

Алгебра

7

Ўзбекистон Республика-
сы Халыққа білім беру
министрлігі баспаға
ұсынған

Жалпы орта білім
беретін мектептердің
7-сыныбына арналған
оқулық



Жаңа басылым

Ташкент – 2022

УЎК 512 (075.3)
КБК 22.14я72
А 39

Құрастырушылар:

*Аббос Акмалов, Жамоладдин Сапарбаев, Ділмұрат Байтілләев,
Ергаиш Каримов, Мұратжан Ходжаниязов*

Халықаралық сарапшы:

Marcelo Staricoff

Пікір жазғандар:

- Б.Б. Камолов** – Қашқадария облысы ХББ анық пәндер әдіскері.
Д. Н. Камолова – Науаи облысы Науаи қаласындағы №12-ИДУМ
математика пәні оқытушысы.
Б. Х. Умирзаков – Наманган облысы Шартақ ауданындағы №5-ИДУМ
математика пәні оқытушысы.

Алгебра [Мәтін]: 7-сыныбына арналған оқулық / А.Акмалов [және басқ.]. Ташкент: Республи-
калық білім орталығы, 2022. – 192 б.

ЮНИСЭФ-тің Өзбекстандағы өкілеттігімен
ынтымақтастықта дайындалды.

Өзбекстан Республикасы Ғылым академиясы В.И.Романовский атындағы
математика институтының қорытындысы негізінде жетілдірілді.

Түпнұсқа макет және дизайн концепциясы
Республикалық білім орталығы тарапынан жасалды.

Республикалық мақсатты кітап қорының қаржылары есебінен басылды.

МАЗМҰНЫ

Әбу Абдуллах Мұхаммед ибн Мұса Әл-Хорезми	5
6-Сыныпта өтілгендерді қайталау	6

1-ТАРАУ. АЛГЕБРАЛЫҚ ӨРНЕКТЕР ЖӘНЕ ДӘРЕЖЕ

1. Сандық өрнектер	12
2. Алгебралық өрнектер.....	15
3. Алгебралық теңдіктер, формулалар	17
4. Жақшаларды ашу ережесі және коэффициент	20
5. Арифметикалық амалдардың қасиеттері	23
6. Натурал көрсеткішті дәреже	26
7. Натурал көрсеткішті дәреженің қасиеттері	30
8. Бірмүше және оның стандарт пішіні.....	34
9. Бірмүшелерді көбейту және бөлу	36
10. Көпмүшелер.....	38
11. Ұқсас мүшелер және оларды ықшамдау	41
12. Көпмүшелерді қосу және азайту	44
13. Көпмүшелерді көбейту	46
14. Көпмүшелерді бөлу.....	50
15. Көпмүшені көбейтушілерге ажырату.....	52

2-ТАРАУ. ҚЫСҚА КӨБЕЙТУ ФОРМУЛАЛАРЫ

1. Жиындының квадраты және айырманың квадраты.....	57
2. Квадраттардың айырмасы	60
3. Жиындының кубы. Айырманың кубы	63
4. Кубтар жиындысы және айырмасы	66
5. Көбейтушілерге ажырату әдістері	69
6. Қысқаша көбейту формулаларының тәртібі.....	71

3-ТАРАУ. АЛГЕБРАЛЫҚ БӨЛШЕКТЕР

1. Алгебралық бөлшек. Бөлшектерді қысқарту.....	75
2. Алгебралық бөлшектерді жалпы бөлгішке келтіру	80
3. Алгебралық бөлшектерді қосу және азайту	83
4. Алгебралық бөлшектерді көбейту және бөлу	87
5. Жобалық жұмыс	93

4-ТАРАУ .СЫЗЫҚТЫ ТЕҢДЕУ

1. Теңдеу және оның тамыры.....	95
2. Бір белгісізді сызықты теңдеулер	97
3. Теңдеулерді шешудің әл-Хорезми әдісі	101
4. Мәселелерді теңдеу көмегімен шешу	104

5-ТАРАУ. СЫЗЫҚТЫ ФУНКЦИЯ

1. Декарт координаталар жүйесі	112
2. Функция ұғымы.....	115
3. Сызықты функция.....	120
4. Жобалық жұмыс	128

6-ТАРАУ. СЫЗЫҚТЫ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІ

1. Сызықты теңдеулер жүйесі	131
2. Сызықты теңдеулер жүйесін шешу әдістері.....	135
3. Сызықты теңдеулер жүйесінің көмегімен мәселелер шешу	143

7-ТАРАУ. МӘЛІМЕТТЕРМЕН ЖҰМЫС ІСТЕУ

1. Комбинаториканың негізгі ережелері	146
2. Комбинаторикалық мәселелер түрлері.....	150
3. Комбинаторикалық мәселелерді шешу әдістері.....	156

ҚАЙТАЛАУ	160
----------------	-----

ҚОСЫМША ТАПСЫРМАЛАР.....	173
--------------------------	-----

ХАЛЫҚАРАЛЫҚ БАҒАЛАУ БАҒДАРЛАМАСЫНА ОРАЙ

ТАПСЫРМАЛАР	183
-------------------	-----

ЛОГИКАЛЫҚ ТАПСЫРМАЛАР.....	187
----------------------------	-----

МАТЕМАТИКАЛЫҚ ТЕРМИНДЕР	190
-------------------------------	-----



7-СЫНЫП “АЛГЕБРА”
ОҚУЛЫҒЫНА АРНАЛҒАН
БІЛІМДІК ОЙЫНДАР



7-СЫНЫП “АЛГЕБРА”
ОҚУЛЫҒЫНА АРНАЛҒАН
ВИДЕОСАБАҚТАР



Эл-Хорезми (783-850)

Эбу Абдуллах Мухаммад ибн Мұса эл-Хорезми шамамен 783 жылы Хорезмде туылған.

Хорезмидің қаламына тән 20-дан астам шығарманың тек 10-ы ғана бізге жетіп келген. Бұлар – “Эл-Жабр ва эл-муқобала хисоби хақида қисқача китоб” – алгебралық шығарма, “Хинд хисоби хақида китоб” немесе “Қушиш ва айириш хақида китоб” – арифметикалық шығарма, “Китоб сурат ул арз” – географияға қатысты шығарма. “Зиж”, “Астурлоб билан ишлаш хақида китоб”, “Астурлоб яшаш хақида китоб”, “Астурлоб ёрдамида азимутни аниқлаш хақида”, “Китобу ар рухома”, “Китобу ат таърих”, “Яхудийларнинг тақвими ва байрамларини аниқлаш хақида рисола” шығармаларының төртеуі араб тілінде, біреуі Фарғонидің шығармасы құрамында, ал екеуі латын тіліне аудармада сақталған.

Бүгінгі заманауи технологиялар үшін негіз ретінде қызмет ететін “Алгоритм” термині ғалымның “эл-Хорезми” деген есімінен алынған. Хорезмидің алгебралық шығармасының толық аты – “Эл-китоб эл-мухтасар фи хисоб эл-жабр ва эл-муқобала”. Кітаптың атауындағы “эл-жабр” және “эл-муқобала” сөздері “толықтыру” және “бетпе-бет қою” – орта ғасырлар алгебрасының екі негізгі амалын білдіреді. “Эл-жабр” сөзінің латынша пішіні – “алгебра” Хорезми

негізін қалаған жаңа пәннің атауы болып қалды. Хорезмидің алгебралық кітабы үш бөлімнен тұрады:

1) алгебралық бөлім, оның соңында шағын бір бөлім – сауда ділгірліктері туралы тарау келтіріледі;

2) геометриялық бөлім, алгебралық әдісті қолданып өлшеу хақында;

3) өсиеттер жайлы бөлім. Хорезми оны “Өсиеттер кітабы” деп арнайы атаған.

Хорезми өз шығармасында ешқандай белгі келтірмейді және мазмұнды толығымен сөзбен баяндап, пішіндер келтіреді.

Сонымен қатар, Хорезми халифалықта күн тәртібінде тұрған сұраныстар, ислам мен шариғат талаптарына орай туындаған мәселелер, сәулеткерлік пен ирригацияға қатысты ділгірліктерді шешуді де ескергенін білдіреді. Жалпы алғанда, Хорезми алгебрасы – сандық квадрат пен сызықты теңдеулерді шешу туралы пән болып табылады.

Еуропалық ғалымдар бірнеше ғасырлар бойы барлық есеп-қисаптардың астына “дикит Алгоритмі”, яғни “Эл-Хорезми солдай деді” деп қосып жазуды өздері үшін абырой деп санаған. Бұл әлгі ғалымдардың есеп-қисаптарды нақ эл-Хорезмидің нұсқаулары негізінде өткізгенін білдіретін еді.

Эл-Хорезми 850 жылы Бағдатта қайтыс болған.

6-СЫНЫПТА ӨТІЛГЕНДЕРДІ ҚАЙТАЛАУ

Бүтін сандар және олар бойынша амалдар орындау

Натурал сандар, оларға қарама-қарсы сандар және нөл **бүтін сандар** деп аталады.

$\{ \dots, -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; \dots \}$

0; 7; 212 және $-1023 \rightarrow$ бүтін сандар. $\frac{1}{2}$; 1,1 және $-5,2 \rightarrow$ бүтін сандар емес.

Санның модулі оның сандық білігінде 0 санынан қаншалықты ұзақтығын білдіреді.
Ол, $|a|$ белгіленеді және **a санының модулі** деп оқылады.

ЖАТТЫҒУЛАР

1. Берілген сандарға қарама-қарсы сандарды тап.

1) 6

2) -7

3) -23

4) 0,25

2. Кестені толтыр.

a	4	-5				-210			2	8,8
$-a$			-21	72	-10		8	-1		

3. Сандық білікте сол жақта орналасқан санды анықта.

1) -8 және -15

2) -10 және 6

3) 5 және -15

4) 0 және -100

4. Сандардың модульдерін салыстыр.

1) -6 және 6

2) -5 және -12

3) 14 және 20

4) 16 және -6

5. Бүтін сандарды қос.

1) $19 + 6$

2) $-6 + (-12)$

3) $7 + 12$

4) $-19 + (-19)$

6. Амалдарды орында:

1) $(-5 + 19) + (-19)$

2) $(-16 + (-17)) + 17$

3) $-78 + 36 + 19 + (-22) + (-25)$

4) $43 + (-60) + 12 + 39 + (-21)$

7. Есепте.

1) $14 - 23 - 37 + 23 + 56 - 13$

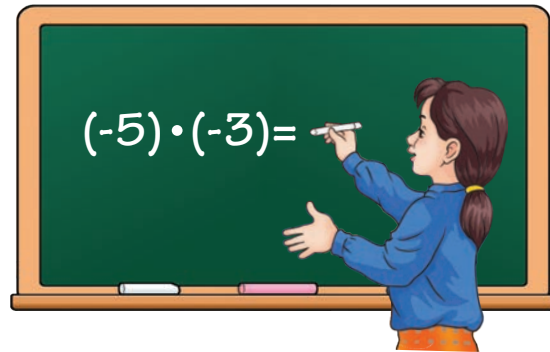
2) $-51 - 18 - 29 + 11 + 51 + 29 - 14$

3) $27 - 49 - 12 + 38 + 49 - 60$

4) $46 + 34 - 15 - 34 - 46 + 15 - 100$

8. Бүтін сандарды көбейт және бөл.

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1) $(+7) \cdot (-4)$ | 2) $(+15) \cdot (-3)$ |
| 3) $(-8) \cdot (-6)$ | 4) $(-6) \cdot (-9)$ |
| 5) $(-42) : 2$ | 6) $-30 : (-10)$ |
| 7) $64 : (-4)$ | 8) $-270 : (-30)$ |



9. Амалдарды орында.

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| 1) $-7 \cdot (-6) + 17$ | 2) $-27 : (-3) - 10$ |
| 3) $-4 \cdot (-3) : 12$ | 4) $-64 : (-8) : (-4)$ |

Рационал сандар және олар бойынша амалдар

Кез келген қысқармайтын $\frac{p}{q}$ бөлшек түрінде жазылатын барлық сандар

рационал сандар деп аталады. Бұл жерде p – бүтін сан, q – натурал сан.

Барлық бүтін сандар рационал сандар болып есептеледі.

Кез келген p бүтін санды төмендегідей жазуға болады:

$$p = \frac{p}{1}$$

$\frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4}$ бөлшектер де рационал сандар, себебі олар $\frac{1}{2}$ қысқармайтын бөлшекке тең.

Рационал сандар бойынша амалдар

$$\frac{k}{n} + \frac{p}{q} = \frac{k \cdot q + p \cdot n}{n \cdot q}$$

$$\frac{k}{n} - \frac{p}{q} = \frac{k \cdot q - p \cdot n}{n \cdot q}$$

$$\frac{k}{n} \cdot \frac{p}{q} = \frac{k \cdot p}{n \cdot q}$$

$$\frac{k}{n} : \frac{p}{q} = \frac{k}{n} \cdot \frac{q}{p} = \frac{k \cdot q}{n \cdot p}$$

ЖАТТЫҒУЛАР

10. Есепте.

1) $\frac{15}{20} + \frac{42}{30} - \frac{56}{40}$

2) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)$

3) $\frac{17}{51} + \frac{19}{57} - \frac{13}{39}$

4) $\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

5) $\left(\frac{3}{6} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$

6) $\left(1\frac{3}{5} - \frac{3}{10}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right)$

11. Көбейтуді орында.

1) $5 \cdot \frac{4}{5}$

2) $3 \cdot \frac{1}{3}$

3) $\frac{8}{9} \cdot 9$

4) $\frac{12}{17} \cdot 17$

5) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

6) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$

7) $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6}$

8) $\frac{12}{25} \cdot \frac{5}{6}$

9) $1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{2}{3}$

10) $1\frac{1}{4} \cdot 10\frac{2}{3}$

11) $1\frac{4}{11} \cdot 3\frac{2}{3}$

12) $2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{8}$

13) $1\frac{5}{7} \cdot 2\frac{1}{3}$

14) $4\frac{1}{6} \cdot 3\frac{3}{5}$

15) $2\frac{8}{9} \cdot 1\frac{1}{17} \cdot \frac{1}{2}$

16) $3\frac{1}{7} \cdot (-(-4\frac{5}{11})) \cdot (-\frac{5}{77})$

12. Амалдарды орында.

1) $241,215 \cdot 10$

2) $0,05501 \cdot 1\,000$

3) $0,155 \cdot 10\,000$

4) $4,0107 \cdot 100$

5) $241,215 : 10$

6) $0,05501 : 1\,000$

7) $0,155 : 10\,000$

8) $4,0107 : 100$

13. Амалдарды орында.

1) $542,1 : 0,1$

2) $215,04 : 0,01$

3) $301,1 : 0,001$

4) $4,281 : 0,0001$

5) $542,1 \cdot 0,1$

6) $215,04 \cdot 0,01$

7) $301,1 \cdot 0,001$

8) $4,281 \cdot 0,0001$

14*. Өрнектің мәнін тап.

1) $\frac{13 \cdot 86}{468} : 0,25 + \frac{57 \cdot 14}{27} - \frac{10}{9}$

2) $\left(\frac{92}{85} + \frac{104}{17}\right) \cdot \frac{5}{18} + \left(\frac{1}{3} + \frac{7}{6}\right) - \frac{5}{2}$

3) $\frac{10}{16} + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{17}{4} : 17\right) + 3,75 : \frac{5}{6}$

4) $\left(\frac{41}{18} - \frac{17}{36}\right) \cdot \frac{18}{65} + \left(\frac{8}{7} - \frac{23}{49}\right) : \frac{99}{49} + \frac{7}{6}$

5) $\left(\frac{1}{2} + 0,8 - 1\frac{1}{2} : 2,5\right) : \left(3 + 4\frac{3}{25} - 0,12\right)$

6) $\left(6,3 + 3\left(35\frac{17}{42} - 4\frac{6}{35}\right)\right) \left(0,7 - \frac{1}{12}\right) \cdot 6$

7) $\left(2,75 - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{5}{2} - 1,875\right) : 0,125 - \frac{1}{4}$

8) $\left(3\frac{4}{9} : \left(2\frac{1}{36} - 1\frac{20}{27}\right)\right) : (2,08 : 10,4 + 2,5 \cdot 0,4)$

Қатынас, теңгеру, пайыз

a , b мөлшерлердің қатынасы деп $a : b$ бөлінісі айтылады. Бұндай өрнек “ a -ның b -ға қатынасы” деп оқылады.

Екі қатынастың теңдігі **пропорция** деп аталады

Әріптердің көмегімен пропорцияны төмендегідей жазуға болады:

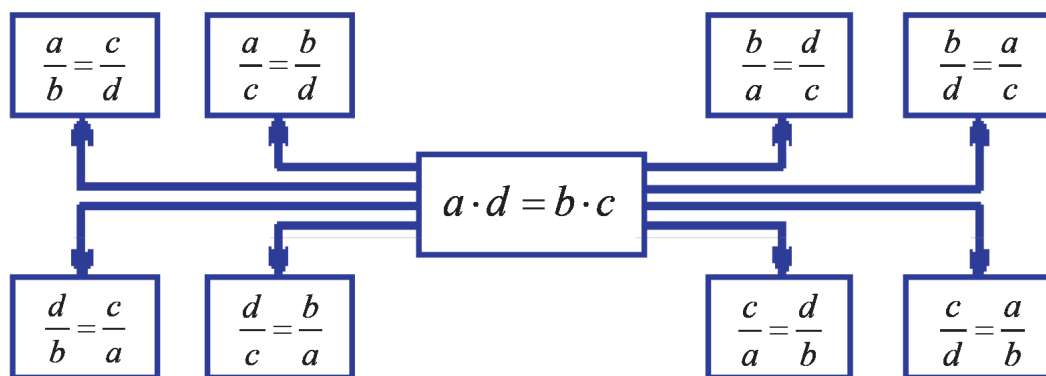
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{немесе} \quad a : b = c : d$$

Оқылуы: “ a -ның b -ға қатынасы c ның d -ға қатынасына тең”.

Пропорцияға қатысатын сандар пропорция мүшелері деп аталады.

Барлық мүшелер нөлге тең емес болып саналады. $a \neq 0$; $b \neq 0$; $c \neq 0$; $d \neq 0$

Пропорцияның негізгі қасиеті



Пайыздар

b саны a санның неше пайызын құрайтынын табу:

$$\frac{b}{a} \cdot 100\% = x\%$$

a санның x пайызын табу:

$$\frac{a \cdot x\%}{100\%} = b$$

x пайыз b -ға тең болған санды табу:

$$\frac{b}{x\%} \cdot 100\% = a$$

ЖАТТЫҒУЛАР

15. Есепте.

- 1) 12 санын $1 : 3$ қатынаста екі бөлімге бөл.
- 2) 36 санын $2 : 3 : 7$ қатынасында үш бөлімге бөл.

16. Пропорцияның белгісіз мүшесін тап.

- 1) $x : 4 = 9 : 12$
- 2) $x : 3 = 2 : 9$
- 3) $5 : 3 = x : 8$
- 4) $1 : 4 = 12 : x$

17. Төмендегі теңдіктердің қайсысы пропорция бола алады?

1) $0,6 : 18 = 1 : 30$

2) $4,5 : 3,5 = 27 : 21$

3) $4 : 14 = 1,4 : 409$

4) $10,2 : 0,66 = 55 : 0,55$

5) $\frac{5}{7} : 0,7 = 50 : 49$

6) $\frac{24}{42} = \frac{20}{35}$

7) $\frac{63}{56} = \frac{81}{72}$

8) $\frac{5}{88} = \frac{1}{1,6}$

18. Пропорцияның шеткі мүшелері 5 пен 16-ға, ортадағы мүшелерінің бірі 8-ге тең. Пропорцияның екінші орта мүшесін тап.

19. Төмендегі сандарды пайызбен өрнекте.

1) 5

2) 0,01

3) 1,02

4) 1

20. Есепте.

1) 56 санының 25 пайызын тап. 2) 48 санының 50 пайызын тап.

3) 120 санының 15 пайызын тап. 4) 460 санының 20 пайызын тап.

21. Есепте.

1) 15 пайызы 45-ке тең санды тап.

2) 20 пайызы 62 болған санды тап.

3) 25 пайызы 62,5 -ке тең болған санды тап.

4) 10 пайызы 33,7 болған санды тап.

22. Үшбұрыштың қабырғалары 3, 4 және 5 сандарына пропорционал, ал периметрі 72 см-ге тең. Үшбұрыштың кіші қабырғасын тап.

23. Томар 2,3 және 5 сандарына кері пропорционал болған үш бөлікке бөлінген. Олдардың ең ұзыны 25 см болса, ең кішісінің ұзындығын тап.

24. Ара қашықтығы 0,5 km болған екі ауылдың картадағы бейнелерінің аралығы 2 см ұзындықтағы қиындымен анықталған болса, картаның масштабы қандай болады?

25. Екі қаланың арасындағы қашықтық 25 km болса, бұл аралық 1 : 250 000 масштабты картада нешеге тең болады?

26. Граммен өрнекте.

1) 0,467 kg

2) 2,064 kg

3) 0,0485 kg

4) 0,0055 kg

27. Килограмммен өрнекте.

1) 0,5 q

2) 1,75 q

3) 0,950 t

4) 14,25 t

28. Минутпен өрнекте.

1) 0,1 h

2) 0,15 h

3) 0,25 h

4) 1,25 h

29. Шаршы метрмен өрнекте.

1) 0,5 ha

2) 1,5 ha

3) 1,25 ha

4) 0,075 ha

30. Метрмен өрнекте.

