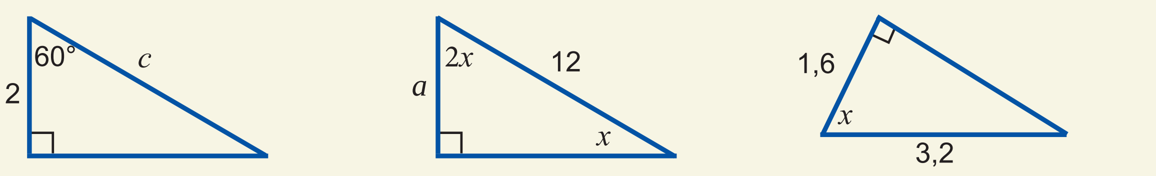
4. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń bir múyeshi: a) 78°; b) 43°. Úshinshi múyeshin tabıń.

5. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń súyir múyeshlerinen biri 30°, gipotenuzası 34 ke teń. Bul úshmúyeshliktiń múyeshleri hám katetlerinen birin tabıń.

6. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası 14 ke, katetlerinen biri 7 ge teń. Bul úshmúyeshliktiń múyeshlerin tabıń.

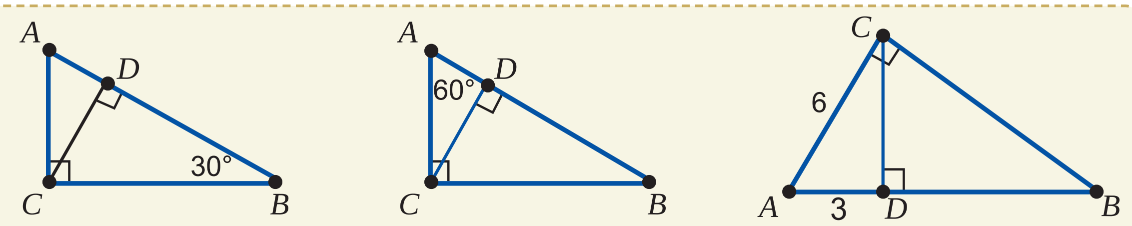
7. 8-súwret: a) $c=?$; b) $a=?$; c) $x=?$.

8



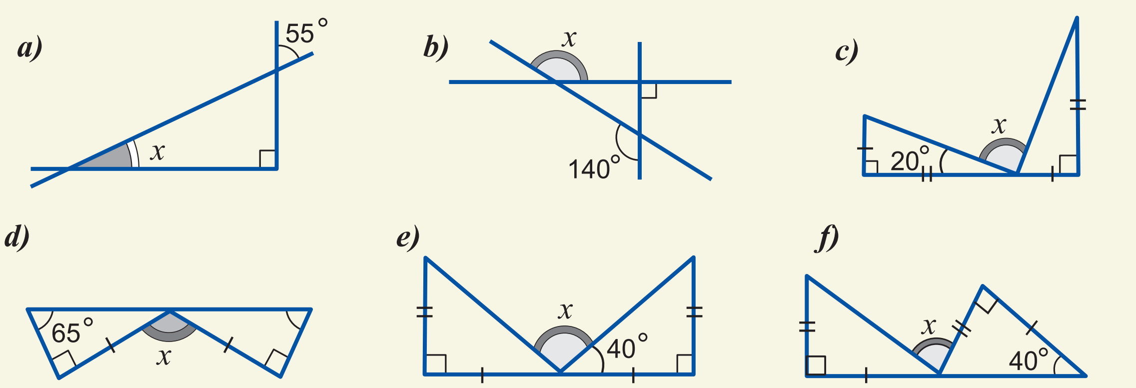
8. 9-súwret: a) $AB=20$, $AD=?$; b) $AB=18$, $BD=?$; c) $BD=?$.

9

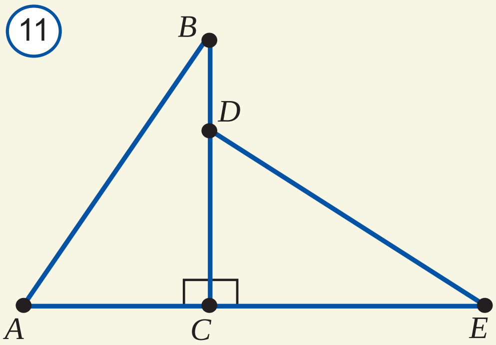


9. 10-súwrettegi belgisiz múyeshlerdi tabıń.

10



11



10. Eger 11-súwrette: a) $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$; b) $BC=DE$, $AB=CE$; d) $AC=CD$, $BC=CE$; e) $AB=DE$ bolsa, ACB hám DCE úshmúyeshlikler teń boladı ma?

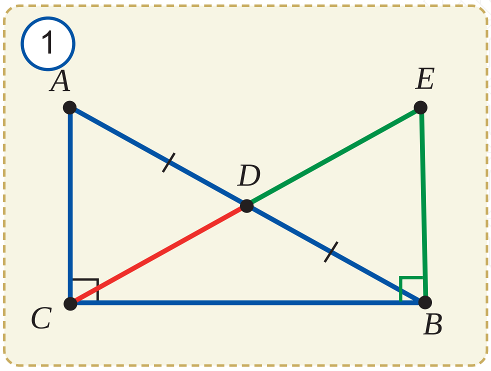
11. Tuwrı múyeshli ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerde A hám A_1 tuwrı múyeshler, BD hám BD_1 bissektrisalar hám $\angle B=\angle B_1$, $BD=B_1D_1$ bolsa, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ ekenligin dálilleń.

20 MÚYESH BISSEKTRISASÍŃÍŃ QÁSIYETI

Teorema. **Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzaǵa túsirilgen medianası gipotenuzanıń yarımına teń.**

ABC tuwrı múyeshli úshmúyeshlikte AB – gipotenuza hám CD– mediana, yaǵnıy $AD = DB$ bolsın(*1-súwret*). $CD = \frac{AB}{2}$ ekenligin dálilleymiz.

Dálillew. Qosımsha jasawlardı ámelge asıramız: CB táreptiń B noqatınan perpendikulyar shıǵaramız. Onda E noqattı $AC = EB$ etip belgileymiz hám CE kesindini jasaymız.



ABC hám EBC tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdi qaraymız. Olarda CB katet ulıwma hám jasaw boyınsha $AC = EB$. Onda tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń KK belgisine baylanıslı bul úshmúyeshlikler óz ara teń boladı.

Sonlıqtan, $\angle ABC = \angle ECB$ boladı.

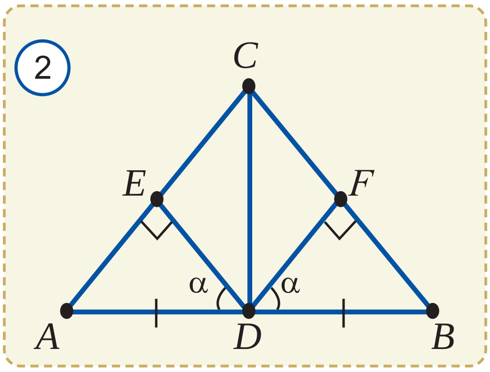
Bul CDB úshmúyeshlik teń qaptallı hám $CD = DB$ ekenligin bildiredi.

Biraq, shártke baylanıslı $DB = \frac{AB}{2}$.

Bunnan $CD = \frac{AB}{2}$ ekenligi kelip shıǵadı.

Teorema dálillendi.

Másele. 2-súwrettegi ABC úshmúyeshlik teń qaptallı ekenligin dálilleń.



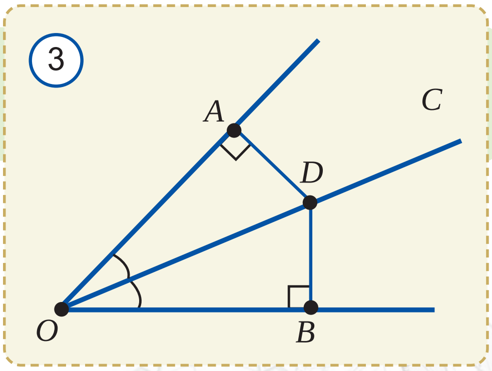
Sheshiliwi. $\Delta AED = \Delta BFD$, sebebi olardıń gipotenuzaları hám bir súyir múyeshleri teń. CED hám CFD– tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler. $ED = FD$ hám de CD gipotenuza ulıwma bolǵanı ushın tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler teńliginiń GK belgisine baylanıslı $\Delta CED = \Delta CFD$.

Demek, $\Delta ADC = \Delta BDC$, yaǵnıy $AC = BC$ hám ΔABC teń qaptallı

Múyesh bissektrisasınıń qásiyeti

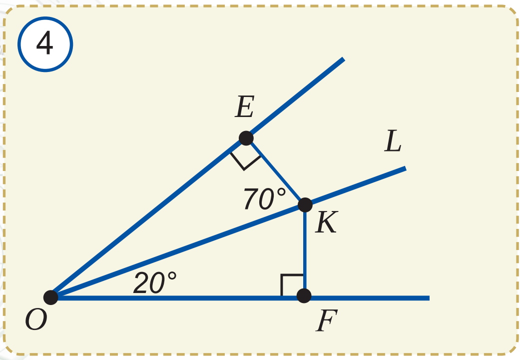
Yadıńızda bolsa, noqattan tuwrı sızıqqa shekem bolǵan aralıq dep noqattan tuwrı sızıqqa túsirilgen perpendikulyar uzınlıǵına aytılǵan edi.

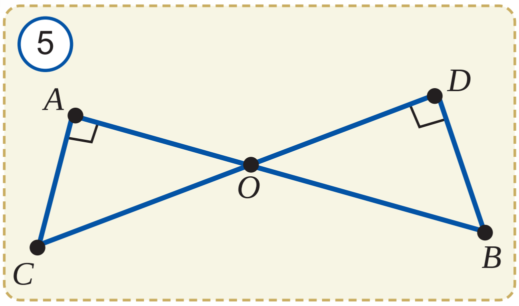
Teorema. **Múyesh bissektrisasınıń qálegen noqatınan múyesh táreplerine shekem bolǵan aralıqlar óz ara teń.**

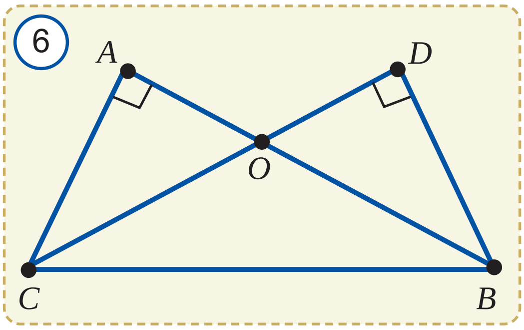


Dálillew. Aytayıq, O múyesh hám onıń bissektrisası OC berilgen bolsın (*3-súwret*). OC bissektrisada qálegen D noqat alamız hám berilgen múyesh táreplerine DA hám DB perpendikulyarlar túsiremiz.

OAD hám OBD tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerde:







1) $\angle AOD = \angle BOD$ shártke baylanıslı;
2) OD - ulıwma gipotenuza.

Tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler teńliginiń GB–belgisine baylanıslı, $\Delta OAD = \Delta OBD$. Sonlıqtan, $DA = DB$.

Teorema dálillendi.

Másele. EOF múyeshiniń OL bissektrisasında K noqat alınǵan *(4-súwret)*. Eger $EK \perp OE$, $KF \perp OF$ hám $\angle KOF = 20°$ bolsa, a) EOK hám OKF múyeshlerdi; b) EOF hám EKF múyeshlerdi tabıń.

Sheshiliwi. **1.** Joqarıda kórsetilgenindey $\Delta EOK = \Delta FOK$.

Sonıń ushın $\angle EOK = \angle FOK = 20°$ hám $\angle OKF = \angle OKE = 90° - 20° = 70°$.

2. $\angle EOF = 2 \cdot \angle KOF = 40°$,

$\angle FKE = \angle FKO + \angle OKE = 70° + 70° = 140°$.

Juwabı: a) 20° hám 70°; b) 40° hám 140°.

Temaǵa tiyisli sorawlar

1. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzaǵa túsirilgen medianası gipotenuzanıń qanday bólegin quraydı?

2. Múyesh bissektrisasınıń qásiyetin aytıń hám táriyipleń.

Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. Eger 5-súwrette: a) $OC = OB$; b) $AC = BD$; c) $AO = OD$; d) $AC = OD$; e) $\angle OCA = \angle OBD$ bolsa, OAC hám ODB úshmúyeshlikler teń boladı ma?

2. Eger 6-súwrette: a) $AC = BD$; b) $OA = OD$; c) $\angle OCB = \angle OBC$; d) $BC = OD$; e) $\angle ACB = \angle DBC$ bolsa, BAC hám CDB úshmúyeshlikler teń boladı ma?

3. ABC úshmúyeshlikte BD biyiklik júrgizilgen. Eger $AD = DC$ bolsa, ABC úshmúyeshliktiń teń qaptallı ekenligin dálilleń.

4. Súyir múyeshli ABC úshmúyeshlikte AA_1 hám CC_1 biyiklikler teń. $\angle BAC = \angle BCA$ teńlikti dálilleń.

5. Múyesh bissektrisasınıń qálegen noqatında onıń tareplerinen teń uzaqlıqta jaylasqanın dálilleń.

6. Múyesh AOB bissektrisasında alınǵan noqattan OA nurǵa shekem bolǵan aralıq 7 cm bolsa, usı noqattan OB nurǵa shekem bolǵan aralıqtı tabıń.

7. O múyesh hám onıń bissektrisasında C noqat berilgen. Eger $\angle O = 60°$ hám $OC = 14$ cm bolsa, C noqattan múyesh tareplerine shekem bolǵan aralıqtı tabıń.

8*. Teń qaptallı tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzasına túsirilgen biyiklik gipotenuzanıń yarımına teńligin kórsetiń

9. AOB múyesh ishinde N noqat alınǵan. Eger $AN=BN$, $OA\perp AN$ hám $OB\perp BN$ bolsa, N noqat AOB múyesh bissektrisasında jatıwın dálilleń.

10*. 7-súwrette keteksheli qaǵazǵa sızılǵan múyeshtiń bir bólimi súwretlengen. Qaǵazdıń múyeshtiń tóbesi jaylasqan bólimi jırtılıp qalǵan. A hám B noqatları múyeshtiń táreplerinen teńdey qashıqlıqta jaylasqan ekenligi belgili. Múyeshtiń bissektrisasın qalay jasaw múmkin.

11. 8-súwrette súwretlengen besmúyeshlik múyeshleri qosındısın tabıń.

12. 9-súwrette súwretlengen kub betinde jaylasqan úshmúyeshliktiń cifrlanǵan múyeshleri qosındısın tabıń.

13. ABC tuwrı múyeshli úshmúyeshlikte C tuwrı múyeshli hám AB = 12 hám $CD = DB$ bolsa, CD nı tabıń *(10-súwret)*.

14. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzaǵa túsirilgen medianası 8 cm. Eger úshmúyeshliktiń bir múyeshi 60° qa teń bolsa, bul múyeshke irgeles táreplerin tabıń.

15*. Úshmúyeshliktiń eki bissektrisası kesilisken noqat úshmúyeshlik úsh tárepinen teń uzaqlıqta bolıwın dálilleń.

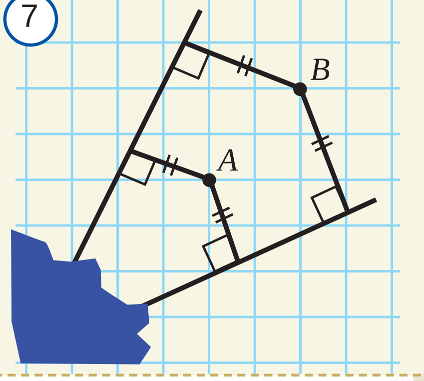
16*. Teń qaptallı ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerdiń AC hám A_1C_1 ultanları hám ultanlarǵa túsirilgen BD hám B_1D_1 biyiklikleri teń. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ teńlikti dálilleń.

17*. Teń qaptallı ABC úshmúyeshlikte AC ultan hám AD menen BE biyiklikler 50° lı múyesh astında kesilisedi. Úshmúyeshliktiń múyeshlerin tabıń.

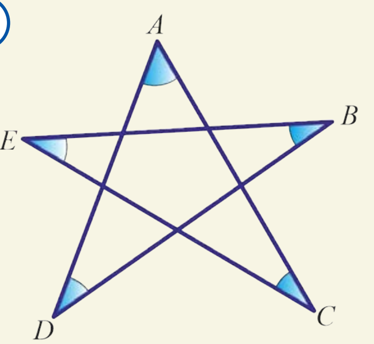
18*. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń bir kateti hám gipotenuzaǵa túsirilgen biyikligi boyınsha teńligin dálilleń.

19*. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń bir kateti hám gipotenuzaǵa túsirilgen bissektrisası boyınsha teńligin dálilleń. Bizge belgili, matematikalıq gápler anıq, jeterlishe tolıq hám sonıń menen birge qısqa, artıqsha sózlersiz bolıwı lazım. Tómendegi gáplerdegi artıqsha sózlerdi anıqlap kóriń

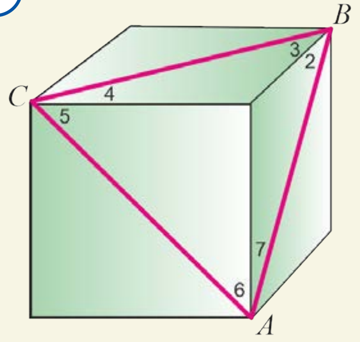
7



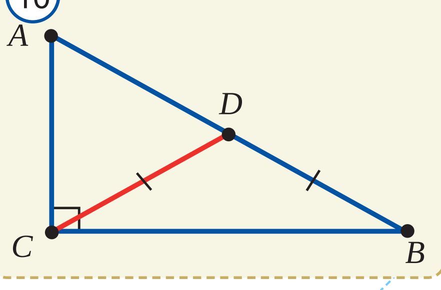
8



9



10



Geometriyada anıqlıq hám qısqalıq

1. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń eki súyir múyeshleri qosındısı 90° qa teń.

2. Eger tuwrı múyeshli úshmúyeshlikte katet gipotenuzanıń yarımına teń bolsa, onıń qarsısında jatıwshı súyir múyesh 30°qa teń boladı.

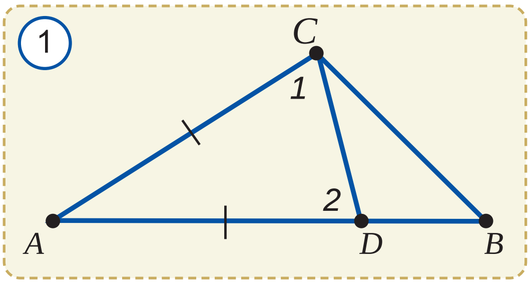
3. Eń kem tárepli kópmúyeshlik: a) sheńber orayınan ótiwshi xorda; b) ultanı qaptal tárepine teń bolǵan teń qaptallı úshmúyeshlik.

21 ÚSHMÚYESHLIKTIŃ TÁREPLERI HÁM MÚYESHLERI ARASÍNDAǴÍ QATNASLAR

21.1. Úshmúyeshliktiń tárepleri hám múyeshleri arasındaǵı qatnaslar

Teorema. **Úshmúyeshliktiń úlken tárepi qarsısında úlken múyesh jatadı.**

ΔABC, $AB > AC$ (1-súwret) ⇒ $\angle C > \angle B$



Dálillew. AB kesindini sızamız hám oǵan AC tárepke teń AD kesindini qoyamız. $AB>AD$ bolǵanı ushın, D noqat AB kesindige tiyisli boladı. Demek, CD kesindi C múyeshtiń ishki oblastında jatadı hám C múyeshti eki múyeshke ajıratadı. Sol boyınsha, $\angle C > \angle 1$.

ACD úshmúyeshlikti teń qaptallı etip jasaǵanımız ushın $\angle 1 = \angle 2$.

$\angle 2$ CDB úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi bolǵanlıǵı ushın $\angle 2 > \angle B$.

Bul ajıratıp kórsetilgen úsh qatnastan, $\angle C > \angle 1 = \angle 2 > \angle B$, yaǵnıy $\angle C > \angle B$ ekenligin payda etemiz.

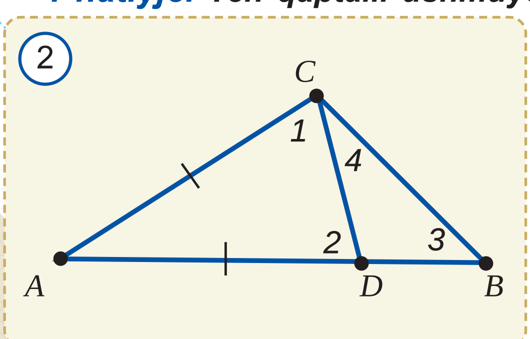
Teorema dálillendi.

Sonday-aq, bul teoremaǵa keri teorema da orınlı.

Keri teorema. **Úshmúyeshliktiń úlken múyeshi qarsısında úlken tárep jatadı.**

Bul teoremanıń dálilin óz betinshe orınlań.

1-nátiyje. Teń qaptallı úshmúyeshlikte teń tárepler qarsısında teń múyeshler jatadı.

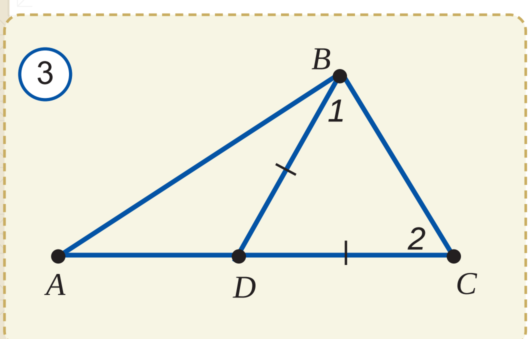


Onıń durıslıǵın aldında dálillegen edik.

1-másele. 2-súwrette berilgen maǵlıwmatlardan paydalanıp, $\angle 1 > \angle 3$ ekenligin dálilleń.

Sheshiliwi. $\angle 2 > \angle 3$ ekenligi belgili, sebebi $\angle 2$ BDC úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi bolıp, sırtqı múyeshtiń qásiyeti boyınsha, $\angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ hám $\angle 4 > 0$.

ACD teń qaptallı úshmúyeshlik bolǵanlıǵı ushın $\angle 1 = \angle 2$. Demek, $\angle 1 > \angle 3$ boladı.



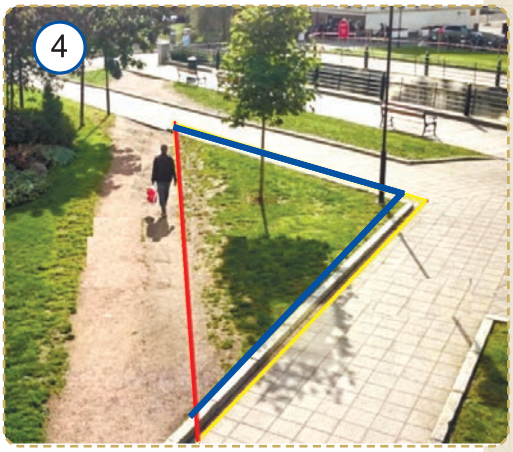
2-másele. 3-súwrette berilgenlerden paydalanıp, $AB < AC$ ekenligin kórsetiń.

Sheshiliwi. BDC – teń qaptallı úshmúyeshlik (sebebi $BD = DC$). Demek, $\angle 1 = \angle 2$ boladı. $\angle 1 < \angle ABC$ bolǵanlıǵı ushın $\angle 2 < \angle ABC$. Úlken múyesh qarsısında úlken tárep jatqanı ushın $AB < AC$ boladı.

21.2. Úshmúyeshlik teńsizligi

Aktivlestiriwshi soraw.

Adamlar qala kóshelerinde soqpaq jol salıp, ósip turǵan shópler ústinen júrip qaldırǵan izlerge kózińiz túsken bolsa kerek *(4-súwret)*. Ádette olar asıǵıp turǵanda jollardı qısqartıw ushın sonday jol tutadı hám ózleri bilmegen jaǵdayda "úshmúyeshlik teńsizligi" dep atalǵan úshmúyeshliktiń geometriyalıq qásiyetinen paydalanadı. Bul qanday qásiyet? Tómendegi gáp usı haqqında boladı.



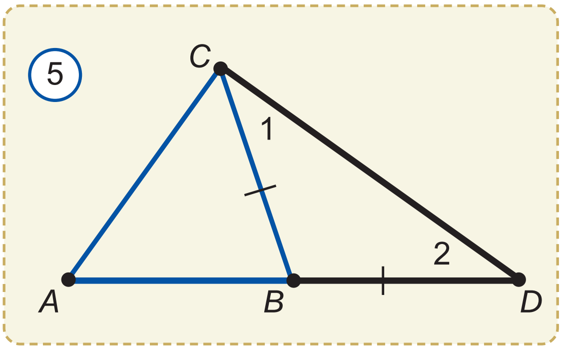
Úshmúyeshliktiń qálegen bir tárepi qalǵan eki tárepi qosındısınan kishi.

$\triangle ABC$ (1-súwret) ⇒ $AC < AB + BC$

Dálillew. AB tuwrı sızıqqa BC kesindige teń BD kesindini qoyamız hám C hám D noqatlardı tutastıramız (*5-súwret*). Nátiyjede BCD teń qaptallı úshmúyeshlik payda boladı. Onda $\angle 1 = \angle 2$, sebebi $BC = BD$. Figuradan belgili, $\angle ACD > \angle 1$.

Onda, $\angle ACD > \angle 2$, sebebi $\angle 1 = \angle 2$.

Bul múyeshler ACD úshmúyeshlikke tiyisli. Endi úlken múyesh qarsısında úlken tárep jatıwın esapqa alsaq, $AC < AD$ teńsizlikke iye bolamız. Onda $AC < AB + BD$ sebebi, $AD = AB + BD$. Onda $BD = BC$ ekenligin esapqa alsaq, $AC < AB + BC$ nı payda etemiz.



Teorema dálillendi.

Bul teoremadan tómendegi nátiyje kelip shıǵadı.

2-nátiyje. Bir tuwrı sızıqta jatpaǵan qálegen úsh – A, B hám C noqat ushın $AB < AC + BC$, $AC < AB + BC$ hám $BC < AB + AC$ teńsizlikler orınlı.

Bul teńsizliklerdiń hárbiri *úshmúyeshlik teńsizligi* dep ataladı.

Eger A, B hám C noqatlar bir tuwrı sızıqta jatsa, joqarıdaǵı teńsizliklerden biri teńlikke aylanadı, qalǵanları bolsa durıslıǵınsha qaladı.

Máselen, bul noqatlar bir tuwrı sızıqta jatıp, A noqat B hám C noqatlar arasında jatsa, $AC = AB + BC$, $AB < AC + BC$ hám $BC < AB + AC$ qatnaslar orınlı boladı.

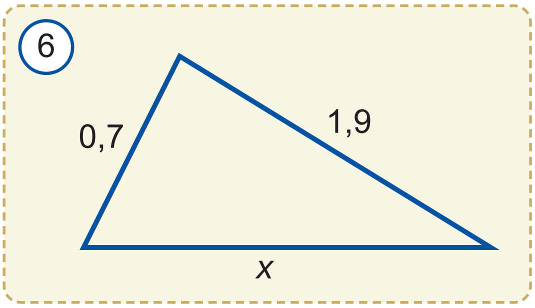
3-nátiyje. Úshmúyeshliktiń qálegen bir tárepi qalǵan eki tárepi uzınlıqları ayırmasınan úlken.

Haqıyqattan da, $AB < AC + BC$ kórinistegi úshmúyeshlik teńsizliklerinen birin alıp, tómendegi almastırıwlardı orınlaymız: $AB - AC < BC$ yamasa $BC > AB - AC$

Tap usı jol menen $AC < AB + BC$ teńsizlikten $BC > AC - AB$ teńsizlikti payda qılamız. $BC > AB - AC$ hám $BC > AC - AB$ teńsizliklerden $BC > |AB - AC|$ boladı.

Solay etip, ***úshmúyeshliktiń qálegen tárepin qalǵan tárepleriniń qosındısınan kishi hám ayırması modulinen úlken boladı.***

Másele. Úshmúyeshliktiń eki tárepi 0,7 hám 1,9. Eger úshinshi tárepi pútin san ekenligi belgili bolsa, onı tabıń *(6-súwret)*.



Sheshiliwi. Berilgen úshmúyeshliktiń eki tárepi belgili: 0,7 hám 1,9.

Úshinshi tárepin úshmúyeshlik teńsizliginen paydalanıp tabamız: 1) $x + 0,7 > 1,9$ yamasa $x > 1,2$; 2) $1,9 + 0,7 > x$ yamasa $x < 2,6$.

Bul eki teńsizlikten $1,2 < x < 2,6$ nı payda qılamız.

x - pútin san, tek $x = 2$ mánis bul qos teńsizlikti qanaatlandıradı.

Demek, úshmúyeshliktiń belgisiz tárepi 2 ge teń.

Juwabı: 2.

Temaǵa tiyisli sorawlar

1. Úshmúyeshliktiń úlken múyeshi 60° tan kishi bolıwı múmkin be? Úshmúyeshliktiń kishi múyeshi 60° tan úlken bolıwı múmkin be?

2. ABC úshmúyeshlikte: a) $AB<BC<AC$; b) $AB=AC<BC$ bolsa, úshmúyeshlik múyeshlerin salıstırıń. A múyesh doǵal bolıwı múmkin be?