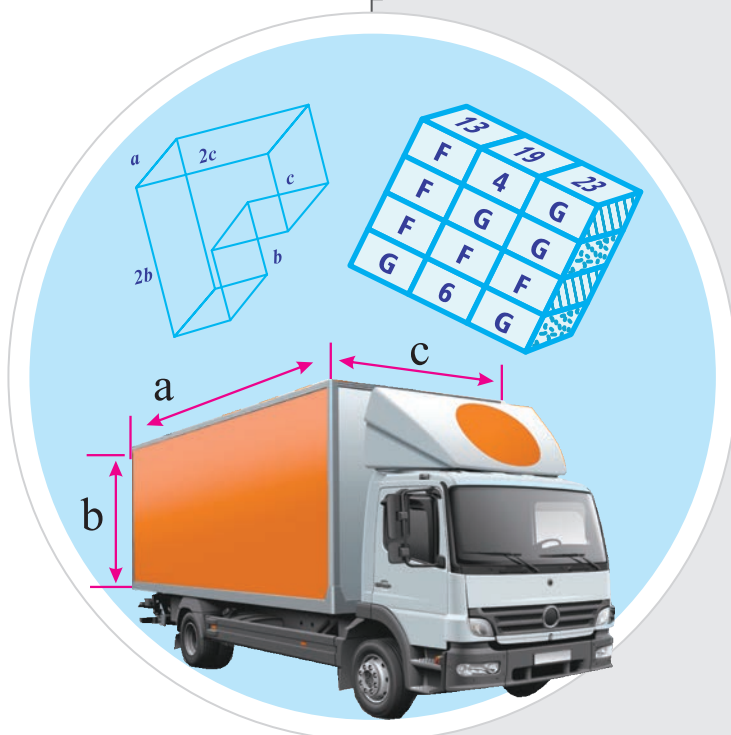
1) 9 dm

2) 15 dm 2 cm

3) 2 m 7 dm 18 cm

I ТАРАУ

АЛГЕБРАЛЫҚ ӨРНЕКТЕР ЖӘНЕ ДӘРЕЖЕ



САНДЫ ӨРНЕКТЕР

Еске түсіреміз

Қосудың орын алмастыру қасиеті: $6 + 3 = 3 + 6$,

Қосудың топтастыру қасиеті: $49 + 17 + 51 = (49 + 51) + 17$

Көбейтудің орын алмастыру қасиеті: $6 \cdot 5 = 5 \cdot 6$

Көбейтудің бөлінгіштік қасиеті: $4 \cdot (3 \cdot 2) = (4 \cdot 3) \cdot 2$

Көбейтудің үлестіргіш қасиеті: $2,5 \cdot 1,125 + 2,775 \cdot 2,5 = 2,5 \cdot (1,125 + 2,775)$

Санды өрнек деп сандар мен бір немесе бірнеше амалдардың көмегімен біріктірілген математикалық жазуды айтады.

$$2 \cdot 5$$

$$25 : 5$$

$$14 : 2 - 12$$

$$(4,3 + 5,7) \cdot 6,7$$

Санды өрнектің мәні деп сол санды өрнекте көрсетілген амалдарды орындау нәтижесінде түзілген санды айтады.

$2 \cdot 5$ санды өрнектің мәні 10;

$25 : 5$ санды өрнектің мәні 5;

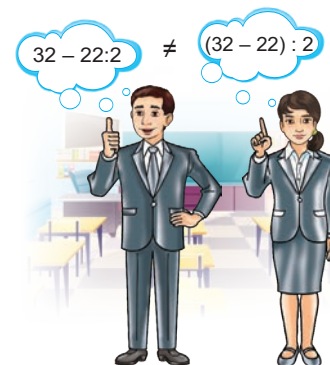
$14 : 2 - 12$ санды өрнектің мәні -5 ;

ал $(4,3 + 5,7) \cdot 6,7$ санды өрнектің мәні 67 саны.

- санды өрнек жалғыз саннан тұруы мүмкін. Оның мәні сол санның өзі болады.

- $=$ белгісімен біріктірілген қос санды өрнек санды теңдікті құрайды.

- егер теңдіктің сол және оң бөліктерінің мәндері бірдей сан болса, ондай теңдік **дұрыс теңдік** деп аталады.



Амалдарды орындау алгоритмі

Қосу мен азайту – **I басқыш**, көбейту мен бөлу – **II басқыш**, ал дәрежеге көтеру – **III басқыш** амалдары деп жүргізіледі.

1. Егер өрнекте жақшалар болмай, тек бірінші басқыш амалдары қатысса, амалдар солдан оңға қарай жазылу тәртібімен бірінен соң бірі орындалады.
2. Егер өрнекте жақшалар болмай, үш басқыштың амалдары да қатысса, алдымен III басқыш амалдары, содан соң II және I басқыш амалдары орындалады.
3. Егер өрнекте жақшалар қатысса, алдымен жақша ішіндегі амалдар, содан соң басқа амалдар 1- және 2-ережелерге сай орындалады.
4. Егер өрнектердегі жақшалар ішінде өзге жақшалар да болса, онда алдымен ең ішкі жақшалар ішіндегі амалдар орындалады.

Мысалдар

1-мысал. $25 \cdot 4 + 112 = 100 + 112 = 212$

2-мысал. $4 \cdot (3^2 \cdot 5 + 5) = 4 \cdot (9 \cdot 5 + 5) = 4 \cdot (45 + 5) = 4 \cdot 50 = 200$

3-мысал. $0,5 \cdot 10 - 450 = 5 - 450 = -445$

4-мысал. $-4 \cdot (-3^2 : 9 - 26) = -4 \cdot (9 : 9 - 26) = -4 \cdot (1 - 26) = -4 \cdot (-25) = 100$

5-мысал. $\frac{3 \cdot 2^5 - 5 \cdot 4}{3^2 + 1} = \frac{3 \cdot 32 - 20}{9 + 1} = \frac{96 - 20}{10} = \frac{76}{10} = 7,6$

6-мысал. $((4^2 - 6) + 10) : 5 = ((16 - 6) + 10) : 5 = 20 : 5 = 4$

Жаттығулар

1. Амалдарды орында.

1) $(57 + 26) - 27$

2) $49 - 55 + 11 - 0,4$

3) $7,5 \cdot 2 - 3 \cdot (2,1 + 0,6 : 0,2)$

4) $(5,26 - 3,8) + 2,8$

2. Санды өрнектің мәнін тап.

1) $1 \frac{4}{5} + 5 \frac{4}{35} + 7 \frac{1}{5} - 4 \frac{4}{35}$

2) $5 \frac{2}{3} + 4 \frac{1}{8} + 1 \frac{1}{6} + 3 \frac{5}{8}$

3) $\left(\frac{2}{3} + 1 \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{7}{13}\right)$

4) $\left(1 - \frac{4}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{5}{6}\right)$

3. Мәні 5; -2; 1; 3-ке тең санды өрнектерді тап.

1) $(40 : 2 + 5) : 5$

2) $5^2 - (4 \cdot 8 - 17) - 12$

3) $6 \frac{5}{9} + 2 \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} - 6 \frac{1}{3}$

4) $\frac{15 \cdot 4 - 27}{5 + 6}$

4. Өзбекстанның әрбір тұрғыны бір жылда орта есеппен 10500 кВт электр энергиясын жұмсайды. АҚШ-тағы компьютерлердің өзі бір жылда 650 млрд кВт энергия жұмсайды. 2022 жылы шамамен 35 млн. халқы бар Өзбекстанның жылдық электр тұтынуынан АҚШ-тағы компьютерлер тұтынуы неше есе көп болады?

5. Қайсы теңдік дұрыс?

1) $\frac{3}{10} + \frac{3}{4} = \frac{11}{20} + \frac{1}{2}$

2) $22 \frac{17}{25} + 77 \frac{8}{25} = (17 + 8) \cdot 4$

3) $21 \frac{8}{35} - 3 \frac{19}{70} = 10 \frac{5}{14} + 6 \frac{6}{10}$

4) $1 \frac{2}{3} + 4 \frac{1}{5} = 41,5 \cdot \frac{2}{15}$

5) $1 - \frac{14}{17} = 1 - \frac{21}{34}$

6) $(34 \cdot 150) : 25 = (17 + 48) \cdot 5$

6. Мәтінді өрнек түрінде жаз.

1) 14 және 36 сандарының жиындысы 85 және 35 сандарының айырмасына тең.

2) $1 \frac{2}{3}$ және $1 \frac{1}{3}$ сандарының айырмасы $\frac{1}{6}$ және $\frac{1}{3}$ сандарының жиындысына тең.

3) 4 және 0,25 сандарының көбейтіндісі 8 және 6 сандары айырмасының жартысына тең.

4) 0,12 және 1,88 сандары жиындысының еселенгені $\frac{4}{5}$ және 5 сандарының көбейтіндісіне тең.

7. Есепте.

$$1) 12,7 \cdot 64 + 173 \cdot 3,6 + 12,7 \cdot 36 + 17,3 \cdot 64$$

$$2) 13,5 \cdot 5,8 - 8,3 \cdot 4,2 - 5,8 \cdot 8,3 + 4,2 \cdot 13,5$$

8. Амалдарды орында.

$$1) 12 \frac{5}{6} + 2 \frac{7}{9} \cdot \left(15 \frac{9}{10} - 12 \frac{9}{10} \right)$$

$$2) 5 \frac{7}{16} \cdot 1 \frac{3}{29} + 2 \frac{5}{16} \cdot 2 \frac{2}{7}$$

$$3) \left(2022 \frac{3}{5} - 2021 \frac{1}{6} \right) \cdot 1 \frac{1}{29}$$

$$4) \frac{7}{10} + \left(1 \frac{1}{3} - \frac{2}{9} \right) : 1 \frac{2}{9} + 2 \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right)$$

9. Санды өрнектің мәнін тап.

$$1) \frac{3}{5} : \frac{9}{10} + 3 \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} - 4 : 2 \frac{2}{3}$$

$$2) 7 \frac{1}{3} : 12 \frac{1}{4} \cdot 6 \frac{1}{8}$$

$$3) 1 \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{34} + 1 \frac{5}{12} \cdot 1 \frac{31}{34}$$

$$4) 10 \frac{2}{3} \cdot 2 \frac{2}{15} - 2 \frac{2}{5} \cdot 5 \frac{1}{2}$$

10*. Амалдарды орында.

$$1) \frac{1,95 \cdot 0,48 : 6,25}{(2,03 - 1,25) \cdot 0,4 : 2,4}$$

$$2) 6 \frac{3}{7} : \frac{(0,19 + 3,2) : 22,6}{4,05 + 0,75 - 2 \frac{5}{6}}$$

$$3) 7 \frac{13}{28} - \left(3 \frac{9}{28} - 5 \frac{3}{13} \right)$$

$$4) \frac{\frac{4}{7} - \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{8} + \frac{1}{8}}{\frac{3}{7} - \frac{1}{28}}$$

$$5) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{15}{2} + \frac{16}{3}$$

$$6) \frac{1}{16} + \frac{2}{18} + \frac{3}{16} + \dots + \frac{15}{16} + \frac{16}{18}$$

$$7) \frac{((1,2 : 36) + \frac{6}{5} \cdot 0,25) \cdot (\frac{128}{45} - \frac{1}{15}) : \frac{125}{9}}{}$$

$$8) \frac{\left(1,8 + \frac{19}{20} \right) : 0,5}{\frac{7}{40} : 0,35 + \frac{7}{3} : \frac{217}{31}}$$

$$9) \left(\frac{14}{15} + \frac{5}{2} + 0,3 \right) \cdot \frac{8}{7} \cdot 0,75 + \frac{5}{10}$$

$$10) \left(\frac{1}{2} + 0,125 - \frac{1}{6} \right) \cdot \left(6,4 : \frac{80}{3} \right) + \frac{1}{8}$$

$$11) \frac{13 \cdot 86}{450} : 0,25 + \frac{57 \cdot 14}{27} - \frac{10}{9}$$

$$12) \left(\frac{92}{85} + \frac{104}{17} \right) \cdot \frac{5}{18} + \left(\frac{1}{3} + \frac{7}{6} \right) - \frac{5}{2}$$

АЛГЕБРАЛЫҚ ӨРНЕКТЕР

Мәселе

1-мысал. Велосипедтің жылдамдығы 12 km/h. Ол 2 сағатта, 3 сағатта, a сағатта қанша жолды басып өтеді?

- 1) $12 \cdot 2 = 24$ (km);
- 2) $12 \cdot 3 = 36$ (km);
- 3) a сағатта $12 \cdot a$ (km)



Алгебралық өрнек сандар мен әріптерден құралып, амал белгілерімен біріктірілген өрнек болып табылады.

$$4 \cdot a$$

$$12 : 5b$$

$$514 : 2 - x$$

$$(x + y) \cdot 4$$

Мәселе

2-мысал. Егер алманың 1 килограммы 2000 сум болса, 6000 сумға неше килограмм алма алуға болады? Егер 1 килограммы 1000 сумнан болғанда, 7000 сумға неше килограмм алма алса болады? 1 килограммы b сумнан болса ше, a сумға ше?

- 1) $\frac{6\,000}{2\,000} = 3$ (kg)
- 2) $\frac{7\,000}{1\,000} = 7$ (kg)
- 3) $\frac{a}{b}$ (kg), $b \neq 0$ (нөлге бөлу мүмкін емес)



Егер, алгебралық өрнекке енген әріптердің орнына бірер сан қойылса және көрсетілген амалдар орындалса, онда шыққан нәтижедегі сан **берілген алгебралық өрнектің сандық мәні** деп аталады.

Мәселе

3-мысал. Егер, $x = 5$ болса, $\frac{x+1}{x-2}$ дің мәні қандай болатынын тап.

Бұрын өрнекте қатысқан әріптердің орнына, олардың сандық мәні қойылып, қайта жазылады және одан соң есептеледі:

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{5+1}{5-2} = \frac{6}{3} = 2.$$

Сандар үстінде амалдардың орындалу тәртібі алгебралық өрнектердің сандық мәндерін табуға қатысты мәселелерді орындау кезінде де сақталып қалады.

Әріп пен әріп, сан мен әріп арасындағы көбейту белгісі – “нүкте” көбінесе түсіріліп қалдырылады. Мәселен, $S = ab$, $P = 2(a + b)$ деп жазылады.

Мәселе

4-мысал. Егер $a = 5$, $b = 6$ болса, $\frac{a+b}{b-3}$ тің мәнін тап.

$$\frac{a+b}{b-3} = \frac{5+6}{6-3} = \frac{11}{3} = 3 \frac{2}{3}$$

Жаттығулар

1. Алгебралық өрнектің мәнін тап.

1) $a + 3b$, бұнда $a = 5$, $b = 5$

2) $2a - 4b$, бұнда $a = 6$, $b = -2$

3) $2a^2 + \frac{1}{5}b$, бұнда $a = 3$, $b = 25$

4) $(a - 4) : b$, бұнда $a = 19$, $b = 3$

5) $\frac{(2a-1) \cdot b}{a+b}$, бұнда $a = 8$, $b = 2$

6) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ бұнда, $a = 2$, $b = 3$

2. Аяқкиім фабрикасында әр сағатта 500 жұп туфли шығарылады, t сағатта фабрикада қанша жұп аяқкиім шығарылады? 24 сағатта ше?

3. Автомобиль зауытында 1 күнде 500 автомобиль шығарылса, n күнде қанша автомобиль шығарылады? 1 айда ше?



4. Жауап бағанын толтыр.

№	x	y	Алгебралық өрнек	Жауап
1.	4	1	$\frac{x-3}{y+1}$	
2.	0,5	1	$2x + 7y$	
3.	-1	1	$2 \cdot (x + 1) + y$	
4.	2	8	$(x + y) \cdot 3$	
5.	0,5	40	$x \cdot y - 4$	
6.	2	5	$\frac{2x+y}{x-2y}$	

5. $k = 6$ және $t = -5$ болғанда, мәні 10-ға тең болатын алгебралық өрнектерді тап.

1) $k + \frac{1}{5}t$

2) $(2k + 8) + 2t$

3) $\frac{3 \cdot (k - t) + 7}{4(k + t)}$

4) $2k + 5(t + 8)$

6. Егер, $x = 2$ және $y = -1$ болса, кестені толтыр.

$x + 2y$	$4x - y$	$2(x + y)$	$2x - xy + 5$	$x + y - 1$	$\frac{3x - 2y}{4(x + y)}$

7*. $y = \frac{k}{1011k + 1}$ үшін $k = 2$ болса, $x = \left(1 - \frac{2021}{2023}\right) : y + 2021$ дің мәнін есепте.

8*. Өрнектің сандық мәнін тап.

1) $(mn)^2$, бұнда $m = 3$, $n = 2$

2) $-mn^2$, бұнда $m = 3$, $n = 5$

3) $a + 2b$, бұнда $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{4}$

4) $c - 3ab + dc$, бұнда $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$

5) $a^2 - b^2$, бұнда $a = 6$, $b = -4$

АЛГЕБРАЛЫҚ ТЕҢДІКТЕР, ФОРМУЛАЛАР

Еске түсіреміз

Тік төртбұрыштың бетін табу: $S = a \cdot b$

Тік төртбұрыштың ауданын табу: $P = 2 \cdot (a + b)$

Квадраттың бетін табу: $S = a^2$

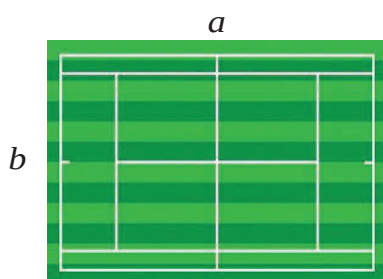
Квадраттың ауданын табу: $P = 4 \cdot a$

Кубтың көлемін табу: $V = a^3$

Қос санды өрнектердің $=$ белгісімен байланысы **теңдіктер** деп аталады.

Теңдіктердегі өрнектердің мәні өзара **тең** болады.

Күнделікті тұрмыстағы алгебра



Теннис корты тік төртбұрыш пішінінде. Алаңның беті $=$ ені. ұзындығы түрінде табылады.

$$S = a \cdot b$$

Бұлар – формула.

$$P = 2 \cdot (a + b)$$

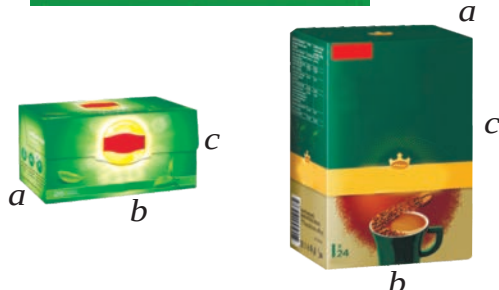
Шайдың қорабы тік төртбұрышты параллелепипед пішінінде.

Қорап көлемі $=$ ені. ұзындығы . биіктігі түрінде табылады.

$$S = 2(a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$$

Бұлар – формула.

$$V = a \cdot b \cdot c$$



Формула – бiрер шаманың басқа шамалармен байланыстылығын бейнелейтiн алгебралық теңдiк.

Мәселе

1-мысал. Кубтың көлемiн табу үшiн $V = a^3$, ал барлық қырларының жиындысын табу үшiн, $P = 12a$ формуласын пайдаланамыз.

2-мысал. Тiк бұрышты қораптың биiктiгi H см. Оның ұзындығы биiктiгiнен 3 есе, ал енi ұзындығынан 7 см аз. Ұзындығы мен енiн биiктiгi арқылы бейнеле.

Тiк төртбұрыштың ұзындығы, енi мен биiктiгi L , B , H болсын.

Төртбұрыштың ұзындығы: $L = 3H$

Төртбұрыштың енi: $B = L - 7$

Төртбұрыштың биiктiгi бойынша енi: $B = 3H - 7$

3-мысал.

$$2n = 2 \cdot 1 = 2$$

$$2n = 2 \cdot 2 = 4$$

$$2n = 2 \cdot 3 = 6$$

$$2n = 2 \cdot 41 = 82$$

$$2n = 2 \cdot 1\,000 = 2\,000$$

Қандай қорытындыға келдiң?



$$2n - 1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$$

$$2n - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$$

$$2n - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$2n - 1 = 2 \cdot 4 - 1 = 7$$

$$2n - 1 = 2 \cdot 41 - 1 = 81$$

$$2n - 1 = 2 \cdot 1000 - 1 = 1999$$

Егер a жұп сан болса, онда бұл сан 2-ге бөлінеді.

Формула: $a = 2n$, бұл жерде n – натурал сан.

Егер a тақ сан болса, оны 2-ге бөлгендегі қалдық 1-ге тең.

Формула: $a = 2n + 1$, бұнда n – натурал сан.

Тақ натурал сандардың формуласы төмендегідей де жазылады:

Формула: $a = 2n - 1$, бұнда n – натурал сан.

Жаттығулар

1. Сөйлемдерді математикалық тілмен жаз.

- 1) m және n сандарының жиындысы;
- 2) a және b сандарының айырмасы;
- 3) a және b сандары айырмасының еселенгені;
- 4) m және n сандары көбейтіндісінің еселенгені;
- 5) n және m сандары жиындысының, олардың айырмасына бөлінуі;
- 6) a және b сандары жиындысының, олардың айырмасына көбейтіндісі;
- 7) a ның еселенгенінен b ның айырмасы;
- 8) a дан b ның еселенгенінің айырмасы;
- 9) a ның еселенгені мен b ның үш еселенгенінің жиындысы;
- 10) a және b сандарының көбейтіндісінен b ның айырмасы.

2. Квадраттың қабырғасы a см болса, оның периметрі қандай болатынын тап.
3. Егін алқабының алаңы тік төртбұрыш пішінінде, оның ұзындығы a метрге, ал ені b метрге тең. Жаңа жер игерілген соң, алаңның көлемі 220 m^2 метрге ұлғайды. Егін алқабының жалпы көлемі қанша болды?



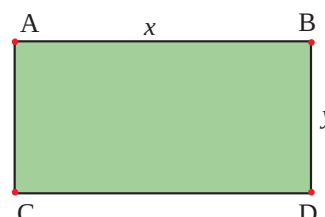
4. Жолаушы ауылдан шығып, қалаға қарай бет алды. Ол a километр жүрген соң автобуска мінді және сол автобуспен қалаға t сағатта жетіп келді. Егер автобус 60 km/h жылдамдықпен жүрсе:
 - 1) $a = 4$ және $t = 1,5$ болғанда, ауыл мен қаланың арасындағы S қашықтықты есепте;
 - 2) $S = 70$, $a = 10$ болғандағы t ны тап.
5. Спарк автомобилі 100 km/h тұрақты жылдамдықпен қозғалып бара жатқан болса, 1) $1\ 000 \text{ km}$; 2) 500 km ; 3) 450 km болғандағы қозғалыс уақытын есепте.
6. “Малибу” автомобилі 100 km жолға a литр жанармай жұмсайды. Төмендегі кестені толтыр.

Басып өткен жол, (km)	500	700		800	S	
Жұмсалған жанармай (L)			$11a$			$4a$

7. Рақымжанда x сум ақша бар, ал Исламда одан y сум көп ақша бар. Исламда қанша ақша бар Мәселені: 1) $x = 5\ 000$ және $y = 2\ 000$; 2) $x = 4\ 500$ және $y = 350$ күйлері үшін шеш.
8. $S = v \cdot t$ формуласын пайдалана отырып сәйкес жауапты тап.

S (km)	500	600	480	340	720	432	900
t (soat)	5	12	4	4	8	6	12
Жауап варианты	A	B	C	D	E	F	G
v (km/h)	85	90	100	75	50	120	72

9. Бақта n түп алма ағашы бар, әр түпте орта есеппен 30 kg жеміс болса, бақтан барлығы неше килограмм алма жинау мүмкіндігінің формуласын жаз және $n = 250$ болғанда мәселені шеш.
10. Берілген формулалардағы әрбір айнымалыны табу формуласын түз.
 - 1) $\angle x + \angle y + \angle z = 180^\circ$
 - 2) $P = 4 \cdot a$
 - 3) $v = s : t$
 - 4) $S = a \cdot b$
 - 5) $T = m + 3$
 - 6) $x = 5t + 4$
 - 7) $P = a + b + c$
 - 8) $C = 2\pi r$
11. Тік төртбұрыштың периметрін есептеу формуласын тап.



ЖАҚШАЛАРДЫ АШУ ЕРЕЖЕСІ ЖӘНЕ КОЭФФИЦИЕНТ

Жақшаларды ашу ережесі

Көбінесе есептеулерді орындау үдерісінде жақшаларды ашуға немесе жалпы көбейткішті жақшадан сыртқа шығаруға тура келеді. Бұндайда төмендегі ережелерге мойынсұну талап етіледі.

$58 + (-48 + 3)$ $\downarrow$ $58 - 48 + 3$	1-ереже. Егер жақшаның алдында + белгісі тұрған болса, жақшаларды ашу кезінде жақша ішіндегі қосылғыштардың белгілерін өзгертпей, жақша және “+” белгісі алып тасталады: $a + (b - c) = a + b - c$
$8,2 + (4,8a + 13)$ $\downarrow$ $8,2 + 4,8a + 13$	2-ереже. Егер жақша ішіндегі бірінші қосылғыш ешқандай белгісіз жазылған болса, оның алдында + белгісі бар деп қабылданады: $a + (b + c) = a + b + c$
$107 - (-5,6a + 6b)$ $\downarrow$ $107 + 5,6a - 6b$	3-ереже. Егер жақшаның алдында - белгісі тұрған болса, жақша ішіндегі қосылғыштар белгісін қарама-қарсысына ауыстырып жақшаны ашу керек: $a - (b + c) = a - b - c$ $a - (b - c) = a - b + c$

Егер қосындыны жақшаларға алып, жақша алдына **+** белгісі қойылса, жақшаға алынған қосылғыштардың белгілері өзгеріссіз қала береді.

Мәселе

1-мысал. $-45 + 27 - 2 = +(-45 + 27 - 2) = +(-20) = -20$

2-мысал. $9 + (-14) + 11 + (-14) + 31 + (-53) = 9 - 14 + 11 - 14 + 31 - 53 = -30$

Егер қосындыны жақшаларға алып, жақшаның алдына **-** белгісі қойылса, жақшаға алынған қосылғыштардың мәндері қарама-қарсысына өзгертіледі.

Мәселе

3-мысал. $-54 + 275 - 12 = -(+54 - 275 + 12) = -(-209) = 209$

4-мысал. $6 - 8 + 10 = -(6 + 8 - 10)$

5-мысал. $a + b - c = -(a - b + c)$

Жаттығулар

1. Алдымен жақшаларды аш, содан соң есепте. *Ескерту.* Жақша алдындағы $+$ белгісі жазылмайды, бірақ жақшаларды ашқан кезде ескеріледі.

1) $-(43 + 71) + 71$

2) $+(-23 - 510) + 23$

3) $-(-31 + 40) + 40$

4) $0,65 - (18 - 0,35)$

5) $1 - (1 - (1 - 2))$

6) $-1 + (-1 + (-1 + 2))$

2. Жақшаларды аш.

1) $+(a + 5 - b)$

2) $-(c + 42)$

3) $1,35 - (1,5 - k)$

4) $a - (-b + 4c - d)$

5) $-(a + b - c - 5)$

6) $a + (-b + 4c - d)$

3. Сұрау белгісінің орнына $+$ немесе $-$ белгілерін дұрыс қой.

1) $13 ? (15 - 27) = 13 + 15 - 27$

2) $1,8 ? (-12 + 0,4) = 1,8 + 12 - 0,4$

3) $-40,2 ? (5a - 1,84) = -40,2 + 5a - 1,84$

4) $57,8 ? (12n - 0,125) = 57,8 - 12n + 0,125$

4. Жақшаларды аш, содан соң есепте.

1) $+(84 - 208 + 25)$

2) $-(59 - 69) - 29$

3) $+(86 - 98) + 42$

4) $-(284 - 49 - 244)$

5) $-(45 - 69 - 21)$

6) $+(-38 - 410) + 38$

5. Жақшаларды аш, содан соң есепте.

1) $(119 + 141) - (-59 + 119)$

2) $(325 + 219) + (-50 + 110)$

3) $(-228 - 215) - (-28 + 315)$

6. Дұрыс жауаптарды тап.

$+(a + b + c)$	A	$a - b - c$
$-(a + b + c)$	B	$-a - b + c$
$-(a - b - c)$	C	$a - b + c$
$+(-a - b + c)$	D	$-a + b - c$
$-(-a + b - c)$	E	$-a + b + c$
$-(a - b + c)$	F	$a + b + c$
$-(-a - (-b) + c)$	G	$-a - b - c$

7. Өрнектің қосылғыштарын айт және ажыратып жаз.

1) $2a - 5b + 3$

2) $x - 5y + z - 8$

3) $a - b + c - d$

4) $\frac{1}{3}a - \frac{2}{5}b + 0,3c - d$

8. Жакшаларды ашып, қарапайым түрге келтір.

1) $(-a + b) - (a - b)$

2) $x - (x + y)$

3) $5m - (m - 2)$

4) $p - (t - (p - t))$

5) $(-a + b) - (2a - b)$

6) $x - (- (5x + 4y) + 8y)$

7) $5m - (2m - 5)$

8) $3p - (t - (p - 2t))$

9. m немесе $(-m)$ сандарынан бастап, барлық қосылғыштарды жақшаның алдына $+$ белгісін қойып, жақша ішіне ал.

Үлгі: $-2a + 5b + m - 4n = -2a + 5b + (m - 4n)$

1) $3a - 0,1b - m + 0,1n$ 2) $1 + m - 4k - \frac{2}{3}t$

3) $a + b - 2c + m - n + 5$ 4) $1 - \frac{1}{5}c - m + 2\frac{1}{3}b - 0,8c$

10. m немесе $-m$ сандарынан бастап, барлық қосылғыштарды жақша алдына $-$ белгісін қойып, жақша ішіне ал.

Үлгі: а) $5a - b + m + n - k = 5a - b - (-m - n + k)$

б) $2a - b - m + n - c + d = 2a - b - (m - n + c - d)$

1) $p + q + m - n + 6$

2) $b - 2c - m + 3n - 7$

3) $2k - 5l + m + 4n + 3$

4) $11q - 10r - m - k + 2l$

5) $p + m - 7q - n + 8$

6) $b - m - 5c + 2n - 1$

11. Сандар тізбегін жалғастыру формуласын түз.

Үлгі: 7, 9, 11, 13,... Формуласы: $2n + 5$

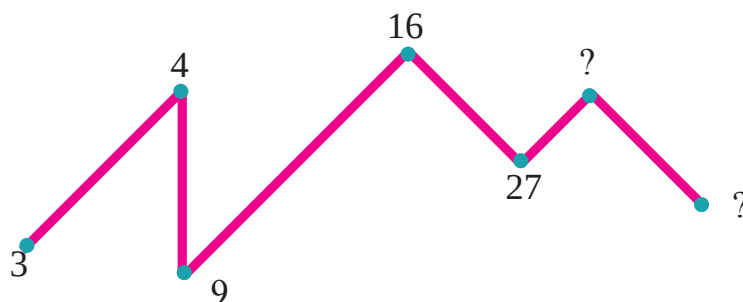
1) 2, 4, 6, 8,...

2) 7, 11, 15 19,...

3) 3, 6, 9, 12,...

4) 4, 7, 10, 13,...

12. Сұрау белгісінің орнына қандай сандар тура келеді?



АРИФМЕТИКА АМАЛДАРЫНЫҢ ҚАСИЕТТЕРІ

Математиканың басқа салалары сияқты, алгебрада да сақталуға міндетті ережелер бар.

Қосу және көбейту

1) Орын алмастыру қасиеті:

$$a + b = b + a$$



$$a \cdot b = b \cdot a$$

2) Топтастыру қасиеті:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$



$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = b \cdot (a \cdot c)$$

3) Қосу мен азайтуға сәйкес бөлу қасиеті:

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b - c) = ab - ac$$

Амалдардың қасиеттерін пайдаланып алгебралық өрнекті алдымен қарапайым түрге келтіріп, содан соң оның мәнін оңай жолмен есептеу мүмкіндігін береді.

Мәселе

- 1) $12 + 33 = 33 + 12$
- 2) $55 + 82 + 45 = (55 + 82) + 45 = (55 + 45) + 82 = 55 + (82 + 45) = 182$
- 3) $14 \cdot 20 = 20 \cdot 14$
- 4) $4 \cdot 25 \cdot 37 = (4 \cdot 25) \cdot 37 = (4 \cdot 37) \cdot 25 = 4 \cdot (25 \cdot 37) = 370$
- 5) $7 \cdot (111 + 8) = 7 \cdot 111 + 7 \cdot 8 = 777 + 56 = 833$
- 6) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = (1 + 9) + (2 + 8) + (3 + 7) + (4 + 6) + 5 = 10 + 10 + 10 + 10 + 5 = 40 + 5 = 45$
- 7) $55 + 82 + 45 + 18 = (55 + 45) + (82 + 18) = 100 + 100 = 200$
- 8) $(95 + 19) + (5 + 31) = (95 + 5) + (19 + 31) = 100 + 50 = 150$
- 9) $145 \cdot 49 + 145 \cdot 51 = 145 \cdot (49 + 51) = 145 \cdot 100 = 14\,500$
- 10) $25 \cdot 712 \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot 712 = 100 \cdot 712 = 71\,200$

Азайту және бөлу

1) a санынан b санын азайту үшін, a санға b санына қарама-қарсы болатын санды қосу жеткілікті:

$$a - b = a + (-b)$$

2) Бөлу амалы бөлгішке теріс санды көбейту жолымен ауыстырылуы мүмкін:

$$a : b = \frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$

Мәселе

1-мысал. Мен ойлаған саныма 20-ны қоссам, 45 саны пайда болады.

Ойланған санды тап.

1-әдіс:

$$x + 20 = 45$$

$$x = 45 - 20$$

$$x = 25$$

2-әдіс:

$$x + 20 = 45$$

$$x + 20 + (-20) = 45 + (-20)$$

$$x = 45 + (-20)$$

$$x = 25$$

2-мысал.

$$30 : 45 = \frac{30}{45} = \cancel{30}^2 \cdot \frac{1}{\cancel{45}_3} = 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Жаттығулар

- 1.** Санды өрнекті арифметикалық амалдардың қасиеттерін пайдалана отырып, қолайлы әдіспен есепте.

1) $28 \cdot 45 + 28 \cdot 55$

2) $2,5 \cdot 7,2 + 2,5 \cdot 2,8$

3) $72 \cdot 139 - 72 \cdot 39$

4) $13,5 \cdot 3,1 - 3,1 \cdot 10,5$

5) $124 - 42 + 226 - 18$

6) $2,51 - 4,41 + 3,49 - 6,59$

7) $91 + 117 + 9 + 83$

8) $31,11 + 42,89 - 1,8 - 5,2$

- 2.** Өрнекті қарапайым түрге келтір.

1) $5x - 4y + 17x - 4y$

2) $4a - 2b + a - b$

3) $12a - 5b - 2a - b$

4) $5x + 8y - 9y + x$

5) $4a - 11a + 9a - b$

6) $7b + 7a - 4b + 3b$

- 3.** Ұқсас мүшелерді ықшамда.

1) $7,5a - 6,8b - 7,5a - 6,8b$

2) $a - 3a + 4,7 - 7,2$

3) $2,1a - 1,7c + 2,7a - 2,2c$

4) $-9,8c + 5,1d + 1,1c + 4,2d + 4c$

5) $4,2a + 1,8b - 2,6a + 3,4a$

6) $-8,9a + 1,5b - 1,1a - 5,5b$

- 4.** Санды өрнектің мәнін тап.

1) $2,17 + (3,2 - 0,17)$

2) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right)$

3) $9,49 - (1,5 - 0,01)$

4) $\left(1\frac{1}{3} + 4\frac{1}{2}\right) : \frac{5}{6}$

5) $0,94 - (-1,06 - 98)$

6) $\left(3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{3}\right) : 11\frac{1}{6}$

5. Алгебралық өрнектің мәнін тап.

1) $a = \frac{1}{3}$; $b = 1$ болса, $3a - 2b$

2) $a = 5,1$; $b = 4,7$ болса, $P = 2(a + b)$

3) $a = 12,5$; $h = 6,4$ болса, $S = \frac{1}{2}ah$

4) $a = 2,5$; $b = 2,4$; $c = 3,5$ болса, $V = abc$

6*. Өрнекті ықшамда және сандық мәнін тап.

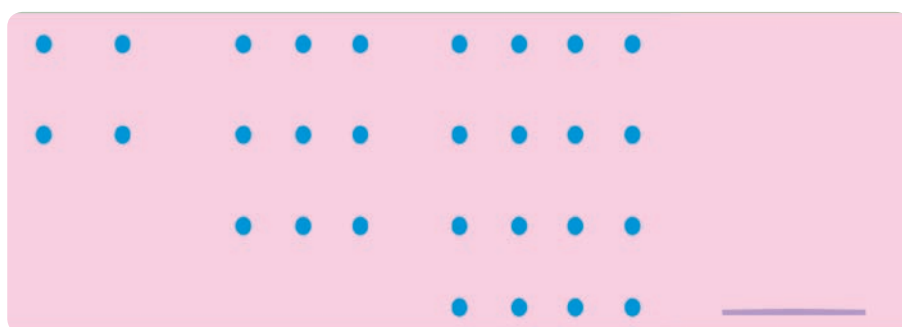
1) $5(3x - 7) + 2(1 - x)$, бұнда $x = \frac{1}{26}$

2) $(2c + 5d) - (c + 4d)$, бұнда $c = 0,4$; $d = 0,6$

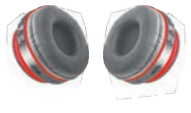
3) $1, (3) \cdot (a + b) + 2, (7) \cdot (a - b)$, бұнда $a = 2$; $b = -9$

4) $-0,1(2) \cdot (a - b) + 0,0(2) \cdot (a + 2b)$, бұнда $a = -10$; $b = 6$

7. Логикалық тізбекті жалғастыр.



PISA сұрақтары негізінде өзіңді сынап көр

MP3 ПЛЕЙЕРЛЕР		
MP3 плейер  155 ш.б.	Құлаққап  86 ш.б.	Кернейлер  79 ш.б.

MP3 заттарын сатудан 37,5 пайыз пайда алуға болады.

Төмендегі формулалар өзіндік құн – w , сату бағасы – s ортасындағы тура пропорционалды көрсете ме?

Формулалар	Формулалар дұрыс па?
$s = w + 0,375$	иә/жоқ
$w = s - 0,375s$	иә/жоқ
$s = 1,375w$	иә/жоқ
$w = 0,625s$	иә/жоқ

НАТУРАЛ КӨРСЕТКІШТІ ДӘРЕЖЕ

Еске түсіреміз

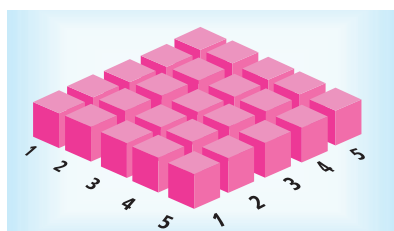
1) Бір түрлі сандардың жиындысын көбейтумен ауыстыруға болады:

$$\underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + 4}_{5\text{-eу}} = 4 \cdot 5$$

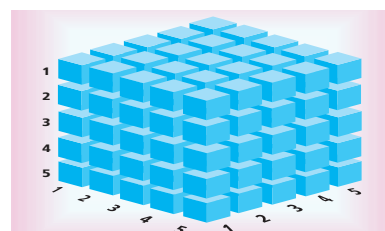
$$\underbrace{a + a + a + \dots + a + a}_n = na$$

2)

$$5 \cdot 5 = 5^2 = 25$$



$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$$



Есте сақта!

a санның n натурал көрсеткішті дәрежесі деп, әрқайсысы a ға тең болған n көбейткіштің көбейтіндісі айтылады:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ рет}} = a^n$$

дәреженің негізі $\leftarrow a^n \rightarrow$ дәреже көрсеткіші

Нақ сол сияқты көбейткіштері бірдей сандардан тұратын көбейтіндіні жаңа әдіс – **дәрежеге көтеру** амалымен алмастыруға болады:

$$\underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 7}_{8 \text{ рет}} = 7^8$$

$$12 = 12^1$$

$$2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ рет}} = 32$$

$$\underbrace{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}_{7 \text{ рет}} = 6^7$$

$$\underbrace{\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \dots \cdot \frac{1}{7}}_{11 \text{ рет}} = \left(\frac{1}{7}\right)^{11}$$

Саннның бірінші дәрежесі сол саннның өзіне тең: **$a^1 = a$**

$$4^1 = 4$$

$$21^1 = 21$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^1 = \frac{3}{5}$$

$$(-0,5)^1 = -0,5$$

10-ның дәрежелері:

$$10^1 = 10$$

$$10^4 = 10\,000$$

$$10^7 = 10\,000\,000$$

$$10^2 = 100$$

$$10^5 = 100\,000$$

$$10^8 = 100\,000\,000$$

$$10^3 = 1\,000$$

$$10^6 = 1\,000\,000$$

$$10^9 = 1\,000\,000\,000$$

Мәселе

$$\begin{aligned}
 2^1 &= 2 \\
 2^2 &= 2 \cdot 2 = 4 \\
 2^3 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \\
 2^4 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16 \\
 2^5 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32 \\
 2^6 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64 \\
 2^7 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128 \\
 2^8 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256 \\
 2^9 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 512 \\
 2^{10} &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024
 \end{aligned}$$

Дәреже көрсеткіші

Дәреженің негізі

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$$

~~$$4^3 = 4 \cdot 3$$~~

Жаттығулар

1. Жиындыны көбейтінді пішінінде жаз.

1) $7 + 7 + 7 + 7 + 7$

3) $d + d + d + d + d + d + d$

5) $5ab + 5ab + 5ab + 5ab + 5ab$

7) $\underbrace{10 + 10 + 10 + \dots + 10}_{43 \text{ рет}}$

2) $a + a + a + a$

4) $2x + 2x + 2x + 2x$

6) $(a - 2b) + (a - 2b) + (a - 2b)$

8) $\underbrace{k + k + k + \dots + k}_{n \text{ рет}}$

2. Көбейтіндіні дәреже пішінінде жаз.

1) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

3) $(-5,1) \cdot (-5,1) \cdot (-5,1) \cdot (-5,1) \cdot (-5,1)$

5) $\frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y}$

2) $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}$

4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$

6) $\frac{3a}{4} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{3a}{4}$

3. Көбейтіндіні дәреже пішініндегі жазуды пайдалана отырып, ықшамда.

1) $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

3) $2 \cdot 2 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$

5) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

7) $(x - y) \cdot (x - y) \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{c}$

8) $1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2$

10) $0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$

12) $a \cdot a \cdot a + b \cdot b \cdot b \cdot b + c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c$

2) $a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b$

4) $x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y \cdot z \cdot z \cdot z$

6) $\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{c}{d}$

9) $(-5,1) \cdot (-5,1) \cdot x \cdot x$

11) $(5a - 4b) \cdot (5a - 4b)$

13) $a \cdot a + b \cdot b + c \cdot c$

4. Өрнекті ықшамда.

1) $7 \cdot 7 + a \cdot a \cdot a + b \cdot b \cdot b \cdot b$

2) $\underbrace{x \cdot x + x \cdot x + x \cdot x + \dots + x \cdot x}_{n \text{ рет } x \cdot x}$

3) $\underbrace{x \cdot x + x \cdot x + x \cdot x + \dots + x \cdot x}_{x \text{ рет } x \cdot x}$

4) $\underbrace{a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a + \dots + a \cdot a \cdot a}_{b \text{ рет } a \cdot a \cdot a}$

5) $\underbrace{a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a + \dots + a \cdot a \cdot a}_{a \text{ рет } a \cdot a \cdot a}$

6) $\underbrace{a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + \dots + a \cdot a}_{b \text{ рет } a \cdot a} + \underbrace{b \cdot b \cdot b + b \cdot b \cdot b + \dots + b \cdot b \cdot b}_{a \text{ рет } b \cdot b \cdot b}$

5. Есепте.

1) 5^2

2) 6^3

3) 2^4

4) 2^7

5) 1^{10}

6) $(-1)^{12}$

7) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

8) $\left(-\frac{1}{4}\right)^4$

9) $(2,5)^2$

10) $(-2,5)^2$

11) -2^5

12) $(-2)^5$

Есте сақта!

10-нан үлкен әрбір санды $a \cdot 10^n$ түрінде жазуға болады, бұнда $1 \leq a < 10$ және n – натурал сан. Бұндай жазу **санның стандарт пішіні** деп жүргізіледі.

Физика және химия пәндерін оқып-үйрену, микрокалькуляторлармен есептеу және басқа көптеген жағдайларда стандарт пішіндегі жазулар пайдаланылады.

Жердің салмағы:

24 23 22 21 20 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
5 974 200 000 000 000 000 000 000 000,0 kg

Санның стандарт пішіні:

$5,9742 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Мәселе

1-мысал. $52 = 5,2 \cdot 10 = 5,2 \cdot 10^1$

2-мысал. $73 = 7,3 \cdot 10 = 7,3 \cdot 10^1$

3-мысал. $625 = 6,25 \cdot 10 = 6,25 \cdot 10^2$

4-мысал. $3147 = 3,147 \cdot 10^3$

5-мысал. $516,444 = 5,16444 \cdot 10^2$

6-мысал. $3\ 265\ 400 = 3,2654 \cdot 10^6$

7-мысал. Жерден Күнге дейінгі ара қашықтық $150\ 000\ 000 \text{ km}$ яки $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$.