3. Úshmúyeshliktiń doǵal múyeshi qarsısında kishi tárepi jatıwı múmkin be?

4. Úshmúyeshlik teńsizliginiń mazmunı neden ibarat?

5. Úshmúyeshlik teńsizligi qanday máselelerdi sheshiwde qollanıladı?

6. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası uzın ba yamasa kateti me?

Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. ABC úshmúyeshlikte $\angle A>\angle B>\angle C$ bolsa, úshmúyeshliktiń eń uzın tárepin anıqlań.

2. ABC úshmúyeshlikte $\angle A=\angle B<\angle C$ bolsa, úshmúyeshliktiń eń kishi tárepin anıqlań.

3. ABC úshmúyeshlikte $AB=BC>AC$ bolsa, úshmúyeshliktiń: a) eń úlken; b) eń kishi múyeshin anıqlań.

4. ABC úshmúyeshlikte $AB>BC>AC$ bolsa, úshmúyeshliktiń: a) eń úlken; b) eń kishi múyeshin anıqlań.

5. Uzınlıqları a) 2 m, 2 m hám 3 m; b) 1 dm, 2 dm hám 3 dm bolǵan kesindilerden úshmúyeshlik jasaw múmkin be?

6. Uzınlıqları: a) 12 cm, 23 cm hám 35 cm; b) 45 m, 22 m hám 33 m bolǵan kesindilerden úshmúyeshlik jasaw múmkin be?

7. Tárepleri: a) 2; 3; 4; b) 2; 2; 4; c) 3,6; 1,8; 5; d) 56; 38; 19 bolǵan úshmúyeshlik bar ma?

8. Teń qaptallı úshmúyeshlik tárepleri: a) 7 hám 3; b) 10 hám 5; c) 8 hám 5 bolsa, úshinshi tárepin tabıń.

9. Úshmúyeshliktiń perimetri 34 dm. Onıń bir tárepi: a) 16 dm; b) 17 dm; c) 18 dm bolıwı múmkin be? Ne ushın?

10. Úshmúyeshliktiń perimetri 12 ge teń. Onıń bir tárepi: a) 5; b) 6; c) 8 ge teń bolıwı múmkin be? Ne ushın?

11*. ABC úshmúyeshlikte: a) $BC = 9$, $AC = 8$, $AB = 7$; b) $BC= 9$, $AC = 8$; $AB = 8$; c) $BC= 9$, $AC = 9$, $AB = 8$ bolsa, onıń eń úlken hám eń kishi múyeshlerin anıqlań.

12. Eger a) $\angle A = 25°$, $\angle B = 100°$; b) $\angle A = 40°$, $\angle B = 100°$; c) $\angle A = 60°$, $\angle B = 60°$ bolsa, ABC úshmúyeshlik tároplerin óz ara salıstırıń.

13. Úshmúyeshliktiń qálegen tárepi onıń qalǵan eki tárepi ayırmasınan úlken bolıwın dálilleń.

14. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 25 cm, bir tárepi ekinshi tárepinen 4cm artıq hám sırtqı múyeshlerinen biri súyir bolsa, úshmúyeshliktiń tároplerin tabıń.

15*. Uzınlıqları 2, 3, 4, 5 hám 6 ǵa teń kesindilerden neshe túrli úshmúyeshlik jasaw múmkin?

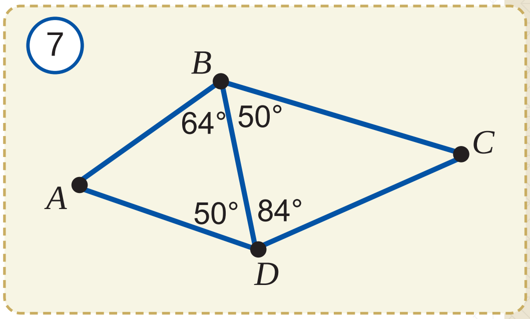
16. Tegisliktegi úsh A, B, C noqatlar ushın $AB + BC \geq AC$ teńsizlik orınlansa, AB, BC hám AC kesindiler qanday geometriyalıq figuranı anıqlaydı?

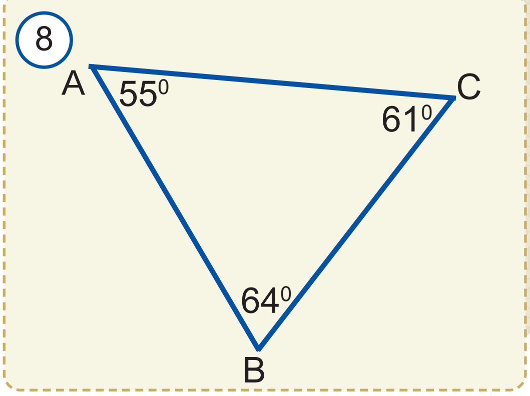
17.* Úshmúyeshlik medianası úshmúyeshliktiń yarım perimetrinen (perimetriniń yarımınan) kishi ekenligin dálilleń.

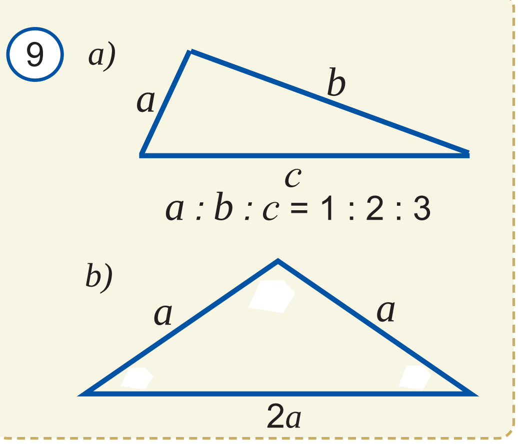
18. ABC úshmúyeshlikte $AB = 12$ cm, $BC = 10$ cm, $CA = 7$ cm bolsa, úshmúyeshliktiń eń úlken hám eń kishi múyeshlerin tabıń.

19. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń tóbesindegi múyeshi 62° bolsa, onıń qaysı tárepi úlken boladı? 58° bolsa, onıń qaysı tárepi úlken boladı?

20. ABC úshmúyeshlikte: a) $\angle A > \angle B > \angle C$; b) $\angle A = \angle B < \angle C$ bolsa, úshmúyeshlik tároplerin salıstırıń.







21. Teń tárepli úshmúyeshliktiń eki bissektrisası kesiliskende payda bolatuǵın múyeshlerin tabıń.

22*. ABC úshmúyeshlikte $AB > BC$ hám $\angle A = 60°$ bolsa, B múyesh qanday mánisler qabıl etiwi múmkin?

23*. Úshmúyeshliktiń α, β hám γ múyeshleri ushın $\alpha<\beta+\gamma$, $\beta<\alpha+\gamma$, $\gamma<\alpha+\beta$ qatnaslar orınlı bolsa, bul qanday úshmúyeshlik boladı?

24*. 7-súwretten eń úlken hám eń kishi kesindilerdi kórsetiń. Juwabıńızdı túsindiriń.

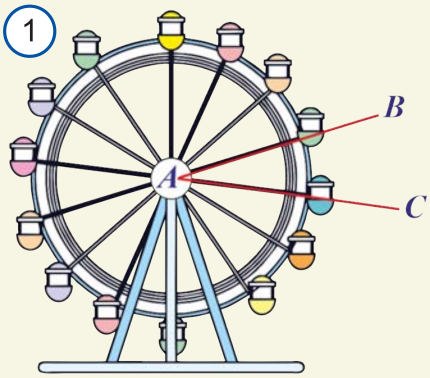
25. 8-súwrettegi úshmúyeshliktiń eń kishi tárepin tabıń.

26. Bunday úshmúyeshlikler bar ma? Máseleniń beriliwi durıs pa *(9-súwret)*?

27. Perimetri 20 cm, bir tárepi ekinshi tárepinen 2 cm uzın, úshinshi tárepinen bolsa 4 cm qısqa úshmúyeshlik bar ma?

22 ÁMELIY SHÍNÍǴÍW HÁM QOLLANÍW. BILIMIŃÍZDI SÍNAP KÓRÍŃ

1



2

3

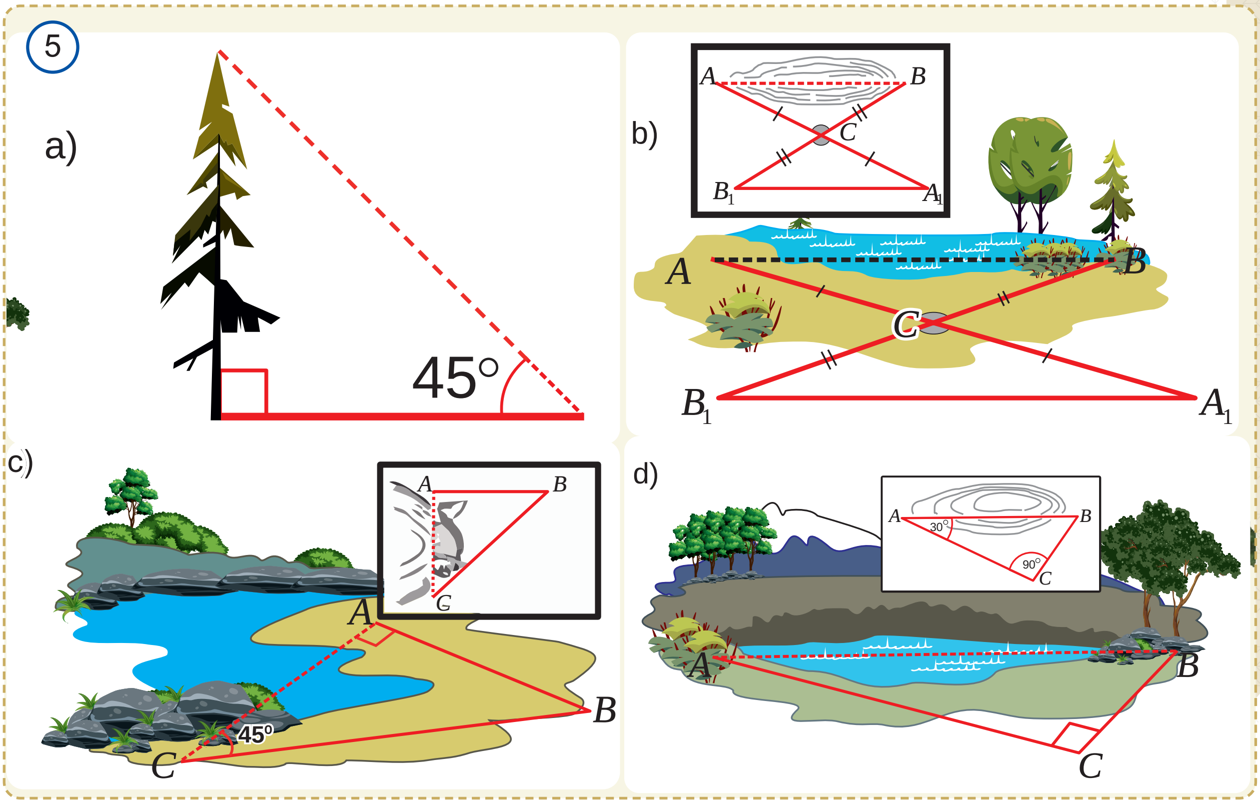
4

22.1. Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. Adam úshmúyeshlik figurasındaǵı maydan boylap háreketlenip, dáslep turǵan jerine qaytıp kelse, ol jámi neshe gradusqa burılǵan boladı? Eger kvadrat kórinisindegi maydan boylap háreketlense neshe gradusqa burılǵan boladı?
2. 1-súwrette suw digirmanı súwretlengen. Digirmanıń bir bólegi ABC úshmúyeshlik kórinisinde bolıp, onda $\angle A = 30°$, $AB = AC$. $\angle B$ hám $\angle C$ nı tabıń.
3. Sım bólegi uzınlıǵı pútin santimetrlerde ólshenedi. Onnan úshmúyeshlik jasalmaqta. Úshmúyeshliktiń bir tárepi 1 cm, ekinshi tárepi 10 cm. Úshmúyeshliktiń úshinshi tárepi uzınlıǵı qansha boladı?
4. Qaǵazǵa múyesh sızıldı hám onıń tóbesi kesip tasландı. Bul múyeshtiń bissektrisasın jasay alasız ba?
5. Qaǵazdı búklew járdeminde parallel tuwrı sızıqlardı payda etiw múmkin be?
6. 2-súwrette súwretlengen “Stop” jol belgisi figurası tárepleri teń bolǵan segizmúyeshlik kórinisinde. Onıń ishki hám sırtqı múyeshleri qosındısın tabıń.
7. 3-súwrette súwretlengen avtomobil dóńgelegi bir sektorınıń gradus ólshemin tabıń.
8. Uzınlıq ólshew ásbabı - jıynalmalı metr *(4-súwret)* járdeminde qanday úshmúyeshliklerdi jasay alasız?
9. Bul bapta ózlestirgen bilimlerińiz tiykarında 5-súwrette súwretlengen terek, kól hám jarlıqlardıń tikkeley ólshep bolmaytuǵın ólshemleri uzınlıǵın anıqlaw algoritmin dúziń hám tiykarlań.
10. Tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler teńligi belgisinen paydalanıp, 6-súwrette súwretlengen dáryanıń keńligin anıqlaw ushın orınlanǵan jasaw jumısların túsindiriń hám dáryanıń keńligin tabıw usılın aytıp beriń.
11. Qurıwshılar tuwrı sızıqlı tuneldi bir waqıtta tawdıń eki tárepinen baslap oyıp kelmekte *(7-súwret)*. Ólshemler $\angle A_1 = 50°10'$, $\angle B_1 = 48°20'$ hám $\angle C = 80°5'$ ekenligin kórsetip turǵan bolsa, quriwshılar durıs baǵdardı tańlaǵan ba?

Qızıqlı geometriya

1. 8-súwrette súwretlengen eki tárepli, yaǵnıy hár eki



tárepinen paydalanıp tuwrı sızıq sızıw múmkin bolǵan, ádettegi oqıw sızǵıshınan paydalanıp:

a) berilgen múyeshti teń ekige bóliń;

b) berilgen kesindini teń ekige bóliń;

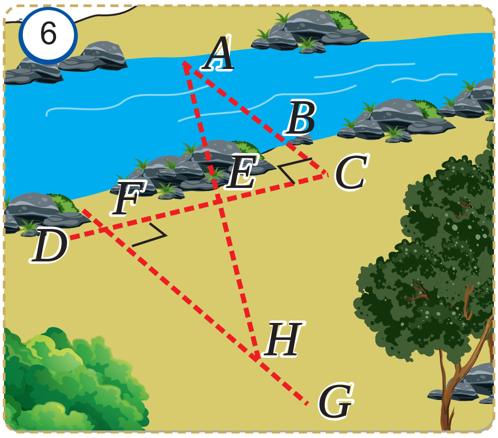
c) berilgen múyeshten eki márte úlken múyeshti jasań;

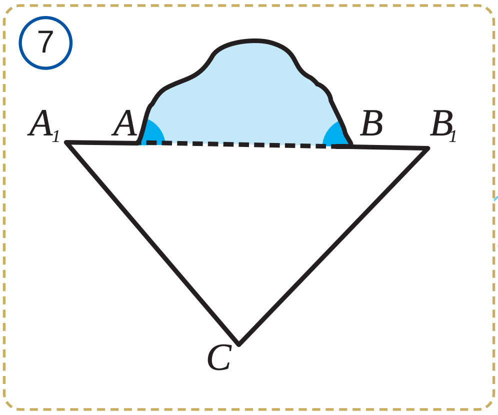
d) berilgen kesindiden eki márte uzın kesindini jasań;

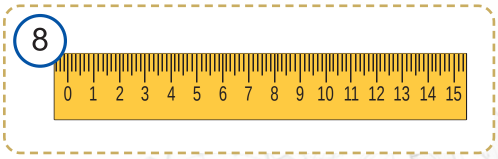
e) tuwrı sızıqtıń noqatına perpendikulyar túsiriń;

f) berilgen tuwrı sızıqqa parallel hám berilgen noqattan ótiwshi tuwrı sızıqtı sızıń;

g) berilgen noqattan berilgen tuwrı sızıqqa perpendikulyar túsiriń.







2. Kvadrattı tek:

a) bir tárepi;

b) diagonalı;

c) eki qarama-qarsı tárepleri ortaları;

d) eki qońsılas tárepleri ortaları;

e) bir qırı hám orayı;

f) orayı hám bir tárepinde berilgen eki noqatı boyınsha qalay tiklew múmkin?

22.2. Bilimińizdi sınap kóriń

1. Gáptegi bos qaldırılǵan orınlardı logikalıq jaqtan durıs sózler menen toltırıń.

1. Úshmúyeshliktiń ishki múyeshine ...."úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi" dep ataladı.
2. Úshmúyeshlik .... 180° qa teń.
3. Eki múyeshiniń qosındısı 90° qa teń bolǵan úshmúyeshlik .... boladı.
4. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi oǵan qońsılas bolmaǵan ....na teń.
5. Eger úshmúyeshliktiń bir múyeshi doǵal bolsa, qalǵan eki ....
6. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń múyeshleri .... bola almaydı.
7. Úshmúyeshliktiń hárbir tárepi qalǵan tárepler qosındısınan ....
8. Eki tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzası hám .... teń bolsa, bul úshmúyeshlikler teń boladı.
9. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń katetleri teń bolsa, ol .... boladı.
10. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń gipotenuzasına túsirilgen .... usı gipotenuzanıń yarımına teń.
11. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń kateti .... bolsa, ol 30° lı múyesh qarama-qarsısında jatadı.
12. Múyesh táreplerinen teń aralıqta uzaqlasqan noqat usı múyeshtiń ....jatadı.

2. Tómende keltirilgen gáplerde qáte bolsa, onı tabıń hám dúzetiń.

1. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń gipotenuzası hám birewden múyeshi sáykes túrde teń bolsa, bul úshmúyeshlikler teń boladı.
2. Úshmúyeshliktiń ishki hám sırtqı múyeshleri qosındısı 180° qa teń.
3. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi eki ishki múyeshleri qosındısına teń.
4. Úshmúyeshliktiń úlken tárepi qarsısında kishi múyesh, úlken múyeshi qarsısında kishi tárep jatadı.
5. Úshmúyeshliktiń hárbir tárepi qalǵan tárepleri ayırmasınan kishi.
6. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń tek ǵana bir biyikligi bar.
7. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń kateti gipotenuzanıń yarımına teń.
8. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń biyikligi gipotenuzanıń yarımına teń.
9. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń gipotenuzaları teń bolsa, bul úshmúyeshlikler teń boladı.
10. Úshmúyeshliktiń ishki múyeshi onıń qalǵan eki ishki múyeshiniń qosındısınan hárqashan kishi boladı.
11. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshleri hárqashan doǵal boladı.
12. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliklerdiń biyiklikleri onıń tuwrı múyeshli tóbesinde kesilisedi.
13. Múyesh táreplerinen teń aralıqta uzaqlasqan noqatlar múyeshtiń bissektrisasında jatadı.
14. Múyesh bissektrisası múyeshtiń táreplerinen teń qashıqlıqta uzaqlasqan noqatlardıń geometriyalıq ornınan ibarat.

3. Kestede keltirilgen qásiyet hám talqılawlarǵa sáykes keliwshi geometriyalıq túsiniklerdi jazıń.

1	Ishki múyeshleri qosındısı 180° qa teń	
2	Súyir múyeshleri qosındısı 90° qa teń	
3	Tárepleri kesindilerden ibarat	
4	Úshmúyeshlik tárepleri arasındaǵı qatnaslar	
5	Gipotenuzanıń yarımına teń	
6	Úsh biyikligi de bir tóbede kesilisedi	
7	Katetten hárqashan úlken	
8	Noqatları múyesh tareplerinen teńdey qashıqlıqta	

4. Testler.

1. Eger úshmúyeshlik múyeshleri 2:3:4 sıyaqlı qatnasta bolsa, onıń múyeshlerin tabıń.

A) 20°, 30°, 40° B) 40°, 60°, 80° C) 36°, 54°, 90° D) 18°, 27°, 36°

2. Eger úshmúyeshlik múyeshleri 3:2:1 sıyaqlı qatnasta bolsa, onıń túrin anıqlań.

A) súyir múyeshli B) doǵal múyeshli

C) tuwrı múyeshli D) anıqlap bolmaydı

3. Eger úshmúyeshliktiń bir sırtqı múyeshi súyir bolsa, onıń túrin anıqlań.

A) súyir múyeshli B) doǵal múyeshli

C) tuwrı múyeshli D) anıqlap bolmaydı

4. Eger úshmúyeshliktiń bir múyeshi onıń qalǵan eki múyeshleri qosındısınan úlken bolsa, onıń túrin anıqlań.

A) súyir múyeshli B) doǵal múyeshli

C) tuwrı múyeshli D) anıqlap bolmaydı

5. Qaysı úshmúyeshliktiń biyiklikleri onıń bir tóbesinde kesilisedi?

A) teń qaptallı úshmúyeshlik
B) teń tárepli úshmúyeshlik
C) tuwrı múyeshli úshmúyeshlik
D) bunday úshmúyeshlik joq

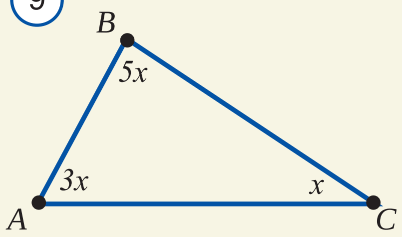
6. ABC úshmúyeshlikte A tóbesindegi sırtqı múyesh 120° qa, C tóbesindegi ishki múyesh bolsa 80°qa teń. B tóbesindegi sırtqı múyeshti tabıń.

A) 120° B) 140° C) 160° D) 40°

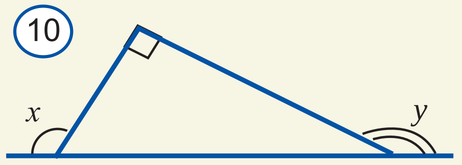
7. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshlerinen biri 120°qa, usı múyeshke qońsılas bolmaǵan ishki múyeshleriniń ayırması 30° qa teń. Úshmúyeshliktiń ishki múyeshlerinen úlkenin tabıń.

A) 70° B) 75° C) 85° D) 90°

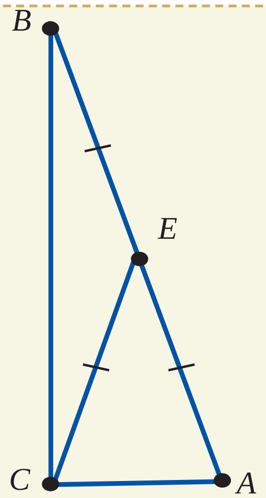
9



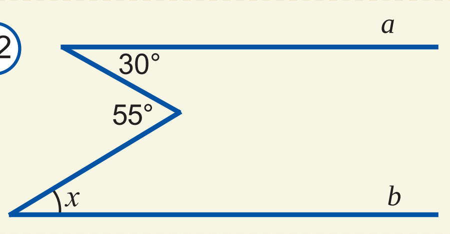
10



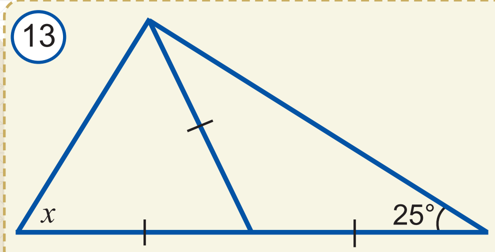
11



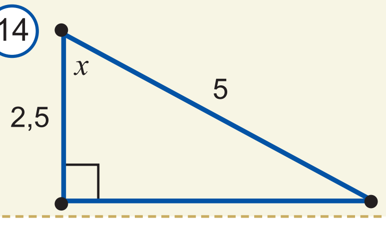
12



13



14



8. Úshmúyeshliktiń eki múyeshi mánisleriniń qatnası 1:2 sıyaqlı. Úshinshi múyeshi usı múyeshlerdiń kishisinen 40° qa úlken. Úshmúyeshliktiń úlken múyeshin tabıń.

A) 105° B) 75° C) 80° D) 90°

9. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 48 ge teń. Onıń tárepleriren biri 12 ge teń bolsa, qalǵan tárеplerin tabıń.

A) 18; 12 B) 16; 16 C) 18; 24 D) 18; 18

10. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń tuwrı múyeshinen bissektrisa hám biyiklik shıǵarılǵan bolıp, olar arasındaǵı múyesh 24° qa teń. Úshmúyeshliktiń kishi múyeshin tabıń.

A) 21° B) 24° C) 36° D) 16°

11. 9-súwrettegi $\angle A$ nı tabıń.

A) 10° B) 20° C) 60° D) 100°

12. Uzınlıqları 3, 5, 7 hám 11 ge teń kesindilerden neshe túrli tárepli úshmúyeshlik jasaw múmkin?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6

13. 10-súwrettegi $x + y$ ti tabıń.

A) 90° B) 180° C) 270° D) anıqlap bolmaydı.

14. 11-súwrettegi $\angle BCA$ nı tabıń.

A) 90° B) 96° C) 144° D) 84°

15. 12-súwrette $a||b$ bolsa, x ti tabıń.

A) 35° B) 45° C) 25° D) 20°

16. 13-súwrettegi x ti tabıń.

A) 60° B) 55° C) 65° D) 70°

17. 14-súwrettegi x ti tabıń.

A) 30° B) 45° C) 15° D) 75°

18. Uzınlıǵı 2 cm, 3 cm, 4 cm hám 5 cm bolǵan kesindilerden neshe úshmúyeshlik jasaw múmkin?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4.

19. Úshmúyeshliktiń qálegen tárepi onıń qalǵan eki tárepi ayırmasınan

A) úlken B) kishi C) teń D) úlken yamasa teń boladı.

5. Máseleler.

1. Buwınlarınıń uzınlıǵı $1m$, $2m$, $4\ m$, $8\ m$ hám $16\ m$ bolǵan tuyıq sınıq sızıq jasaw múmkin be?

2. Eger úshmúyeshliktiń tárepleri pútin sanlar bolıp, perimetri 15 ke teń bolsa, onıń táreplerin anıqlań.

3. Úshmúyeshliktiń biyikligi onıń tápreplerinen hárqashan da kishi bola ma?

4. Úlken tárepi 36 ǵa teń bolǵan úshmúyeshliktiń múyeshleri 1:2:3 sıyaqlı qatnasta bolsa, usı úshmúyeshliktiń kishi tárepin tabıń.

5. Úshmúyeshliktiń ultanına túsirilgen biyiklik onıń qaptal tárepleri menen 27° hám 36° lı múyeshler payda etedi. Úshmúyeshliktiń múyeshlerin tabıń.

6. Tuwrı múyeshli ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerde A hám A_1 tuwrı múyeshler, BD hám B_1D_1 bissektrisalar hám $\angle B=\angle B_1$, $BD=B_1D_1$ bolsa, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ ekenligin dálilleń.

7. 15-súwrettegi x ti tabıń.

8. 16-súwrettegi $\angle ABC$ nı tabıń.

9. 17-súwrette $AB||CD$ ekenligin dálilleń.

10. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń bir múyeshi 100° qa teń. Úshmúyeshliktiń qalǵan múyeshlerin tabıń.

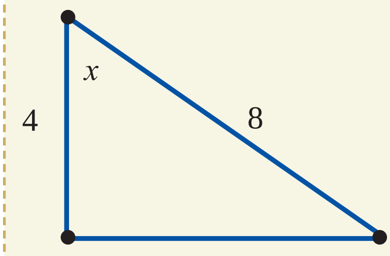
11. Eger teń qaptallı úshmúyeshliktiń múyeshlerinen biri 60° qa teń bolsa bul úshmúyeshlik teń tárepli bola ma?

12. Ultanı AC hám B múyeshi 36° qa teń bolǵan teń qaptallı ABC úshmúyeshliktiń AD bissektrisası júrgizilgen. CDA hám ADB úshmúyeshliklerdiń teń qaptallı ekenligin dálilleń.

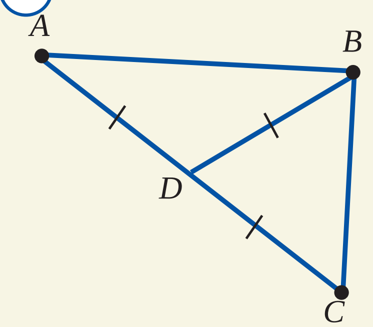
13. Bir úshmúyeshlik 60° hám 38° lı múyeshlerge, ekinshi úshmúyeshlik bolsa 38° hám 82° lı múyeshlerge iye. Bul úshmúyeshlikler teń bolıwı múmkin be?

14. 18-súwrette $BD = CD = 10$ bolsa, AB nı tabıń.

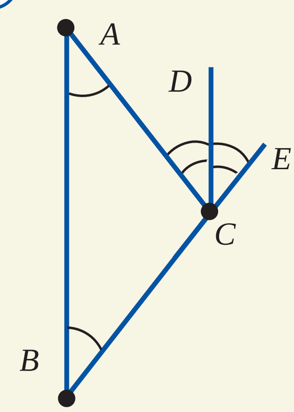
15



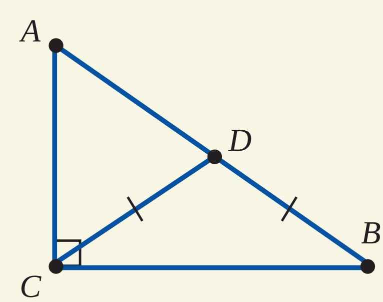
16



17



18



15. Úshmúyeshlik perimetri táreplerinen 14 cm, 16 cm hám 24 cm úlken bolsa, úshmúyeshliktiń eń úlken tárepin tabıń.

16. Tuwrı múyeshli ABC úshmúyeshliktiń tuwrı múyeshi tóbesinen CD biyiklik túsirilgen. Eger a) A = 24°; b) A= 70° bolsa, CDB múyeshti tabıń.

17. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń bir sırtqı múyeshi 70° qa teń. Onıń ishki múyeshlerin tabıń.

18. ABC úshmúyeshliktiń A hám C tóbelerinen túsirilgen biyiklikler N noqatta kesilisedi. Eger $\angle A$ = 50° hám $\angle C$ = 84° bolsa, ANC múyeshti tabıń.

19. ABC úshmúyeshlikte BD mediana AC táreptiń yarımına teń. Úshmúyeshliktiń B múyeshin tabıń.

20. Perimetri 23 m, bir tárepi ekinshi tárepinen 2 m qısqa, úshinshi tárepinen bolsa 1 m uzın úshmúyeshlik bar ma?

21. ABC úshmúyeshlikte A múyesh B múyeshten 3 márte kishi, C múyeshten bolsa 15°qa úlken. Úshmúyeshlik múyeshlerin tabıń.

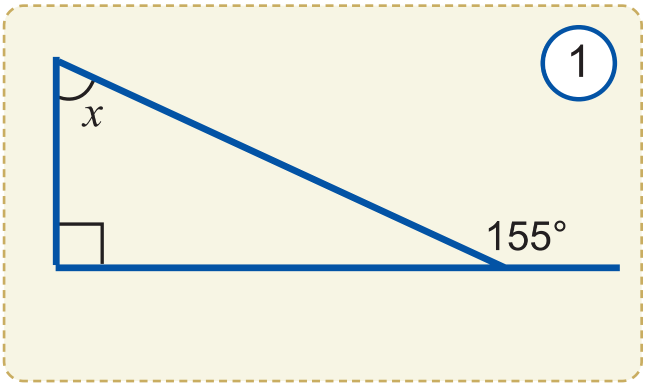
22*. Úshmúyeshlik eki biyikliginiń hár ekewi de kesilisiw noqatında teń ekige bólinbeytuǵınlıǵın dálilleń.

23*. Úshmúyeshlikti tórt parallel tuwrı sızıq kesip ótedi. Olardıń keminde birewi úshmúyeshliktiń tóbesinen ótpeytuǵınlıǵın dálilleń.

5-baqlaw jumısı úlgisi

Úlgili baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat:

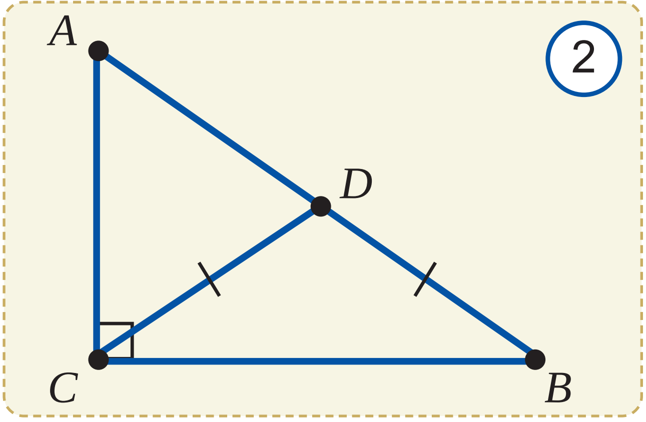
1. 145-bettegi testlerge uqsas 5 test;
2. Tómendegi máselelerge uqsas 3 másele (4-másele "ayrıqsha" baha alıwshı oqıwshılar ushın qosımsha).



1. Belgisiz múyeshti tabıń *(1-súwret)*.

2. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi 120° bolıp, oǵan qońsılas bolmaǵan ishki múyeshi 1:2 qatnasta bolsa, úshmúyeshliktiń múyeshlerin tabıń.

3. Eger 2-súwrette $\angle ACB = 90°$, $CD = BD$ hám AB = 24 cm bolsa, CD kesindini tabıń.

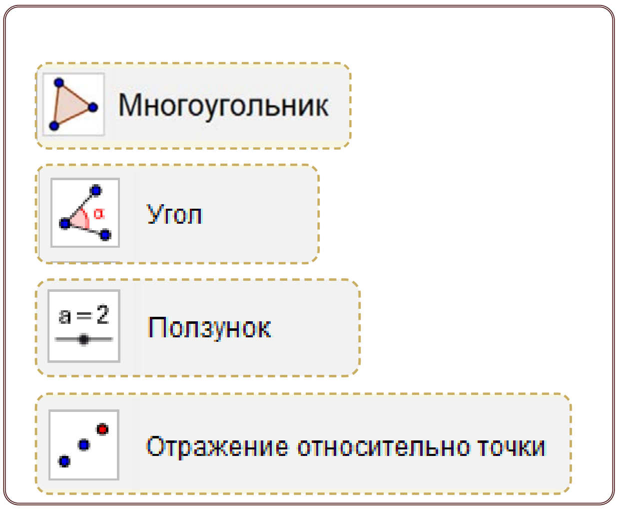


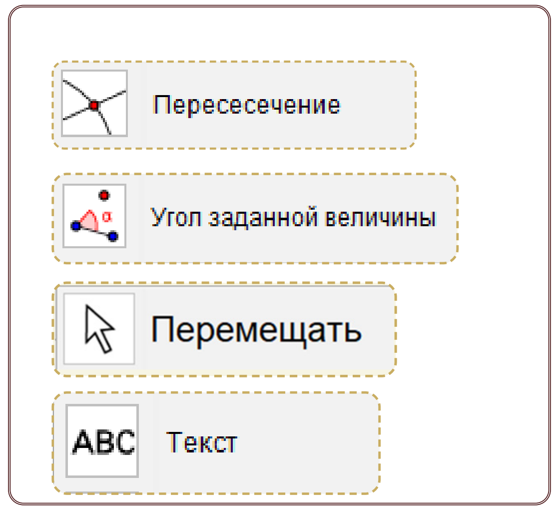
4. ABC úshmúyeshlik BD bissektrisası AC tárepi 100° múyesh astında kesedi. Eger $BD = BC$ bolsa, úshmúyeshlik múyeshlerin tabıń.

Ámeliy tapsırma

Úshmúyeshliktiń ishki múyeshleri qosındısın vizuallastırıw

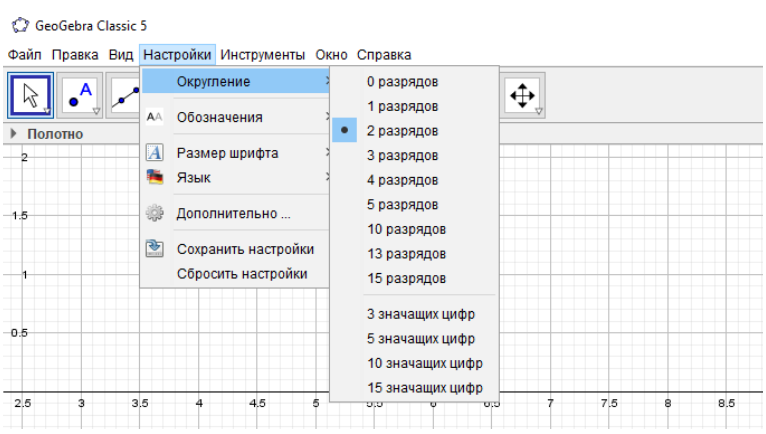
Úshmúyeshliktiń ishki múyeshleri qosındısın vizuallastırıw ushın tómendegi qurallar kerek boladı.



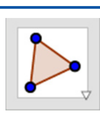
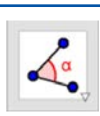


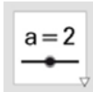
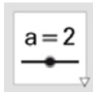
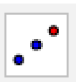
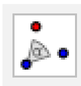
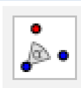
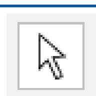
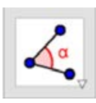
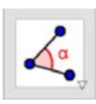
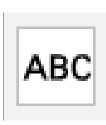
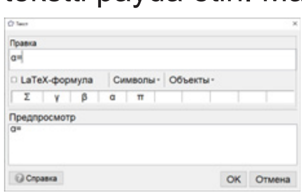
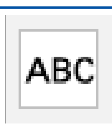
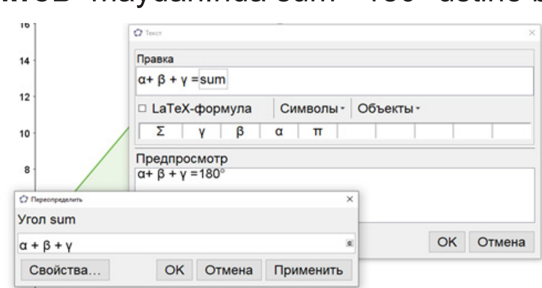
Kerekli komponentler:

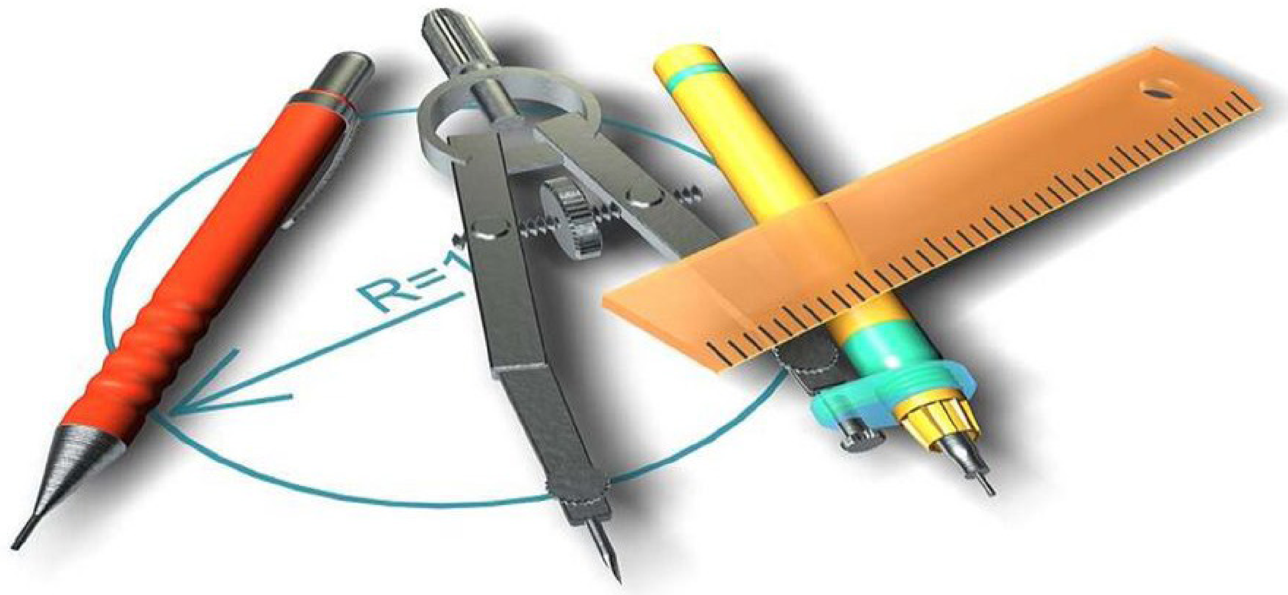
- **GeoGebra**da jańa ayna ashıń.
- **GeoGebra** interfeysin “**Настройки**”–  “**Геометрия**” kórinisine ótkeriń.
- “**Вид**” menyusı arqalı “**Строка ввода**” (Kiritiw qatarı) maydanın aktivlestiriń.
- “**Настройки**” menyusınan “**Округление – 2 разрядов**” yaǵnıy sannıń onlıq bólshek bólegin dóńgeleklewdi belgileń



Úshmúyeshliktiń ishki múyeshleri qosındısın vizuallastırıw algoritmi

1		Qálegen ABC úshmúyeshlikti tıshqanshanı saat stelkasına qarsı baǵıtında háreketlendiriw arqalı jasań.
2		ABC úshmúyeshliktiń α, β hám γ múyeshlerin belgileń.

3		δ múyesh ushın 0º tan 180º aralıqta 10º qádem jıljıtıwshı (ползунок) payda etiń.
4		ε múyesh ushın 0º tan 180º aralıqta 10º qádem jıljıtıwshı (ползунок) payda etiń.
5		AC kesindiniń ortası – D hám AB kesindiniń ortası E noqatlardı payda etiń.
6		Úshmúyeshlikti D noqat átirapında δ múyeshke buriń (saat strelkası baǵıtında).
7		Úshmúyeshlikti E noqatı átirapında ε múyeshke buriń (saat strelkası baǵıtına qarsı).
8		eki – δ hám ε jıljıtıwshı (**ползунок**)lardı 180º qa ózgertiń.
9		$A'\,C'\,B'$ múyeshti ζ payda etiń.
10		$C_1'\,B_1'\,A_1'$ múyeshti η payda etiń.
11		Obyekt ústinde tıshqanshanıń oń túymesin basıń hám kontekst menyudan “**Свойства**” buyrıǵın tańlań. Obyekt reńi, kórinisi, sızıq qalıńlıǵı sıyaqlılardı ózgertiń.
12		Úshmúyeshliktiń ishki múyeshlerin súwretlewshi dinamikalıq tekstti payda etiń. Máselen, α = “**Объекты**” bóliminen α nı tańlań. 
13		**“Ввод”–** Kiritiw qatarına sum = $\alpha+\beta+\gamma$ nı kiritiw arqalı úshmúyeshliktiń ishki múyeshleri qosındısın esaplań.
14		Úshmúyeshliktiń ishki múyeshleri qosındısın dinamikalıq tekst kórinisinde súwretleń: $\alpha+\beta+\gamma=$ tekst kiritiń, soń “**Панель объектов**” maydanında sum =180º ústine basıń. 
15		Úshmúyeshlik múyeshleri hám onıń atamaları reńi hám kórinisin ózgertiń.



V BAP

GEOMETRIYALÍQ JASAWǴA TIYISLI MÁSELELER

Bul baptı úyrenip shıqqannan keyin tómendegi bilim hám ámeliy kónlikpelerge iye bolasız:

Bilim:

– cirkul hám ápiwayı sızǵısh járdeminde geometriyalıq jasawǵa tiyisli máselelerdi sheshiwde usınıs etiletuǵın arnawlı qaǵıydalar;
– geometriyalıq jasawǵa tiyisli máselelerdi sheshiw basqıshları.

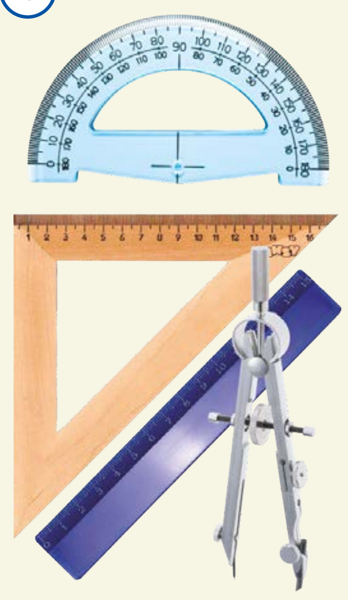
Ámeliy kónlikpeler:
– sızǵısh hám cirkuldan durıs paydalanıw;
– berilgen múyeshke teń múyeshti jasay alıw;
– múyesh bissektrisasın jasay alıw;
– perpendikulyar tuwrı sızıqlardı jasay alıw;
– kesindini teń ekige bóliw;
– berilgen elementlerine qaray úshmúyeshliklerdi jasay alıw.

23 CIRKUL HÁM SÍZǴÍSH JÁRDEMINDE GEOMETRIYALIQ JASAWǴA TIYISLI MÁSELELER

23.1. Geometriyalıq jasawlarǵa tiyisli qaǵıydalar

Jasawǵa tiyisli máselelerdi tek ǵana ápiwayı sızǵısh hám cirkul quralında sheshiw, logikalıq pikirler júrgiziw qábiletin ósiredi.Bul usıl Áyyemgi Greciyada kórkemlik dárejesine jetken edi. Usı waqıtqa deyin hár túrli ásbaplar járdeminde hár túrli geometriyalıq figuralardı jasap keldik. Máselen, sızǵısh járdeminde tuwrı sızıq, nur, kesindi, úshmúyeshlik hám basqa figuralardı sızdıq. Sızǵısh hám transportir járdeminde túrli múyeshlerdi jasadıq. Cirkul járdeminde bolsa sheńber hám doǵalardı súwretledik *(1-súwret).*

1



2

Belgili bolıwınsha, kóp geometriyalıq figuralardı tek ǵana ***ápiwayı sızǵısh hám cirkul*** (*2-súwret*) járdeminde jasaw múmkin eken. Ápiwayı sızǵısh degende masshtablı bóleklerge iye bolmaǵan hám bir tárepi tegis bolǵan sızǵıshtı túsinemiz.

Sol sebepten geometriyada usı eki ásbap járdeminde jasawǵa tiyisli máseleler ayrıqsha ajıratıp kórsetiledi. Bul eki ásbaptan paydalanıwdıń arnawlı qaǵıydaları bar.

Qurılmalardan tek ǵana tómendegi jumıslardı orınlawǵa ruqsat beriledi:

Ápiwayı sızǵısh járdeminde tek:

- *qálegen tuwrı sızıq sızıw;*
- *berilgen noqattan ótiwshi tuwrı sızıq sızıw;*
- *eki noqattan ótiwshi tuwrı sızıq sızıw múmkin.*

Cirkul járdeminde tek:

- *qálegen sheńber sızıw;*
- *orayı berilgen noqatta bolǵan qálegen radiuslı sheńber sızıw;*
- *berilgen radiuslı, orayı bolsa qálegen noqatta bolǵan sheńber sızıw;*
- *orayı berilgen noqatta, radiusı berilgen kesindiden ibarat sheńber sızıw;*
- *berilgen kesindige teń kesindini, tuwrı sızıqqa onıń belgilengen noqatınan baslap hár eki baǵıtta qoyıw múmkin.*

Basqa hárqanday geometriyalıq jasawlar mına usı ámellerge keltiriliwi kerek. Jasawǵa tiyisli máselelerde tek ǵana qaysı bir geometriyalıq figuranı jasaw jolın, usılın tabıw talap etiledi yamasa payda bolǵan geometriyalıq figuranı haqıyqattan berilgen shártlerdi qanaatlandırıwın tiykarlap, yaǵnıy dálillew de kerek boladı.

Sol sebepli jasawǵa tiyisli bazı quramalı máselelerdi sheshiw jolları júdá uzın bolıwı múmkin. Sonıń ushın jasawǵa tiyisli máseleler ishinen tiykarǵı, tayanısh máselelerdi ajıratamız hám olardı sheshiw barısın tolıq túsindiriwi menen keltiremiz

Quramalı máselerdi sheship bunday máselelerge dus kelsek, qısqalıq ushın olardıń sıpatlamasın tolıq keltirmeymiz.

23.2. Geometriyalıq jasawǵa tiyisli tiykarǵı máseleler

Berilgen múyeshke teń múyeshti jasaw

Jasaw. A múyesh berilgen. Oǵan teń múyesh jasaymız, yaǵnıy O nurǵa *(3-súwret)* A múyeshke teń múyesh qoyamız.

1-qádem. Orayı A noqatta bolǵan qálegen sheńber sızamız *(3-4-súwret)*. Bul sheńber berilgen A múyesh táreplerin B hám C noqatlarda kesip ótsin.

2-qádem. Radiusı sızılǵan sheńber radiusına teń hám orayı O noqatta bolǵan sheńber sızamız *(4-súwret)*. Bul sheńberdi O nur menen kesilisiw noqatın D menen belgileymiz.

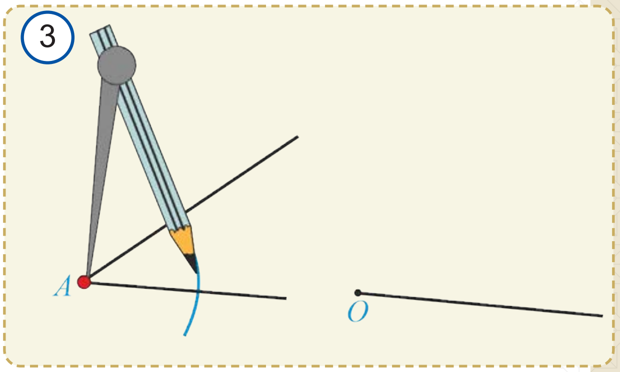
3-qádem. Orayı D noqatta, radiusı bolsa BC ǵa teń bolǵan úshinshi sheńber sızamız *(5-súwret)*. Onıń ekinshi sheńber menen kesilisiw noqatlarınan birin, aytayıq, joqarı yarımtegislikte jatqanın E menen belgileymiz *(6-súwret)*.

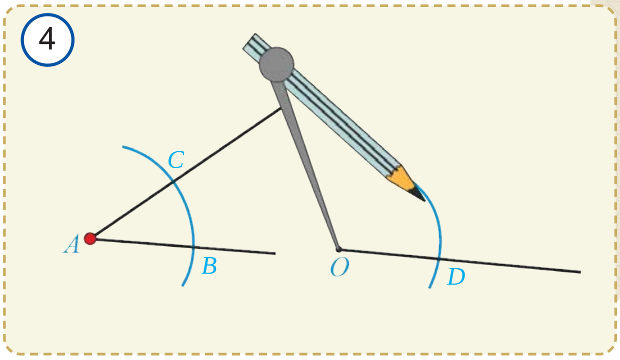
4-qádem. OE nurdı júrgizemiz (6-súwret). Payda bolǵan EOD múyesh O nurǵa qoyılǵan, berilgen A múyeshke teń múyesh boladı.

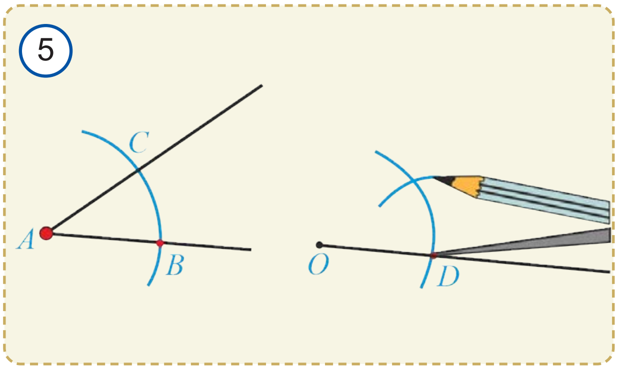
Tiykarlaw. 7-súwrette súwretlengen ABC hám ODE úshmúyeshliklerde jasawǵa kóre: $AB=OD$, $AC=OE$ hám $BC = DE$.

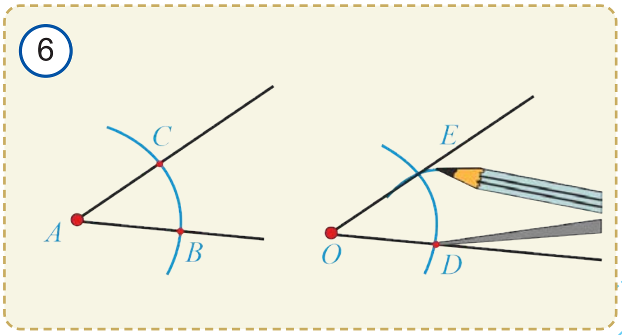
Demek, úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisi boyınsha: $\Delta ABC = \Delta ODE$. Sonlıqtan, $\angle DOE = \angle A$.

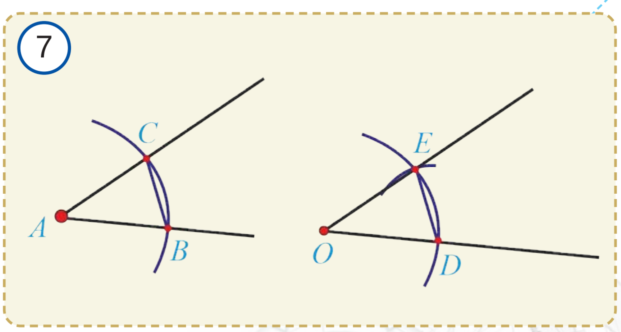
Esletpe. Bul másele eki sheshimge iye bolıp, sheshimler 3-qádemde $\boldsymbol{O}$ nur jatqan tuwrı sızıq ajıratqan qaysı yarımtegislik alınıwına baylanıslı boladı.









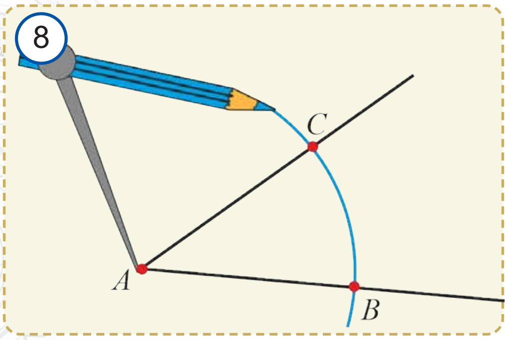


2. Múyeshtiń bissektrisasın jasaw

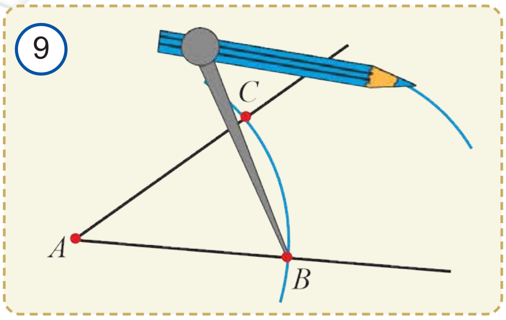
Aytayıq, A múyeshi berilgen bolsın. Bul múyeshti teń ekige bóliw, yaǵnıy onıń bissektrisasın jasaw ushın tómendegishe jol tutıladı:

Jasaw.

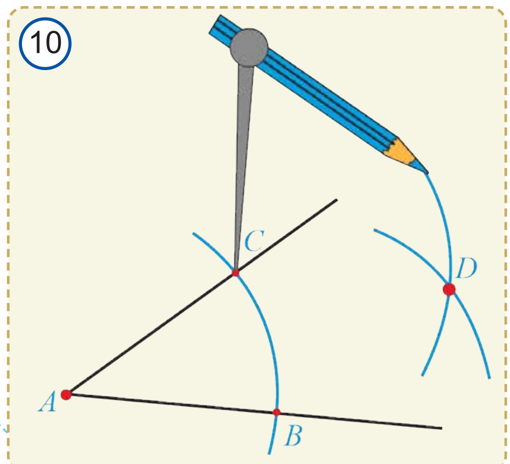
1-qádem. Orayı A noqatında bolǵan qálegen radiuslı sheńber sızıladı *(8-súwret)* hám onıń múyesh tárepleri menen kesilisiw noqatları B hám C belgilenedi.

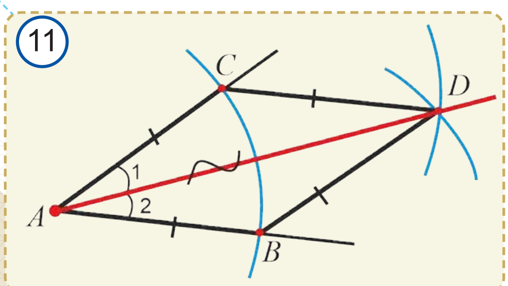


2-qádem. Radiusın ózgertpesten, orayları B hám C noqatlarında bolǵan eki sheńber sızıladı (9-súwret). Bul eki sheńberdiń kesilisiwinen payda bolǵan D noqat belgilenedi *(10-súwret)*.



3-qádem. A hám D noqatınan ótiwshi AD nur júrgiziledi *(10–11-súwretler)*.





AD nur – berilgen múyesh bissektrisası boladı.

Tiykarlaw. ABD hám ACD úshmúyeshliklerde *(11-súwret)*

1) jasawǵa kóre $AB = AC$;

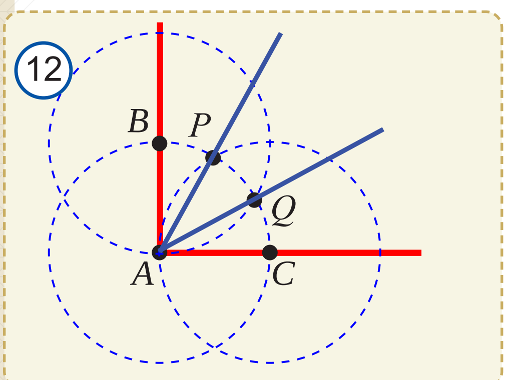
2) jasawǵa kóre $BD = CD$;

3) AD – ulıwma tárep.

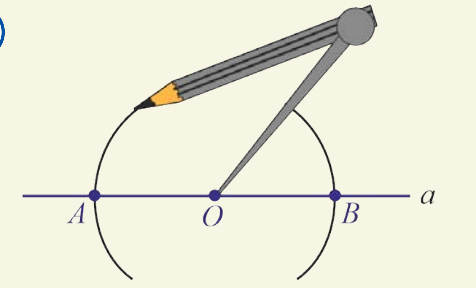
Úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisi boyınsha, $\Delta ABD = \Delta ACD$. Sonlıqtan, $\angle BAD = \angle CAD$.