8-мысал. Ташкент телемұнарасының массасы $6 \cdot 10^6 \text{ kg}$ яки $6\ 000\ 000 \text{ kg}$.

Есте сақта!

Дәрежеге көтеру – III басқыш амалы. Егер өрнекте жақшалар болмаса, алдымен үшінші басқыш, одан кейін екінші басқыш (көбейту мен бөлу) және ең соңында бірінші басқыш амалдары (қосу мен азайту) орындалатынын есіңе түсір.

$$2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 3^3 = 2 \cdot 25 + 4 \cdot 27 = 50 + 108 = 158$$

Сандарды дәреженің көмегімен жазу көп ретте, атап айтқанда, натурал сандарды қосылғыштардың жиындысы түрінде жазу үшін пайдаланылады:

$$2\,021 = 2 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 1 = 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1$$

Жаттығулар

6. Берілген сандарды стандарт пішінде жаз.

- 1) 17 2) 128 3) 75716
4) 12 000 000 5) 128 000 000 000 6) 74,28

7. Стандарт пішінде берілген сандарды толық пішінде жаз.

- 1) $2,5 \cdot 10^2$ 2) $3,45 \cdot 10$ 3) $5,567 \cdot 10^3$ 4) $6 \cdot 10^6$

8. Сандарды қосылғыштардың жиындысы пішінінде жаз.

- 1) 2 715 2) 10 785 3) 475 064 4) 89 412 141

9. Қосылғыштар жиындысы ретінде берілген санды жаз.

- 1) $4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 2$ 2) $7 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^1 + 7$
3) $8 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 4$ 4) $9 \cdot 10^6 + 9$

10. Есепте.

- 1) $(0,3)^3$ 2) -5^4 3) -5^3 4) $-(-2)^5$
5) $(-5)^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$ 6) $(-2)^3 \cdot \frac{3}{8}$ 7) $-\frac{3}{5} \cdot (-5)^3$ 8) $-\frac{3}{18} \cdot (-6)^3$

11. Есепте.

- 1) $(-1)^{19} + (-1)^{20} + (-1)^{21}$ 2) $(-1)^{23} - (-1)^{24} - (-1)^{25}$
3) $(-1)^{2021} - (-1)^{2022} + (-1)^{2023}$ 4) $-(-1)^{49} - (-1)^{58} - (-1)^{79}$

12. x^2 өрнегінің мәнін x тің кестесінде келтірілген мәндер үшін есепте.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x^2									

13. Белгісіздерді тап.

- 1) $10^n = 1\,000$ 2) $4^k = 128$ 3) $30^m = 30$ 4) $(-5)^t = -125$

14. x^3 өрнектің мәнін x тің кестесінде келтірілген мәндер үшін есепте.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x^3									

15. $x^2 - x^3$ өрнектің мәнін x тің кестеде келтірілген мәндері үшін есепте.

x	0	-2	3	-4	10	-6	-0,5	1,2	$\frac{3}{4}$	$-1\frac{3}{5}$
$x^2 - x^3$										

16. Берілген сандарды стандарт пішінге келтір.

- 1) Меркурий – Күннен орташа ұзақтығы 58 миллион km.
- 2) Венера (Шолпан) – Күннен орташа ұзақтығы 108,3 миллион km.
- 3) Жер – Күннен орташа ұзақтығы 150 миллион km.
- 4) Марс – Күннен орташа ұзақтығы 227,94 миллион km.
- 5) Юпитер – Күннен орташа ұзақтығы 778,6 миллион km.
- 6) Сатурн – Күннен орташа ұзақтығы 1429,3 миллион km.
- 7) Уран – Күннен орташа ұзақтығы 2872 миллион km.
- 8) Нептун – Күннен орташа ұзақтығы 4498,6 миллион km.

НАТУРАЛ КӨРСЕТКІШТІ ДӘРЕЖЕНІҢ ҚАСИЕТТЕРІ

Есте сақта!

1-қасиет

Бірдей негізді дәрежелерді көбейткенде негіз өзгермейді, ал дәреже көрсеткіштері қосылады.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

2-қасиет

Бірдей негізді дәрежелерді бөлгенде негіз өзгермейді, ал дәреже көрсеткіштері азайтылады.

$$x^m : x^n = x^{m-n}, \quad m > n, x \neq 0.$$

3-қасиет

Дәрежені дәрежеге көтергенде негіз өзгермейді, ал дәреже көрсеткіштері көбейтіледі

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

4-қасиет

Көбейтіндіні дәрежеге көтеру үшін әрбір көбейткіш сол дәрежеге көтеріледі.

$$(xy)^n = x^n y^n$$

5-қасиет

Бөлшекті дәрежеге көтергенде оның алымы мен бөлімі нақ сол дәрежеге көтеріледі.

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}, \quad y \neq 0$$

$$6^2 \cdot 6^3 = 6^5 \quad 2+3=5$$

$$4^4 \div 4^2 = 4^2 \quad 4-2=2$$

Саннның дәрежесі кестесі									
n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4^n	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5^n	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6^n	36	216	1296	7776	46656	279936			
7^n	49	343	2401	16807	117649				
8^n	64	512	4096	32768					
9^n	81	729	6561	59049					

$$3^7 = 2187$$

$$5^5 = 3125$$

$$8^3 = 512$$

Мәселе

1-мысал. $\frac{2^9 \cdot (2^5)^6 \cdot (2^4)^5}{64^9} = \frac{2^9 \cdot 2^{30} \cdot 2^{20}}{64^9} = \frac{2^{9+30+20}}{(2^6)^9} = \frac{2^{59}}{2^{54}} = 2^{59-54} = 2^5 = 32$

2-мысал. $(-1)^9 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

3-мысал. $0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

Жаттығулар

1. Көбейтіндіні дәреже түрінде жаз.

1) $5^7 \cdot 5^4$

2) $a^6 \cdot a^9$

3) $(3b)^5 \cdot (3b)^{11}$

4) $a^3 \cdot a^4 \cdot a^5$

5) $(-2,6a)^7 \cdot (-2,6a)^6$

6) $c^3 \cdot c^4 \cdot c^{10}$

7) $\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{17}$

8) $\left(-1\frac{3}{4}\right)^8 \cdot \left(-1\frac{3}{4}\right)^{10}$

9) $x^8 \cdot x^9 \cdot x^3$

10) $c^n \cdot c^{2n} \cdot c^{5n}$

11) $a^{3n} \cdot a^{6n} \cdot a^{9n}$

12) $(-x)^9 \cdot (-x)^{18}$

2. Бөліндіні дәреже түрінде жаз.

1) $8^{15} : 8^3$

2) $5^{13} : 5^9$

3) $3^4 : 3$

4) $(0,8)^9 : (0,8)^4$

5) $\left(-\frac{4}{5}\right)^7 : \left(-\frac{4}{5}\right)$

6) $\left(\frac{a}{b}\right)^7 : \left(\frac{a}{b}\right)$

$$7) (ab)^{19} : (ab)^{10} \qquad 8) \left(\frac{3a}{5b}\right)^{43} : \left(\frac{3a}{5b}\right)^{19}$$

3. Бірдей негізді екі дәреженің көбейтіндісі түрінде жаз.

$$\begin{array}{lllll} 1) x^{10} & 2) a^5 & 3) (-y)^{11} & 4) c^{30} & 5) (-11x)^{19} \\ 6) \left(\frac{2}{3}\right)^5 & 7) (1,2)^{13} & 8) (4a)^{20} & 9) (ab^4)^3 & 10) (-5xy)^{25} \end{array}$$

4. Өрнекті негізі a болған дәреже көрінісіне келтір.

$$\begin{array}{llll} 1) (a^7)^8 & 2) (a^9)^{11} & 3) (a^7)^{13} & 4) (a^2)^4 \cdot a^9 \\ 5) a^8 \cdot (a^3)^{11} & 6) (a^3)^5 \cdot (a^6)^8 & 7) a^{21} \cdot a^{24} & 8) (a^9)^3 \cdot (a^{11})^8 \end{array}$$

5. Бөлшекті дәрежеге көтер.

$$1) \left(\frac{4}{5}\right)^6 \quad 2) \left(\frac{3}{7}\right)^{10} \quad 3) \left(\frac{11}{17}\right)^8 \quad 4) \left(\frac{a}{b}\right)^{21} \quad 5) \left(\frac{b}{c}\right)^{19}$$

6. Сандарды негізі 2 болған дәреже түрінде жаз.

$$\begin{array}{llll} 1) 64 & 2) 32 & 3) 256 & 4) 16 \\ 5) 2048 & 6) 1024 & 7) 2^5 \cdot 16 & 8) 2^6 \cdot 32 \\ 9) 64 \cdot 2^{10} & 10) 2^a \cdot 32 & 11) 2^{11} \cdot 2^5 \cdot 64 & 12) 16 \cdot 64 \cdot 256 \end{array}$$

7. Көбейтіндіні дәрежеге көтер.

$$1) (5 \cdot 7)^3 \quad 2) (6 \cdot 1,2)^5 \quad 3) \left(2 \frac{1}{5} \cdot 7\right)^6 \quad 4) (5x)^7 \quad 5) (-3a)^6$$

8. Сандарды негізі 3 болған дәреже түрінде жаз.

$$1) 3 \quad 2) 9 \quad 3) 27 \quad 4) 81 \quad 5) 729 \quad 6) 3 \cdot 3^{10}$$

9. Есепте:

$$\begin{array}{lllll} 1) \frac{2 \cdot 3^{10}}{3^7} & 2) \frac{3 \cdot 2^{15}}{2^{14}} & 3) \frac{3^6 \cdot 5^8}{3^4 \cdot 5^7} & 4) \frac{7^9 \cdot 7^{13}}{7^6 \cdot 7^{14}} & 5) \frac{5^9 \cdot 5^{19}}{5^{25}} \\ 6) \frac{2^{17} \cdot 3^{41}}{2^{15} \cdot 3^{39}} & 7) \frac{6^8}{2^{17} \cdot 3^7} & 8) \frac{3^{10} \cdot 2^9}{6^9} & 9) \frac{6^{13}}{(-6)^{12}} & 10) \frac{3^8 \cdot 5^8}{15^7} \\ 11) \frac{(-3)^{10}}{(-3)^7} & 12) \frac{(-3)^{10}}{3^7} & 13) -\frac{3^8}{(-3)^8} & 14) \frac{(-5)^9}{(-5)^7} & 15) \frac{(-8)^{11}}{8^{10}} \end{array}$$

10. n нің қандай мәндерінде теңдік орындалады?

$$\begin{array}{llll} 1) 2^n = 64 & 2) 3^n = 729 & 3) 2^n = 256 & 4) 3^n = 243 \\ 5) 2^n \cdot 3^n = 36 & 6) 2^n \cdot 3^n = 216 & 7) (3^n)^3 = 27 & 8) (2^n)^5 = 1024 \end{array}$$

11. Өрнектің көрсеткіші 3 болған дәреже түрінде жаз.

- 1) a^{63} 2) b^{99} 3) c^{12} 4) 5^{24} 5) a^3b^6
 6) $a^3b^6c^9$ 7) $a^{12}b^{24}c^{36}$ 8) $27a^{15}$ 9) $125a^{18}b^{33}$ 10) $-0,008x^{12}y^{18}$

12. Есепте.

- 1) $0,5^4 \cdot 2^4$ 2) $(-0,125)^3 \cdot (-8)^3$ 3) $\left(\frac{3}{5}\right)^{10} \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^{10}$ 4) $\left(-\frac{8}{27}\right)^6 \cdot \left(-3\frac{3}{8}\right)^6$
 5) $\frac{3^5 \cdot 2^6}{6^5}$ 6) $\frac{3^8 \cdot 2^6}{6^6}$ 7) $\frac{15^{13}}{5^{11} \cdot 3^{12}}$ 8) $\frac{2^9 \cdot (2^5)^6 \cdot (2^4)^5}{64^9}$

13. Бөлшекті дәреже түрінде жаз.

- 1) $\frac{3^6}{5^6}$ 2) $\frac{2^{10}}{7^{10}}$ 3) $\frac{8^{15}}{9^{15}}$ 4) $\frac{5^{13}}{a^{13}}$ 5) $\frac{x^{30}}{y^{30}}$

14. Өрнектің сандық мәнін тап.

- 1) $\frac{a^2}{a^2 - 1}$, бұнда $a = -3$ 2) $\frac{a^2 + b^2}{4}$, бұнда $a = -1$, $b = 2$
 3) $\frac{a^3 - b^3}{a + b}$, бұнда $a = -1$, $b = 2$ 4) $\frac{2a - 5}{a^3}$, бұнда $a = 4$

15. Өрнекті дәреже түрінде жаз.

- 1) $5^{n+2} \cdot 5^{2n+1}$ 2) $3^{n-2} \cdot 3^{3n-4}$ 3) $2^{n-1} \cdot 4^{n-2} \cdot 8^{n-3}$ 4) $3^{2n+6} : 3^{n+8}$
 5) $9^{3n+4} : 27^{2n+1}$ 6) $a^{5n-3} \cdot a^{4n+1}$ 7) $a^{2n+9} \cdot a^{3n+7}$ 8) $b^{k+5} : b^{k+4}$

16. n нің қандай мәнінде теңдік орынды болады?

- 1) $(3^n)^4 = 3^{20}$ 2) $(5^2)^n = 5^{18}$ 3) $4^{6n} = 2^{60}$
 4) $36^n = 216^8$ 5) $49^{5n} = 343^{20}$ 6) $2^5 \cdot (2^6)^3 = 2^n$
 7) $4^3 \cdot 8^4 \cdot 16^5 = 2^n$ 8) $a^4 b^4 c^4 = (abc)^n$ 9) $a^{15} b^{18} c^{21} = (a^5 b^6 c^7)^n$

17*. Салыстыр.

- 1) 12^5 және 24^4 2) 5^{10} және 10^5 3) 100^{200} және 200^{100} 4) 3^{15} және 7^{10}

18. Санды стандарт түрінде жаз.

- 1) 1 800 2) 27 900 3) 256 000
 4) Жерден Күнге дейінгі қашықтық 149 500 000 km

19*. Көбейтінді неше нөлмен аяқталады?

- 1) $720 \cdot 1620 \cdot 625$ 2) $280 \cdot 280 \cdot 1875 \cdot 900$

20*. Өрнектер нәтижесінің соңғы цифрын тап.

- 1) $1245 + 5647$ 2) $145781 + 659874$
 3) $455412 - 6542$ 4) $45781147 - 451259$
 5) $4152547 \cdot 145218$ 6) $41526 \cdot 415879$

БІРМҮШЕ ЖӘНЕ ОНЫҢ СТАНДАРТ ПІШІНІ

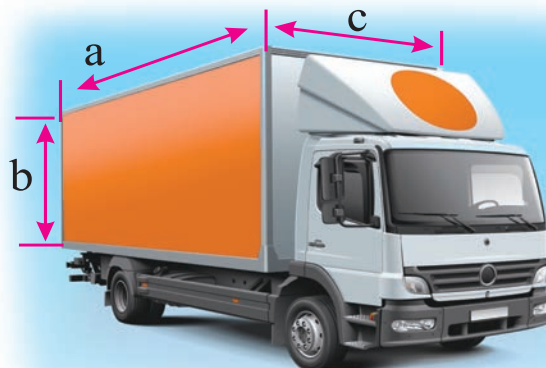
Еске түсіреміз

Машина кузовының көлемін табамыз:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Бұл өрнекті abc түрінде жазуға болады.

abc – әріптік көбейткіштер.



Есте сақта!

Сандық және әріптік көбейткіштердің көбейтіндісінен тұратын алгебралық өрнек **бірмүше** деп аталады.

Мысалы, мына өрнектер бірмүшелерге жатады:

$$5 \quad 2a \quad 5ab \cdot 5c \quad -2a \quad 1\frac{7}{9}ab^3 \quad (-4)bc^2$$

$$(-4)bc^2 \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{дәреже}} \\ \swarrow \text{коэффициент} \quad \searrow \text{өзгергіштер} \end{array}$$

Коэффициент

Егер өрнек саннан және бірнеше әріптердің көбейтіндісінен құралған болса, онда әріптің алдында тұрған көбейткіш **коэффициент** деп аталады.

Қалыпты жағдайда коэффициент әріптік көбейткіштің алдына жазылады. Көбейтіндіде коэффициент пен әріптердің арасына көбейту амалының белгісі жазылмайды: $a2b$, $-ab3$.

Мәселе

$100n$ – коэффициент 100

$-3ab$ – коэффициент (-3)

px – коэффициент 1

$-b$ – коэффициент (-1)

$\frac{3}{4}a^7b$ бірмүшенің коэффициенті $\frac{3}{4}$

Бірімшенің стандарт пішіні

Берілген өрнекті стандарт пішінге келтіру үшін сандық және әріптік көбейткіштер дербес топтастырылып, олардың көбейтіндісі табылады. Табылған сан көбейткіш әріптердің алдына жазылады.

$$6a \cdot 2b \quad \longrightarrow \quad 6 \cdot a \cdot 2 \cdot b \quad \longrightarrow \quad 12 \cdot ab = 12ab$$

1) $-0,1a \cdot (-10b) = -0,1 \cdot (-10) \cdot ab = 1ab = ab$ – бірімшенің стандарт пішіні.

2) $\frac{1}{2}a \cdot \left(-\frac{4}{5}b^2\right) \cdot 3ac = -\frac{6}{5}a^2b^2c$
 $-\frac{6}{5}a^2b^2c$ – бірімшенің стандарт пішіні.

Жаттығулар

1. Бірімшені стандарт пішінге келтір.

1) $\frac{1}{4}a^5 \cdot 4a^5b^2a$

2) $ab^2ba^3b^2$

3) $64a^5 \cdot \frac{7}{16}b^4 \cdot \frac{2}{49}ab$

4) $100x \cdot 0,01x^5y^2$

5) $abc^2b^6ca^2cc$

6) $a^7b^2ab^4b^2a^4b$

7) $5ab \cdot 0,7bc \cdot 40ac$

8) $-x^3y \cdot 3a^2y^4$

9) $-0,45xy \cdot \left(1\frac{1}{9}xz\right) \cdot 9xy$

10) $0,6a^3b(-0,5ab^3)$

2. Бірімшені стандарт пішінге келтіріп, одан кейін санның мәнін тап.

1) $\frac{1}{2}a^2 \cdot 4a^3b$, бұнда $a = 3, b = -2$

2) ab^2a^2bab , бұнда $a = -3, b = 2$

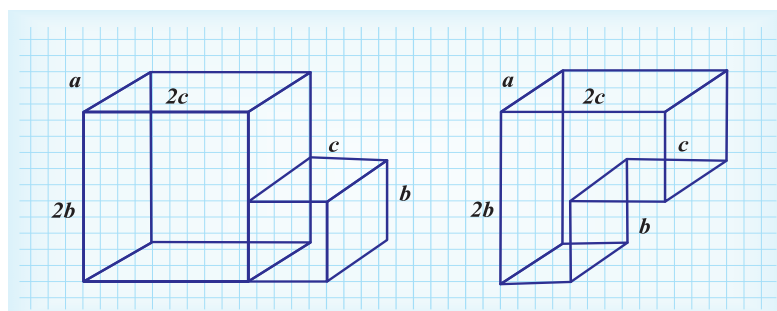
3) $5a^2 \cdot \frac{8}{25}b^2 \cdot 1\frac{1}{4}ab$, бұнда $a = 2, b = 5$

4) $0,2x^{10}y \cdot 0,4x^7y^3$, бұнда $x = -1, y = -5$

5) $abc^2ab^2ca^2bc$, бұнда $a = 1, b = -2, c = -3$

6) $a^2b^4ab^2a^4b$, бұнда $a = -5, b = -0,2$

3. Берілген пішіндердің көлемін тап және нәтижені стандарт пішінге келтір.



БІРМҮШЕЛЕРДІ КӨБЕЙТУ ЖӘНЕ БӨЛУ

Бірімшені бірімшеге көбейту

Алгебралық өрнекті қарапайым күйге келтіру, оны мүмкіндігінше қысқа әрі ретті етіп жазу болып саналады.

Стандарт пішіндегі бірімшелерді көбейткенімізде алдымен сандарды, одан соң әріптерді көбейтеміз.

$$(4a^2bc^3) \cdot (3ab^4cd) = 4a^2bc^3 \cdot 3ab^4cd = 4 \cdot 3 \cdot a^{2+1} \cdot b^{1+4} \cdot c^{3+1} \cdot d = 12a^3b^5c^4d$$

Бірімшелерді көбейту нақ бейстандарт бірімшені стандарт пішінмен жазуға ұқсайды. Көбейтіндіде алдымен коэффициент, одан соң әріптер әліппе тәртібімен жазылады.

Жаттығулар

1. Бірімшелерді көбейт.

1) $(3a)(4b)$

2) $b^3 \cdot (5b^2)$

3) $(4a) \cdot (10b)$

4) $(-2a) \cdot (-8b)$

5) $(-a) \cdot (7b)$

6) $(-6m^4) \cdot (5n^4)$

7) $\frac{1}{2}x \cdot \left(-\frac{1}{3}y\right)$

8) $(-8m^3) \cdot (-7m^3)$

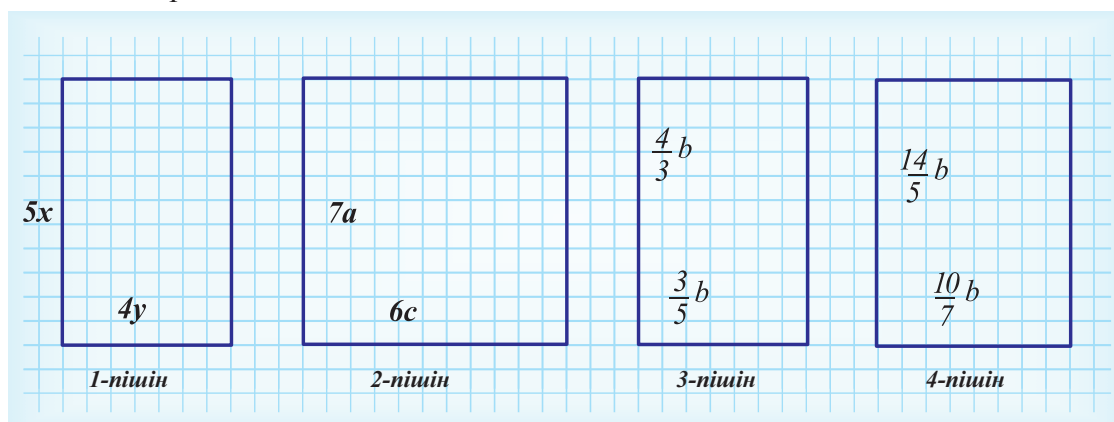
9) $(-4xy) \cdot (-5x^2y^2)$

10) $(ab) \cdot (bc)$

11) $(2,5a^8) \cdot (-4a^9)$

12) $(-abc^3)(-a^3bc)$

2. Пішіндердің бетін тап.



3. Амалдарды орында.

1) $(-5a)^3 \cdot (-4a)$

2) $(-a)^5 \cdot (-a)^4$

3) $(a^2b^3c^3)^9 \cdot (a^3b^7c^2)^2$

4) $(a^{10}b^9c^8)^5 \cdot (a^9b^8c^8)^4$

5) $(2,5a^7)^2 \cdot (2a^{11})^4$

6) $(-2a^2b)^2 \cdot (-2ab^2)^3$

7) $(8a)^3 \cdot (5a^4) \cdot (2a^7)$

8) $(abc^3)^3 \cdot (ab^3c)^4 \cdot (a^3bc)^5$

4. Бірімшелерді көбейт.

1) $(a^6)(b^6)(a^7b^8)$

2) $(a^{10}b^9) \cdot (a^{13}b^7)$

3) $(-5a^4)(0,2b^3)(-8a^5b^7)$

4) $(1,2x^9) \cdot (1,3x^{10})$

5) $(2a)(3a^2)(4a^3)(5a^4)$

6) $(0,6m^4)(0,8n^4)$

Бірімшені бірімшеге бөлу

Бірімшені бірімшеге бөлу үшін, бөлінгіш бірімшенің коэффициенті бөлгіш бірімшенің коэффициентіне бөлінеді, содан соң бөлінгіш бірімшенің сәйкес әріптік өрнектерінің дәреже көрсеткіштерінен бөлгіш бірімше сәйкес әріптік өрнектерінің дәрежелері азайтылады.

$$(3a^4 b^3 c) : (2ab^2) = (3 : 2) \cdot (a^4 : a) \cdot (b^3 : b^2) \cdot c = 1\frac{1}{2}a^3bc$$

Түсініктеме: егер бөлінгіш бірімшенің әріптік өрнектері дәреже көрсеткішінен, бөлгіш бірімшенің сәйкес әріптік өрнектерінен кемінде біреуінің дәреже көрсеткіштері үлкен болса, онда бөлу амалының нәтижесі бірімше болмайды.

Бірімшені бірімшеге бөлу кезінде $k : n = \frac{k}{n}$ түрінде жазып алған қолайлы.

Мысалы: $4\frac{1}{3}a^3b^2c : \frac{13}{18}a^2b^2 = \frac{13}{3} \cdot \frac{18}{13} \cdot \frac{a^3b^2c}{a^2b^2} = 6ac$

Жаттығулар

5. Бірімшені бірімшеге бөл.

1) $b^{10} : b^7$

2) $y^{16} : y$

3) $x^{19} : x^{11}$

4) $3c : (-2)$

5) $(-0,6a) \cdot 0,3$

6) $(36a^7) : (18a^3)$

7) $(-6c) : (-4c)$

8) $(5ab) : (-2a)$

9) $(1,2a^9b^7) : (-0,6a^5b^3)$

6. Төмендегілердің қайсысы бірімше?

1) $3,4x^2y$

2) $-0,7xy^2$

3) $a(-0,8)$

4) $x^2 + x$

5) x^2x

6) $-\frac{3}{4}m^3nm^2$

7) $a - b$

8) $2(x + y)^2$

7. Стандарт пішіндегі бірімшені көрсет.

1) $6xy$

2) $-2abc$

3) $0,5m2n$

4) $-bca$

8. Бірімшені басқа бірімшенің квадраты түрінде жаз.

1) $9x^4$

2) $81x^6$

3) $16y^{10}$

4) $25a^8b^{10}$

5) $36a^{10}b^{12}c^{16}$

6) $a^8b^{16}c^{14}$

9. Бірімшені стандарт пішінге келтіріп, содан кейін сандық мәнін тап.

1) $\frac{1}{6}a^2 \cdot 8a \cdot b$, бұнда $a = 6$, $b = -4$

2) $ab^2a^2b^3$, бұнда $a = -1$, $b = 1$

3) $0,25a^3 \cdot \frac{4}{5}b \cdot 2\frac{1}{2}a^2b$, бұнда $a = -3$, $b = -1$

4) $4x^4y^2 \cdot 0,5x^2y$, бұнда $x = -2$, $y = -4$

5) $a^2bca^2b^2c$, бұнда $a = 1$, $b = -1$, $c = -2$

6) $4a^2b^2 \cdot a^2 \cdot b^3$, бұнда $a = -4$, $b = -0,25$

10. Бірмүшені бірмүшеге бөл.

1) $(-2c) : 0,1c$

2) $\left(\frac{1}{4}a\right) : \left(\frac{3}{4}a\right)$

3) $(30m^6n^9) : (-0,3m^5n^3)$

4) $(42a^9) : (-6a^4)$

5) $(0,2x^6y^7) : (-0,01x^4y^6)$

6) $(0,9x^5y^4) : (-0,2x^5y)$

7) $\left(2\frac{3}{5}a^4b^9\right) : \left(1\frac{1}{25}a^2b^6\right)$

8) $(30ab) : (-40ab)$

11. Көбейтуді орында.

1) $-\frac{1}{2}a^3b \cdot (-a^2b^4) \cdot 4b^3a$

2) $2\frac{1}{4}c^3d \cdot \left(-\frac{2}{3}cd^2\right)^2$

3) $8a^2b \cdot \left(-\frac{1}{4}ab^6\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}b^5\right)a^3$

4) $3\frac{3}{8}c^3d^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}c^2d^2\right)^3$

12. Бірмүшенің мәнін тап.

1) $2x^2y^3$, егер $x = -0,5$; $y = -2$ болса

2) $3a^3b^2$, егер $a = -3$; $b = -\frac{1}{3}$ болса

13. Бірмүшенің мәнін тап.

1) $-200xy^3$, егер $x = -\frac{1}{2}$; $y = -0,1$ болса

2) $-800a^3b$, егер $a = -\frac{1}{2}$; $b = -0,1$ болса

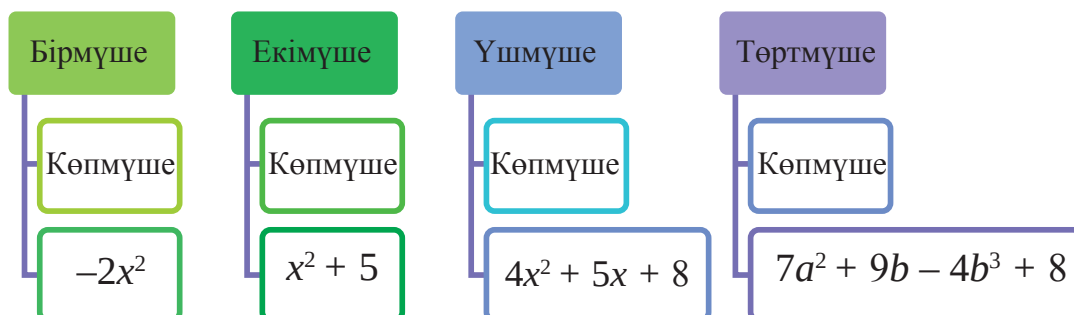
КӨПМҮШЕЛЕР

Есте сақта!

Бірнеше бірмүшенің алгебралық жиындысы **көпмүше** деп аталады.
Көпмүшені құрайтын бірмүшелерді осы **көпмүшенің мүшелері** дейміз.

$$\underbrace{-2a^4b + ab^2 + \frac{1}{3}c}_{\text{Көпмүше}}$$

$$\underbrace{-2a^4b; \quad ab^2; \quad \frac{1}{3}c}_{\text{Көпмүшенің мүшелері}}$$



Мәселе

1-мысал. $-5\frac{1}{9}ab^2$; $3a^4$; $-a^2bc$; abc ; $3\frac{2}{5}$ бірмүшелерден көпмүше құрастыр.

Оларды бірінен соң бірін $-5\frac{1}{9}ab^2 + 3a^4 - a^2bc + abc + 3\frac{2}{5}$ көрінісінде жазу жеткілікті.

2-мысал. $9a^6b^2c - 2a^3bc^4 + 2ab - 5ac$ көпмүшені бірмүшелердің жиындысы көрінісінде бейнеле.

$$9a^6b^2c - 2a^3bc^4 + 2ab - 5ac = 9a^6b^2c + (-2a^3bc^4) + 2ab + (-5ac).$$

3-мысал. $3a \cdot 2ab + \frac{1}{4}a^3bc \cdot 2b - 4mn \cdot 2mn^3$ көпмүшені қарапайым түрге айналдыр.

Берілген көпмүшенің барлық мүшелерін стандарт пішінде жазамыз:

$$3a \cdot 2ab + \frac{1}{4}a^3bc \cdot 2b - 4mn \cdot 2mn^3 = 6a^2b + \frac{1}{2}a^3b^2c - 8m^2n^4$$

4-мысал. Көпмүшенің сандық мәнін тап: $2a^3 + 3ab + b^2$, бұнда $a = 0,5$; $b = \frac{1}{3}$

$$2 \cdot (0,5)^3 + 3 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 2 \cdot 0,125 + 0,5 + \frac{1}{9} = 0,25 + 0,5 + \frac{1}{9} =$$

$$= 0,75 + \frac{1}{9} = \frac{3}{4} + \frac{1}{9} = \frac{27 + 4}{36} = \frac{31}{36}$$

Жаттығулар

1. Көпмүшені құрайтын бірмүшелерді ата.

1) $-3x^2 + 9x - 5$

2) $7a^2 + \frac{3}{4}b - c$

3) $a^2 - b^2 - \frac{1}{4}c$

4) $-2a + 3b - 5c$

2. Көпмүшені бірмүшелердің жиындысы түрінде жаз.

1) $6a^4 - 8a^3 + 4a^2 - 5$

3) $ab^3 + a^3b - abc$

2) $1,6a^3b - 5ab^2 - 4$

4) $1,6a + 3,4b - 0,2c$

3. Бірмүшелерден көпмүше құра.

1) $3x^2, 6x, 9$

2) $a^5, -b^5, c^4$

3) $2x^4, -3x, -8$

4) $-a^7, -b^6, c^4$

4. Көпмүшені жай мүшеге айналдырып, сандық мәнін тап.

1) $-aba + abab - a^2bab^3$, бұнда $a = 1$, $b = 2$

2) $b^5a^4 \cdot 5 - b^6a^3 \cdot 2 - 2a^4b^7$, бұнда $a = -1$, $b = -1$

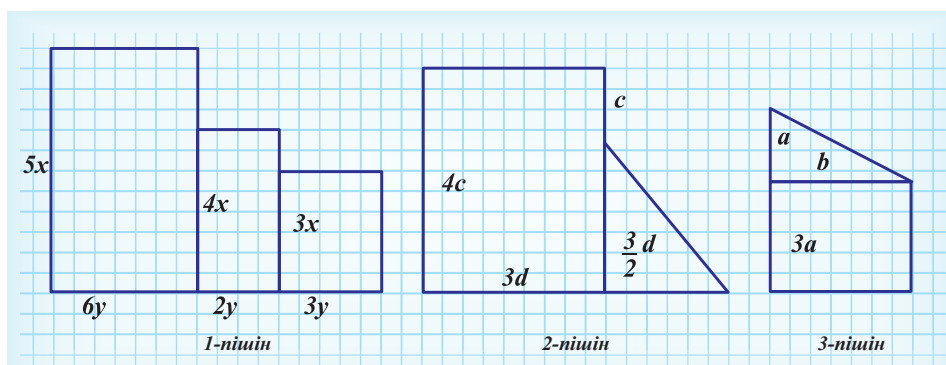
3) $ababab - a^3b^2ab^3 - 3a^4ba^5b^7$, бұнда $a = 2$, $b = -1$

4) $a^3b^7a - a^4bab^2 - aabab^3$, бұнда $a = -2$, $b = -1$

5. Көпмүшенің мәнін тап.

1) $x^3 + 2x^2 + 5x + 1$, егер $x = 2$ және $y = 3$ болса 2) $v^4 - d^4$, егер $v = 4$ және $d = 3$ болса

6. Пішіндердің ауданын тап.



7. Коэффициенттері төмендегі сандардан тұратын көпмүше жаса.

- 1) 1; -4; 7; 0; 0; 1 2) 3; -3; 5; 0; 6; $-\frac{1}{2}$; 0 3) 6; 0; 7; 0; 4

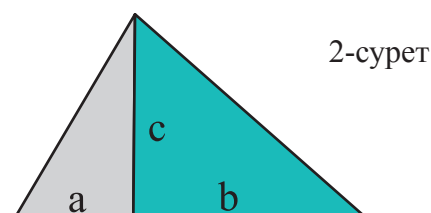
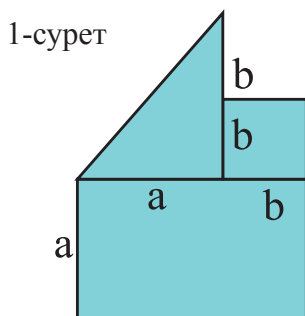
8. Көпмүшенің мәнін тап.

- 1) $12(2-p) - 29p - 9(p+1)$, бұнда $p = \frac{1}{4}$ 2) $8x - (3x+1)5x$, бұнда $x = -2$
3) $(c+2)c - (c+3)c^2$, бұнда $c = -3$ 4) $2(3b+1) - 5$, бұнда $b = -2$

9. Көпмүшенің мәнін тап: $6a^2 - 5ab + b^2 - (3a^2 - 5ab + b^2)$, егер $a = -\frac{2}{3}$; $b = -3$ болса.

10. Көпмүшенің мәнін тап: $-8a^2 - 2ax - x^2 - (-4a^2 - 2ax - x^2)$, егер $a = -\frac{3}{4}$, $x = -2$ болса.

11. Пішіндердің ауданын тап.



12. Факт дұрыс па? Қорытындыны айт және кейінгі қатарды толтыр.

$$1^3 + 5^3 + 3^3 = 153$$

$$16^3 + 50^3 + 33^3 = 165\,033$$

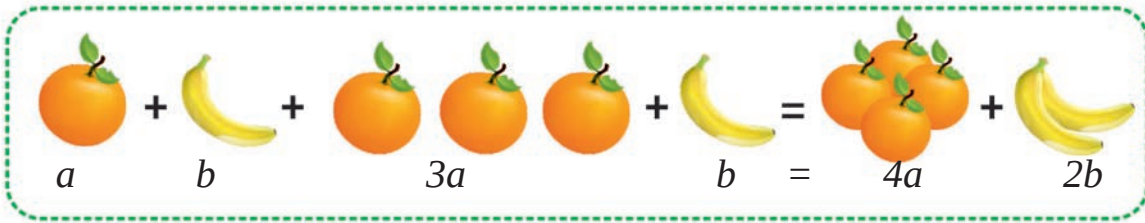
$$166^3 + 500^3 + 333^3 = 166\,500\,333$$

.....

ЎҚСАС МҮШЕЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ЫҚШАМДАУ

Мәселе

$$a + b + 3a + b = a + 3a + b + b = 4a + 2b = 2(2a + b).$$



Есте сақта!

Өрнекті оған тең болатын қарапайым көріністегі өрнекпен алмастыру үшін:

1-қадам: ұқсас мүшелердің коэффициенттері қосылады;

2-қадам: нәтиже жалпы әріптік көбейткішке көбейтіледі.

$$3a - 5b + 6b - 2a + 3b - 7b$$

$$\downarrow$$

$$3a - 2a - 5b + 6b + 3b - 7b$$

$$\downarrow$$

$$1a - 3b$$

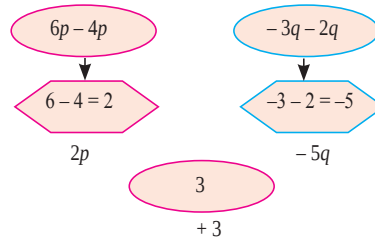
$$\downarrow$$

$$a - 3b$$

$$6p - 3q + 3 - 4p - 2q =$$

$$6p - 4p - 3q - 2q + 3$$

$$= 2p - 5q + 3$$



Өрнекті бұлайша қарапайым пішінге келтіру **ұқсас мүшелерді ықшамдау** деп аталады.

Көбейтудің $(a + b) \cdot c = ac + bc$ бөлісу қасиеті ерікті a , b және c сандар үшін орынды екенін білесің.

$(a + b) \cdot c$ өрнекті $ac + bc$ немесе $c \cdot (a + b)$ өрнекті $ca + cb$ өрнекпен алмастыру да **жақшаларды ашу** деп аталады.

$ac + bc$ өрнекті $(a + b) \cdot c$ немесе $c \cdot (a + b)$ өрнекпен алмастыру, жалпы көбейткіш c ны **жақшадан сыртқа шығару** деп аталады.

Мәселе

1-мысал. Өрнекті қарапайым пішінге келтір:

$$4,75x + 5,25x = (4,75 + 5,25)x = 10x$$

2-мысал. Жақшаны аш және ұқсас мүшелерді ықшамда:

$$(5x - 2y) - (3y - 5x) = 5x - 2y - 3y + 5x = 10x - 5y$$

3-мысал. Қолайлы әдіспен есепте:

$$639 \cdot 1\,001 = 639 \cdot (1\,000 + 1) = 639\,000 + 639 = 639\,639$$

4-мысал. Егер азайғыш 24-ке, азайтқыш 36-ға азайтылса, айырма қалай өзгереді?

$$a - b = c$$

$$(a - 24) - (b - 36) = a - 24 - b + 36 = a - b + 12 = c + 12$$

Жаттығулар

1. Жакшаларды аш.

1) $2 \cdot (x + 13)$

2) $(2 - x) \cdot 24$

3) $(y - 27) \cdot 5$

4) $3,2 \cdot (c + 5)$

2. Ұқсас мүшелерді ықшамда.

1) $6a - 3a + 5a$

2) $14b - (8b + 4b)$

3) $2b - 3b + 8b$

3. Өрнекті қарапайым түрге келтір.

1) $2a + 3 \cdot (3b - 4a) + b$

2) $2 \cdot (2x - 3y) + 12x + 7$

3) $x - (a + b - c + d)$

4. Өрнекті қарапайым түрге келтіріп, дұрыс жауапқа бағытта.

$4x - (3x - 7) + (x + 3)$

$4(2x - 5) + 3x + 20$

$0,4(4x - 3) + 1,4 - 1,6x$

$0,3(3x + 5) - 1,3 - 0,8x$

$0,1x + 0,2$

$2x + 10$

$11x$

$0,2$

5. Өрнекті қарапайым түрге келтір және $x = 1; -4; 2,5; -40$ тең болғандағы сандық мәнін тап.

1) $(5x - 1) - (2 - 8x)$

2) $37 - (x - 16) + (12x - 1)$

6. Ұқсас мүшелерді ықшамда.

1) $4a - 5a$

2) $3m - 4m$

3) $7n - 5n$

4) $p - 8p$

5) $1,002a - 2,01a$

6) $32,1m + 41,02m$

7) $7,5c - 4,6c$

8) $22,001s + 4,084s$

9) $2,(3)d + 1,(4)d$

7. Егер азайғышты 24-ке арттырып, азайтқышты 16-ға төмендетсе, айырма қалай өзгереді?

8. Егер азайғыш 24-ке арттырылып, азайтқыш 15-ке төмендетілсе, айырма қалай өзгереді?

9. Жакшаларды аш.

1) $(a - b) + (2b - 3a)$

2) $3a - (a + 2b)$

3) $2(a - 1,5) + 1,4(a - 1)$

Есте сақта!

Өрнекті қарапайым түрге келтіру үшін тек ұқсас мүшелер ғана қосылады және азайтылады.

Назар аудар, өзгергіштер өзгермейді, тек олардың коэффициенттері саналады.

Бірақ, $4p + 8t + 3x + 9$ өрнекті қарапайым түрге келтіру мүмкін емес. Өйткені $4p$, $8t$, $3x$ және 9 дар ұқсас емес.

10. Ұқсас мүшелерді ықшамда.

1) $7,5a - 6,8b - 7,5a - 6,8b$

2) $a - 3a + 4,7 - 7,2$

3) $2,1a - 1,7c + 2,7a - 2,2c$

4) $-9,8c + 5,1d + 1,1c + 4,2d + 4c$

5) $4,2a + 1,8b - 2,6a + 3,4a$

6) $-8,9a + 1,5b - 1,1a - 5,5b$

11. Сандық өрнектің мәнін тап.

1) $7,107 + (5,002 + 3,893)$

3) $19,49 - (1,49 + 0,99)$

12. Алгебралық өрнектің мәнін тап.

1) $a = \frac{1}{3}; b = 1$ болса, $3a - 2b$

3) $a = 5,1; b = 4,7$ болса, $P = 2(a + b)$

2) $a = 12,5; h = 6,4$ болса, $S = \frac{1}{2}ah$

4) $a = 2,5; b = 2,4; c = 3,5$ болса, $V = abc$

13. Өрнекті қарапайым түрге келтір және сандық мәнін тап.

1) $5(3x - 7) + 2(1 - x)$, бұнда $x = \frac{1}{26}$

2) $(2c + 5d) - (c + 4d)$, бұнда $c = 0,4; d = 0,6$

3) $3 \cdot \left(1 - \frac{1}{7}x + 2 - \frac{1}{4}y\right) - 2 \cdot \left(2 - \frac{1}{7}x + 1 - \frac{1}{14}y\right)$, бұнда $x = 0,5; y = 0,1$

4) $1,(3) \cdot (a + b) + 2,(7) \cdot (a - b)$, бұнда $a = 2; b = -9$

5) $-0,1(2) \cdot (a - b) + 0,0(2) \cdot (a + 2b)$, бұнда $a = -10; b = 6$

14. Алгебралық жиынды түрінде жаз.

1) $a - b + c$

2) $m + n - t$

3) $m - n - t - d$

4) $-a + b - c$

5) $-a - b - c$

6) $n - m + t$

7) $a + b + c - d$

8) $-n + m - t$

15. Жақшаларды аш.