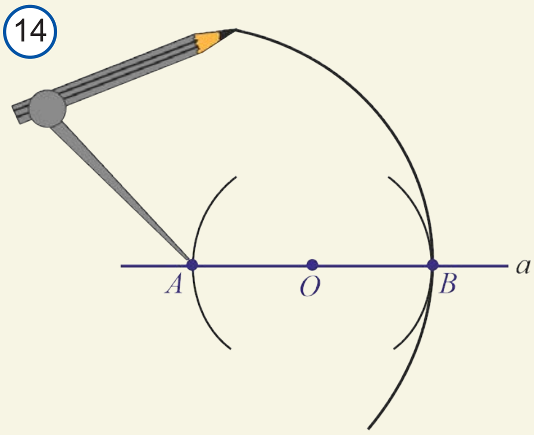
Másele. Berilgen tuwrı múyeshti teń úshke bóliń.

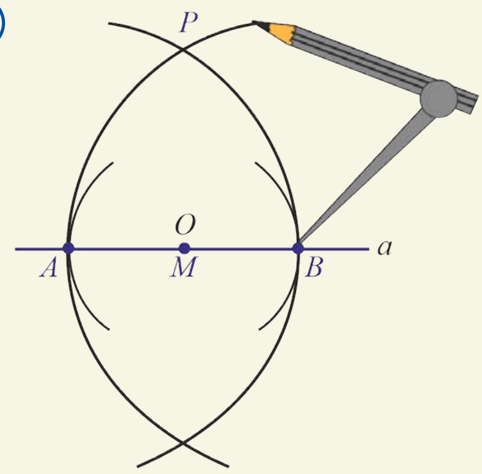
Sheshiliwi. $\angle A$ tuwrı múyesh berilgen bolsın. Onıń tóbesin oray etip, qálegen radiuslı sheńber sızamız *(12-súwret)*. Sheńber tuwrı múyesh tárepleriń B hám C noqatlarında kesip ótsin. Radiusın ózgertpesten orayı B hám C noqatlarında bolǵan jáne eki sheńber sızamız. Bul sheńberler birinshi sheńber menen kesilisken noqatlarınan tuwrı múyesh ishinde jatqanların P hám Q menen belgileymiz. AP hám AQ nurların sızamız. Bul nurlar berilgen tuwrı múyeshti úsh teń múyeshke ajıratadı. Bul tastıyıqlawdıń durıslıǵın óz betinshe tiykarlań.

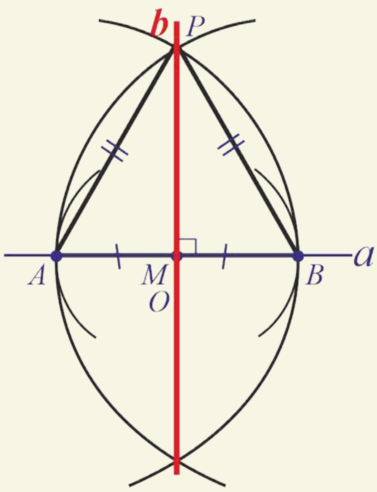


Esletpe. *Berilgen qálegen múyeshti úshke bóliw máselesi júdá áyyemgi hám belgili másele bolıp, bul haqqında kóp alımlar bas qatırǵan. Tek XIX ásirge kelip, ayırım múyeshler alıp taslanıp, ádette múyeshti teń úshke bólip bolmawı dálillengen. Máselen, 60º lı múyeshti teń úshke bóliwge bolmaydı. Gáp, álbette, ápiwayı sızǵısh hám cirkul menen anıq jasaw haqqında. Bul ásbaplar menen júdá úlken anıqlıqta shamalap jasaw yamasa basqa ásbaplardan paydalanıp anıq jasaw orınlanıwı múmkin.*

13


14


15


16


3. Berilgen tuwrı sızıqqa perpendikulyar tuwrı sızıq jasaw

Berilgen a tuwrı sızıqqa onıń O noqatınanan ótiwshi perpendikulyar tuwrı sızıqtı jasaymız.

Jasaw.

1-qádem. O noqattı oray etip qálegen sheńber sızamız. Ol berilgen tuwrı sızıqtı A hám B noqatlarda kesip ótsin *(13-súwret)*.

2-qádem. A hám B noqatlardı oray etip, radiusı AB ǵa teń sheńberler sızamız (*14–15-súwretler*). Bul sheńberlerdiń kesilisiw noqatlarınan birin P dep belgileymiz.

3-qádem. P hám O noqatlardan ótiwshi OP tuwrı sızıqtı jasaymız (*15–16-súwret*).

OP tuwrı sızıq berilgen a tuwrı sızıqqa onıń O noqatınan ótiwshi perpendikulyar boladı.

Tiykarlaw. AOP hám BOP úshmúyeshliklerge qaraymız. Olarda jasawǵa kóre:

1) $AO = BO$;

2) $AP = BP$;

3) PO bolsa ulıwma tárep.

Demek, úshmúyeshlikler teńliginiń TTT belgisine qaray: $\Delta AOP = \Delta BOP$. Onda, $\angle AOP = \angle BOP$.

Biraq $\angle AOP + \angle BOP = 180°$.

Bunnan $\angle AOP = \angle BOP = 90°$ ekenligi kelip shıǵadı.

Demek, haqıyqattan da $OP \perp a$.

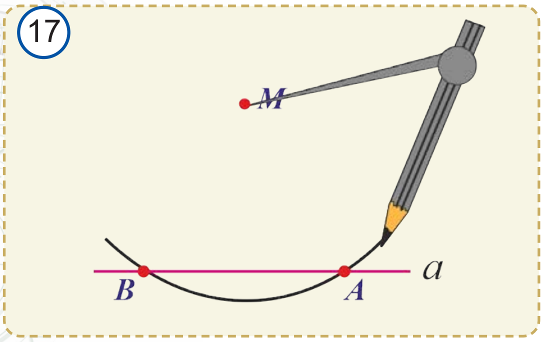
4. Berilgen tuwrı sızıqqa onda jatpaǵan noqattan perpendikulyar túsiriw

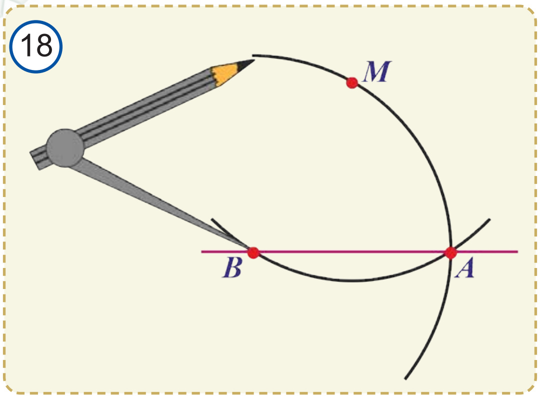
Berilgen a tuwrı sızıqqa onda jatpaǵan M noqattan ótiwshi perpendikulyar tuwrı sızıqtı jasaymız.

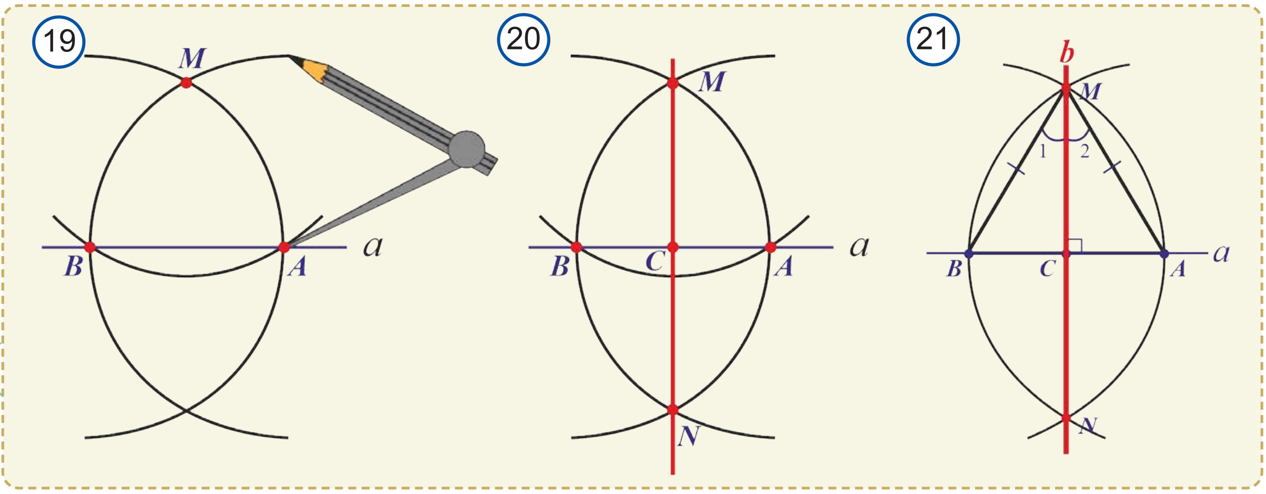
Jasaw.

1-qádem. Orayı M noqatta bolǵan, a tuwrı sızıqtı kesip ótiwshi qálegen sheńber sızamız. Ol berilgen tuwrı sızıqtı A hám B noqatlarda kesip ótsin *(17-súwret)*.

2-qádem. Orayları A hám B noqatta bolǵan, radiusi birinshi sızılǵan sheńber radiusına teń sheńberler sızamız *(18–19-súwretler)*. Bul sheńberlerdiń kesilisiw noqatlarınan biri M noqat boladı. Ekinshisin N menen belgileymiz *(20-súwret)*.







3-qádem. M hám N noqatlardan ótiwshi tuwrı sızıq sızamız. MN berilgen a tuwrı sızıqqa perpendikulyar hám onda jatpaǵan M noqattan ótiwshi tuwrı sızıq boladı.

Tiykarlawdı 21-súwret tiykarında óz betinshe orınlań.

Bul máseleni sheship, a tuwrı sızıqtan sırttaǵı noqat arqalı a tuwrı sızıqqa perpendikulyar tuwrı sızıq júrgiziw múmkin degen juwmaqqa kelemiz. Bunnan hám 14-sabaqta keltirilgen teorema nátiyjesinen tómendegi teoremanıń orınlı ekenligi kelip shıǵadı.

Teorema. ***Tuwrı sızıqta jatpaǵan noqat arqalı bul tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolǵan jalǵız tuwrı sızıq júrgiziw múmkin.***

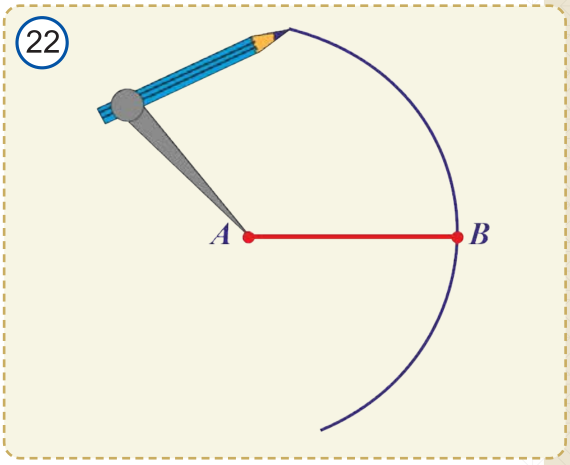
5. Berilgen kesindini teń ekige bóliw

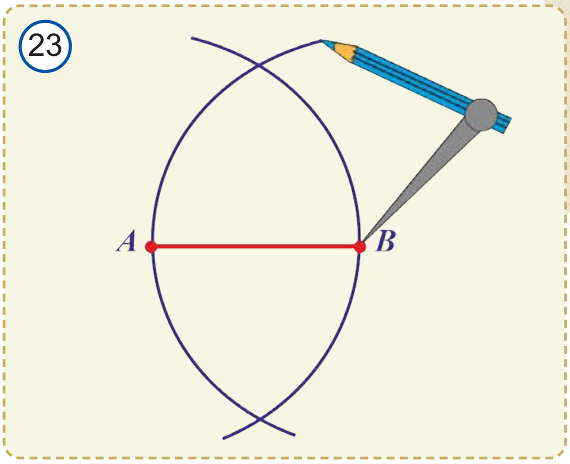
Jasaw. Aytayıq, AB kesindi berilgen bolsın. Bul kesindini teń ekige bóliwshi noqattı tabıw ushın tómendegishe jol tutıladı:

1-qádem. Radiusı berilgen AB kesindisine teń bolǵan, orayları bolsa A hám B noqatlarında bolǵan sheńber sızıladı *(22-súwret)*.

2-qádem. Sheńberlerdiń kesilisken P hám D noqatları kesindi menen tutastırıladı *(23-súwret)*. PD tuwrı sızıq hám AB kesindini kesilisiw noqatı O berilgen kesindiniń ortası boladı.

O noqat haqqıyqattan da AB kesindiniń ortası bolıwın óz betinshe tiykarlań.





6. Berilgen kesindiniń orta perpendikulyarın jasaw

Jasaw. AB kesindi berilgen bolsın.Orayları A hám B noqatlarda bolǵan AB radiuslı sheńberler sızamız *(24-súwret)*. Bul sheńberler P hám D noqatlarda kesilisedi hám jasawǵa qaray:

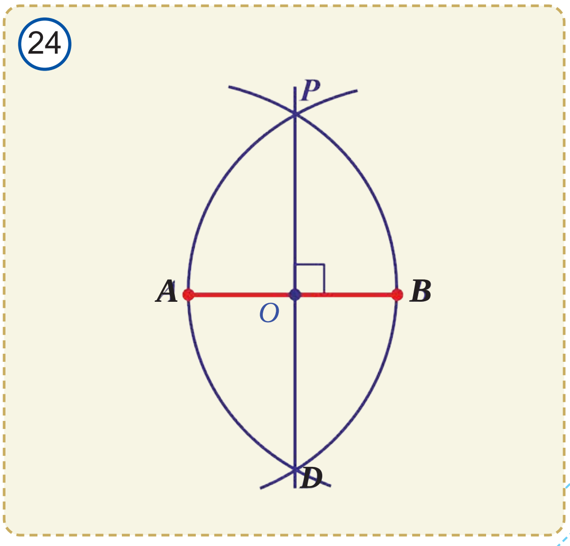
$AP=AD=BP=BD$ boladı.

PD tuwrı sızıqtı júrgizemiz.

Bul tuwrı sızıq AB kesindiniń orta perpendikulyarı.

Tiykarlaw. P hám D noqatlar AB kesindiniń tóbelerinen teń qashıqlıqta jatqanı ushın usı kesindiniń ortasınan ótiwshi perpendikulyarda jatadı.

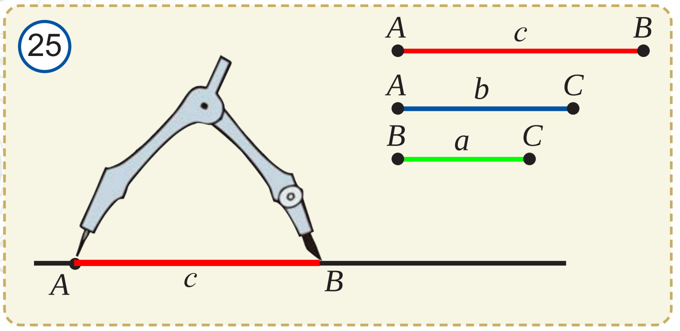
Demek, bul noqatlardan ótiwshi tuwrı sızıq berilgen kesindiniń orta perpendikulyarı boladı.

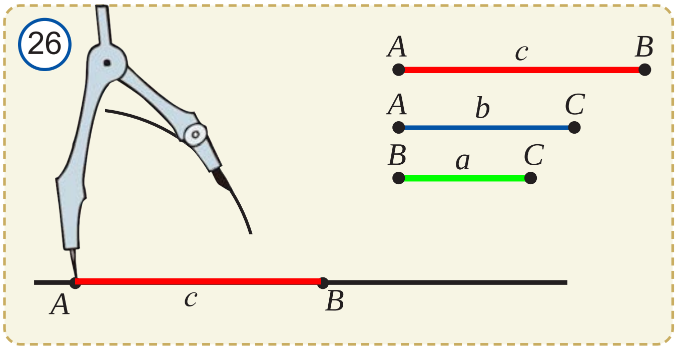


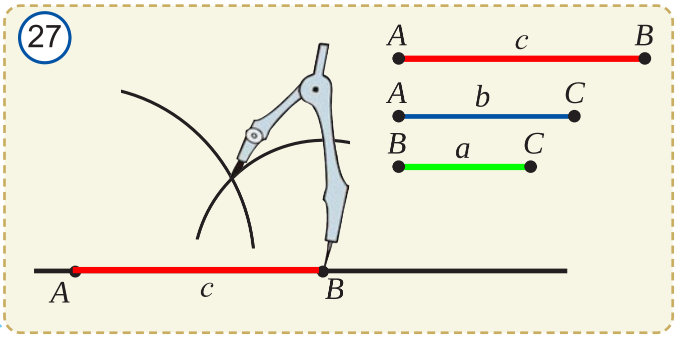
Geometriyalıq basqatırma

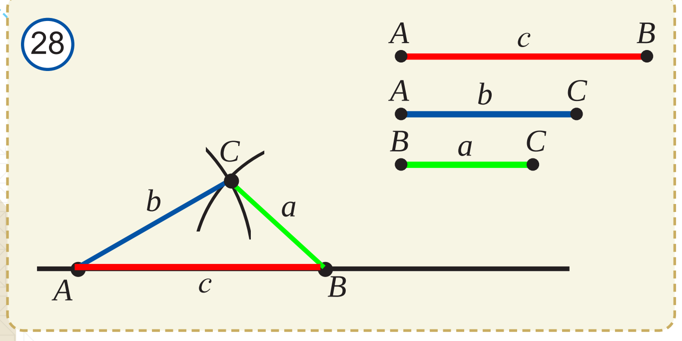
Sardar sheńber sızıp bolǵanda, onıń orayın qálem menen belgilewdi umıtqanın kórip qaldı. Hákisine, dápterde cirkuldıń izi de qalmaptı. Biraq sheńberdiń radiusı 12 cm ekenligi onıń esinde. Bul maǵlıwmattan paydalanıp, tek ǵana cirkul járdeminde sızılǵan sheńberdiń orayın tabıwǵa bola ma?

7. Úshmúyeshlikti berilgen úsh tárepine qaray jasaw









Aytayık, 25-súwrette súwretlengendey, uzınlıqları sáykes túrde a, b hám c ǵa teń kesindiler berilgen bolıp, c olardan eń úlkeni bolsın. Tárepleri sáykes túrde $AB = c$, $BC = a$ hám $AC=b$ bolǵan úshmúyeshlik jasaw ushın tómendegishe jol tutamız:

1-qádem. Qálegen tuwrı sızıq sızamız. Tuwrı sızıqta uzınlıǵı c ǵa teń bolǵan AB kesindini cirkul járdeminde ajıratamız *(25-súwret)*.

2-qádem. A hám C noqatlar arasındaǵı aralıq b ǵa teń bolıwı kerek. Bunnan paydalanıp, orayı A noqatta radiusı b ǵa teń bolǵan sheńber sızamız *(26-súwret)*.

3-qádem. B hám C noqatlar arasındaǵı aralıq bolsa a ǵa teń bolıwı kerek. Bunnan paydalanıp, orayı B noqatta, radiusı a ǵa teń bolǵan jańa bir sheńber sızamız *(27-súwret)*.

4-qádem. Bul sheńberler kesilisiw noqatın C menen belgileymiz. C noqattı A hám B noqatlar menen tutastıramız *(28-súwret)*. Jasawǵa kóre: $AC=b$ hám $BC=a$ boladı. Onda payda bolǵan ABC úshmúyeshliktiń tárepleri sáykes túrde a, b hám c ǵa teń boladı.

Analiz. Jasawdan kórinip turıptı, eger 2- hám 3-qádemde jasalǵan sheńberler kesilisse ǵana sheshim payda boladı. Bunıń ushın $a + b > c$ bolıwı kerek.

Esletpe. *Bul usıldan paydalanıp, berilgen úshmúyeshlikke teń úshmúyeshlikti de jasaw múmkin. Bul jaǵdayda* ***a, b*** *hám* ***c*** *kesindiler uzınlıǵı cirkuldıń ushı berilgen úshmúyeshliktiń sáykes tóbelerine qoyıp anıqlanadı.*

Sonday-aq, 1-bólimde berilgen múyeshke teń múyeshti jasaw máselesin de joqarıdaǵı usıl járdeminde orınlasa boladı. Bunıń ushın berilgen ***A*** *múyesh tároplerine sáykes túrde* ***B*** *hám* ***C*** *noqatlar tańlanıp,* ***ABC*** *úshmúyeshlik payda etiledi. Soń joqarıda keltirilgen usıl menen usı úshmúyeshlikke teń úshmúyeshlik jasaladı. Úshmúyeshlikler teń bolǵanı ushın olardıń sáykes múyeshleri de teń boladı.*

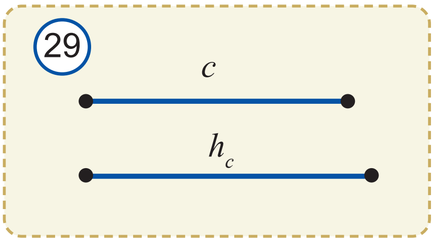
23.3. Geometriyalıq jasawǵa tiyisli quramalı máselelerdi sheshiw

Geomeriyalıq jasawǵa tiyisli máselelerdi sheshiw barısında analiz, jasaw, tiykarlaw hám qollanıw sıyaqlı basqıshlardan ibarat.

Geometriyalıq jasawlarǵa tiyisli máselelerdi sheshiw basqıshları	
1. Analiz basqıshı	Jasalatuǵın figuranıń shamalap sızılması sızıladı. Onıń elementleri hám másele shártinde berilgen elementler arasındaǵı qatnaslar anıqlanadı. Geometriyalıq figuranı jasaw rejesi dúziledi.
2. Jasaw basqıshı	Geometriyalıq figura dúzilgen jobasına qaray jasaladı.
3. Tiykarlaw basqıshı	Jasalǵan figura máseleniń barlıq shártlerin qanaatlandırıwı dálillenedi.
4. Qollanıw basqıshı	Másele sheshiminiń bar ekenligin, sheshimler sanı anıqlanadı yamasa sheshimniń joqlıǵı, yaǵnıy bunday figuranı jasap bolmaytuǵınlıǵı kórsetiledi.

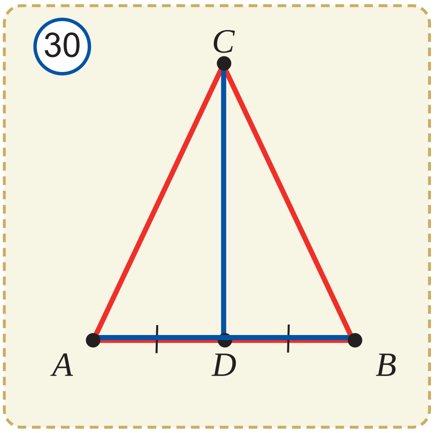
Eger másele ápiwayıraq bolsa, jasaw basqıshınan basqa bazı basqıshlar awızeki orınlanadı. Bazı jaǵdaylarda qollanıw basqıshı tereńirek, 8-9-klaslarda ótiletuǵın bilimlerdi talap etse onı waqtınsha túsirip qaldıramız.

Másele. Teń qaptallı úshmúyeshlikti onıń ultanı hám ultanǵa túsirilgen biyiklik boyınsha jasań *(29-súwret)*.



Jasaw. $AB=c$ ultan hám $CD=h_c$ biyiklik jasalatuǵın ABC teń qaptallı úshmúyeshliktiń berilgen elementleri bolsın (30-súwret).

1. Analiz basqıshı. Aytayıq, ABC úshmúyeshlik jasalǵan bolsın. Onıń AB ultanı berilgenligi ushın A hám B tóbeleriniń ornı anıq. C tóbesiniń ornın tapsaq, másele óz sheshimin tabadı. Belgili, CD biyiklik teń qaptallı úshmúyeshlik ultanınıń ortasına túsedi.



Demek, berilgen AB ultanınıń ortası D noqatın belgilip, usı noqattan ultanǵa perpendikulyar túsirsek hám perpendikulyarda D noqattan baslap berilgen biyiklik kesindisin ajıratsaq C noqattıń ornın tawǵan bolamız.

2. Jasaw basqıshı: a) berilgen AB kesindiniń ortası D noqatın tabamız; b) D noqattan ótiwshi hám AB kesindige perpendikulyar bolǵan tuwrı sızıqtı júrgizemiz; c) perpengikularǵa D noqattan baslap h_c biyiklik kesindisin qoyamız; d) C noqattı A hám B noqatlar menen tutastıramız.

3. Tiykarlaw basqıshı. Payda bolǵan ABC úshmúyeshliktiń ultanı hám biyikligi berilgen kesindilerge teń hám ol teń qaptallı, sebebi onıń biyikligi ultanǵa perpendikulyar. Demek, jasalǵan úshmúyeshlik izlenep atırǵan úshmúyeshlikten ibarat.

4. Qollanıw basqıshı. Qálegen kesindiniń ortasına jalǵız perpendikulyar túsiriw múmkinligi ushın másele jalǵız sheshimge iye boladı.

Temaǵa tiyisli sorawlar

1. Jasawǵa tiyisli máselelerdi sheshiwde ápiwayı sızǵısh hám cirkul járdeminde qanday jumıslardı ámelge asırıw múmkin?

3. Ne sebepten jasawǵa tiyisli máselelerdi sheshiwde orınlanǵan jasawlardı tiykarlaw zárúr?

4. Geometriyalıq jasawlarǵa tiyisli tiykarǵı máselelerdi sanań.

5. Geometriyalıq jasawǵa tiyisli quramalı máselelerdi sheshiwdiń qanday basqıshları bar?

Ámeliy shınıǵıw hám qollanıwlar

1. a) 30°; b) 60°; c) 15°; d)120°; e) 45° lı múyeshler berilgen. Ápiwayı sızǵısh hám cirkuldan paydalanıp, olarǵa teń múyeshlerdi jasań.

2. a) 75°; b) 90°; c) 135° lı múyeshler berilgen. Ápiwayı sızǵısh hám cirkuldan paydalanıp, olarǵa teń múyeshlerdi jasań.

3. $\angle A=\alpha$ hám $\angle B=\beta$ múyeshler berilgen $(\alpha>\beta)$. Ólshemi: a) 2α; b) $\alpha-\beta$; c) $2\alpha+\beta$ bolǵan múyeshlerdi jasań.

4. 45° hám 30° múyeshler berilgen. Ólshemi: a) 15°; b) 75°; c) 105°; d) 120° bolǵan múyeshlerdi jasań.

5. Múyesh sızıń hám onı tórt teń múyeshke ajıratıń.

6. Ápiwayı sızǵısh hám cirkul járdeminde: a) 90°; b) 60°; c) 30° lı múyeshlerdi teń ekige bóliń.

7. 45° lı múyeshti úsh teń múyeshlerge bóliń.

8*. 36° lı múyesh berilgen. Cirkul hám ápiwayı sızǵısh járdeminde 99° lı múyesh jasań.

9*. 54° lı múyesh berilgen. Cirkul hám ápiwayı sızǵısh járdeminde bul múyeshti teń úshke bóliń.

10. Kesindini teń ekige bóliwdiń qanday usılın bilesiz? Kesindi sızıń hám onı teń ekige bóliń.

11. Tuwrı sızıqta A hám B noqatlar berilgen. BA nurda B noqattan baslap sonday BC kesindini qoyıń, $BC=2AB$ bolsın.

12. A hám B noqatlar berilgen. Tek ǵana cirkuldan paydalanıp sonday C noqat jasań, $AC=3AB$ bolsın.

13. a hám b uzınlıqtaǵı kesindiler berilgen: $(a>b)$. a) $a+b$; b) $a-b$ uzınlıqtaǵı kesindilerdi jasań.

14. Uzınlıǵı 12 cm hám 5 cm bolǵan kesindiler berilgen. Uzınlıǵı a) 17 cm; b) 7 cm; c) 12 cm; d) 22 cm; e) 29 cm bolǵan kesindilerdi jasań.

15*. A hám B noqatlardan birdey qashıqlıqta hám a tuwrı sızıqta jatıwshı noqattı tabıń.

16. Tek ǵana sızǵısh járdeminde a tuwrı sızıqta jatpaytuǵın M noqat arqalı a tuwrı sızıqqa parallel bolǵan b tuwrı sızıqtı júrgiziń.

17. Berilgen kesindini tórt teń bólekke bóliń.

18. Tómendegiler boyınsha ABC úshmúyeshlik jasań: a) $AB=3$; $BC=5$; $\angle B=45°$; b) $AB=9$; $BC=5$; $AC=12$; c) $AB=22$; $\angle A=30°$; $\angle B=56°$.

19. Tómendegiler boyınsha ABC úshmúyeshlik jasań:a) AB = 7; BC = 3; $\angle B$ = 38°; b) AB = 3; BC= 8; AC = 6; c) AB = 9; $\angle A$ = 90°; $\angle B$ = 50°.

20. Tárepleri a = 3 cm, b = 8 cm hám c = 9 cm bolǵan úshmúyeshlik jasań.

21. a) Tárepleri a = 3 cm, b = 4 cm hám c = 7 cm bolǵan úshmúyeshlik jasaw múmkin be? b) Úshmúyeshlik jasaw ushın onıń a, b hám c tárepleri qanday shártti qanaatlandırıwı kerek?

22. Berilgen úlken tárepi hám súyir múyeshi boyınsha tuwrı múyeshli úshmúyeshlik jasań.

23. Úshmúyeshlik sızıń. Onıń biyikliklerin jasań.

24. Berilgen úshmúyeshliktiń medianaların jasań.

25. Tuwrı múyeshti qanday jasaw múmkin?

26. Berilgen tuwrı sızıqqa parallel tuwrı sızıq sızıń.

27. Ultanı hám oǵan túsirilgen biyikligi boyınsha teń qaptallı úshmúyeshlik jasań.

28*. Eki tárepi hám olar arasındaǵı múyeshi boyınsha úshmúyeshlik jasań.

29*. Berilgen tárep boyınsha kvadrat jasań.

30*. Bir tárepi hám oǵan irgeles múyeshler boyınsha úshmúyeshlik jasań.

31*. Gipotenuza hám kateti boyınsha tuwrı múyeshli úshmúyeshlik jasań.

32*. Bir tárepi hám oǵan irgeles múyeshi hám usı tárepke túsirilgen biyiklik boyınsha úshmúyeshlik jasań.

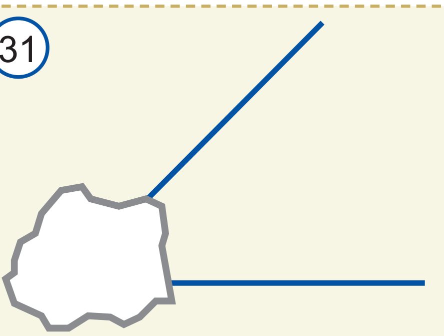
33*. Bir tárepi hám oǵan irgeles múyeshi hám qalǵan eki tárepi qosındısına qaray úshmúyeshlik jasań.

34*. Bir tárepi hám oǵan irgeles múyeshi hám qalǵan eki tárepi ayırmasına qaray úshmúyeshlik jasań.

Geometriyalıq basqatırma

Sharapat ákesiniń jazıwları ishinen 31-súwrette súwretlengen sızılmanı kórip qaldı. Biraq, bul múyeshtiń bir bólegine sıya tógilip, óship ketken eken. Sharapat bul múyeshtiń bissektrisasın jasay aladı ma?

31



24 ÁMELIY SHÍNÍǴÍW HÁM QOLLANÍW. BILIMIŃIZDI SÍNAP KÓRIŃ

1. Testler

1. Kesindilerdiń uzınlıqları a, b hám c lardıń qaysı mánislerde bul kesindilerden úshmúyeshlik jasaw múmkin emes?

A) $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$
B) $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$
C) $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$
D) $a = 6$, $b = 4$, $c = 3$

2. Geometriyalıq jasawlardı orınlaw ushın qaysı oqıw qurallarınan paydalanıwǵa ruqsat beriledi?

A) Transportir
B) Transportir, sızǵısh
C) Cirkul, sızǵısh
D) Cirkul, transportir

3. Geometriyalıq jasawlardı orınlawda sızǵıshtan qanday wazıypalardı orınlawǵa ruqsat beriledi.

A) Kesindini ólshewge
B) Kesindi, tuwrı sızıq sızıwǵa
C) Noqattan ótiwshi hám berilgen tuwrı sızıqqa perpendikulyar tuwrı sızıqtı shamalap sızıwǵa
D) Kesindini ólshep, onıń ortasın tabıwǵa

2. Máseleler.

1. a hám b uzınlıqtaǵı kesindiler berilgen: ($a>b$). a) $2a+ 3b$; b) $2a – b$ uzınlıqtaǵı kesindilerdi jasań.

2. Tek ǵana bir yarımtegislikte jasaw jumısların orınlap, berilgen kesindini teń ekige bóliń.

3. Tek ǵana úshmúyeshli sızǵıshtan paydalanıp berilgen kesindini teń ekige bóliń.

4. AB kesindiniń ortasın tuwrıdan-tuwrı anıqlawdıń ilajı bolmasa, onıń ortasınan ótiwshi perpendikulyardı jasaw múmkin be?

5. $\angle A=\alpha$ hám $\angle B=\beta$ múyeshler berilgen: ($\alpha>\beta$). Ólshemi: a) 3α; b) $\alpha+2\beta$; c) $3\alpha+\beta$ bolǵan múyeshlerdi jasań.

6. Ápiwayı sızǵısh hám cirkul járdeminde: a) 124°; b) 68°; c) 46° lı múyeshlerdi teń ekige bóliń.

7. Eger sheńberden sırtındaǵı noqattan sheńberdiń eń jaqın hám uzaq noqatlarına shekemgi bolǵan aralıqlar sáykes túrde 2 cm hám 10 cm bolsa, sheńber radiusın tabıń.

8. Berilgen gipotenuza boyınsha teń qaptallı tuwrı múyeshli úshmúyeshlik jasań.

9*. Uzınlıǵı $a+b$, $b+c$ hám $a+c$ kesindiler berilgen. Tárepleri a, b, c bolǵan úshmúyeshlik jasań.

10*. Eki kateti boyınsha tuwrı múyeshli úshmúyeshlik jasań.

11. a tuwrı sızıq hám úshmúyeshlik berilgen. Bir tárepi A da jatatuǵın hám berilgen úshmúyeshlikke teń bolǵan úshmúyeshlik jasań.

12. Tuwrı sızıq sızıń hám onda jatpaǵan noqat belgileń. Sol noqattan ótiwshi hám usı tuwrı sızıqqa perpendikulyar tuwrı sızıq jasań.

13. Tuwrı sızıq sızıń hám onda jatpaytuǵın noqat belgileń. Sol noqattan ótiwshi hám usı tuwrı sızıqqa parallel tuwrı sızıq jasań

6-baqlaw jumısı úlgisi

Úlgili baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat boladı:

1. Teoriyalıq - 5 test.

2. Tómendegi máselelerge uqsas 3 másele (4-másele “ayrıqsha" baha alıwshı oqıwshılar ushın qosımsha).

1. 120° lı múyesh berilgen. Cirkul hám sızǵısh járdeminde oǵan teń múyesh jasań.

2. Tárepleri a = 5 cm, b = 6 cm hám c = 7 cm bolǵan úshmúyeshlik jasań.

3. 2-máselede qurılǵan úshmúyeshliktiń a tárepine mediana júrgiziń.

4. Úshmúyeshlikti onıń ultanı, bir tárepi hám ultanǵa túsirilgen biyikligine qaray jasań.

"GeoGebra"da ámeliy tapsırma orınlaw

1. Durıs altımúyeshlik jasaw

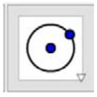
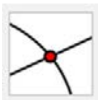
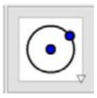
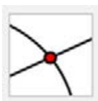
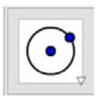
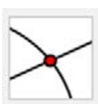
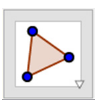
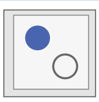
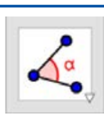
Durıs altımúyeshlik jasaw ushın tómendegi qurallar kerek boladı.

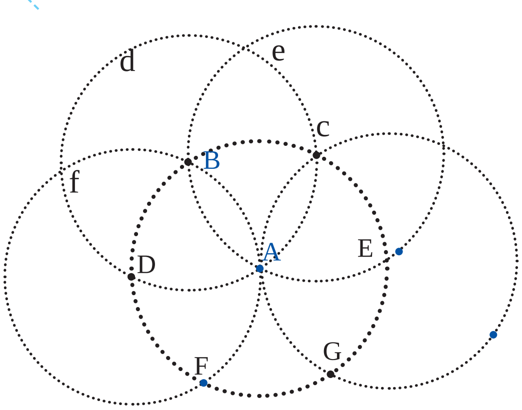
Kerekli komponentler:

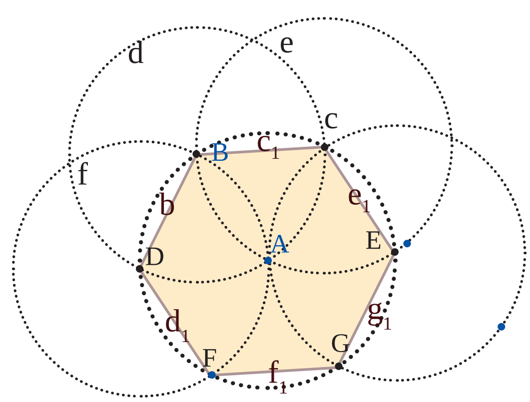
- ***GeoGebra***da jańa ayna ashıń.
- ***GeoGebra*** interfeysin **“Настройки” –**  **“Геометрия”** kórinisine ótkeriń.
- **Jańa noqat ushın sazlamalardı ózgertiń.**

Durıs altımúyeshlik jasaw algoritmi

1		Orayı A noqatta hám B noqattan ótiwshi c sheńberdi sızıń.
2		Orayı B noqat hám A noqattan ótiwshi jańa d sheńberdi sızıń.
3		c hám d sheńberler kesilisiw noqatları C hám D nı, yaǵnıy durıs altımúyeshliktiń tóbelerin belgileymiz.

4		Orayı C noqat hám A noqattan ótiwshi jańa e sheńberdi sızıń.
5		e hám c sheńberler kesilisiw noqatında durıs altımúyeshliktiń E tóbesin belgileymiz.
6		Orayı D noqat hám A noqattan ótiwshi jańa f sheńberdi sızıń.
7		f hám c sheńberler kesilisiw noqatında durıs altımúyeshliktiń F tóbesin belgileymiz.
8		Orayı E noqat hám A noqattan ótiwshi jańa g sheńberdi sızıń.
9		g hám c sheńberler kesilisiw noqatında durıs altımúyeshliktiń G tóbesin belgileymiz.
10		Durıs $FGECBD$ altımúyeshlikti jasań.
11		Sheńberlerdi jasırın jaǵdayǵa ótkeriń.
12		Altımúyeshliktiń ishki múyeshlerin kórsetiń.
13		Altımúyeshlik tuwrı jasalǵanlıǵın tekseriń





Tapsırma. Altımúyeshliktiń jasalıw barısın túsindiriwge háreket etiń.

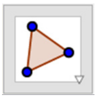
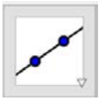
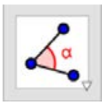
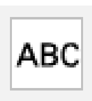
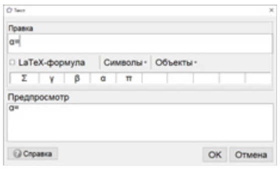
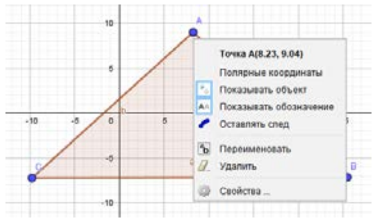
Sheńber radiusı qanday bolıwı kerek hám ne ushın? Juwabıńızdı túsindiriń.

2. Geometriyalıq túsinik hám maǵlıwmatlardı vizuallastırıw

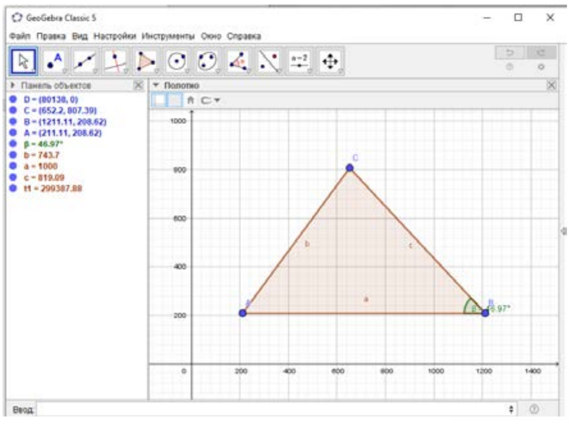
1-tapsırma

Teorema. ***Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi oǵan qońsılas bolmaǵan eki ishki múyeshler qosındısına teń.***

Teoremanı ***GeoGebra***dan paydalanıp vizuallastıramız. Tómendegi keltirilgen ámeller izbe-izligin orınlań.

	ABC úshmúyeshlikti jasań
	AB nurdı júrgiziń.
	Úshmúyeshliktiń A hám C ishki múyeshlerin, sonday-aq, B sırtqı múyeshti belgileń.
	$\beta=\alpha+\gamma$– úshmúyeshliktiń eki ishki múyeshleri qosındısın sáwlelendiriwshi dinamikalıq tekstti payda etiń. Máselen, β= “**Объекты**” bóliminde α hám γ nı saylań. 
	Úshmúyeshlik múyeshleri, onıń atlarınıń reńi hám kórinisin ózgertiń. Obyekt ústinde tıshqanshanıń oń túymesin basıp, “**Свойства**”... buyrıǵın tańlań.

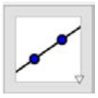
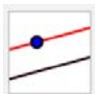
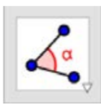
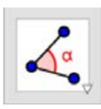
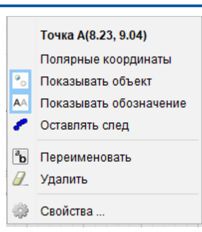
Nátiyjede tómendegi kórinistegi dinamikalıq sızılma payda boladı. Bunda úshmúyeshliktiń formasın ózgertiw múmkin, biraq B sırtqı múyesh hárqashan A hám C ishki múyeshleriniń qosındısına teń boladı.



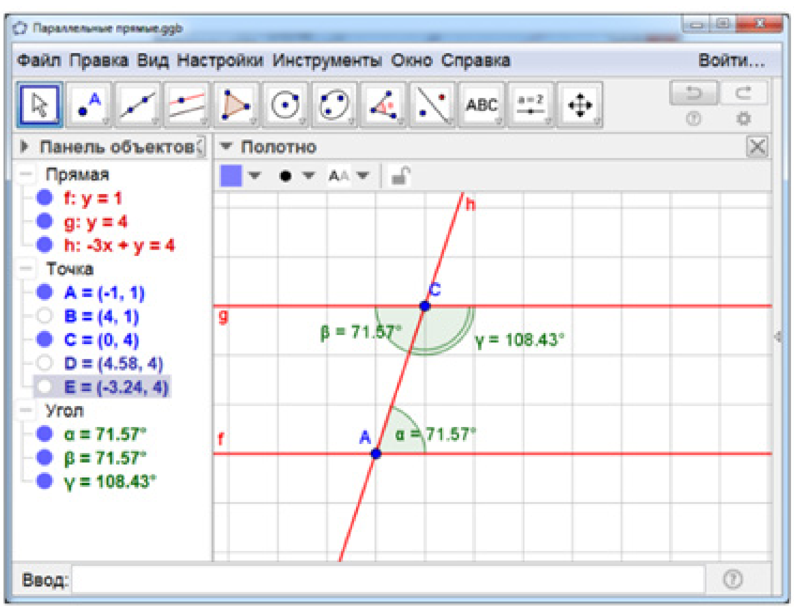
2-tapsırma

Teorema. *Eki parallel tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken bir táreplemeli múyeshler qosındısı 180º qa teń boladı.*

Teoremanı ***GeoGebra****dan paydalanıp vizuallastıramız. Tómendegi keltirilgen ámeller izbe-izligin orınlań.*

	AB tuwrı sızıqtı ótkeriń.
	C noqattı saylań hám ol arqalı AB tuwrı sızıqqa parallel tuwrı sızıq ótkeriń.
	A hám C noqatlar arqalı parallel sızıqlardı kesiwshi h tuwrı sızıqtı ótkeriń.
	Ishki bir tárepleme hám oǵan qońsılas múyeshlerdi belgileń.
	Tuwrı sızıqlar hám múyeshlerdiń reńi hám kórinisin ózgertiń. Obyekt ústinde tıshqanshanıń oń túymesin basıp, "**Свойства**" buyırıǵın tańlań.

Nátiyjede tómendegi kórinistegi dinamikalıq sızılma payda boladı. Bunda kesiwshi hám parallel sızıqlar ornın ózgertiw múmkin, biraq kesiwshi sızıq payda etken bir táreplemeli múyeshler qosındısı hárqashan 180^0 qa teń boladı.



VI BAP

TÁKIRARLAW

Bul baptı úyrenip shıqqannan keyin, tómendegi bilim hám ámeliy kónlikpelerge iye bolasız:

Bilim:

– geometriyalıq máselelerdi sheshiw basqıshları;
– geometriyalıq máseleler túrleri;
– máseleler sheshiwde ushıraytuǵın bazıbir tán alınǵan qátelikler.

Ámeliy kónlikpeler:

– geometriyalıq máselelerdi túrlerge ajıratıw hám sheshiw basqıshları boyınsha iskerlikti payda etiw;
– máseleler sheshiwde ushıraytuǵın qátelerdiń aldın alıw;
– planimetriya boyınsha jıllıq juwmaqlawshı baqlaw jumısına tayar bolıw.

25 TÁKIRARLAWǴA TIYISLI MÁSELELER

25.1. Geometriyalıq máselelerdi sheshiw basqıshları

Geometriyalıq máselelerdi sheshiwde tómendegilerge itibar beriw kerek:

1) Geometriyanıń tiykarǵı túsinikleri, olardıń qásiyetlerin jaqsı biliw hám yadta tutıw;

2) Túrli geometriyalıq figuralardıń qásiyetleri haqqındaǵı teoremalardı dálillew usılların iyelew;

3) Berilgen geometriyalıq máseleniń áhmiyetin túsinip jetiw.

Ádette geometriyalıq máselelerdi sheshiw barısı tómendegi basqıshlardan ibarat boladı:

1-basqısh: *máseleni túsiniw.* Bul basqıshta máseleniń shárti hám juwmaǵı bólek ajıratıp alınadı. Neler berilgen, neni tabıw kerek, dálillew yamasa jasaw kerekligi anıqlanadı. Máselege baylanıslı sızılma sızıladı. Sızılmanıń úlken hám anıq bolıwı maqsetke muwapıq. Berilgen barlıq maǵlıwmatlar sızılmada belgilenedi.

2-basqısh: *jobalastırıw.* Bul basqıshta máseleni sheshiw usılı tańlanadı. Onı qollanıw ushın qanday qosımsha maǵlıwmatlar zárúrligi anıqlanadı. Járdemshi figuralar sızıladı.

3-basqısh: *sheshiw.* Bul basqıshta másele tikkeley, berilgen joba tiykarında sheshiledi.

4-basqısh: *tekseriw.* Bul basqıshta máseleniń tabılǵan sheshimi tikkeley tekseriledi. Sheshiw barısına kritikalıq kóz-qaraslar taslanadı. Eger qáte anıqlansa, ol dúzetiledi. Dúzetiwdiń imkanı bolmasa, máseleni sheshiwdiń dáslepki basqıshına qaytarıladı hám barlıq jumıs tazadan baslanadı.

Másele sheshiwdi úyreniw ushın kóp másele sheshiw kerek! Máselege tiyisli sızılmanı durıs sızıw – máseleniń yarımın sheshiw degeni boladı.

Geometriyalıq máselelerdiń qoyılıwı hám mánisine qarap úsh qılı túrde bolıwı múmkin:

1) esaplawǵa tiyisli máseleler;

2) dálillewge tiyisli máseleler;

3) jasawǵa tiyisli máseleler.

Geometriyalıq máseleler sheshiw tek qanday da geometriyalıq figuranıń qásiyetin úyreniwden ibarat emes, álbette. Bul durıs pikirlew, logikalıq pikir júritiw hám olar tiykarında durıs hám aqılǵa muwapıq sheshimler qabıl etiw, juwmaq shıǵarıw kónlikpe hám tájiriybelerin de qáliplestiredi. Bunday kónlikpe hám tájiriybeler tek matematikada emes, bálki kúndelikli turmısta ushırasatuǵın mashqalalardı sheshiwde de qolaylı keledi.

Álbette, máseleni sheshiw bul tek durıs juwaptı tabıw degeni emes. Máseleler sheshiw dawamında belgili qásiyetlerdi, teoremalardı hám olardıń nátiyjelerin qollanıp biliw, túrli usıllardan paydalana alıwdı biliw zárúr boladı.

Tómendegi máseleniń sheshiliw barısın baqlayıq.

Másele. Tóbeleri teń tárepli úshmúyeshliktiń tárepleriniń ortaları bolǵan úshmúyeshliktiń teń tárepli ekenligin dálilleń.

ΔABC – teń tárepli, K – AB tárepiniń ortası, N-BC tárepiniń ortası, L - AC tárepiniń ortası ⇨ ΔKNL – teń tárepli

1. Máseleni túsiniw basqıshı.

Másele shártleri tiykarında sızılma sızıp alamız *(1-súwret).*

2. Jobalastırıw basqıshı. Teń tárepli úshmúyeshliktiń qásiyetinen hám úshmúyeshliktiń TMT belgisinen paydalanamız.

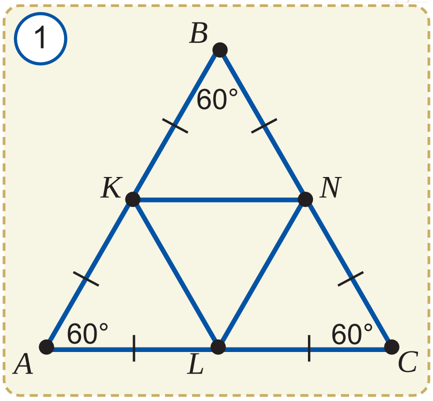
3. Sheshiw basqıshı. Shártke baylanıslı,

$LA=AK=KB=BN=NC=CL$ hám $\angle A=\angle B=\angle C=60°$. Onda ΔLAK nıń AL, AK tárepleri hám A múyeshi ΔKBN niń BK, BN tárepleri hám B múyeshine hám ΔNCL diń CN, CL tárepleri hám C múyeshine sáykes túrde teń.

Demek, $\Delta LAK = \Delta KBN = \Delta NCL$. Ol jaǵdayda bul úshmúyeshliklerdiń úshinshi tárepleri de óz ara teń boladı:

$KL=KN=NL$.

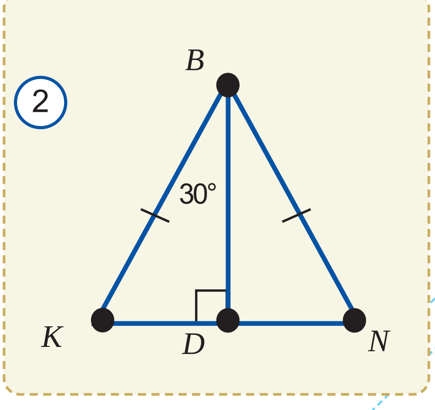
Demek, ΔKNL–teń tárepli.



1. Tekseriw basqıshı.

Máseleniń sheshiliw barısın jáne bir márte kózden ótkerip, onda hárbir pikirlewimiz logikalıq durıs alıp barılǵanın tekseremiz.

Bul máseleni basqa usılda da sheshiw múmkin. Bunda tóbesindegi múyeshi 60° bolǵan teń qaptallı úshmúyeshliktiń qásiyetinen paydalanamız. ΔKBN teń qaptallı úshmúyeshliktiń BD biyikligin túsiremiz *(2-súwret)*. BD bissektrisa da bolǵanlıǵı ushın $\angle KBD$ = 60° : 2 = 30° hám $\angle BKD=\angle BND=90°–30°=60°$ boladı.



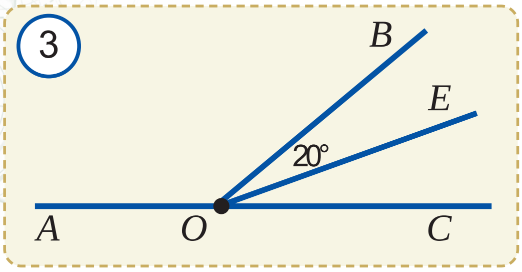
Demek, ΔKBN teń tárepli úshmúyeshlik eken. Sonday-aq, ΔKAL hám ΔNCL lar da teń tárepli úshmúyeshlikler ekenligi anıqlanadı hám $BK=KN=NL=LK$ ekenligi belgili boladı. Bunnan bolsa ΔKNL diń teń tárepli úshmúyeshlik ǵana emes, bálki, $\Delta KNL = \Delta KBN = \Delta NCL = \Delta KAL$ ekenligi de belgili boladı.

25.2.Esaplawǵa tiyisli máseleler

Esaplawǵa tiyisli máseleler arifmetikalıq hám algebralıq máselelerge uqsas boladı. Túrli geometriyalıq formulalar járdeminde, berilgen sanlı shamalar tiykarında izbe-iz esap-sanaq jumısları orınlanadı hám izlenip atırǵan shama tabıladı.

Bul máselelerde kóbinese sızılmanı durıs sızıp alıw hám kerekli belgilewlerdi kiritiw jumıstı anaǵurlım ańsatlastıradı.

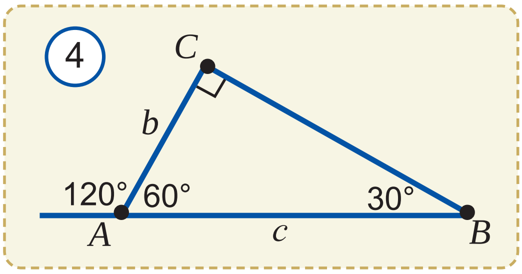
1-Másele. Qońsılas múyeshlerden biriniń bissektrisası ekinshi múyeshtiń táreplerinen biri menen 20° lı múyesh payda etedi. Usı múyeshlerdi tabıń.



Sheshiliwi. Másele shártin sızılmada súwretleymiz *(3-súwret)*. Bunnan OE bissektrisa súyir múyeshtiń bissektrisası ekenligi belgili boladı. Demek, $\angle BOC=2\cdot 20°=40°$, $\angle AOB=180°-40°=140°$ boladı

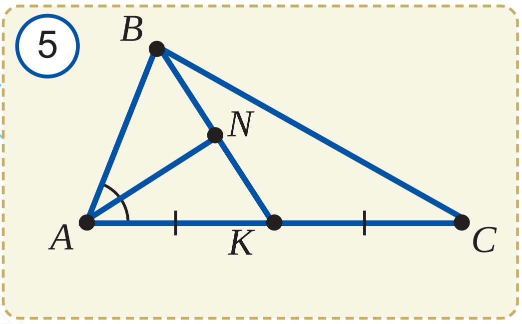
2-Másele. ABC tuwrı múyeshli úshmúyeshlikte $\angle C$ – tuwrı múyesh, A tóbesindegi sırtqı múyesh 120° qa teń. Eger $AC+AB$=18 cm bolsa, úshmúyeshliktiń gipotenuzasın tabıń.

Sheshiliwi. Másele shártine baylanıslı sızılmanı súwretleymiz (4-súwret). Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshiniń anıqlamasınan ∠A=180°–120°=60°, ∠B=90°– ∠A=30° ekenligin anıqlaymız. $AC=b$, $AB=c$ bolsın. Bul jaǵdayda $b+c$=18. Súyir múyeshi 30° qa teń bolǵan tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń qásiyetine kóre, c=2b boladı. Bunnan b+c=b+2b=18, yaǵnıy b=6. Onda c=12 ekenligi belgili boladı.



Juwabı: 12.

3-Másele. ABC úshmúyeshlikte AB=1, A múyeshiniń bissektrisası B tóbesinen túsirilgen medianaǵa perpendikulyar. Eger BC tárepiniń uzınlıǵı pútin san menen ańlatılsa, úshmúyeshliktiń perimetrin tabıń.



Sheshiliwi. Másele shártin sızılmada súwretleymiz (*5-súwret*):

$AK=KC$. $AN\perp BK$. $\Delta ANB=\Delta ANK$ ekenligin anıqlaymız, sebebi AN katet ulıwma hám birewden múyeshi teń (katet hám oǵan irgeles súyir múyeshi boyınsha). Bunnan bolsa $AB=AK=KC$=1, yaǵnıy $AC=1+1=2$ ekenligi belgili boladı.

$BC=x$ – pútin san, úshmúyeshlik teńsizligine kóre $2+1>x$ hám $x+1>2$, yamasa $x<3$ hám $x>1$, yaǵnıy $1<x<3$ bolıwı kerek. 1 menen 3 tiń arasında bir pútin san bar: 2.

Demek. BC = 2 hám P_{ABC} = 1 + 2 + 2 = 5.

Juwabı: 5

25.3. Dálillewge tiyisli máseleler

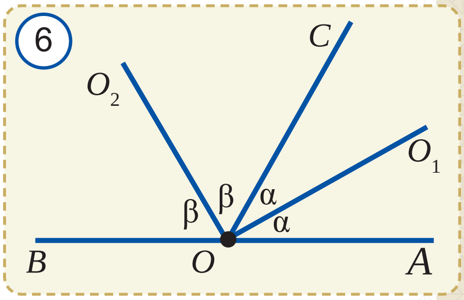
Dálillewge tiyisli máseleler ózine say kishi teoremalar. Olardı sheshiw máselede keltirilgen tastıyıqlawdı dálillewden ibarat boladı. Mısal retinde tómendegi máselelerdi qaraymız.

1-másele. Qońsılas múyeshlerdiń bissektrisaları óz ara perpendikulyar ekenligin dálilleń.

$\angle AOC$ hám $\angle BOC$ – qońsılas múyeshler, OO_1 hám OO_2 – bissektrisalar *(6-súwret)* ⇒ $OO_1 \perp OO_2$.

Dálillew. OO_1 hám OO_2 bissektrisalar ajıratqan múyeshlerdi sáykes túrde (*6-súwrette* kórsetilgenindey) α hám β dep belgileymiz. Ol jaǵdayda $2\alpha+2\beta= 180°$ yamasa $\alpha+\beta = 90°$, yaǵnıy $\angle O_1OO_2 = \alpha+\beta = 90°$.

Demek, $OO_1 \perp OO_2$. Usını dálillew talap etilgen edi.