1) $(a - b) + (2b - 3a)$

3) $2(a - 1,5) + 1,4(a - 1)$

2) $3a - (a + 2b)$

4) $5a + (3a - (4a + 3))$

16. Сандар тізбегін толықтыр.

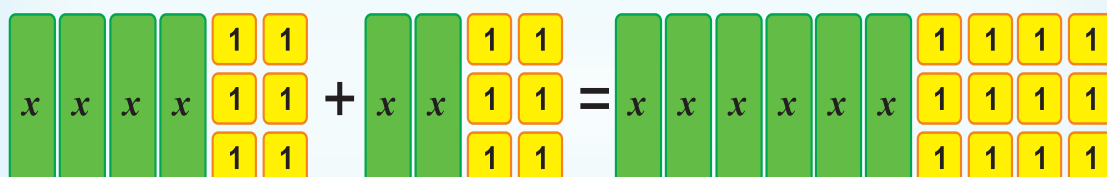
1) 5 25 125 _____ 3125 15625

2) 6 36 _____ 1296 _____

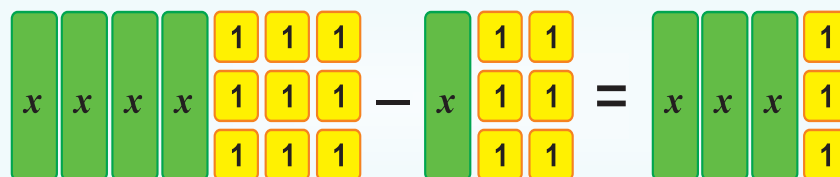
КӨПМҮШЕЛЕРДІ ҚОСУ ЖӘНЕ АЗАЙТУ

Есте сақта!

Көпмүшелерді қосу: $(4x + 6) + (2x + 6) = 4x + 6 + 2x + 6 = 6x + 12$



Көпмүшелерді азайту: $(4x + 9) - (x + 6) = 4x + 9 - x - 6 = 3x + 3$



Бірнеше көпмүшенің алгебралық жиындысын стандарт пішіндегі көпмүше көрінісінде жазу үшін жақшаларды ашу және ұқсас мүшелерді ықшамдау керек.

Кейбір көпмүшелердің жиындысын немесе айырмасын сандарды қосу мен азайтуға ұқсас “бағана” әдісімен табу қолайлы болады. Бұнда ұқсас мүшелер бірінің астына екіншісі тұратын етіп жазылады.

1-мысал.

$$\begin{array}{r} 2a^2b - 3ab^2 + 4ab + 5 \\ + \quad a^2b + \quad ab^2 + 5ab - 1 \\ \hline 3a^2b - 2ab^2 + 9ab + 4 \end{array}$$

2-мысал.

$$\begin{array}{r} 5a^3b^2c - 2abc^2 - 9 \\ - 2a^3b^2c + abc^2 + 5 \\ \hline 3a^3b^2c - 3abc^2 - 14 \end{array}$$

Жаттығулар

1. Көпмүшелердің алгебралық жиындысын тап.

1) $-6a + (-3c + 4a)$

2) $8x + (-7x + 3y)$

3) $(3a - 4b) + (-6a + 7b)$

4) $(5x - 2) + (-3x + 2)$

5) $4x^2 + (5y^2 - 3x^2)$

6) $1,2a^2 + (-4,8b^2 + 1,9a^2) + 3,6b^2$

7) $8,1x + (-1,9x + 7,2y) - 8,3y$

8) $(0,2x - 3,1c^2) + (2,4c + 0,9c^2)$

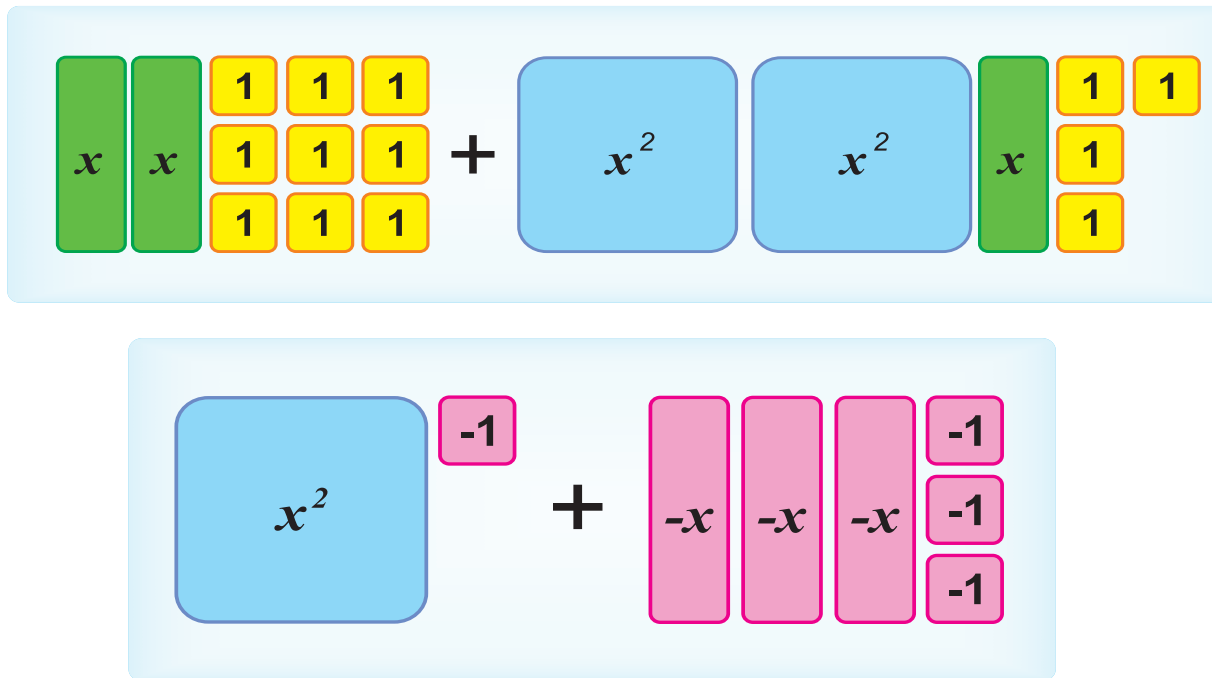
9) $(6a - 7b + 8c) + (-4a + 5b - 3c)$

10) $(11ac - 9a^2 + 3b^2) + (3ac + 7a^2 - 9b^2)$

11) $-(4x^2 - 3xy + 5y^2) + (7x^2 + 6xy - 9y^2)$

12) $(9m^2 - 13mn - 9n^2) + (-7m^2 + 6mn - 11n^2)$

2. Модельдер негизінде көпмүшелерді қос.



3. Көпмүшелердің алгебралық жиындысы мен айырмасын тап.

- 1) $(6a^2 - 9ab - 7b^2) + (-8a^2 + ab + 6b^2)$
- 2) $(-8a^2 + ab - 8b^2) - (-9a^2 - ab + 7b^2)$
- 3) $(5x - 4y) - (-3x + 4y) + (8x - 9y)$
- 4) $(1,2x + 0,6y) - (0,9x - 1,3y) + (1,3x - 2,4y)$
- 5) $(6x^3 + 7x^2) - (-9x^3 + x^2) - (-10x^3 - 4x^2)$
- 6) $(0,3x - 0,7y) - (-0,9x + 0,6y) - (0,1x - 0,4y)$
- 7) $(a^2 - ab - 3b^2) - (4a^2 + 5ab - 7b^2)$
- 8) $(1 + 3x) + (x^2 - 2x)$
- 9) $(2a^2 + 3a) + (-a + 4)$
- 10) $(x^2 + 6x) + (5x - 2x^2)$
- 11) $(a^2 - a + 7) - (a^2 + a + 8)$
- 12) $(8a^3 - 3a^2) - (7 + 8a^3 - 2a^2)$
- 13) $(x^2 + 5x + 4) - (x^2 + 5x - 4)$

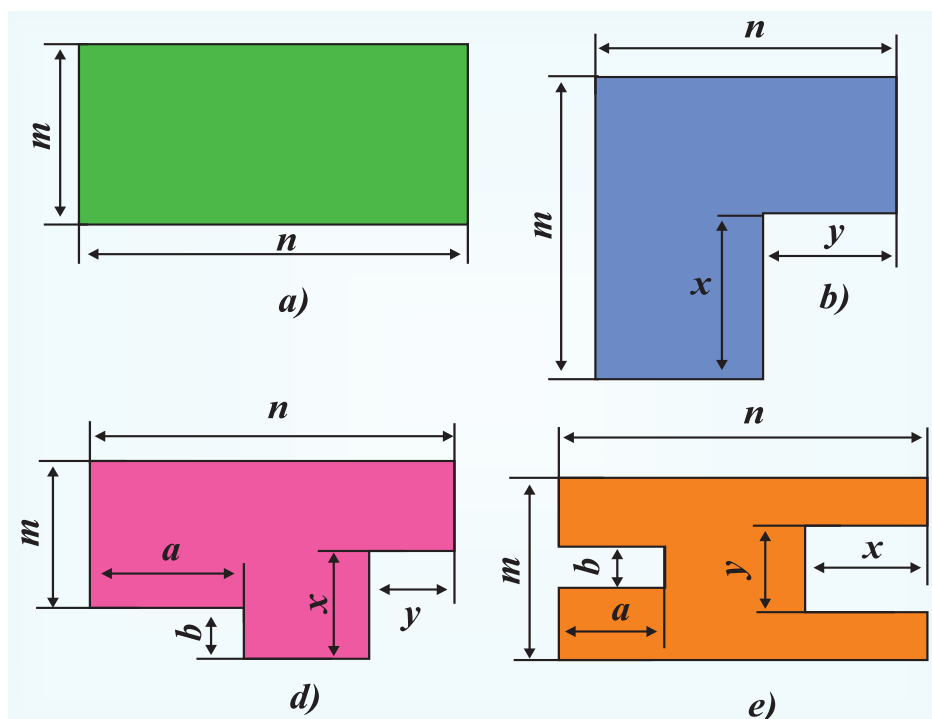
4. Көпмүшелердің жиындысын тап.

- 1) $0,2x^2 - 0,4y^2$ және $-0,3x^2 + 0,5y^2$
- 2) $0,6x^4 + 0,7y^5$ және $1,8x^4 - 4,3y^5$
- 3) $5a^2b - ab^2$ және $-3a^2b + 4ab^2$
- 4) $-4a^3b + 5a^4b^2$ және $6a^3b - 7a^4b^2$
- 5) $2\frac{1}{3}a^2 - 4\frac{3}{5}b^2$ және $6\frac{2}{3}a^2 + 7\frac{2}{5}b^2$
- 6) $\frac{3}{4}a^4 - \frac{2}{5}b^4$ және $-\frac{2}{5}a^4 + \frac{1}{4}b^4$

5. Көпмүшелердің айырмасын тап.

- 1) $4a^2 - b^2$ және $-a^2 + 3b^2$
- 2) $6a^2 + 4b$ және $-9a^2 - 9b$
- 3) $-a^3 + 8b^2$ және $-4a^3 - 9b^2$
- 4) $ab - bc$ және $-2ab + 3bc$
- 5) $-1,2a + 2,4b$ және $1,6a - 4,7b$
- 6) $0,6a - 1,2b - 0,8c$ және $1,9a + 2,1b - 1,3c$

6. Пішіндердің периметрін есептеу формуласын жаса.



КӨПМҮШЕЛЕРДІ КӨБЕЙТУ

Бірмүшені көпмүшеге көбейту

Көпмүшені бірмүшеге көбейту үшін көпмүшенің әрбір мүшесін, сол бірмүшеге көбейту және түзілген көпмүшелерді қосу керек.

$$(x)(ax) = ax^2$$

$$(x)(a+b) = ax + bx$$

$$(x)(a+b+c) = ax + bx + cx$$

Көпмүшені бірмүшеге көбейту нәтижесінде тағы да көпмүше түзіледі. Түзілген көпмүшенің барлық мүшелерін стандарт пішінінде жазып, қарапайым түрге келтіру керек. Аралықтағы нәтижелерді жазбай, бірмүшелерді ауызша көбейтіп, жауапты бірден жазыға да болады.

1-мысал.

$$(-2a^4) \cdot (14ab + 2,5b) = -28a^5b - 5a^4b$$

$$4x^2 \cdot (3x^3 - 2x^2 + 6x) = 4x^2 \cdot 3x^3 + 4x^2 \cdot (-2x^2) + 4x^2 \cdot 6x = 12x^5 - 8x^4 + 24x^3$$

Жаттығулар

1. Көпмүше мен бірмүшенің көбейтіндісін тап.

1) $-2(6 - m)$

2) $-0,3(-0,9 - c)$

3) $(-2x + 5y) \cdot (-4)$

4) $6a(-3b + 4c)$

5) $(x - y)a^2$

6) $-4x(5x - 7y)$

7) $(6a - 7b)8c$

8) $(x^7 - x^6 + x^4)x^3$

9) $7xy(x + y - 3xy)$

10) $-4(-8c - 9d + 2)$

11) $1,2a(0,6b - 1,5c)$

12) $abc(a + b + c)$

13) $ab^3(a^3b - a^4b^5 + a^7b^{11})$

14) $-2ab^3(-3a^7b^6 + 8a^5b^2 - 9a^4b^{11})$

15) $-6,2ab(5a - 10b)$

16) $(2x^4 - 5x^6 + 7x^{11}) \cdot 0,1x^5$

2. Өрнекті қарапайым пішінге келтір.

1) $2(2x - 5) - 3(-2x + 1)$

2) $-3(5 - 4x) + 6(3x + 4)$

3) $-2(7 - 2x) - 5(-2x + 9)$

4) $4(5x - 11) + 8(-7x - 3)$

5) $-3(7 - 2x) - 4(-6x + 1)$

6) $6(2x - 5) - 3(3x - 8)$

7) $(3a - 4b)(-3) - 6(a - b)$

8) $(-a + b)(-8) + 2(6a - 5b)$

9) $1,2(2a - 3b) - 1,8(3a + 2b)$

10) $1,8(4a - 5b) - 3,6(3a + 10b)$

Есте сақта!

Көпмүшені бірмүшеге көбейткенде бөлініс заңын пайдаланамыз.

2-мысал. $ab^2(ab - bc + 2a) = ab^2 \cdot ab - ab^2 \cdot bc + ab^2 \cdot 2a = a^2b^3 - ab^3c + 2a^2b^2$

Кез келген көпмүшені бірмүшеге көбейту де нақ осылай орындалады.

3-мысал.

$$\begin{aligned} & \left(-mn^3 - 2mnp + \frac{2}{3}qr\right) \cdot 1\frac{1}{2}mp^2 = \\ & = (-mn^3) \cdot \left(1\frac{1}{2}mp^2\right) - (2mnp) \cdot \left(1\frac{1}{2}mp^2\right) + \left(\frac{2}{3}qr\right) \cdot \left(1\frac{1}{2}mp^2\right) = \\ & = -1\frac{1}{2}m^2n^3p^2 - 3m^2np^3 + mp^2qr \end{aligned}$$

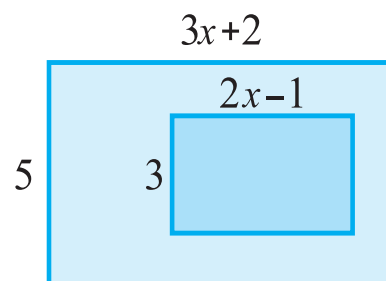
3. Сурет негізінде алгебралық теңдікті тексер және өз тұжырымыңды айт.

Үлгі: $2(x + 3) = 2x + 6$

	x	3
2	2x	6
3	3x	9
4	4x	12

КӨПМҮШЕЛЕРДІ КӨБЕЙТУ

4. Қабырғалары 5 және $3x + 2$ болған тік төртбұрыштан қабырғалары 3 және $2x - 1$ болған тік төртбұрыш қиып алынды. Қалған пішіннің бетін тап.



Көпмүшені көпмүшеге көбейту

Көпмүшелерді көбейту үшін төмендегі алгоритмді пайдаланған қолайлы.

Көпмүшені көпмүшеге көбейтудің алгоритмі:

- 1) бір көпмүшенің әрбір мүшесін басқа көпмүшенің әрбір мүшесіне көбейт;
- 2) алынған нәтижелерді қос;
- 3) түзілген көпмүшені стандарт пішінге келтір.

$$(x+y)(m+n) = xm + xn + ym + yn$$

Көпмүшелерді цифрлар секілді “бағана” пішінінде көбейтуге болады. Бұл әдіс бір айнымалыдағы көпмүшелерді көбейту үшін қолайлы.

$$\begin{array}{r} a^2 + 2a + 1 \\ \times \quad a - 2 \\ \hline a^3 - 2a^2 - 4a - 2 \\ + \quad a^3 + 2a^2 + a \\ \hline 2a^3 - 2a - 2 \end{array}$$

Жаттығулар

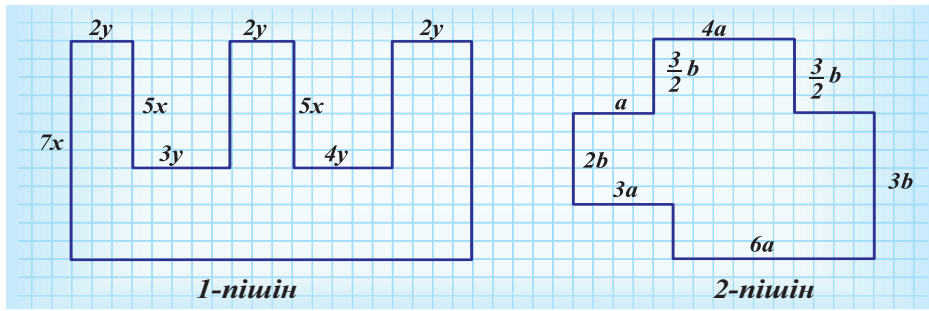
5. Көпмүшені көпмүшеге көбейт.

- | | | |
|------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 1) $(x - a)(x + y)$ | 2) $(a + z)(m - n)$ | 3) $(t + s)(b + 1)$ |
| 4) $(c - d)(x - y)$ | 5) $(a + 2)(b - 3)$ | 6) $(4 - b)(5 + c)$ |
| 7) $(d - 4)(t + 5)$ | 8) $(k - 6)(7 - d)$ | 9) $(x - 7)(x + 8)$ |
| 10) $(9 - x)(y + 5)$ | 11) $(a + 6)(4 - a)$ | 12) $(2 - b)(b + 3)$ |
| 13) $(a + 5)(a + 3)$ | 14) $(x - 2)(x + 7)$ | 15) $(x - 9)(x - 11)$ |
| 16) $(y + 8)(y - 5)$ | 17) $(-c + 3)(c - 7)$ | 18) $(-c - 5)(-2c + 1)$ |
| 19) $(2a + 9)(3a - 7)$ | 20) $(-5a + 1)(-4a + 5)$ | 21) $(5x - 9y)(8x + y)$ |

6. Өрнекті қарапайым күйге келтір.

- | | |
|--|--|
| 1) $a(a + b) - b(a + b)$ | 2) $6(x - 2) + 4(x - 3) - 8(x - 4)$ |
| 3) $3(2x + y) - 3(4x - 3y) + 5(2x - 5y)$ | 4) $-5(1,2x + 3,6y) + 10(2,4x - 1,8y)$ |
| 5) $5a(a + 1) + 2a(3a - 1) - 4a(2a - 5)$ | 6) $5(0,4x - 1,2) + 4(0,5x - 0,25y)$ |

7. Пішіннің бетін тап.



8. Өрнекті қарапайым күйге келтір.

1) $8(3n - 2m) - 5(2n - m)$

2) $-11(4x + 3y) - 9(2y - 3x)$

3) $-1,2(5x - 6y) + 1,4(5y - 3x)$

4) $0,7(2a - 3d) + 0,6(a + 2d)$

5) $(x - 4a)(5a + 8x) - (6a - 7x)(3x - 2a)$

6) $(6c + d)(8c - 9d) + (-10d + 2c)(11c - 4d)$

9. Алгебралық өрнектің мәнін тап.

1) $3(8a + 7) - 9(3a - 1)$, бұнда $a = -2$

2) $-2(3a - 7) + 4(5a - 8)$, бұнда $a = -1$

3) $6(-2a + 9) - 7(3a - 9)$, бұнда $a = 3$

4) $5a^2(4a - 3) - 7a^2(2a + 1)$, бұнда $a = 2$

10. Әріптердің орнына сәйкес келетін сандарды тап..

27	29	24
A	B	A
A	A	B
B	C	3
A	C	A

33	29	30
E	D	D
D	E	E
D	5	D
D	D	E

13	19	23
F	4	G
F	G	G
F	F	F
G	6	G

19	12	13
H	I	I
I	H	I
H	I	I
J	2	H

КӨПМҮШЕЛЕРДІ БӨЛУ

Көпмүшені бірімүшеге бөлу

Көпмүшені бірімүшеге бөлу үшін көпмүшенің әрбір мүшесін берілген бірімүшеге бөлу және нәтижелерді қосу керек.

1-мысал. $(4mn^2 - 2mn) : 2mn = (4mn^2) : (2mn) - (2mn) : (2mn) =$
 $= \frac{4mn^2}{2mn} - \frac{2mn}{2mn} = 2n - 1$

2-мысал. $(3,6a^2b^2 + 3a^2b + 4a^4b^4) : (-4a^2b) = 3,6a^2b^2 : (-4a^2b) + 3a^2b : (-4a^2b) + 4a^4b^4 :$
 $: (-4a^2b) = \frac{3,6a^2b^2}{-4a^2b} + \frac{3a^2b}{-4a^2b} + \frac{4a^4b^4}{-4a^2b} = -0,9b - 0,75 - a^2b^3$

Түсініктеме: Егер бірер көпмүшенің әрбір мүшесі бірер бірімүшеге бөлінсе, онда берілген көпмүше берілген бірімүшеге бөлінеді яки керісінше.

Мысалы, $mn + mp - mnp$ көпмүшесі mn бірімүшеге бөлінеді, бірақ mp бірімүшеге бөлінбейді.

Жаттығулар

1. Өрнекті қарапайым пішінге келтір.