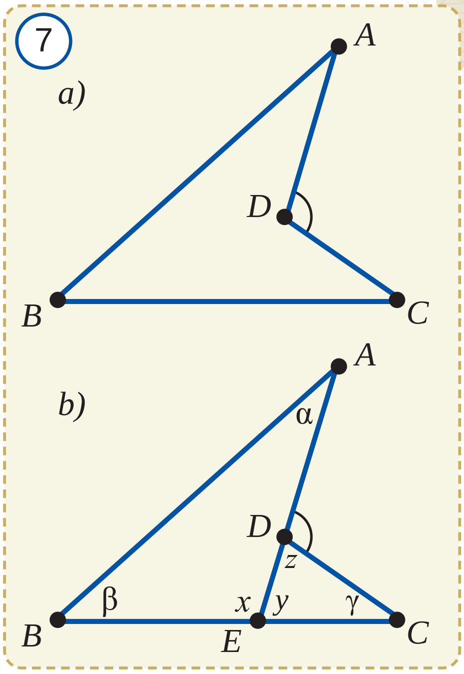
2-másele. 7*a*-súwrette kórsetilgenindey $ABCD$ tórtmúyeshlikte $\angle D = \angle A + \angle B + \angle C$ ekenligin dálilleń.

Dálillew. AD tuwrı sızıqtıń BC tárepi menen kesilisken noqatın E menen belgileymiz (AD tárepin dawam ettiremiz) hám múyeshler ushın zárúr belgilewlerdi kiritemiz *(7b-súwret)*. Belgili bolǵanınday, $\alpha+\beta+x= 180°$ hám $y+z+\gamma= 180°$. Bul teńliklerdi qosıp, $\alpha+\beta+\gamma+x+y+z$=360° teńlikke iye bolamız. Qońsılas múyeshlerdiń qásiyetine kóre, $x+y=180°$ bolǵanı ushın $\alpha+\beta+\gamma+180° +z = 360°$ yamasa $\alpha+\beta+\gamma = 180°-z = \angle D$, yaǵnıy:

$\angle D = \alpha+\beta+\gamma = \angle A+\angle B+\angle C$ boladı.

Teńlik dálillendi.

Joqarıdaǵı eki máseleni tayın sızılmaǵa tiykarlanıp isledik, 2-máselede qosımsha jasaw hám zárúr belgilewlerdi ámelge asırdıq, bul bolsa máseleni ańsat sheshiwimizge járdem beredi.



Ámeliy shınıǵıw hám qollanıw

1. AB kesindi uzınlıqları 1: 2 : 3 : 4 sıyaqlı qatnastaǵı kesindilerge (usı izbe-izlikte) ajıratılǵan. Eger shetki kesindilerdiń ortaları arasındaǵı aralıq 15 *cm* ge teń bolsa, AB kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

2. $\angle ABC$ = 160° bolǵan múyeshtiń tóbesinen usı múyesh tárepleri arasında jatıwshı BO hám BE nurlar shıǵarılǵan. Eger BO nur berilgen múyeshti teń ekige, BE nur bolsa 3:5 sıyaqlı qatnasta bolsa, OBE múyeshti tabıń.

3. AOB múyesh OC nur arqalı biri ekinshisinen 30° qa úlken bolǵan eki múyeshke ajıratılǵan. Berilgen múyesh bissektrisası menen OC nur arasındaǵı múyeshti tabıń.

4. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultanındaǵı múyeshi 30° qa teń. Usı úshmúyshliktiń qaptal tárepi hám ekinshi qaptal tárepine túsirilgen biyikligi arasındaǵı múyeshti tabıń.

5. Úshmúyeshliktiń bir sırtqı múyeshi 100°, oǵan qońsılas bolmaǵan múyeshler qatnası 2:3 sıyaqlı. Úshmúyeshliktiń múyeshlerin tabıń.

6. A, B, C, D noqatlar kórsetilgen tártipte bir tuwrı sızıqta jatadı hám $AB = BC = 1$, $CD = 2$. K noqat BC kesindide sonday jaylasqan, ol BC hám AD kesindilerdi bir túrdegi qatnasta bóleklerge bóledi: $BK : KC = AK : KD$. Bul qatnaslardı tabıń.

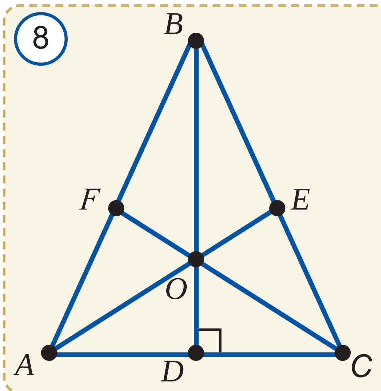
7. Úshmúyeshlik eki múyeshiniń bissektrisaları kesiliskennen payda bolǵan múyesh 128° qa teń. Úshmúyeshliktiń úshinshi múyeshin tabıń.

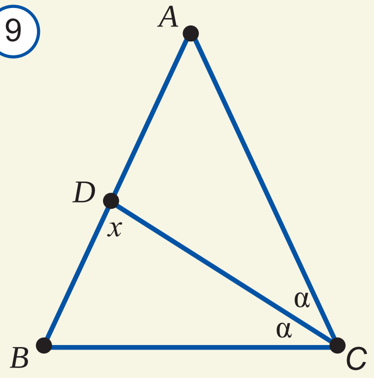
8. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń tóbesindegi múyeshi 96° qa teń. Ultanındaǵı múyeshlerdiń bissektrisaları kesilisiwinen payda bolǵan súyir múyeshti tabıń.

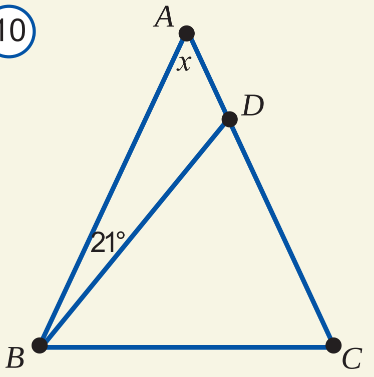
9. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń tuwrı múyeshinen bissektrisa hám biyiklik shıǵarılǵan bolıp, olar arasındaǵı múyesh 24° qa teń. Úshmúyeshliktiń qalǵan múyeshlerin tabıń.

10. Eger 8-súwrette $AB = BC$, $\angle ABC = 50°$, AE hám FC bissektrisalar bolsa, AOB, EOC múyeshlerin tabıń.

11. Eger 9-súwrette $AB = AC$, $AD = DC$ bolsa, x ti tabıń.

8


9


10


12. Eger 10-súwrette $AB = AC$, $BD = BC$ bolsa, x ti tabıń.

13. Úshmúyeshliktiń bir múyeshi ózine qońsılas bolmaǵan sırtqı múyeshlerdiń ayırmasına teń. Bul úshmúyeshliktiń tuwrı múyeshli úshmúyeshlik ekenligin dálilleń.

14. Bir múyeshi 150° bolǵan teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultanındaǵı tóbelerinen túsirilgen biyiklikleri teń bolıwın dálilleń.

15. Teń tárepli úshmúyeshliktiń medianaları kesilisiw noqatında 2:1 qatnasta bóliniwin dálilleń.

16. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń tóbesindegi sırtqı múyeshiniń bissektrisası úshmúyeshlik ultanına parallel bolıwın dálilleń.

17. 16-máselege keri teoremanı ańlatıń hám onı dálilleń.

18. Teń tárepli úshmúyeshliktiń qálegen eki medianası 60° lı múyesh astında kesilisiwin dálilleń.

19*. Úshmúyeshliklerdiń teńligin olardıń eki tárepi hám úshinshi tárepine túsirilgen medianası boyınsha dálilleń.

20*. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerde BM hám B_1M_1 medianalar ótkerilgen. Eger $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ hám $BM = B_1M_1$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ ekenligin dálilleń.

21*. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerde AD, A_1D_1 – bissektrisalar. Eger $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$ hám $AD = A_1D_1$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ ekenligin kórsetiń.

22. ABC hám $A_1B_1C_1$ úshmúyeshliklerde BH hám B_1H_1 biyiklikler ótkerilgen. Eger $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ hám $BH = B_1H_1$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ bolıwın dálilleń.

23*. Úshmúyeshliktiń eki biyikligi teń bolsa, onıń teń qaptallı úshmúyeshlik ekenligin dálilleń.

24*. 11-súwrette $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 90°$ ekenligin dálilleń.

25*. 12-súwrette $\alpha < \beta < \gamma$ ekenligin dálilleń.

26. Eki parallel tuwrı sızıq hám kesiwshi payda etken ayqısh múyeshlerdiń bissektrisaları parallel bolıwın dálilleń.

27. Úshmúyeshliktiń qálegen bir tárepi onıń qalǵan eki tárepi ayırmasınan úlken bolıwın dálilleń.

28. Úshmúyeshliktiń α, β hám γ múyeshleri ushın $\alpha<\beta+\gamma$, $\beta<\alpha+\gamma$, $\gamma<\alpha+\beta$ qatnaslar orınlı bolsa, bul qanday úshmúyeshlik boladı?

29. Berilgen eki noqattan ótiwshi sheńber jasań. Másele neshe sheshimge iye?

30. ABC úshmúyeshliktiń AA_1 hám BB_1 bissektrisaları O noqatta kesilisedi. Eger: a) $\angle AOB = 136°$; b) $\angle AOB = 111°$ bolsa, ACB múyeshti tabıń.

31. 13-súwrettegi kubta $BD = 6$ bolsa, BE, DE, AC kesindiler hám $\angle BED$ ti tabıń.

32. Perimetri 42 cm bolǵan ABC úshmúyeshliktiń medianası onı perimetri 33 cm hám 35 cm bolǵan eki úshmúyeshlikke ajıratadı. Mediananıń uzınlıǵın tabıń.

33. Tuwrı múyeshli úshmúyeshlik súyir múyeshleriniń bissektrisaları qanday múyesh astında kesilisedi?

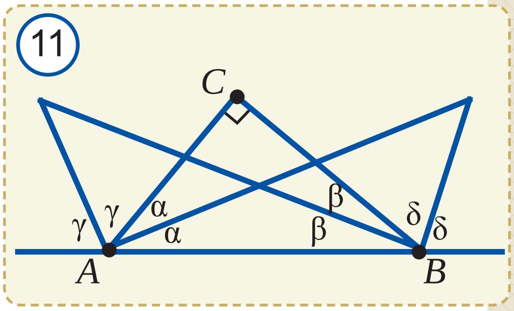
34. 14-súwrette $\angle 1 = \angle 2$ ekenligin dálilleń.

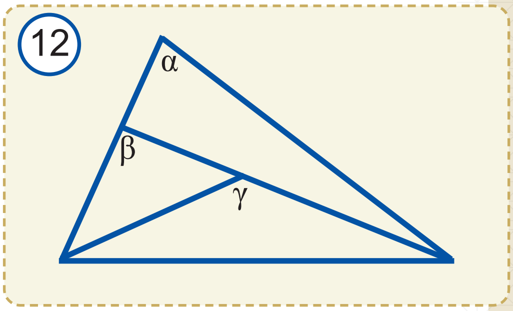
35. MN hám NM nurlarınıń ulıwmalıq bólimi qanday figura boladı?

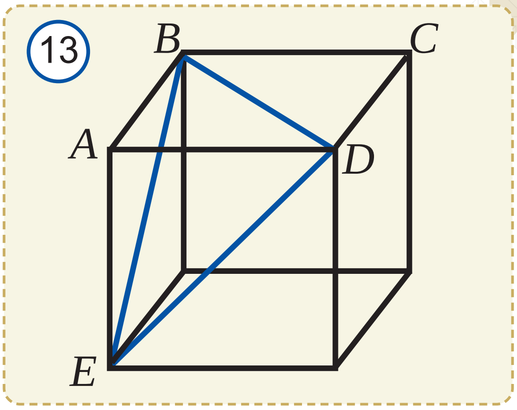
36. Sheńberdiń óz ara perpendikulyar diametrlerin jasań.

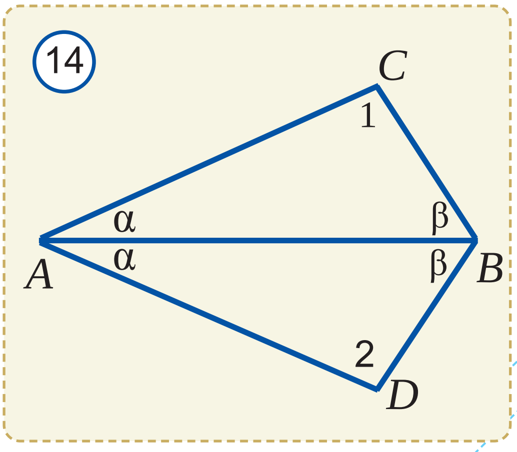
37. Qońsılas múyeshlerden biri ekinshisinen 4 márte kishi bolsa, usı múyeshlerden úlkenin tabıń.

38. Eki tuwrı sızıqtıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerdiń qatnası 7 : 3 ke teń. Usı múyeshlerden kishisin tabıń.









39. A, B hám C noqatlar bir tuwrı sızıqta jatadı. BC kesindiniń uzınlıǵı AC kesindiniń uzınlıǵınan 3 márte úlken, AB kesindiniń uzınlıǵı bolsa BC uzınlıǵınan 3,6 cm ge qısqa. AC kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

40. Eki tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq keskende sırtqı bir táreplemeli múyeshlerdiń qosındısı 180° qa teń bolsa, bul tuwrı sızıqlar óz ara parallel ekenligin dálilleń.

26 ÁMELIY SHÍNÍǴÍW HÁM QOLLANÍW. BILIMIŃIZDI SÍNAP KÓRIŃ.

1. Geometriyalıq diktant. Gáplerdiń mánislerinen kelip shıǵıp toltırıń.

1. Tegislikte .... arqalı bir tuwrı júrgiziw múmkin.
2. Múyeshtiń .... múyeshti eki óz ara teń múyeshke ajıratadı.
3. Kesindiniń ortası onı ekige .... ajıratadı.
4. Tegislikte tuwrı sızıqqa tiyisli bolǵan .... da, tiyisli bolmaǵan .... da bar.
5. Eger úshmúyeshlik teń qaptallı bolsa, ... múyeshleri teń boladı.
6. Eki teńdey úshmúyeshliklerdiń sáykes .... hám sáykes .... teń boladı.
7. Teń tárepli úshmúyeshliktiń hárbir .... gradusqa teń.
8. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń súyir .... 90° qa teń.
9. Jayıq múyesh bissektrisası onı eki .... múyeshke ajıratadı.
10. Úshinshi tuwrı sızıqqa parallel bolǵan eki tuwrı sızıq .... boladı.
11. Bir tuwrı sızıqqa perpendikulyar bolǵan eki tuwrı sızıq .... boladı.
12. Parallel tuwrı sızıqlardı kesiwshi menen keskende, payda bolǵan ishki bir tárepli múyeshler .... boladı.
13. Kesindi ushlarınan teń .... kesindiniń orta perpendikulyarında jatadı.
14. Sheńberdegi noqatlar sheńber orayınan teń ....

2. Tómende keltirilgen gáplerde qáte bolsa, onı tabıń hám dúzetiń.

1. Tegislikte eki noqat arqalı eki tuwrı sızıq ótkeriw múmkin.
2. Tuwrı múyesh 180° qa teń boladı.
3. Qońsılas múyeshler teń boladı.
4. Vertikal múyeshler qosındısı 180° qa teń.
5. Úshmúyeshliktiń tóbesi menen usı tóbesi qarama-qarsısındaǵı táreptiń ortasın tutastırıwshı kesindi "úshmúyeshliktiń bissektrisası" dep ataladı.
6. Úshmúyeshliktiń perimetri dep onıń múyeshleri qosındısına aytıladı.
7. Úshmúyeshlik tárepleriniń qosındısı 180° qa teń.
8. 90° qa teń múyesh astında kesilisken tuwrı sızıqlar parallel dep ataladı.
9. Parallel tuwrı sızıqlar bir noqatta kesilisedi.
10. Sheńberdiń diametri radiusına teń.
11. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń katetleri teń bolsa, onıń kishi múyeshi 30° qa teń boladı.
12. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń hárbir múyeshi 60° qa teń.
13. Múyesh bissektrisasında jatqan noqatlar múyesh tóbelerinen teń uzaqlıqta jatadı.

3. Berilgen qásiyetke iye bolǵan geometriyalıq figuranı oń baǵanadaǵı sáykes qatarǵa jazıń.

1.	Uzınlıǵı 5 cm	
2	Noqat hám tóbeleri usı noqatlarda bolǵan eki nurdan ibarat	
3	Kesilispeytuǵın tuwrı sızıqlar	
4	Tóbesinen shıqqan biyikligi de medianası da bissektrisası boladı	
5	Barlıq tárepleri teń úshmúyeshlik	
6	Eki tárepi teń úshmúyeshlik	
7	Múyeshti eki teń múyeshke ajıratadı	
8	Eki kateti bar	
9	Eki múyeshiniń qosındısı 90° tan úlken bolǵan úshmúyeshlik	

4. Birinshi baǵanada berilgen geometriyalıq túsiniklerge ekinshi baǵanadan tiyisli qásiyet yamasa talqılawlardı qoyıń.

Geometriyalıq túsinikler	Qásiyet yamasa talqılawları
1. Perpendikulyar tuwrı sızıqlar	(A) Berilgen uzınlıqqa iye
2. Teń tárepli úshmúyeshlik	(B) Eki múyeshi teń
3. Sheńber	(C) Gipotenuzanıń yarımına teń
4. Múyesh bissektrisasındaǵı noqat	(D)Tóbesi menen qarama-qarsısındaǵı tárep ortasın tutastıradı
5. Úshmúyeshliktiń biyikligi	(E) Bir ishki múyeshine qońsılas hám qalǵan eki múyeshi qosındısına teń
6. 30° lı múyesh qarama-qarsısındaǵı katet	(F) Kesilispeydi
7. Mediana	(G) 90° lı múyesh astında kesilisedi
8. Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi	(H) Tárepleri teń
9. Teń qaptallı úshmúyeshlik	(I) Noqatları orayınan teń uzaqlasqan
10. Kesindi	(J) Onıń tareplerinen teń uzaqlıqta jatadı
11. Parallel tuwrı sızıqlar	(K) Bir tóbesinen ótedi hám bir tárepine perpendikulyar

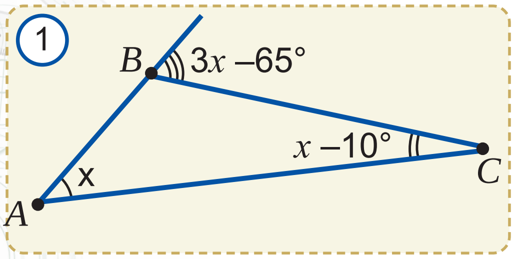
5. Testler.

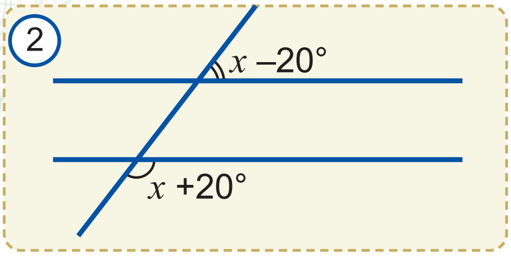
1. Berilgen noqattan berilgen tuwrı sızıqqa parallel etip neshe tuwrı sızıq júrgiziw múmkin?

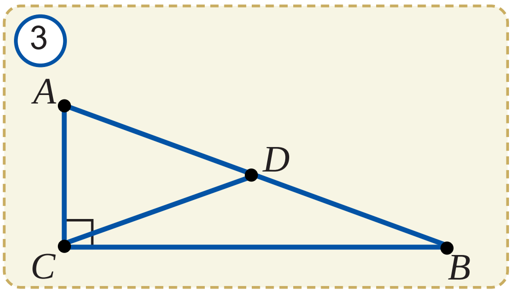
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

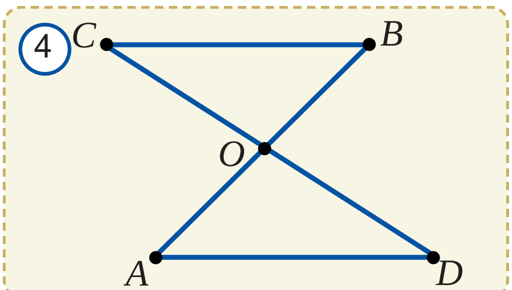
2. Jayıq múyesh neshe gradusqa teń?

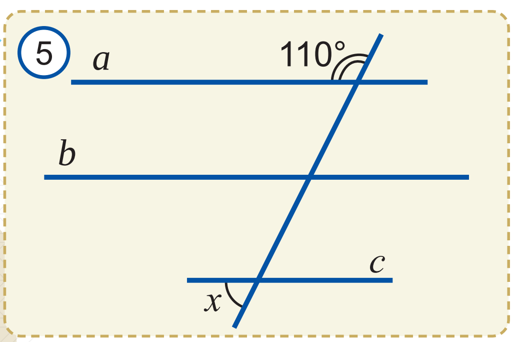
A) 90° B) 90° tan úlken C) 90° tan kishi D) 180°

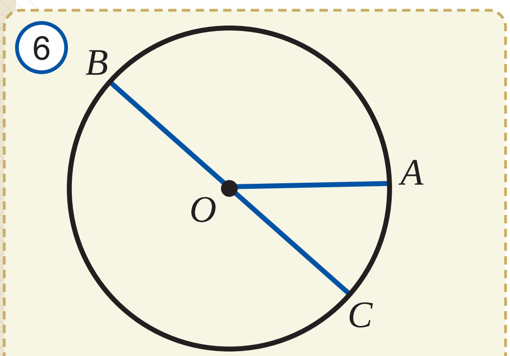












3. 1-súwrettegi $\angle BCA$ múyeshti tabıń.

A) 25° B) 35° C) 45° D) 55°

4. 2-súwrettegi x ti tabıń.

A) 80° B) 90° C) 100° D) 70°

5. Eger ABC úshmúyeshlikte $\angle B$= 30°, $\angle C$ = 90° hám AC = 10 cm bolsa, AB gipotenuzasın tabıń.

A) 10 cm B) 12 cm C) 15 cm D) 20 cm

6. ABC úshmúyeshlikte $AB = BC$, $AB = AC+7(cm)$. Eger ABC úshmúyeshliktiń perimetri 23 cm bolsa, úshmúyeshliktiń kishi tárepin tabıń.

A) 3 cm B) 5 cm C) 7 cm D) 9 cm

7. Qońsılas múyeshlerden biri ekinshisinen úsh márte úlken. Bul múyeshler ayırmasın tabıń.

A) 45° B) 60° C) 75° D) 90°

8. Sheńberdiń radiusı 3,2 cm. Onıń diametrin tabıń.

A) 3,2 B) 5,2 C) 6,4 D) 1,6

9. ABC – tuwrı múyeshli úshmúyeshlik (3-súwret) $\angle C$ = 90°, CD – mediana. $\angle BDC$ = 130° bolsa, $\angle A$ ti tabıń.

A) 45° B) 65° C) 75° D) 85°

10. ABC teń qaptallı úshmúyeshliktiń tóbesindegi B múyeshi 80° qa teń. Onıń A tóbesindegi sırtqı múyeshin tabıń.

A) 130° B) 120° C) 110° D) 100°

11. Eger $a \perp b$, $b \perp c$, $c \perp d$ bolsa, tómendegi juwaplardan qaysı biri durıs.

A) $a||c$ B) $b \perp d$ C) $a||d$ D) $b||c$

12. Eger 4-súwrette $AO = OB$, $OC = OD$, BC = 5 cm hám $AO + OC$= 7 cm bolsa, AOD úshmúyeshliktiń perimetrin tabıń.

A) 5 cm B) 7 cm C) 12 cm D) 17 cm

13. Eger 5-súwrette $a||b$ hám $b||c$ bolsa, x = ?

A) 60° B) 70° C) 80° D) 90°

14. ABC úshmúyeshlikte $\angle A$ = 50° hám $\angle B$ = 70° bolsa, onıń úlken tárepin anıqlań.

A) AB B) BC C) AC D) anıqlap bolmaydı.

15. Eger 6-súwrette O sheńber orayı, AO = 4 cm bolsa, BC kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

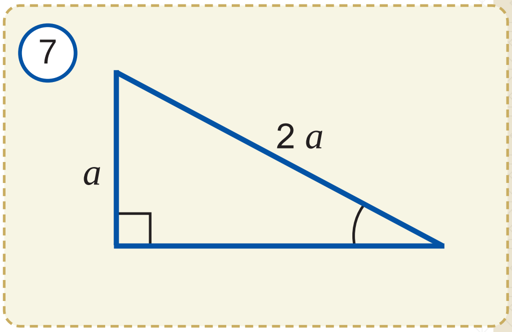
A) 4 cm B) 5 cm C) 2 cm D) 8 cm

16. 7-súwrette kórsetilgenindey úshmúyeshliktiń kishi múyeshin tabıń.

A) 30° B) 45° C) 60° D) 90°

17. Úshmúyeshliktiń bir biyikligi onı perimetrleri 25 cm hám 29 cm bolǵan úshmúyeshliklerge ajıratadı. Eger berilgen úshmúyeshliktiń perimetri 40 cm bolsa, onıń biyikligin tabıń.

A) 10 cm B) 7 cm C) 5 cm D) 9 cm



18. 120° qa teń múyeshke qońsılas múyeshler qosındısın tabıń.

A) 30° B) 45° C) 180° D) 120°

19. ABC úshmúyeshliktiń C múyeshi 70° qa teń bolsa, A hám B múyeshleri bissektrisaları arasındaǵı múyeshti tabıń.

A) 55° B) 60° C) 65° D) 75°.

20. $ABCD$ tuwrı tórtmúyeshliktiń A hám D tóbelerinen júrgizilǵen bissektrisalar BC tárepin 3 teń bólekke ajıratadı. Eger tuwrı tórtmúyeshliktiń tárepleri pútin sanlardan ibarat bolıp, AB = 5 bolsa, onıń perimetrin tabıń.

A) 20 B) 30; C) 40 D) 80.

6.Máseleler

1. Teń qaptallı ABC úshmúyeshliktiń tóbesinen AB ultanına júrgizilgen bissektrisası onı eki úshmúyeshlikke ajıratadı. Bul úshmúyeshliklerdiń teńligin dálilleń.

2. Perimetri 30 cm bolǵan úshmúyeshtiń bir tárepi ekinshi tárepinen 2 cm úlken, úshinshi tárepinen bolsa 2 cm kishi. Úshmúyeshliktiń úlken tárepin tabıń.

3. Úshmúyeshliktiń ultanına túsirilgen medianası onı perimetri 18 cm hám 24 cm ge teń eki úshmúyeshlikke ajıratadı. Berilgen úshmúyeshliktiń kishi qaptal tárepi 6 cm ge teń. Úshmúyeshliktiń úlken qaptal tárepin tabıń.

4. Úshmúyeshliktiń 5 ke teń bolǵan biyikligi onı perimetri 18 hám 26 bolǵan eki úshmúyeshlikke ajıratadı. Berilgen úshmúyeshliktiń perimetrin tabıń.

5. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń perimetri 7,6 cm ge, ultanı bolsa 2 cm ge teń. Qaptal tárepin tabıń.

6. AB hám CD tuwrı sızıqlar O noqatta kesilisedi. BOC hám AOD múyeshlerdiń qosındısı 194° qa teń. AOC múyeshti tabıń.

7. ABC úshmúyeshlikte A múyesh C múyeshke teń, AD biyiklik bolsa BC tárepti teń ekige bóledi. Eger BD = 7,8 cm bolsa, AC nı tabıń.

8. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń qaptal tárepine túsirilgen biyikligi menen ekinshi qaptal tárepi arasındaǵı múyesh 20° qa teń. Úshmúyeshliktiń ultanındaǵı múyeshin tabıń.

9. B múyeshtiń bissektrisasında jatqan D noqattan múyeshtiń táreplerine DA hám DC perpendikulyarlar júrgizilgen. $DA = DC$ bolıwın dálilleń.

10. Eger A, B hám C noqatlar bir tuwrı sızıqta jatıp, AC = 7 m hám BC = 9 m bolsa, AB kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

11. Qońsılas múyeshlerden biri ekinshisinen 18° kishi. Usı múyeshlerdi tabıń.

12. Eki parallel tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq keskende payda bolǵan múyeshlerden biri 55° qa teń. Qalǵan múyeshlerin tabıń.

13. A, B hám C noqatlar bir tuwrı sızıqta jatadı. Eger AB = 2 cm, BC = 3 cm hám AC = 5

cm bolsa, B noqat AC kesindige tiyisli boladı ma? Juwabıńızdı túsindiriń.

14. A noqat BC tuwrı sızıqtıń B hám C noqatları arasında jatadı. Eger BC = 15 cm, AC kesindi bolsa AB kesindiden 3 cm ge qısqa bolsa, AB kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

15. Qońsılas múyeshlerden biri ekinshisinen 5 márte úlken bolsa, usı múyeshlerden úlkenin tabıń.

16. Eki tuwrı sızıqtıń kesilisiwinen payda bolǵan múyeshlerdiń qatnası 5:4 ke teń. Usı múyeshlerden kishisin tabıń.

17. A, B hám C noqatlar bir tuwrı sızıqta jatadı. BC kesindiniń uzınlıǵı AC kesindiniń uzınlıǵınan 2 márte kishi, AB kesindiniń uzınlıǵı bolsa BC uzınlıǵınan 5,3 cm ge uzın. AC kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

18. Teń qaptallı úshmúyeshliktiń tóbesindegi múyeshi 42° qa teń. Ultanındaǵı múyeshlerdiń bissektrisaları kesilisiwinen payda bolǵan súyir múyeshti tabıń.

19. Eki parallel tuwrı sızıqtı úshinshi tuwrı sızıq keskende payda bolǵan múyeshlerden biri 109° qa teń. Qalǵan múyeshlerin tabıń.

7. Quramalı máseleler

1. Jerden Quyashqa shekem bolǵan aralıq shama menen 149 500 mıń km, Jerden Ayǵa shekem bolǵan aralıq bolsa 400 mıń km. Quyashtan Ayǵa shekem bolǵan aralıq: a) Aydıń; b) Quyashtıń tolıq tutılǵan waqtında qanshanı payda etedi?

2. C noqat AB kesindiniń ortası. AB kesindide sonday D noqattı tabıń, DA = 1,5 (DB + DC) bolsın.

3. Qońsılas múyeshlerden biri olardıń ayırmasınan 4 márte úlken. Bul múyeshlerdi tabıń.

4. D noqat ABC úshmúyeshliktiń ishki oblastında jatır. ABC múyesh ADC múyeshten kishi ekenligin kórsetiń.

5. Berilgen súyir múyeshten 25° qa úken bolǵan múyeshti jasań.

6. Úshmúyeshliktiń perimetri onıń bir tárepinen a ǵa, ekinshi tárepinen b ǵa hám úshinshi tárepinen c ǵa úlken. Úshmúyeshlik perimetrin tabıń.

7. Úshmúyeshliktiń medianaları qosındısı onıń perimetrinen kishi, biraq onıń yarım perimetrinen úlken ekenligin dálilleń.

8. Qálegen úshmúyeshti birneshe teń qaptallı úshmúyeshliklerge bóliw múmkinligin dálilleń.

9. Eger BB_1 kesindi ABC úshmúyeshliktiń bissektrisası bolsa, $AB > AB_1$ hám $BC > B_1C$ ekenligin dálilleń.

10. AB hám CD kesindiler O noqatta kesilisedi. Eger $AC = AO = BO = BD$ bolsa, $OC = OD$ ekenligin dálilleń.

11. Úshmúyeshliktiń biyiklikleri kesilisiw noqatında teń ekige bóliniwi múmkin be?

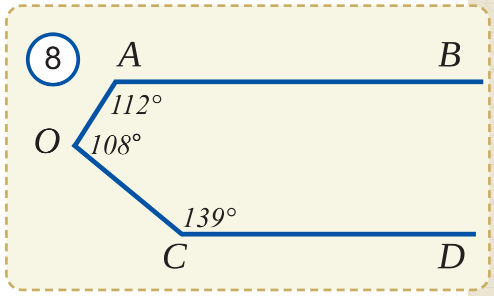
12. A, B, C hám D noqatlar tegislikte sonday jaylasqan, $AB = BC = CA$ hám $DA = DB = DC$. ADB múyesh gradus ólshemin tabıń.

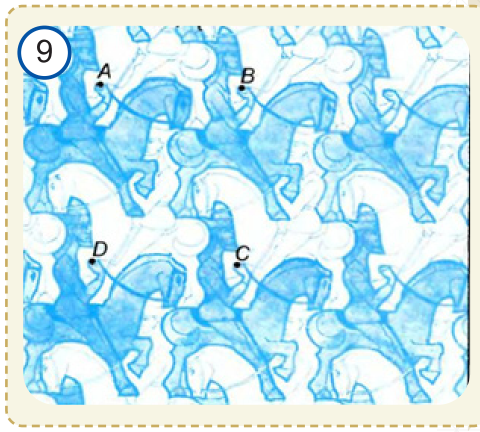
13. 8-súwrettegi AB hám CD kesindiler óz ara parallel boladı ma?

14. Doǵal múyeshtiń gradus ólshemi α ǵa teń. Onıń tәreplerine perpendikulyar eki nur júrgizilgen. Bul nurlar óz ara gradus ólshemi β ǵa teń múyesh payda etedi. $\alpha+\beta=180°$ ekenligin dálilleń.

15. 9-súwrette keltirilgen atlı-shabandozlar súwreti teń figuralardan ibarat. Eger $ABCD$ maydanı S ǵa teń bolǵan tórtmúyeshlik bolsa, bir atlı figurasınıń maydanın anıqlań.

16. ABC teń qaptallı úshmúyeshlikte $AB = AC$, M noqat – AB táreptiń ortası, N noqat bolsa AC táreptiń ortası. N noqattan shıǵıwshı perpendikulyar AB tárepti L noqatta, M noqattan shıǵıwshı perpendikulyar AC tárepti K noqatta kesip ótedi: $MK \perp AB$ hám $NL \perp AC$. $\angle NLK = \angle MKL$ ekenligin dálilleń.





Juwmaqlawshı baqlaw jumısı

Juwmaqlawshı baqlaw jumısı eki bólimnen ibarat boladı. Birinshi bólimde aldınǵı sabaqlarda kórilgen geometriyalıq diktant hám test sorawlarına uqsas 5 diktant sorawları hám 10 testti sheshiw usınıs etiledi. Baqlaw jumısınıń ekinshi bóliminde tómendegi variantta berilgen máselelerge uqsas 6 másele beriliwi múmkin.

Juwmaqlawshı jazba baqlaw jumısı úlgisi

1. Eger 1-súwrette $a||b$ hám $\angle 1 = 45°$ bolsa, $\angle 2$, $\angle 3$ hám $\angle 4$ ti tabıń.

2. ABC úshmúyeshlikte $\angle A = 32°$, B múyesh A múyeshten 12° kishi bolsa, C múyeshke sırtqı bolǵan múyeshti tabıń.

3. 2-súwrette berilgen maǵlıwmatlar tiykarında

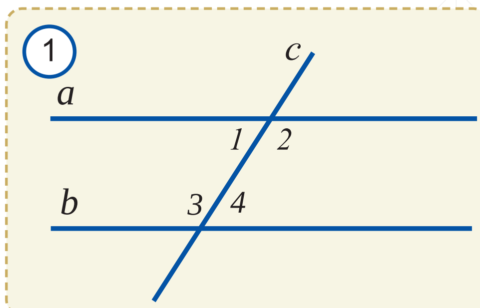
a) $\Delta ABC = \Delta ADC$ ekenligin dálilleń;

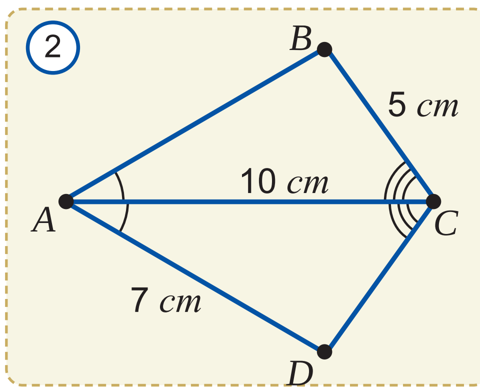
b) ACD úshmúyeshliktiń perimetrin tabıń.

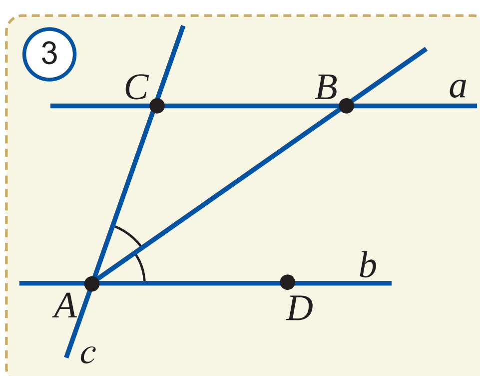
4. 3-súwrette $a||b$ hám AB – CAD múyesh bissektrisası, $AC = 7$ cm. BC kesindiniń uzınlıǵın tabıń.

5. Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń tuwrı múyeshinen túsirilgen biyikligi onıń bissektrisası da boladı. Bul úshmúyeshliktiń múyeshlerin tabıń.

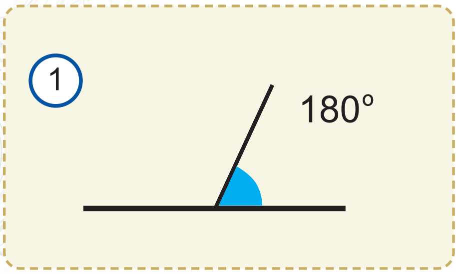
6. Berilgen múyeshke teń múyesh hám onıń bissektrisasın jasań.

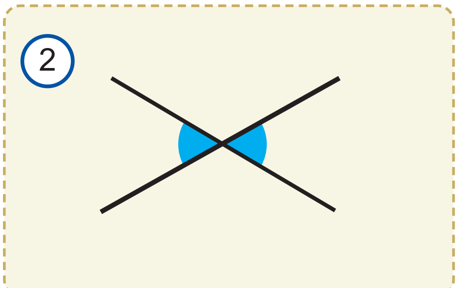






7- KLASS USHÍN GEOMETRIYAǴA TIYISLI TIYKARǴÍ MAǴLÍWMATLAR



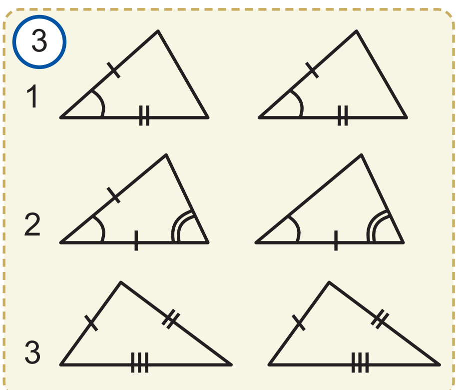


Qońsılas hám vertikal múyeshler

Qońsılas múyeshler qosındısı 180° qa teń *(1-súwret)*.

Qońsılas múyeshlerdiń bissektrisaları óz ara perpendikulyar.

Vertikal múyeshler teń *(2-súwret)*.



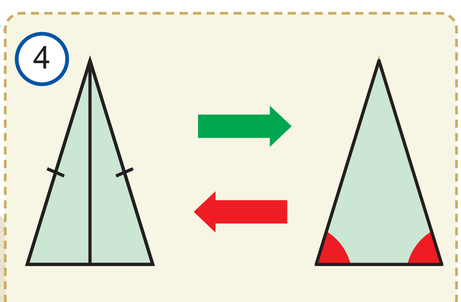
Úshmúyeshlikler

Úshmúyeshliklerdiń teńlik belgileri*(3-súwret)*:

1) (TMT) eki tárepi hám olar arasındaǵı múyeshi boyınsha;

2) (MTM) tárepi hám oǵan irgeles eki múyeshi boyınsha;

3) (TTT) úsh tárepi boyınsha.



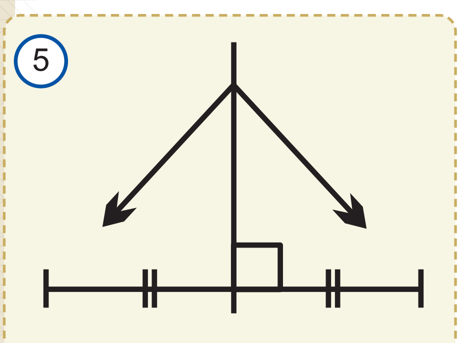
Teń qaptallı úshmúyeshlikler

Teń qaptallı úshmúyeshliktiń ultanındaǵı múyeshleri teń boladı *(4-súwret)*.

Eger úshmúyeshliktiń eki teń múyeshi bolsa, ol teń qaptallı úshmúyeshlik boladı *(4-súwret)*.

Teń qaptallı úshmúyeshlik tóbesinen ultanǵa túsirilgen bissektrisa onıń biyikligi hám medianası da boladı.

Eger úshmúyeshliktiń biyikligi onıń bissektrisası yamasa medianası da bolsa, bul úshmúyeshlik teń qaptallı boladı.



Kesindi orta perpendikulyarı qásiyeti

Kesindi orta perpendikulyarınıń qálegen noqatı usı kesindiniń tóbelerinen teń aralıqta jaylasqan *(5-súwret)*.

Eger noqat kesindi tóbelerinen teń aralıqta jaylasqan bolsa, ol kesindi orta perpendikulyarında jatadı.

Orta perpendikulyar – kesindi tóbelerinen teń aralıqta jaylasqan noqatlardıń geometriyalıq ornı.

Parallel tuwrı sızıqlar

Úshinshi tuwrı sızıqqa parallel eki tuwrı sızıq óz ara parallel boladı.

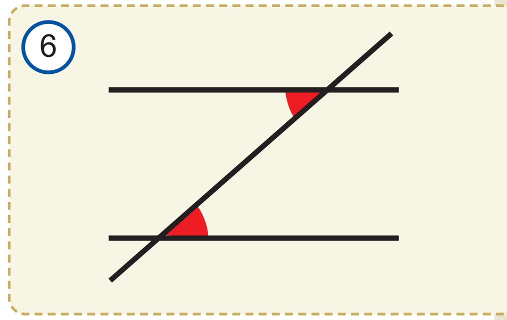
Eger ayqısh múyeshler teń bolsa, onda tuwrı sızıqlar parallel hám kerisinshe *(6-súwret)*.

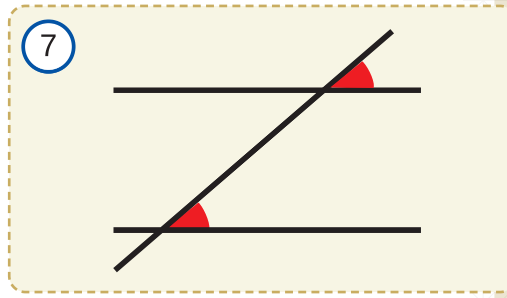
Eger sáykes múyeshler teń bolsa, onda tuwrı sızıqlar parallel hám kerisinshe *(7-súwret)*.

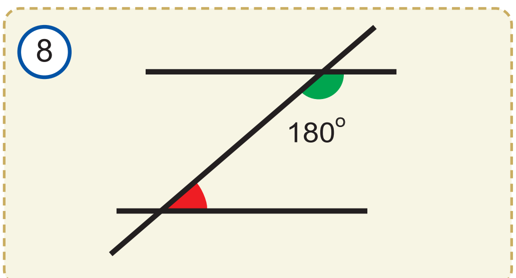
Eger bir tárеplemeli múyeshler qosındısı 180° bolsa, onda tuwrı sızıqlar parallel hám kerisinshe *(8-súwret)*.

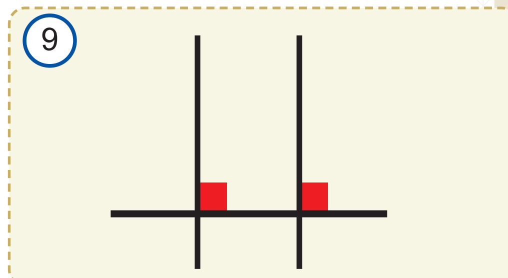
Úshinshi tuwrı sızıqqa perpendikulyar eki tuwrı sızıq biri-birine parallel boladı *(9-súwret)*.

Parallel sızıqlardan birine perpendikulyar bolǵan tuwrı sızıq olardıń ekinshisine de perpendikulyar boladı.









Úshmúyeshlik tárepleri hám múyeshleri arasındaǵı qatnaslar.

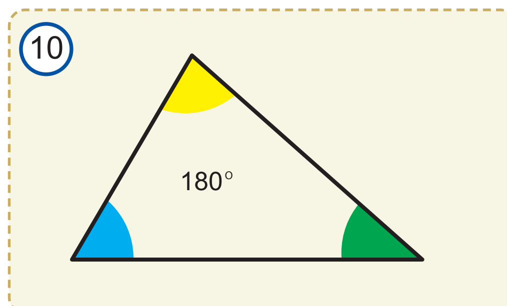
Úshmúyeshliktiń ishki múyeshleriniń qosındısı 180° qa teń *(10-súwret).*

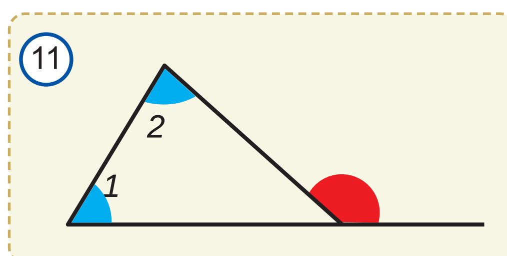
Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi oǵan qońsılas bolmaǵan eki ishki múyeshler qosındısına teń *(11-súwret)*.

Úshmúyeshliktiń sırtqı múyeshi oǵan qońsılas bolmaǵan hárqanday ishki múyeshten úlken.

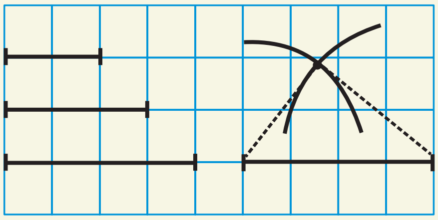
Úshmúyeshliktiń qálegen tárepi onıń qalǵan eki tárepi qosındısınan kishi.

Úshmúyeshlikte úlken múyesh qarsısında úlken tárep, úlken tárep qarsısında bolsa úlken múyesh jatadı.

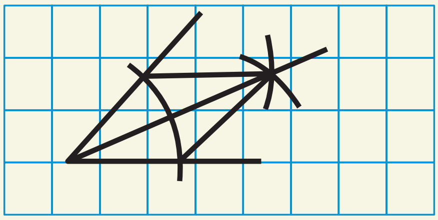




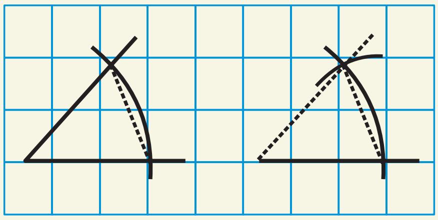
12



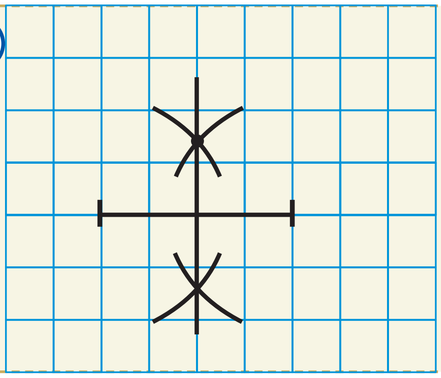
13



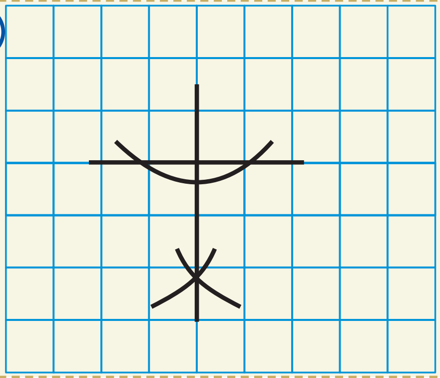
14



15



16



Tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler

Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń eki súyir múyeshi qosındısı 90° qa teń.

Tuwrı múyeshli úshmúyeshlikte 30° múyesh qarsısında jatqan katet gipotenuzanıń yarımına teń.

Tuwrı múyeshli úshmúyeshliktiń kateti gipotenuzasınan kishi.

Tuwrı múyeshli úshmúyeshlikler teńligi belgileri:

1) (KK) eki kateti boyınsha;

2) (KM) katet hám oǵan irgeles súyir múyeshi boyınsha;

3) (GM) gipotenuza hám súyir múyeshi boyınsha;

4) (GK) katet hám gipotenuza boyınsha.

Múyesh bissektrisasınıń qásiyeti

Múyesh bissektrisasınıń qálegen noqatı múyesh tareplerinen teń aralıqta jaylasqan.

Eger múyesh ishki oblastındaǵı noqat múyesh tareplerinen teń aralıqta jaylasqan bolsa, ol múyeshtiń bissektrisasında jatadı.

Bissektrisa - múyeshtiń tareplerinen teń aralıqta jaylasqan múyesh ishindegi noqatlardıń geometriyalıq ornı.

Jasawǵa tiyisli tiykarǵı máseleler

Úsh tárepi boyınsha úshmúyeshlik jasaw *(12-súwret)*;

Múyesh bissektrisasın jasaw *(13-súwret)*;

Berilgen múyeshke teń múyeshti jasaw *(14-súwret)*;

Kesindiniń ortasın jasaw *(15-súwret)*;

Berilgen tuwrı sızıqqa perpendikulyar tuwrı sızıqtı jasaw *(16-súwret)*.

10 nan 99 ǵa shekem bolǵan natural sanlar kvadratlarınıń kestesi									
Onlıq / Birlik	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	100	400	900	1600	2500	3600	4900	6400	8100
1	121	441	961	1681	2601	3721	5041	6561	8281
2	144	484	1024	1764	2704	3844	5184	6724	8464
3	169	529	1089	1849	2809	3969	5329	6889	8649
4	196	576	1156	1936	2916	4036	5476	7056	8836
5	225	625	1225	2025	3025	4225	5625	7225	9025
6	256	676	1296	2116	3136	4356	5776	7396	9216
7	289	729	1369	2209	3249	4489	5929	7569	9409
8	324	784	1444	2304	3364	4624	6084	7744	9604
9	361	841	1521	2401	3481	4761	6241	7921	9801

Grek alfaviti

Jazılıwı	Oqılıwı
$A \ \alpha$	alfa
$B \ \beta$	betta
$\Gamma \ \gamma$	gamma
$\Delta \ \delta$	delta
$E \ \varepsilon$	epsilon
$Z \ \zeta$	dzeta
$H \ \eta$	eta
$\Theta \ \theta$	teta
$I \ \iota$	yota
$K \ \kappa$	kappa
$\Lambda \ \lambda$	lyambda
$M \ \mu$	myu
$N \ \nu$	nyu

Jazılıwı	Oqılıwı
$\Xi \ \xi$	ksi
$O \ o$	omikron
$\Pi \ \pi$	pi
$P \ \rho$	ro
$\Sigma \ \sigma$	sigma
$T \ \tau$	tau
$Y \ \upsilon$	yupsilon (ipsilon)
$\Phi \ \varphi$	fi
$X \ \chi$	xi
$\Psi \ \psi$	psi
$\Omega \ \omega$	omega

Juwaplar hám kórsetpeler

1 **3.** $\begin{cases} O \in a \\ O \in b \end{cases}$ *O* noqat a tuwrı sızıqqa da, b tuwrı sızıqqa da tiyisli, yaǵnıy olardıń kesilisiw noqatı; *B* noqat tek ǵana *a* tuwrı sızıqqa tiyisli; $\begin{cases} A \notin a \\ A \notin b \end{cases}$; $\begin{cases} C \notin a \\ C \notin b \end{cases}$; $\begin{cases} D \notin a \\ D \notin b \end{cases}$; $\begin{cases} E \notin a \\ E \notin b \end{cases}$ *A; C; D; E* noqatlar *a* tuwrı sızıqqa da, *b* tuwrı sızıqqa da tiyisli emes. **4.** a) A, O, *E* noqatlar *a* tuwrı sızıqqa tiyisli; b) *D* hám *O* noqatlar *b* tuwrı sızıqqa tiyisli; c) *O* noqat *a* tuwrı sızıqqa da, *b* tuwrı sızıqqa da tiyisli; d) *A, E* noqatlar *a* tuwrı sızıqqa tiyisli, *b* tuwrı sızıqqa tiyisli emes; e) *D* noqatlar *b* tuwrı sızıqqa tiyisli, *a* tuwrı sızıqqa tiyisli emes; f) *B* hám *C* noqatlar *a* tuwrı sızıqqa da, *b* tuwrı sızıqqa tiyisli emes. **5.** A noqat *AB* hám *AC* ǵa tiyisli. **6.** 1 ew yamasa sheksiz kóp. **7.** jatpaydı. **8.** a) qálegenshe; b) 1ew; c) 1 ew yamasa 3 ew. **9**.2 ew, 3 ew, 4 ew. **10.** 2 ew, 7 ew. **11.** 6 tuwrı sızıq. Bul tuwrı sızıqlar tegislikti 16 bólekke ajıratadı.**12**.a) 3 ; b) 6. **13**.6; 10. **14*.** Múmkin emes.

2 **1.** 6. **2.** 6: *AB, BC, CD; AC; AD; BD*. **3.** Tolıqtırıwshı nurlar: 1) *AB* hám *AE*; 2) *AC* hám *AF*; 3) *AD* hám *AH* . **4.** a) *C* noqattan shıǵıwshı nurlar: *CA, CD, CB, CM, CN*; tolıqtırıwshı nurlar: *CA* hám *CD* yamasa *CA* hám *CB*; b) *D* noqattan shıǵıwshı nurlar: *DC, DA, DB, DQ, DP;* tolıqtırıwshı nurlar: *DC* hám *DB* yamasa *DA* hám *DB*. **5**.4 ew, 6. **7.** a) *b* hám *d, p* hám *q, n* hám *u* ; b) 2 hám 5; 6 hám 9. **8.** 3 hám 14; 4 hám 10; 6 hám 9; 5 hám 12. **9*.** a) 2 ew; b) 3 ew; c) 4 ew; d) 11. **10.** 2ew; 4 ew; 7 ew; **11.** 11. Awa. **12.** 1 birlik; 2 birlik; $\frac{1}{2}$ *birlik* ; $\frac{2}{3}$ *birlik* ; **13.** 4 *cm*; 5 *cm*; 6,5 *cm*; 1 *cm*; 2,5 *cm*; 1,5 cm. **14.** a) 6,6; b) 1; c) 9. **15**. 12,8 *cm*. **16**. 0,8. **18.** Eki jaǵday bolıwı múmkin. *B* noqat *AC* kesindide bolsa, *AC*=800 *m*. *C* noqat *AB* kesindide bolsa, *AC*=400 *m*. **20.** 46 *cm*. **21.** a) 24 *cm*; b) 14 *cm*. **22.** 5. **23**. a) 2; b) 1. **25**. 26. **26**. $CD = \frac{AB}{2} + 46\ cm$. **28.** a) 5 *cm*; b) 7,8 *m*; c) 2,8 *km*. **29.** a) 70 *cm*; b) 186 *dm*; c) 82 *m*. **30**. a) *AC*=5 *cm*; *BC*=4 *cm*; b) *AC*=11 *cm*; *BC*=2 *cm*; c) *AC*=10 *cm*;*BC*=1 *cm*. **32.** *B* noqat *A* hám *C* noqatlar arasında jatadı. **33.** a) 5,9 *cm*; b) 9,5 *cm*. **34.** a) 3AB; b) $\frac{3AC}{2}$; c) $\frac{3AE}{4}$; **36.** Bir tuwrı sızıqta alınǵan qálegen úsh noqattıń tek ǵana biri qalǵan ekewiniń ortasında jatadı. **37.** Hárqanday eki noqattan tek bir tuwrı sızıq ótedi.

3 **1.** a) Múyeshtiń tóbesi: N; Múyeshtiń tárepleri NM hám NL; b) Múyeshtiń tóbesi: *B*; Múyeshtiń tárepleri: BA hám BO. **2.** Múyeshler: ∠BAC,∠BAD,∠CAD ; Múyeshtiń tóbesi: A; Múyeshtiń tárepleri: AB, AC, AD. **3.** a) ∠AOC, ∠COD, ∠BOD, ∠AOD, ∠AOB, ∠COD. b) ∠AOB, ∠BOC, ∠COD, ∠DOE, ∠AOE, ∠AOC, ∠AOD, ∠BOD, ∠COE, ∠BOE. **5.** a) awa; b) awa c) yaq. **6.** a) 72° ; b) 60°19' ; c) 55°45'. **8.** ∠AOB=60°, ∠AOC=90°, ∠AOD=130°, ∠BOC=30°, ∠BOD=70°; ∠COD=40°. Bissektrisaları: 1) 30°; 2) 45°; 3) 65°; 4) 15°; 5) 35°; 6) 20° múyeshlerden ótedi. **9.** a) awa; b) yaq; **11.**1) 24,5°; 2) 39,5°; 3) 71°. **13.** a) 87°56'; b) 128°29' 47"; c) 1°47' 29". **17.** a) awa; b) awa; c) yaq. **19*.** 61°. **20***. a) 90°; b) 180°.

4 **9.** 246 shaqırım. **10.** a) Tashkent hám Fergana qalaları arasındaǵı aralıq 148 km. b) Tashkent hám Termiz qalaları arasındaǵı aralıq 444 km. c) Tashkent hám Jizzax qalaları arasındağı aralıq 126 km. d) Tashkent hám Gúlistan qalaları arasındağı aralıq 90 km. e) Tashkent hám Samarqand qalaları arasındağı aralıq 183 km. f) Tashkent hám Qarshı qalaları arasındağı aralıq 280 km. g) Tashkent hám Nawaiy qalaları arasındağı aralıq 319 km. h) Tashkent hám Úrgenish qalaları arasındağı aralıq 704 km. i) Tashkent hám Nókis qalaları arasındağı aralıq 777 km. j) Tashkent hám Qaraqalpaqstan arasındağı aralıq 1019 km. **11.** 1) 38,1 cm; 2) 43,18 cm; 3) 48,26 cm. **12.** 1) Jerden Quyashqa shekem 149637000 km. 2) Veneradan Quyashqa shekem 107803000 km. 3) Merkuriydan Quyashqa shekem 57924000 km. 4) Marstan Quyashqa shekem 226869000 km. 5) Yupiterden Quyashqa shekem 777147000 km. 6) Saturnnan Quyashqa shekem 1427183000 km. 7) Urannan Quyashqa shekem 2 868 847 000 km. 8) Neptunnan Quyashqa shekem 4 498 764 000 km. **13.** a) 2235 m; b) 7822,5 m; c) 10 877 m.