1) $(5a^6b^9)^3 : (5a^3b^6)^2$

2) $(4a^8b^{13})^4 : (2a^5b^7)^6$

3) $(-a^4b^3c^4)^5 : (a^3b^2c)^6$

4) $(-a^3b^5)^{10} : (-a^3b^6)^7$

2. Бөлуді орында.

1) $(15a + 10) : 2$

2) $(8a - 16b) : (-4)$

3) $(-21x + 14) : 7$

4) $(-8 + 10x) : (-2)$

5) $(a + ab) : (-a)$

6) $(b + ab) : b$

7) $(2x - 3y + 4z) : 5$

8) $(-2x + 5y - z) : (-10)$

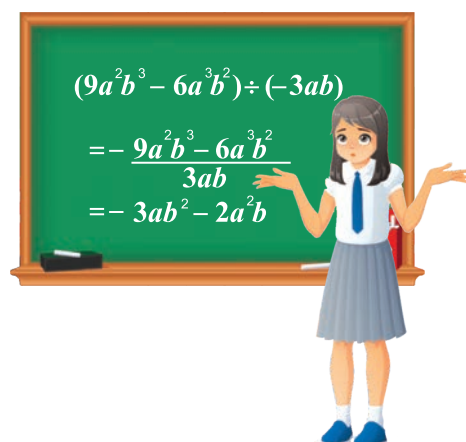
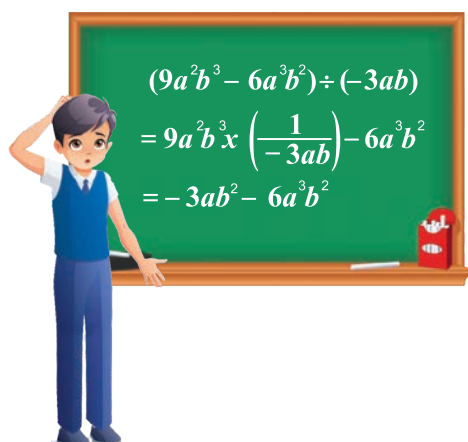
9) $(10a + 15b - 20c) : 5$

10) $(12a^2 - 9ab + 6a) : (-3a)$

11) $(7a^8 - 9a^7 + 6a^5) : (-a^3)$

12) $(7a^3 - 8a^2) : a^2 + (15a^2 - 9a) : (-3a)$

3. Мысалды кім дұрыс орындаған?



4. Көпмүшені бірмүшеге бөл.

1) $(1,8a^9 - 2,4a^8 + 3,6a^{15}) : 0,06a^5$

2) $(a^3b^4c^5 + a^5b^4c^3) : (a^3b^3c^3)$

3) $(8b^3 - 9b^2) : (-2b^2) - (10b^3 - 20b^2) : (-5b^2)$

4) $(a^9 - a^8) : a^7 + (a^6 + a^5) : a^4$

5) $(a^3b + 6ab^2) : (-ab) + (8a^3b - 8ab^2) : (-2ab)$

6) $(2a^{11} - a^9) : a^7 - (8a^6 + 5a^4) : a^2$

7) $\left(5\frac{2}{3}a + 4\frac{1}{4}b + 2\frac{1}{8}c\right) : \left(1\frac{10}{11}\right)$

5. A ның орнына қандай көпмүше қойылса, теңдік дұрыс болады?

1) $A + (5a^2 - 2ab) = 6a^2 + 9ab - b^2$

2) $A - (4xy - 3y^2) = x^2 - 7xy + 8y^2$

3) $(4b^4 - 7b^2 + 6) - A = 0$

4) $(5a^2 + 9b - 3) + A = 8a^2 + b - 1$

6. Өрнектің мәнін тап.

1) $8a^2(a - 5) - 4a(a^2 - 7)$, бұнда $a = 3$

2) $b(-9b^2 + 1) + 3b(2b^2 + b)$, бұнда $b = -2$

3) $(3x - 4)(8x + 2) - 24x^2 - 2$, бұнда $x = 2$

4) $(c^2 + 3)(c - 9) - c^2(c - 6)$, бұнда $c = -5$

7. Теңдеуді шеш.

1) $3x(x^2 - 8) - 3x^3 = 12$

2) $(x + 8)(5x - 6) - 20 = 5x^2$

3) $18y^3 - 2y(2 + 9y^2) = 6,5$

4) $53 - 8y(1 - 3y) = 24y^2$

8. Теңдіктің дұрыстығын көрсет.

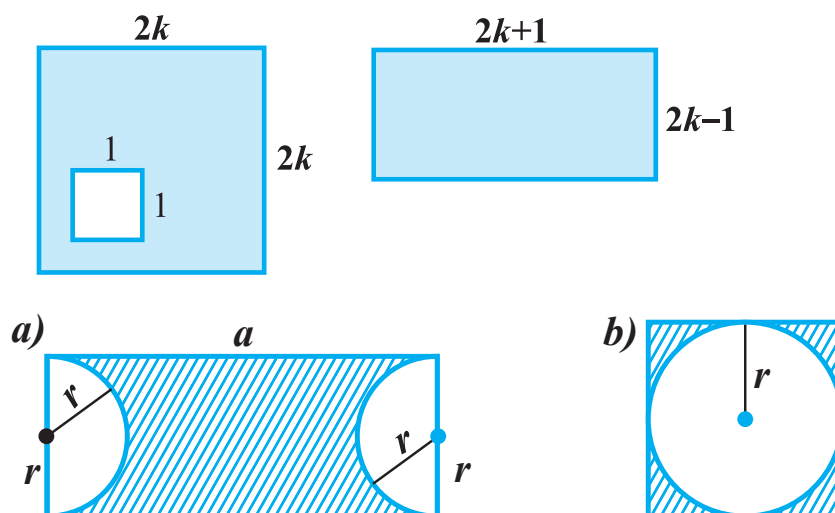
1) $(7x - 3)(4 - 8x) + 2x(28x - 26) = -12$

2) $1,1x^2(x^2 - 10) - x(1,1x^3 - 9x) = -2x^2$

3) $(-y^3 + 5y)2y - 10y^2(1 + 0,2y^2) = -4y^4$

4) $(2,5a + b^2)(-4a) + 2a(5a - b^2) = -6ab^2$

9. Боялған саланың бетін тап.



КӨПМҮШЕНИ КӨБЕЙТКІШТЕРГЕ ЖІКТЕУ

Еске түсіреміз

$$\text{ЕКУБ } (24; 18) = 6$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

Бөлініс қасиеті

$$ab + ac = a(b + c)$$

$$14 \cdot 8 + 14 \cdot 2 = 14 \cdot (8 + 2) = 140$$

Ортақ көбейткішті жақшадан шығару

Теңдеулерді шешу және өрнектерді ықшамдағанда көбінесе көпмүшелерді көбейткіштерге жіктеу, яғни оларды көпмүшелердің көбейтіндісі түрінде жазу керек болады.

$$8xy - 0,7xz + 1,9x = x(8y - 0,7z + 1,9)$$

Көпмүшені көбейткіштерге жіктеу көпмүшені бірімүшеге немесе көпмүшені көпмүшеге көбейту амалына кері үдеріс болып табылады.

Мәселе

1-мысал. $14m^2n - 28mn^3 - 21m^3n^2$ көпмүшені көбейткіштерге жікте.

- көпмүшенің әрбір мүшесі коэффициенттерінің ең үлкен жалпы бөлгішін табамыз.
 - сосын бірімүшелердің әрқайсысында әріптік өрнектердің бірдей негізге ие болғандарының ең кіші дәреже көрсеткішін анықтаймыз.
 - осы мысалда 14; 28 және 21 сандарының ЕКУБ-і 7.
 - әріптік өрнектерден бірдей көбейткіш mn екенін көруге болады.
 - онда бұл көпмүшелердің барлық мүшелері үшін жалпы көбейткіш $7mn$ екен. Оған орай:
- $$14m^2n - 28mn^3 - 21m^3n^2 = 7mn \cdot 2m - 7mn \cdot 4n^2 - 7mn \cdot 3m^2n = 7mn(2m - 4n^2 - 3m^2n)$$

Жаттығулар

1. Ортақ көбейткішті жақшадан шығар.

1) $3a + 3b$

2) $7x - 7y$

3) $5 - 5c$

4) $12 - 4a$

5) $9a + 18$

6) $ab + a$

7) $abc + bcd$

8) $cx - cy$

9) $5x - ax$

10) $2ab + 4bc$

11) $a^2b + ab^2 - 2ab$

12) $a^{10} + a^8 + a^6$

2. Есепте.

1) $11 \cdot 13 + 13 \cdot 19$

2) $25 \cdot 18 + 25 \cdot 42$

3) $56 \cdot 49 - 56 \cdot 39$

4) $71 \cdot 33 - 33 \cdot 51$

5) $84^2 + 84 \cdot 16$

6) $79^2 + 79 \cdot 21$

3. Ортақ көбейткішті жақшадан шығар.

1) $12x^2y^4 - 6x^5y^3$

2) $8a^7 - 12a^5 + 30a^3$

3) $15a^4b^9 - 20a^9b^4$

4) $2a^6 + a^5 - a$

5) $8a^7b^9 - 12a^5b^{13} + 20a^8b^5$

6) $27x^4y^5z^9 - 18x^6y^3z^{13}$

7) $42y^{13} - 49y^8 + 35y^{17}$

8) $a^4b^9 - a^{10}b$

Мәселе

2-мысал. $19(3a + 2b) - a(3a + 2b) + 3b(3a + 2b)$ көпмүшені көбейткіштерге жікте.

Кейбір көпмүшелер үшін жалпы көбейткіш бірімше емес, көпмүше болуы да мүмкін.

$19(3a + 2b) - a(3a + 2b) + 3b(3a + 2b)$ көпмүше үшін ортақ көбейткіш $(3a + 2b)$.

Сондықтан:

$$19(3a + 2b) - a(3a + 2b) + 3b(3a + 2b) = (3a + 2b)(19 - a + 3b)$$

Кей жағдайларда ортақ көбейткішті бірдей көрініспен бейнелеуге қажеттілік туылады. Бұндай кездерде $a - b = -(b - a)$ теңдігі пайдаланылады.

3-мысал. $25 - 17 = -(17 - 25) = -8$

4-мысал. $a(a - b) + b(b - a) = c(a - b) - d(a - b) = (a - b)(c - d)$

Жаттығулар

4. Көбейткіштерге жікте.

1) $x(a + b) + y(a + b)$

2) $m(x + y) - n(x + y)$

3) $a(b + 3) - (b + 3)$

4) $x(a - 9) - y(a - 9)$

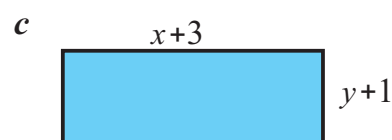
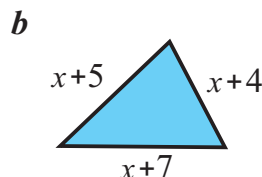
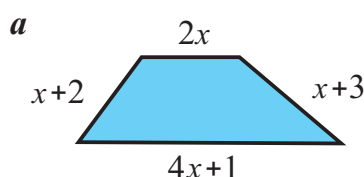
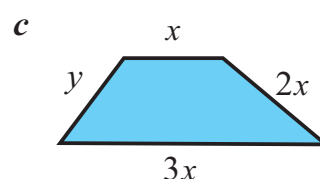
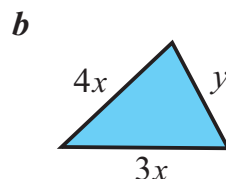
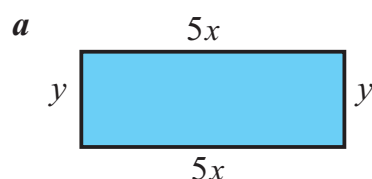
5) $2m(x + y) - 3n(x + y)$

6) $3b(x - 7) + 4c(x - 7)$

7) $8(a + b) - (a + b)c$

8) $(a - b)^4 - (a - b)^4c$

5. Пішіндердің периметрін тап.



6. Есепте.

1) $15 \cdot 13 + 15 \cdot 29 + 42 \cdot 19 + 34 \cdot 58$

2) $72 \cdot 19 + 72 \cdot 34 + 53 \cdot 17 + 89 \cdot 47$

3) $2,8 \cdot 6,9 + 6,9 \cdot 3,6 + 6,4 \cdot 2,8 + 9,7 \cdot 3,6$

4) $8,3 \cdot 1,8 + 1,8 \cdot 7,6 - 1,8 \cdot 5,9$

5) $8,4 \cdot 4,7 - 8,4 \cdot 2,3 + 2,4 \cdot 5,8 - 14,2 \cdot 1,4$

6) $2,9 \cdot 74 + 29 \cdot 2,6 + 7,1 \cdot 59 + 71 \cdot 4,1$

7) $5 \frac{3}{8} \cdot 4 \frac{7}{19} + 5 \frac{3}{8} \cdot 3 \frac{12}{19}$

Топтастыру әдісі

Ортақ көбейткішті жақшадан шығарып, көпмүшені көбейтінділерге жіктеуді білеміз. Топтастыру әдісін де қарастырайық. Көпмүшеде төрт немесе одан артық бірмүшелер болса, бұл әдіс қолайлы болып саналады.

3-мысал. $5a - 3ab + 5c - 3bc$ ді көбейткіштерді жікте.

$$5a - 3ab + 5c - 3bc = (5a - 3ab) + (5c - 3bc) = a(5 - 3b) + c(5 - 3b) = (5 - 3b)(a + c)$$

Назар аударған болсаң, біз көпмүшелердегі кейбір бірмүшелерді топтастырып алдық. Топтардағы көпмүшелерден ұқсас көбейткіштерді жақша сыртына шығардық. Бұл арқылы өрнекті өзімізге таныс күйге келтіріп алдық.

Бұл әдіс көпмүшені көбейткіштерге жіктеудің **топтастыру әдісі** деп аталады.

4-мысал. $t(n - m) - m + n$ ді көбейткіштерге жікте.

$$t(n - m) - m + n = t(n - m) + (n - m) = (n - m)(t + 1)$$

5-мысал. $nt - mt - 4t + 5n - 5m - 20$ ны көбейткіштерге жікте.

$$\begin{aligned} 1\text{-әдіс. } nt - mt - 4t + 5n - 5m - 20 &= (nt + 5n) - (mt + 5m) - (4t + 20) = \\ &= n(t + 5) - m(t + 5) - 4(t + 5) = (t + 5)(n - m - 4) \end{aligned}$$

$$2\text{-әдіс. } nt - mt - 4t + 5n - 5m - 5 \cdot 4 = t(n - m - 4) + 5(n - m - 4) = (n - m - 4)(t + 5)$$

Демек, көпмүшені көбейткіштерге жіктеуде топтастыруды әр түрлі әдіспен жүзеге асыруға болады екен.

Кейде көпмүшені құрайтын бірмүшелерді топтастыру кезінде әлденелер жетіспейтіндей болып көрінеді. Бұны төмендегі мысалдан біліп аласың.

6-мысал. $a^2 + 14a + 33$ ті көбейткіштерге жікте.

$$a^2 + 14a + 33 = a^2 + 3a + 11a + 33 = a(a + 3) + 11(a + 3) = (a + 3)(a + 11)$$

Жаттығулар

7. Көбейткіштерге жікте.

1) $a + (a + b)d + b$

2) $a + (a + b)c + b$

3) $x - y - (x - y)a$

4) $a^2 + (a^2 + b^2)c + b^2$

5) $(a - b)^9 + (a - b)^7$

6) $(a - b)^8 - (a - b)^5$

7) $(a - b)^7 - (b - a)^3$

8) $3(x - y) - x + y$

9) $x(m - n) - m + n$

10) $(3x + 2y)^2 - (3x + 2y)^3$

11) $k(m + n) + bm + bn$

12) $3x(m + n) + mc + nc$

13) $ab + ac + 11b + 11c$

14) $mk + mb + n^2k + n^2b$

15) $mx + xn - 3m - 3n$

8. Көбейткіштерге жікте.

1) $a^2b + ab^2 + 8a + 8b$

2) $8x(3x - 4y) - 12xy + 16y^2$

3) $xy^2 - x^2y - 3x + 3y$

4) $x^2 + 3x - 4x - 12$

5) $x^2 - 3x + 4x - 12$

6) $6x^2 - 2x + 9x - 3$

7) $35x^2 + 21x - 10x - 6$

8) $ab + 7b + 3a + 21$

9) $ab - 4b - ac + 4c$

10) $a^3 + ab + a^2b^2 + b^3$

11) $a^6 + a^2b^3 + a^4b^5 + b^8$

12) $a^6 + a^2 + a^4 + 1$

9. Ортақ көбейткішті жақша сыртына шығар.

1) $3a^3 - 15a^2b + 5ab^2$

2) $12a^2b - 18ab^2 - 30ab^3$

3) $20x^4 - 25x^2y^2 - 10x^3$

4) $4ax^3 + 8a^2x^2 - 12a^3x$

5) $-6bn^2 + 9n^3 - 12n^4$

6) $-3x^4y^2 - 6x^2y^2 + 9x^2y^4$

10. Есепте.

1) $59 \cdot 79 - 79^2$

2) $8^3 + 8 \cdot 36$

3) $0,9^2 + 0,9 \cdot 9,1$

4) $0,9^3 + 0,9 \cdot 0,19$

5) $8,3 \cdot 1,8 + 1,8 \cdot 7,6 - 1,8 \cdot 5,9$

6) $4,7 \cdot 28 + 47 \cdot 7,2 + 5,3 \cdot 68 + 53 \cdot 3,2$

7) $9,6 \cdot 4,3 + 7,2 \cdot 4,3 + 5,7 \cdot 6,2 + 5,7 \cdot 10,2$

11. Көбейткіштерге жікте.

1) $x(a^2 - b^2) - y(b^2 - a^2)$

2) $2a(3x - 1) - 5b(1 - 3x)$

3) $a(a + c) + b(a + c) + c(a + c)$

4) $a(a + b) + b(a + b)$

5) $a(a - b) + b(a - b)$

6) $a^2(a - b) + b^2(a - b)$

12. Көбейткіштерге көбейту.

1) $(x + y)a^3 - (x + y)b^2$

2) $(a - b)x - (b - a)y$

3) $(a - b)c - (b - a)d + (b - a)n$

4) $x(a^2 + b^2) + y(b^2 + a^2)$

5) $m^2(n^2 - 3) - n^2(3 - n^2)$

6) $(x^2 + 5)m - (x^2 + 5)n$

7) $a(-x - y) + b(x + y)$

8) $m(-x + y) + n(x - y)$

9) $a(2 - x) - b(x - 2)$

10) $a^3(1 - a) + b(1 - a) - c(a - 1)$

13. Көпмүшені көпмүшеге көбейт.

1) $(4x + 11)(-5x^3 + 2x^2 - 4x + 7)$

2) $(9a^2 + ab - 5b^2)(-2a - 3b)$

3) $(2x^3 - 11x^2 + 7x - 3)(4x + 3)$

4) $(-2a^2 + 5ab + 3b^2)(3a - 5b)$

5) $(7x^2 - 4x - 5)(-2x^2 + 3x - 11)$

6) $(3a^2 + 5ab - 11b^2)(2a + 7b)$

7) $(-3x + 13)(2x^3 - 2x^2 + 5x - 11)$

8) $(-5a^2 - 7ab + 9b^2)(a - 5b)$

9) $(-5x^3 - 2x^2 + 4x - 11)(3x + 2)$

10) $(a^2 - 7ab + 11b^2)(3a - 7b)$

14. Ортақ көбейткішті жақшаның сыртына шығар.

1) $8a^3b - 16b^3$

2) $35a^7b^9 - 40a^8b^{11}$

3) $a^4b^3 + a^3b^3 + a^3b^4$

4) $-3x + 3y - 3z$

5) $-8x - 16y - 24z$

6) $0,5a + 1,5b - 2,5c$

ЖИЫНДЫНЫҢ КВАДРАТЫ ЖӘНЕ АЙЫРМАНЫҢ КВАДРАТЫ

Еске түсіреміз

Көпмүшені көпмүшеге көбейту.

$$(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Бірінші көпмүшенің әрбір мүшесі екінші көпмүшенің әрбір мүшесіне көбейтіледі, нәтижелер қосылады және стандарт пішінге келтіріледі.

Есіңде сақта!

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

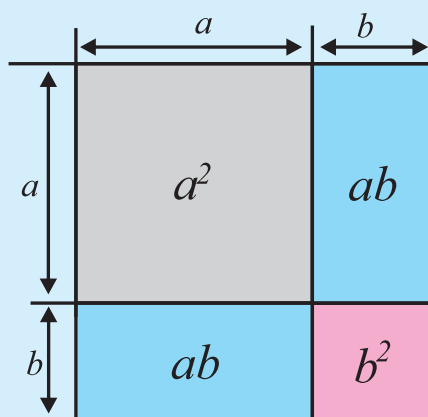
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Орта мүшенің белгісі $(a + b)^2$ оң (+) және $(a - b)^2$ теріс (-) екеніне көңіл бөл.

Жиынды немесе айырманың квадратының формулалары **қысқа көбейту формулалары** деп аталады және кейбір жағдайларда есептеулерді оңайлату үшін қолданылады.

1-мысал. $101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$

2-мысал. $999^2 = (1000 - 1)^2 = 1000^2 - 2 \cdot 1000 \cdot 1 + 1^2 = 1000000 - 2000 + 1 = 998001$



Суретте $(a + b)$ көпмүше квадратының геометриялық көрінісі бейнеленген.

Үлкен сыртқы квадраттың беті оның ішкі бөліктерінің жиындысына тең.

$$(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{Сондықтан, } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Үлкен квадраттың беті $S = S_1 + 2S_2 + S_3$ -ге тең.

Бұның орнына

$S = a^2$; $S_1 = (a - b)^2$; $S_2 = b(a - b)$; $S_3 = b^2$ -ларды қойып,

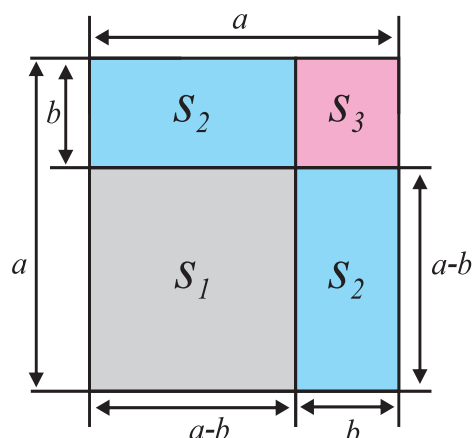
$$a^2 = (a - b)^2 + 2b(a - b) + b^2$$

$$a^2 = (a - b)^2 + 2ab - 2b^2 + b^2$$

$$a^2 = (a - b)^2 + 2ab - b^2$$

Ал бұдан $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

келіп шығады.