1-baqlaw jumısı: 1. BC=3 cm. 2. BC=12 cm. 3. ∠BOC=35°. 4. ∠O=150°.

5

3. 45°. **4.** a) 8; b) 8; c) 8; d) 8. **5.** 5 súyir; 1 doğal. **6.** Eki márte búklew arqalı payda etiw múmkin. **7.** 3.00, 9.00. **8.** a) 105°; b) 75°; c) 105°. **9.** a) 30°; b) 180°; c) 1°. **10.** a) 160°; b) 90°; c) 35°; d) 171°. **11.** A) 146°; b) 71°; c) 175°; d) 13°. **12.** ∠AOB=135°, ∠BOC=45°. **13.** ∠AOB=36°, ∠BOC=144°. **14.** a) 140°; b) 43°. **15.** a) 40°; 140°; b) 55°; 125°; c) 18°; 162°. **16.** 140°, 40°, 140°.

17.

∠1	34°	62°	48°	19°	175°
∠2	146°	118°	132°	161°	5°

18.

∠1	12°	162°	120°	15°	45°
∠2	168°	18°	60°	165°	135°

19. 1) 110°; 2) 50°; 3) 50°. **20.** 149°; 2) 59°; 3) 59°. **22.** a) 45°; 135°; b) 60°; 120°; c) 30°; 60°; 90°. **23.** a) 75°; 105°; b) 100°; 80°; d) 108°; 72°. **24.** a) 120°; б) 80°; в) 60°; 60°; 60°. **25.** g) 90°; 90°; 90°; d) 75°; 105°; 75°; e) 46°; 46°; 134°. **26.** 135°. **27.** 135°. **28.** a) ∠3=∠4; ∠9=∠10; b) ∠1 hám ∠2. **29.** OC nur ∠AOD tiń; OD nur ∠COE tiń; OE nur ∠DOB tiń; OD nur∠AOB tiń bissektrisası boladı. **30.** A noqat B hám C noqatlar arasında jatadı.

6

3. 30°. **5.** AO=1 cm, AB=2 cm, AC=1 cm. **6.** 13700 km. **7.** a) B noqat qalğan ekewi arasında jatadı; b) A noqat qalğan ekewi arasında jatadı. **8.** 90°. **10.** Nurlardan OC qalğan ekewiniń arasında jatadı. **11.** 60°; 60°. **12.** 80°, 100°, 80°, 100°. **13.** OE hám OF bir tuwrı sızıqta jatadı. **6 – testler: 1.** E; **2.** D; **3.** D; **4.** A; **5.** E; **6.** B; **7.** E; **8.** E; **9.** B; **10.** A; **11.** A; **12.** D; **13.** E; **14.** B; **15.** A; **16.** A; **17.** B; **18.** E

7

2. 90°. **3.** 60°. **4.** yaq. **5.** Másele 2 sheshimge iye: 1) 65°; 2) 15°. **6.** 15°. **7.** a) ∠AOC=45°; ∠BOC=45°; b) ∠AOC=30° ; ∠BOC=30°; c) ∠AOC=25° ; ∠BOC=25°; d) ∠AOC=10°; ∠BOC=10°. **8.** ∠DOE=60°. **9.** Yaq. **10.** Másele eki sheshimge iye: 1) 0,5 m; 2) 5,9 m. **11.** a) AC=9m, BC=6 m; b) AC=7,5 m, BC=7,5 m; c) AC=6 m, BC=9m. **13.** a) 15; b) 21; c) 45. **15.** 1,3. **16.** 6. **17.** 4.30 yamasa 7.30. **18.** 6. **19.** ∠AOB=110°, ∠BOC=70°; b) ∠AOB=36°, ∠BOC=144°; c) ∠AOB=112°, ∠BOC=68°; d)∠AOB= 150°, ∠BOC=30°. **20.** 50°, 130°, 50°, 130°. **21.** a) C∊AB; b) A∊BC. **22.** a) x=180°-α; y=α. b) x=90°; y=90°; c) x=180°-α ; y=α. **23.** a) 6; b) 10; c) $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ *ta* 2. **24.** $b_{50}=\frac{2^{49}}{10}$ *mm.*

8

6. 1,2,3,4,5,7 cifr belgileri sınıq sızıq boladı. **7.** a) a, b, d, e, g; b) c, f, h; c) c, f. **9.** a) tuwrı; b) súyir; c) teń qaptallı; d) teń tárepli e) doğal múyeshli. **10.** a) tuwrı múyeshli úshmúyeshlik, b) súyir múyeshli úshmúyeshlik, c) teń tárepli úshmúyeshlik, d) teń qaptallı úshmúyeshlik, e) doğal múyeshli úshmúyeshlik. **11.** a) 12,2 dm; b) 102,4 m. **12.** a) 139,6 mm; b) 102,4 m. **14.** Hárbir múyeshi 60°. **15.** a) 3 ew; b) 3 ew; c) 3 ew. **16.** 1) ABE-doğal; 2) ACE, BCE, DCE-tuwrı; 3) BED-teń qaptallı; 4) AED-túrli tárepli. **20.** Biyiklik, bissektrisa, mediana hám ishki múyeshler. **21.** Tuwrı múyeshli úshmúyeshlik. **22.** Awa. **23.** 3. **24.** 9. **25.** 16. **27.** ΔKLM- tuwrı múyeshli úshmúyeshlik, ML=5 cm. 28.18 cm; 24 cm; 30 cm. Bul tuwrı múyeshli úshmúyeshlik. **29.** a=36 mm; b=48 mm; c=60 mm.

9 **3.** AB=BA; BC=AC; AC=BC. **4.** ∠MNL= ∠LMN; ∠MLN=∠LNM; ∠NML=∠MLN. **5.** ∠B=80°; ∠D=52°; ∠F=48°. **6.** AB=LM=5; BC=MN=8; AC=LN=9. **7.** x=5. **12.** e) ∠D=35°, ∠C=62°. **13.** 85°. **15.** Yaq.

10 **1.** 10 cm. **2.** a=12 ; b=8. **8.** AB=8 cm; BC=8 cm; AC=11 cm.

11 **2.** 4. **3.** ∠E=∠N=35°; ∠D=∠L=135°; ED=NL=7. **10.** AC=BD=7.

12 **5.** 6. ΔABN=ΔCAK; ΔABC=ΔCNK; ΔBNK=ΔBCK; ΔBNC=ΔCKN; ΔBAC= ΔKAN; ΔBAN = ΔKAC. **8.** 3. ΔABD=ΔACD; ΔABC=ΔBCD; ΔAOB=ΔCOD. **10.** 10,4 cm. **12.** 8 cm. **15.** $\angle C_1=90°$, $\angle A_1=30°$, $\angle B_1=60°$. **16.** 10 sm, 10 cm.

13 **5 – testler:** **1.** B; **2.** A; **3.** B; **4.** E; **5.** D. **6.** A. **7.** D; **8.** A; **9.** B; **10.** D; **11.** A; **12.** B; **13.** A; **14.** B; **15.** D; **16.** A. **6 – máseleler:** 1. 1) Teń tárepli úshmúyeshlik ;2) Tuwrı múyeshli úshmúyeshlik. 3) Súyir múyeshli úshmúyeshlik; 4) Teń qaptallı úshmúyeshlik; 5) Doǵal múyeshli úshmúyeshlik. 2. 1) Úshmúyeshlikler teń emes. TMT belgisine sáykes emes. 2) Úshmúyeshlikler teń. TMT belgisi boyınsha teń. 3) Úshmúyeshler teń emes. TMT belgisine sáykes emes. 4) Úshmúyeshlikler teń. MTM belgisi boyınsha teń. 5) Úshmúyeshlikler teń. TTT belgisi boyınsha teń. 6) Úshmúyeshlikler teń emes. TMT belgisine sáykes emes. **7.** Awa. **8.** ΔABD=ΔCAD; ΔAED=ΔAFD; ΔBED=ΔCFD. **11.** 58°. **12.** 48°. **13.** 120°.

3-baqlaw jumısı: **1.** 10. **3.** $7\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{3}$, $3\frac{11}{15}$.

14 **2.** a∥b; c∥d. **4.** Awa. 6.1) a∠b, 3 bólek payda boladı. 2) a∠b, 4 bólek payda boladı. **8.** a) Vertikal múyeshler: ∠1 hám ∠4; ∠2 hám ∠3; ∠5 hám ∠7; ∠6 hám ∠8 . b) Qońsılas múyeshler: ∠1 hám ∠2; ∠2 hám ∠4; ∠4 hám ∠3; ∠3 hám ∠1; ∠5 hám ∠6; ∠6 hám ∠7; ∠7 hám ∠8; ∠8 hám ∠5. **9.** ∠1=∠6=63°; ∠2=∠3=∠5=∠7=117°. b) ∠2=∠3=∠5=∠7=117°; ∠4=∠8=63°. **10.** ∠1=∠3==∠5=∠7=117°; ∠4=∠8=63°. **11.** ∠2=∠4=∠6=∠8=58°; ∠3=∠5=122°. **12.** 98°, 82°, 98°; 70°, 110°, 70°. **13.** ∠2=148°; ∠3=148°; ∠4=32°; ∠6=46°; ∠7=134°; ∠8=46°. **14.** ∠3=∠5 ishki ayqısh; ∠2=∠8 Sırtqı ayqısh; ∠4=∠6 ishki ayqısh múyeshler teń. **15.** Teńlikler orınlanadı. **16.** Múmkin. **17.** ∠1+∠8=180°; ∠2+∠7=180°; ∠4+∠5=180°; ∠3+∠6=180°. **18.** ayqısh múyeshler óz ara teń boladı.

15 **1.** x=150°. **3.** x=60°; y=120°. **8.** a) awa; b) awa. **9.** a) yaq; b) awa. **11.** 1 ewin kespewi múmkin yamasa hámmesin kesip ótedi. **12.** AD∥BC . **13.** a) a∦b; b) a∥b. **14.** x=116°. **15.** ∠2=75°; ∠3=105°; ∠4=75°; ∠6=75; ∠7=105°; ∠8=75°. **16.** ∠1=60°; ∠2=120°; ∠4=120°; ∠5=60°; ∠6=120°; ∠7=60°. **17.** ∠2 = ∠4 = ∠6 = ∠8 = 75°. **18.** a) BC ∥ AD; AB ∥ CD. b) AD ∥ BC; c) AD ∥ BD

16 **1.** a) nadurıs; b) nadurıs; c) nadurıs; d) nadurıs; e) nadurıs; f) nadurıs; g) nadurıs; h) nadurıs. **2.** a) durıs; b) durıs; c) durıs. **3.** a) durıs; b) durıs; c) durıs. **4.** ∠2=45°; ∠3=135°; ∠4=45°; ∠5=135°; ∠6=45°; ∠7=135°; ∠8=45°. **5.** ∠1=131°; ∠3=131°; ∠4=49°; ∠5=131°; ∠6=49°; ∠7=131°; ∠8=49°. **9.** 45°. **10.** x=11°. **14.** ∠2 = ∠3 = 53°. **15.** ∠1=73°, ∠2=73°. **16.** 70°, 110°. **19.** 70°, 110°. **20.** a) múmkin b) múmkin. **21.** a) múmkin b)múmkin. **23.** x=105°. **24.** x=35°. **25.** ∠1=78°; ∠2=102°; ∠3=78°; ∠4=102°; ∠5=78°; ∠6=102°; ∠7=78°; ∠8=102°. **26.** ∠1=64°; ∠2=116°; ∠3=64°; ∠4=116°; ∠5=64°; ∠6=116°; ∠7=64°; ∠8=116°. **27.** Yaq. **28.** x=42°. **29.** 8 múyeshten 4 ewi doǵal boladı. Eger bunday bolmasa, múyeshlerdiń barlıǵı 90° qa teń boladı. a⊥c; b⊥c; a∥b boladı. **30.** ∠1=∠3=∠5=∠7=50°; ∠2=∠4=∠6=∠8=130°. **32.** ∠D=98°

17 **5 – testler: 1.** A; **2.** B; **3.** A; **4.** D; **5.** D; **6.** D; **7.** D; **8.** E; **9.** B; **10.** B; **11.** D; **12.** E; **13.** A; **14.** B; **15.** E; **16.** A. **6 – máseleler: 1.** Awa. **2.** Awa. **3.** ∠4=∠7=118°; ∠2=∠3=∠6=∠8=62°. **4.** $a \nparallel b$. **5.** x=55°. **6.** 128°. **8.** ∠1=∠3=∠5=∠7=42°; ∠2=∠4=∠6=∠8=133°. **9.** ∠1=∠3=∠5=∠7=20°; ∠2=∠4=∠6=∠8=160°. **10.** ∠1=∠3=∠5=∠7=75°; ∠2=∠4=∠6=∠8=105°. **11.** 59°. **12.** ∠1=∠3=∠5=∠7=72°; ∠2=∠4=∠6=∠8=108°. **4-baqlaw jumısı: 1.** ∠3=∠5=∠7=34°; ∠2=∠4=∠6=∠8=146°. **2.** 52°.

18 **1.** a) 80°; b) 25°; c) 45°; d) 45°. **2.** a) 63°; b) 90°; c) 113°, d) 15°. **3.** 102°. **4.** a) 80°, 50°; b) 30°; 60°; 90°; c) 50°, 60°, 70°. **5.** a) 65°; b) 45°; 90°; 45°. **6.** a) 79°; b) 105°. **7.** x=20°,y=50°. **9.** x+y=270°. **10.** 60°. **11.** 60°, 60°, 60°. **12.** 45°, 45°, 90°. **13.** a) 65°, 65; b) 60°; 60°; c) 37,5°; 37,5°. **14.** 60°, 45°, 75°. **15.** 30°, 120°. **16.** a) 75°; b) 34°; 68°; c) 50°. **17.** a) 128° ; b) 51°.

18. x+y+z=540°-(α+β+γ). **19.** 50°; 90°; 40°. **20.** a) 90°; b) 50°; c) 110°, d) 60°. **21.** 60°; 48°. **22.** 540°. **23.** 24°, 36°, 60°. **25.** a) 30°, 30°; b) 55°, 55°. **26.** a) 15°, 150°; b) 75°, 30°. **28.** ∠AOB=122,5°; ∠EOC=65°. **29.** 30°. **30.** 67,5°. **31.** Awa. **32.** Múmkin emes. **33.** ∠A=80°, ∠B=30°, ∠C= 70°. **34.** ∠A=35°; ∠B=35°. **35.** a) 70°; b) 75°; d) 80°; e) 72°; f) 120°; g) 80°; h) 36°

19 **1.** a) AB; b) AB. **2.** a) PR; b) PR. **3.** ∠A=67°; ∠B=23°; ∠C=90°. **4.** a) 78°; 12°; 90°; b) 47°; 43°; 90°. **5.** ∠A=60°; ∠B=30°; ∠C=90°; AC=17; $BC=17\sqrt{3}$. **6.** 60°, 30°, 90°. **7.** 1) 4; 2) 6; 3) 60°. **8.** a) 5; b) 13,5; c) 9. **9.** 1) 35°; 2) 130°; 3) 90°; 4) 130°; 5) 100°; 6) 90°. **10.** a) Yaq; b) yaq; d) awa; e) yaq.

20 **1.** a) boladı; b) boladı; d) boladı; e) yaq; f) yaq. **2.** a) boladı; b) boladı; c)boladı; d) yaq; f) boladı. **6.** 7 cm. **7.** 7 cm, 7 cm. **11.** 180°. **12.** 270°. **13.** 6. **14.** 8 cm. **17.** ∠B=80°.

21 **1.** BC; **2.** AB hám BC (AB=BC). **3.** a) ∠A yamasa ∠C; b) ∠B. **4.** a) ∠C; b) ∠B. **5.** a) Múmkin; b) múmkin emes. **6.** Múmkin emes; b) múmkin. **7.** a) bar; b) joq; c) bar; d) bar. 8. a) 7; b) 10; c) 8 yamasa 5. **9.** a) Múmkin. Úshmúyeshliktiń eki tárepi qosındısı úshinshi tárepinen úlken bolıwı zárúr. Teń de, kishi de bolmawı kerek. Bolmasa úshmúyeshlik payda bolmaydı. b) Múmkin emes.Úshmúyeshlik payda bolmaydı. c) Múmkin emes.Úshmúyeshlik payda bolmaydı. **10.** a) Múmkin. Úshmúyeshliktiń eki tárepi qosındısı úshinshi tárepinen úlken bolıwı zárúr.Teń de,-kishi de bolmawı kerek. Bolmasa úshmúyeshlik payda bolmaydı.. b) Múmkin emes. Úshmúyeshlik payda bolmaydı. c) Múmkin emes. Úshmúyeshlik payda bolmaydı. **11**.a) Eń úlken múyesh A, eń kishi múyesh C. b) Eń úlken múyesh A, eń kishi múyesh C yamasa B. c) Eń úlken múyesh A yamasa B. eń kishi múyesh C. **12.** a) BC<AB<AC; b) BC=AB<AC; c) BC=AC=AB. **14.** 7; 7; 11. **15.** 7. **16.** Úshmúyeshlik yamasa kesindi. **18.** Eń úlkeni ∠ACB, eń kishisi ∠ABC. **19.** Ultanı, qaptal tárepi. **20.** a) BC>AC>AB; b) BC=AC<<AB. **21.** 60°; 120°; 60°; 120°. **22.** 0°<∠B<60°. **23.** Súyir múyeshli úshmúyeshlik. **24.** Eń úlkeni BC, eń kishisi AB. **25.** Úshmúyeshliktiń eń kishi tárepi BC. **26.** a) Úshmúyeshlik bolmaydı. b) Úshmúyeshlik bolmaydı. **27.** Úshmúyeshlik bolmaydı.

22 **1.** 1) 180°; 2) 360°. **2.** ∠B=75°; ∠C=75°. **3.** c=10 cm . **6.** Ishki múyeshler qosındısı α=1080° qa teń. Sırtqı múyeshler qosındısı β=360° qa teń . **7.** 72°. **8.** a=20 cm, b=40 cm, c=40 cm. **9.** a) ∠A = ∠B=45° lı bolganı ushın terektiń uzınlıgı onıń sayasınıń uzınlıgına teń; b) $AB=A_1B_1$ bolganı ushın AB kóldiń keńligi sonsheli boladı; c) AB qansha uzınlıqta bolsa, AC kóldiń uzınlıgı ogan teń boladı; d) jarlıqtıń uzınlıgı AB=2BC boladı. **10.** Kóldiń uzınlıgı AB =AC-CB ga teń. **11.** Shama menen, awa

4 – testler: 1. B; **2.** C; **3.** B; **4.** B; **5.** D; **6.** B; **7.** B; **8.** B; **9.** E; **10.** A; **11.** D; **12.** A; **13.** D; **14.** A; **15.** D; **16.** D; **17.** D; **18.** D. **19.** A.

5 – Másele. 1. Múmkin emes. **2.** 1) a=1; b=7; c=7. 2) a=2; b=6; c=7. 3) a=3; b=5; c=7. 4) a=4; b=4; c=7. **3.** Yaq, $h_b>b$; $h_b=a$; $h_b=b$. **4.** 18. **5.** 63°, 63°, 54°. **7.** 60°. **8.** 90°. 10. 40°, 40°, 100°. **11.** Teń boladı. **13.** Awa. **14.** 20. **15.** 13. **16.** 1) 24°; 2) 70°. 17. 35°, 110°, 35°. **18.** 134°. **19.** 90°. **20.** awa. **21.** 39°,117°,24°.

5-baqlaw jumısı: 1. 65°. **2.** 40°, 60°, 80°. **3.** 12 cm. **4.** 40°, 60°, 80°.

23 **Testler: 1.** A**; 2.** D**; 3.** B.

24 **1.** 20 cm. **2.** 20°. **3.** 15°. **4.** 30°. **5.** 40°; 60°; 80°. **6.** 1:2. **7.** 76°. **8.** 42°. **9.** 21°, 69°. **10.** ∠AOB=122,5°. **11.** 72°. **12.** 46°. **28.** Súyir múyeshli. **30.** a) 92°; b) 42°. **31.** 6; 6; 6; 60°. **33.** 45°. **35.** Kesindi. **37.** 144°. **38.** 54°. **39.** 3,6 cm.

25 **5 – Testler: 1.** A; **2.** E; **3.** D; **4.** B; **5.** E; **6.** A; **7.** E; **8.** D. **9.** B. **10.** A. **11.** A; **12.** D; **13.** B; **14.** D; **15.** E; **16.** A; **17.** B; **18.** E; **19.** A; **20.** D. **6 – Máseleler: 2.** 12 cm. **3.** 12 cm. **4.** 34. **5.** 2,8 cm. **6.** 83°. **7.** 15,6 cm. **8.** 55°. **10.** 2 m yamasa 16 m. **11.** 81°, 99°. **12.** 125°; 55°; 55°; 125°; 125°; 55°; 55°; 125°. **13.** Awa. **14.** 9 cm. **15.** 30°, 150°. **16.** 80°, 100°. **17.** 5,3 cm. **18.** 69°. **19.** 109°; 71°; 71°; 71°; 109°; 109°; 71°; 109°;

7. Quramalı máseleler: 1. a) 149900 km. b) 149100 km. **2.** D noqat.

3. $\alpha = \frac{540^\circ}{7}$; $\beta = \frac{720^\circ}{7}$. **6.** $P = \frac{a+b+c}{2}$. **11.** Yaq. **12.** 120°. **13.** Yaq.
Juwmaqlawshı baqlaw jumısı: 1. 135°, 135°, 45°. **2.** 52° **3.** b) 22 cm. **4.** 7 cm. **5.** ∠B=45°; ∠C=45°.

Sabaqlıqtı dúziwde paydalanılǵan hám qosımsha úyreniw ushın usınıs etilip atırǵan oqıw-metodikalıq ádebiyatları hám elektron resurslar

1. A'zamov A., Haydarov B.Matematika sayyorasi. Toshkent: “O‘qituvchi”, 1993.
2. Saitov Y.“Matematika va matematiklar haqida”. Toshkent: “O‘qituvchi”, 1992.
4. Afonina S. I.Matematika va qo‘zallik. Toshkent: “O‘qituvchi”, 1986.
6. Ismailov A., Xaydarov B., Karimov N., Sh.Ismailov.Xalqaro tadqiqotlarda o‘quvchilarning matematik savodxonligini baholash, metodik qo‘llanma. – Toshkent, 2019.
8. Погорелов А. В.“Геометрия 7-9”, учебник, Москва: “Просвешение”, 2004.
9. Атанасян С.“Геометрия 7-9 классы”, учебник, Москва: “Просвешение”, 2002.
10. Шарыгин Ф.“Геометрия 7-9 классы”, учебник, Москва: “Дрофа”, 2000.
11. Штейнгауз Г.Математический калейдоскоп, Москва: “Наука”, 1993.
12. Перельман Я. И.Қизиқарли геометрия, Тошкент: Ўқитувчи, 1981.
13. Кордемский Б. А.Математическая смекалка. Москва: “Наука”, 1991.
16. Бевз Г. П.и др. “Геометрия 7” учебник, Киев: “Вежа”, 2007.
17. Александров А. Д.“Геометрия -7” учебник, Москва. “Просвешение”, 2013.
18. Johannes Paasonen“Ahaa mathematiikkaa 7”, Porvoo-Helsinki-Juva, 1993.
19. Daniel C. Alexander, Elementary geometry for college students. Canada, Brooks/Cole, Cengage Learning, 2011.
20. http://www.uzedu.uz – Xalıq bilimlendiriw ministrliginiń rásmiy saytı, informaciyalıq bilimlendiriw portalı.
21. http://centeroko.ru. – Bilimlendiriw sıpatın bahalaw orayı (Rossiya) saytı.
22. http://www.markaz.tdi.uz – Bilimlendiriw sıpatın bahalaw boyınsha xalıqaralıq izertlewlerdi ámelge asırıw milliy orayınıń saytı.
23. http://www. avloniy.uz – A. Avloniy atındaǵı ilimiy-izertlew institutınıń saytı.
24. http://www. masofa.uz – A. Avloniy atındaǵı ilimiy-izertlew institutınıń aralıqtan oqıtıw portalı.
25. http://www.onlinedu.uz – A.Avloniy atındaǵı ilimiy-izertlew institutınıń “Úzliksiz kásiplik bilim beriw” elektron platforması.
26. http://www.ziyonet.uz – Ziyonet socialliq bilim beriw portalı.
27. http://www.rtm.uz – Respublikalıq bilimlendiriw orayı saytı.
28. http://dr.rtm.uz – jańa sabaqlıqlar, muǵallimler ushın metodikalıq qollanbalardıń elektron formaları, prezentaciyalar, multimedia qosımshaları, videosabaqlıqlar hám cifrlı resurslar platforması.
29. http://www.maktab.uz – 1-11-klaslar ushın onlayn mektep hám mektep oqıw baǵdarlaması boyınsha videosabaqlar hám basqa materiallar platforması.
30. http://www.stesting.uz – Oqıwshılar ushın “Xalıqaralıq bahalaw izertlewlerine tayarlanıw” elektron platforması (ózbek tilinde).
31. http://www.skillsgrover.uz – Finlandiyanıń matematikanı úyreniw hám oqıwshılar bilimlerin bahalaw platforması (ózbek tilinde).
32. http://www.khanakademy.org – “Xon akademiyası” aralıqtan bilim beriw saytı (inglis tilinde).
33. http://www.xanakademiyasi.uz – matematika, informatika, ximiya, fizika, ekonomika, biologiya hám astronomiya sıyaqlı pánler boyınsha videosabaqlar platforması (ózbek tilinde).
34. http://www.school.edu.ru – Ulıwma bilim beriw portalı (rus tilinde).
35. http://www.problems.ru/ – Matematikadan máseleler izlew sisteması (rus tilinde).
36. http://geometry.net/ – Algebra hám geometriyadan oqıw materialları (inglis tilinde).
37. http://mathproblem.narod.ru/ – Matematikalıq dógerekler hám olimpiadalar (rus tilinde).
38. http://www.ixl.com – Aralıqtan turıp oqıtıw matematikalıq bilim beriw portalı (inglis tilinde).
39. http://www.mathkang.ru – “Kenguru” xalıqaralıq matematikalıq tańlaw saytı (rus tilinde).
40. http://www.olimpia.uz - “Kenguru” xalıqaralıq matematikalıq tańlaw saytı (ózbek tilinde).
41. http://www.brilliant.org – Matematikadan aralıqtan bilim beriw saytı (inglis tilinde).
42. http://www.geogebra.com – geometriya hám algebra pánleri boyınsha dinamikalıq (“janlı”) sızılmalar jaratıw múmkinshiligin beretuǵın biypul baǵdarlama.
43. http://www. yaklass.ru – Mektep oqıwshıları hám muǵallimleri ushın onlayn bilim beriw platforması.
44. www.schulen-ans-netz.de – Germaniya “Internet-Mektep” saytı (nemis tilinde).
45. www.studienkreis.de – Germaniya oqıw dógerekleri saytı (nemis tilinde).

O‘quv nashri

GEOMETRIYA

Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining
7-sinfi uchun darslik
(Qoraqalpoq tilida)

Awdarmashı - Gulmanov Sarsenbay
Redaktor – Janibekova Zamira
Texnikalıq redaktor– Sulaymonov Akmal
Korrektor – Otambetova Zul iya
Betlewshi – Salohitdinov Ixvoldin
Súwretshi – Sulaymonov Umid

Original-maketten basıwǵa ruqsat etilgen waqtı 22.08.2022. Qaǵaz formatı 60x84 1/8.
“Arial” garniturası.Ofset baspa usılda basıldı. Shártli baspa tabaq 22,32.
Baspa tabaq 15,69. Nusqası__________. Buyurtpa №______.

Ijaraǵa beriletuǵın sabaqlıq jaǵdayın kórsetiwshi keste

№	Oqıwshınıń atı hám familiyası	Oqıw jılı	Sabaqlıqtıń alınǵandaǵı jaǵdayı	Klass basshısınıń qolı	Sabaqlıqtıń tapsırǵandaǵı jaǵdayı	Klass basshısınıń qolı
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Sabaqlıq ijaraǵa berilip oqıw jılı aqırında qaytarıp alınǵanda joqarıdaǵı keste klass basshısı tárepinen tómendegi bahalaw ólshemlerine tiykarlanıp toltırıladı:

Jańa	Sabaqlıqtıń birinshi ret paydalanıwǵa berilgendegi jaǵdayı.
Jaqsı	Sırtqı beti pútin, sabaqlıqtıń tiykarǵı bóliminen ajıralmaǵan. Barlıq betleri bar, jırtılmaǵan, betleri almastırılmaǵan, betlerinde jazıw hám sızıq joq.
Qanaatlandıradı	Sırtqı beti jelingen, biraz sızılıp, shetleri qayrılǵan, sabaqlıqtıń tiykarǵı bóliminen alınıp qalıw jaǵdayı bar, paydalanıwshı tárepinen qanaatlanarlı qálipine keltirilgen. Alınǵan betler qayta islengen, ayırım betler sızılǵan.
Qanaatlandırarsız	Sırtqı betine sızılǵan, jırtılǵan tiykarǵı bóliminen ajıratılǵan yamasa pútkilley joq, qanaatlandırarsız islengen. Betleri jırtılǵan, betleri tolıq emes, sızıp, boyap taslanǵan. Sabaqlıqtı qayta tiklewge bolmaydı.