Егер сен осы қасиетті ұмытсаң, көпмүшелерді көбейтесің!!

$$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline ab+b^2 \\ a+ab \\ \hline a^2+2ab+b^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a-b \\ a-b \\ \hline -ab+b^2 \\ a^2-ab \\ \hline a^2-2ab+b^2 \end{array}$$

Абай бол!
Бұл дұрыс емес!
 $(a+b)^2 \neq a^2+b^2$
 $(a-b)^2 \neq a^2-b^2$

Мысал

3-мысал. $(2m+n)^2 = (2m)^2 + 2 \cdot (2m) \cdot n + n^2 = 4m^2 + 4mn + n^2$

4-мысал. $(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$

5-мысал. $(2x+3y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

6-мысал. $(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

ЖАТТЫҒУЛАР

1. Көпмүше көрінісінде жаз.

1) $(x+y)^2$

2) $(5+a)^2$

3) $(c+9)^2$

4) $(m+4)^2$

5) $(n+1)^2$

6) $(3+x)^2$

7) $(a-4)^2$

8) $(b-8)^2$

2. Қысқа көбейту формулаларын пайдаланып есепте.

1) $(70-3)^2$

2) $(50-4)^2$

3) $(60-1)^2$

4) $(80-1)^2$

5) $(20+1)^2$

6) $(50+1)^2$

7) $(60+1)^2$

8) $(100+1)^2$

3. Сандардың квадратын тап.

1) 12^2

2) 13^2

3) 14^2

4) 15^2

5) 35^2

6) 46^2

7) 27^2

8) 48^2

4. Квадрат пішініндегі әуіз бетон тротуармен қоршалған. Тротуардың бетін білдіретін өрнекті жаз.

5. Өрнекті қарапайым түрге келтір.

1) $(a+1)^2 + (a-1)^2$

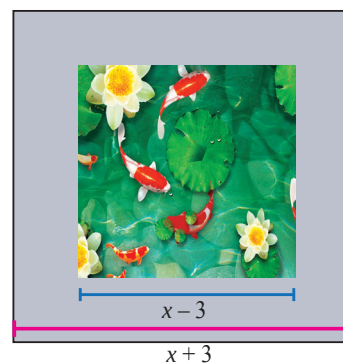
2) $(a-1)^2 - (a+1)^2$

3) $(x+y)^2 + (x-y)^2$

4) $(x-y)^2 - (x+y)^2$

5) $(a+b)^2 + (a-b)^2$

6) $(a-b)^2 - (a+b)^2$



6. Қысқа көбейту формулаларын пайдалана отырып есепте.

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $(3a + 2b)^2 + (3a - 2b)^2$ | 2) $(4a - 3)^2 - (4a + 3)^2$ |
| 3) $(5a - 1)^2 - (5a + 2)^2$ | 4) $(3 - 4a)^2 - (3 + 4a)^2$ |
| 5) $(5 - 2x)^2 - (5 + 2x)^2$ | 6) $(5a - 3x)^2 - (5a + 3x)^2$ |

7. Сандардың квадратын тап.

- | | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 1) 102^2 | 2) 103^2 | 3) 104^2 | 4) 105^2 | 5) 95^2 | 6) 96^2 |
| 7) 97^2 | 8) 98^2 | 9) 53^2 | 10) 49^2 | 11) 18^2 | 12) 37^2 |

8. Көпмүше пішінінде бейнеле.

- | | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $\left(b + \frac{1}{2}\right)^2$ | 2) $\left(2a - \frac{1}{4}\right)^2$ | 3) $\left(5c + \frac{7}{10}\right)^2$ |
| 4) $(a - 0,5)^2$ | 5) $(m - 0,1)^2$ | 6) $(2a - 1,5)^2$ |
| 7) $\left(b + \frac{1}{3}\right)^2$ | 8) $\left(a - \frac{1}{4}\right)^2$ | 9) $\left(c + \frac{7}{10}\right)^2$ |
| 10) $(3a - 0,5)^2$ | 11) $(5m - 0,1)^2$ | 12) $(5a - 3,5)^2$ |

9. Өрнекті көпмүше пішінінде жаз.

- | | |
|--------------------|-------------------|
| 1) $2(a - 5)^2$ | 2) $2(x - 1)^2$ |
| 3) $3(2a - 5)^2$ | 4) $-2(4a - 7)^2$ |
| 5) $-8(-5a + 1)^2$ | 6) $3(-2a - 3)^2$ |
| 7) $-2(3a + 4)^2$ | 8) $-3(1 + x)^2$ |

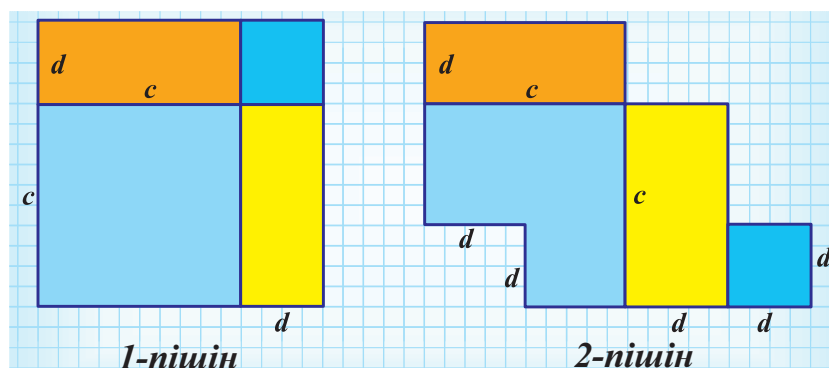
10. “...” ның қандай мәніндегі теңдік орынды?

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1) $(2 + 3a)^2 = 4 + 12a + \dots$ | 2) $(3a + 4)^2 = \dots + 24a + 16$ |
| 3) $(a - 5)^2 = \dots - \dots + 25$ | 4) $(2a + 5)^2 = 4a^2 + \dots + \dots$ |
| 5) $(7a - 3)^2 = \dots - 42a + \dots$ | 6) $(3a - 4)^2 = \dots - 24a + \dots$ |

11. Теңдеуді шеш.

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| 1) $(x + 3)^2 - (x + 1)^2 = 12$ | 3) $(x + 2)^2 - (x - 1)^2 = 15$ |
| 2) $(x - 3)^2 - (x + 2)^2 = -25$ | 4) $(x - 1)^2 - (x - 2)^2 = 5$ |

12. Пішіндердің ауданын тап.



КВАДРАТТАР АЙЫРМАСЫ

Есінде сақта!

$a - b$ және $a + b$ көпмүшелерін көбейту ережесі негізінде

$$(a - b)(a + b) = a^2 + \underbrace{ab - ab}_{[+ab - ab = 0ab]} - b^2 \text{ көрінісінде болады.}$$

Теңдіктің оң жағындағы ұқсас мүшелерді ықшамдап,

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \text{ өрнегін түземіз.}$$

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ теңдігі **квадраттар айырмасының формуласы** деп аталады.

Кейбір сандық өрнектерді есептеу кезінде осы формуланы пайдаланған қолайлы.

1-мысал. $101^2 - 91^2 = (101 - 91)(101 + 91) = 10 \cdot 192 = 1920$

Бұл өрнекті геометриялық пішін көмегімен де келтіруге болады.

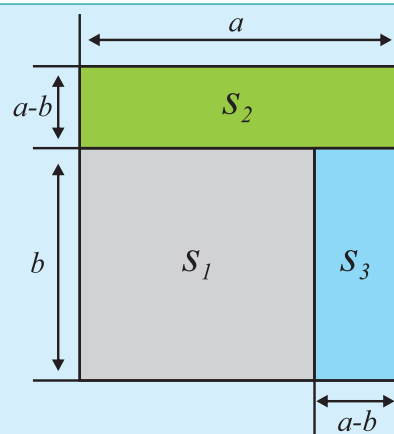
$$S = S_1 + S_2 + S_3 = a^2$$

$$S_1 = b^2, S_2 = a(a - b), S_3 = b(a - b)$$

Ол жағдайда $S - S_1 = S_2 + S_3$ өрнегіне жоғарыдағы сәйкес мәндерді қойып,

$$a^2 - b^2 = a(a - b) + b(a - b) = (a - b)(a + b) \text{ ны түземіз.}$$

Ортақ көбейткіш $(a - b)$ -ны жақша сыртына шығарсақ, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ болады.



Мысал

2-мысал. $n^2 - 36 = n^2 - 6^2 = (n - 6)(n + 6)$

3-мысал. $36 - n^2 = 6^2 - n^2 = (6 - n)(6 + n)$

4-мысал. $36n^2 - 4 = (6n)^2 - 2^2 = (6n - 2)(6n + 2)$

5-мысал. $x^2 - 9y^2 = x^2 - (3y)^2 = (x - 3y)(x + 3y)$

6-мысал. $16x^2 - 25y^2 = (4x)^2 - (5y)^2 = (4x - 5y)(4x + 5y)$

$$\begin{array}{r} a+b \\ \underline{a-b} \\ -ab-b^2 \\ \underline{a^2+ab} \\ a^2+0ab-b^2=a^2-b^2 \end{array}$$

ЖАТТЫҒУЛАР

1. Көбейтуді орында.

1) $(a + y)(a - y)$

2) $(n - m)(n + m)$

3) $(k - n)(k + n)$

4) $(b - c)(b + c)$

5) $(p - q)(p + q)$

6) $(l - k)(l + k)$

2. Көбейткіштерге жікте.

1) $a^2 - c^2$

2) $c^2 - t^2$

3) $x^2 - d^2$

4) $d^2 - m^2$

5) $y^2 - n^2$

6) $b^2 - m^2$

7) $y^2 - k^2$

8) $a^2 - z^2$

9) $a^2 - 1$

10) $c^2 - 4$

11) $9 - d^2$

12) $16 - m^2$

3. Көбейтуді орында.

1) $(0,1 + n)(0,1 - n)$

2) $(k + 1,1)(k - 1,1)$

3) $(d - 2,2)(d + 2,2)$

4) $(0,4n - 1)(0,4n + 1)$

5) $(2 + 1,1k)(2 - 1,1k)$

6) $(3d - 1,5)(3d + 1,5)$

4. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ формуласын пайдаланып есепте.

1) $11 \cdot 9$

2) $12 \cdot 8$

3) $13 \cdot 7$

4) $14 \cdot 6$

5) $15 \cdot 5$

5. Көбейтуді орында.

1) $(x + y)(x - y)$

2) $(x + t)(x - t)$

3) $(a - n)(a + n)$

4) $(y - 11)(y + 11)$

5) $(c + 9)(c - 9)$

6) $(c - 13)(c + 13)$

7) $\left(2c - \frac{1}{3}d\right)\left(2c + \frac{1}{3}d\right)$

8) $\left(\frac{1}{3}x - 3y\right)\left(3y + \frac{1}{3}x\right)$

6. Қосмүшелердің көбейтіндісі көрісінде жаз.

1) $\frac{36}{81} - y^2$

2) $\frac{100}{121} - n^2$

3) $v^2 - \frac{25}{36}$

4) $h^2 - \frac{100}{121}$

7. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ формуласының көмегімен есепте.

1) $14^2 - 11^2$

2) $20^2 - 19^2$

3) $51^2 - 41^2$

4) $54^2 - 45^2$

5) $76^2 - 24^2$

6) $128^2 - 172^2$

7) $2,5^2 - 2,4^2$

8) $1,1^2 - 1^2$

8. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ формуласын пайдаланып есепте.

1) $17 \cdot 23$

2) $29 \cdot 31$

3) $47 \cdot 53$

4) $56 \cdot 64$

5) $88 \cdot 92$

6) $73 \cdot 67$

7) $98 \cdot 102$

8) $101 \cdot 99$

9) $102 \cdot 98$

10) $103 \cdot 97$

11) $104 \cdot 96$

12) $105 \cdot 95$

9. Өрнекті қарапайым түрге келтір.

1) $(5 + a)(a - 5) - a^2$

2) $b^2 + (9 - b)(9 + b)$

3) $\left(\frac{1}{3} - c\right)\left(\frac{1}{3} + c\right) - \frac{1}{9}$

4) $-\frac{16}{49} + \left(\frac{4}{7} - d\right)\left(d + \frac{4}{7}\right)$

5) $(0,9 - x)(x + 0,9) + x(1 + x)$

6) $a(5 - a) + (1,2 + a)(a - 1,2)$

10. Көбейтуді орында.

1) $(c - d^2)(c + d^2)$

2) $(a^3 - b^5)(a^3 + b^5)$

3) $(a - b^9)(a + b^9)$

4) $(3x^5 - 4y^9)(3x^5 + 4y^9)$

5) $(6a^2 - 11b^3)(6a^2 + 11b^3)$

6) $(7x^3y + 5)(7x^3y - 5)$

7) $(abc - 13)(abc + 13)$

8) $(9 - 4a^2b^9)(9 + 4a^2b^9)$

11. Қысқаша көбейту формуласын пайдаланып есепте.

1) $999 \cdot 1001$

2) $175 \cdot 225$

3) $186 \cdot 214$

4) $1999 \cdot 2001$

5) $3,9 \cdot 4,1$

6) $2,8 \cdot 3,2$

12. Қарапайым пішінге келтір.

1) $(x-2)^2 - (x+2)(x-2)$

2) $(x+3)^2 - (x-3)(x+3)$

3) $(2x-5y)(2x+5y) - (2x-5y)^2$

4) $(-a-b)(a+b) - (a+b)(a-b)$

5) $(5a-7)(5a+7) - 25(a-2)^2$

6) $(-3a-1)^2 - (3a-1)(3a+1)$

7) $(2x+4)(2x-4) - (2x+5)(2x-5)$

8) $(x+4)(x+2) - (x-3)(x+3)$

9) $(a+b)(a-b) - (a+b)^2 + (a-b)^2$

10) $(a-c)(a+c) - (-b+c)(-b-c)$

13. Теңдеуді шеш.

1) $(3x-2)(2x+3) - 6(x-1)^2 = 5$

2) $(-2x+7)(x+2) + 2(x+1)^2 = 2$

3) $(x+3)(x+6) - (x+4)(x+5) = 2$

4) $(x-5)(x+5) = (3x+1)(3x-1) - 8(x+2)^2$

14. $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ формуласын пайдаланып көбейткіштерге жікте.

1) $0,09x^2 - 0,16y^2$

2) $4a^4 - 25d^4$

3) $a^{100} - b^6$

4) $a^2b^4 - c^4d^2$

5) $100a^6 - 121b^{10}$

6) $a^4 - b^8$

7) $a^4 - 625$

8) $b^4 - 81$

9) $a^{20} - b^{30}$

15. Есепте.

1) $\frac{20^2 - 13^2}{31^2 - 24^2}$

2) $\frac{17^2 - 22^2}{49^2 - 10^2}$

3) $\frac{37^2 - 47^2}{72^2 - 12^2}$

4) $\frac{100^2 - 60^2}{70^2 - 90^2}$

5) $\frac{38^2 - 28^2}{47^2 - 19^2}$

6) $\frac{53^2 - 25^2}{79^2 - 51^2}$

7) $\frac{181^2 - 61^2}{319^2 - 77^2}$

8) $\frac{200^2 - 380^2}{420^2 - 160^2}$

16*. Есепте.

1) $2^2 - 1^2 + 3^2 - 2^2 + 4^2 - 3^2 + \dots + 10^2 - 9^2$

2) $12^2 - 11^2 + 13^2 - 12^2 + 14^2 - 13^2 + \dots + 20^2 - 19^2$

3) $22^2 - 21^2 + 20^2 - 19^2 + 18^2 - 17^2 + \dots + 10^2 - 9^2$

4) $31^2 - 29^2 + 27^2 - 25^2 + 23^2 - 21^2 + \dots + 11^2 - 9^2$

17. Көбейтіндіні тап.

1) $(5a-5b)(2a+2b)$

2) $(7x+7y)(10x-10y)$

3) $\left(1\frac{1}{5}m - 1\frac{1}{5}n\right)\left(\frac{5}{6}m + \frac{5}{6}n\right)$

4) $\left(\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}y\right)\left(1\frac{1}{3}x - 1\frac{1}{3}y\right)$

5) $(10a+10b)(0,1a-0,1b)$

6) $(0,05p+0,05q)(20p-20q)$

ҚОСЫНДЫНЫҢ КУБЫ. АЙЫРМАНЫҢ КУБЫ.

Еске түсіреміз

Қосындының квадраты:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Айырманың квадраты:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Есіңде сақта!

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b)$$

Қосынды көпмүшенің кубын табу үшін үш рет өзін-өзіне көбейт. Бұл – екі сатылы үдеріс.

1-қадам: алғашқы екі өрнекті көбейт.

2-қадам: нәтижені үшінші өрнекке көбейт.

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) =$$

$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ формула **қосындының кубы** деп аталады.

1-қадам.
Алғашқы екі өрнекті көбейт.

2-қадам.
1-қадамның нәтижесін үшінші
өрнекке көбейт.

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} a+b \\ \underline{a+b} \\ ab+b^2 \\ \underline{a^2+ab} \\ a^2+2ab+b^2 \end{array} & \begin{array}{r} a^2+2ab+b^2 \\ \underline{a+b} \\ a^2b+2ab^2+b^3 \\ \underline{a^3+2a^2b+ab^2} \\ a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \end{array} \end{array}$$

Есіңде сақта!

$$(a - b)^3 = (a - b)(a - b)(a - b)$$

Айырма көпмүшенің кубын табу үшін үш рет өзіне-өзін көбейт. Бұл – екі сатылы үдеріс.

1-қадам: алғашқы екі өрнекті көбейт.

2-қадам: жауабыңды үшінші өрнекке көбейт.

$$(a - b)^3 = (a - b)(a - b)(a - b) = (a^2 - 2ab + b^2)(a - b) =$$

$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ формула **айырманың кубы** деп аталады.

Мысал

1-мысал. $(m + 3)^3 = (m)^3 + 3 \cdot (m)^2 \cdot 3 + 3 \cdot m \cdot (3)^2 + (3)^3 = m^3 + 9m^2 + 27m + 27$

2-мысал. $(4 + n)^3 = (4)^3 + 3 \cdot (4)^2 \cdot n + 3 \cdot 4 \cdot (n)^2 + (n)^3 = 64 + 48n + 12n^2 + n^3$

3-мысал. $(5 - y)^3 = (5)^3 - 3 \cdot (5)^2 \cdot y + 3 \cdot 5 \cdot (y)^2 - (y)^3 = 125 - 75y + 15y^2 - y^3$

4-мысал. $(6a - 1)^3 = (6a)^3 - 3 \cdot (6a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 6a \cdot (1)^2 - (1)^3 = 216a^3 - 108a^2 + 18a - 1$

ЖАТТЫҒУЛАР

1. Көпмүше көрінісінде жаз.

1) $(a - c)^3$

2) $(c + d)^3$

3) $(z - t)^3$

4) $(m + n)^3$

5) $(1 + x)^3$

6) $(a - 1)^3$

7) $(4 - b)^3$

8) $(y + 2)^3$

9) $(x + y)^3$

10) $(m - n)^3$

11) $(2x + 1)^3$

12) $(3x - 2)^3$

13) $(2a + 3b)^3$

14) $(4a - b)^3$

15) $(1 - 3x)^3$

16) $(5 + 2n)^3$

2. Есепте.

1) $2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 3^2 + 3^3$

2) $4^3 + 3 \cdot 4^2 \cdot 6 + 3 \cdot 4 \cdot 6^2 + 6^3$

3) $2^3 - 3 \cdot 2^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 3^2 - 3^3$

4) $5^3 - 3 \cdot 5^2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 \cdot 4^2 - 4^3$

5) $7^3 - 3 \cdot 7^2 \cdot 3 + 3 \cdot 7 \cdot 3^2 - 3^3$

6) $1^3 - 3 \cdot 1^2 \cdot 6 + 3 \cdot 1 \cdot 6^2 - 6^3$

7) $8 + 3 \cdot 2^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 3^2 + 27$

8) $4^3 + 3 \cdot 16 \cdot 6 + 3 \cdot 4 \cdot 36 + 6^3$

9) $8^3 + 30 \cdot 8 \cdot 2 + 2^3$

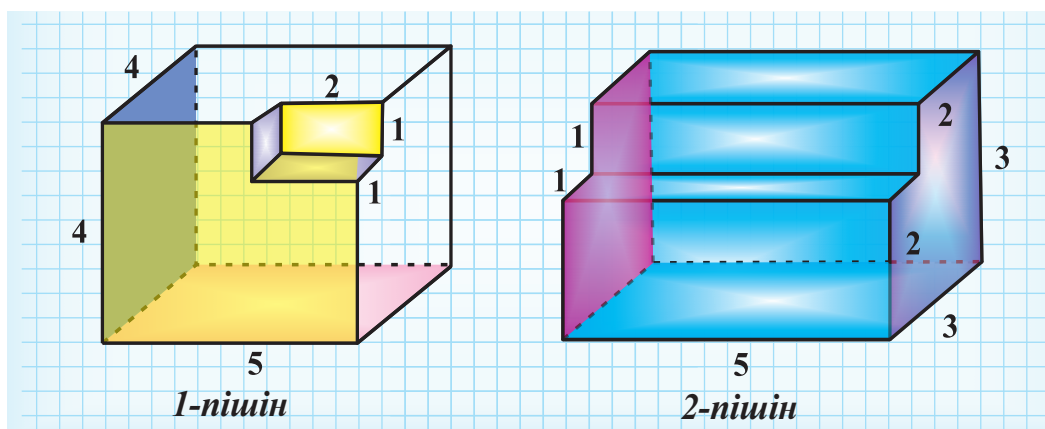
10) $9^3 + 30 \cdot 9 \cdot 1 + 1^3$

3. Қарапайым пішінге келтір және берілген мәндерге орай есепте.

1) $(x - 1)^3 - x^3 + 5$, бұнда $x = 0; 1; 2$

2) $(y - 2)^3 - (y + 2)^3$, бұнда $y = -2; 0; 3$

4. Пішіндердің көлемін тап.



5. Көпмүше көрінісінде бейнеле.

1) $(ab - 1)^3$

2) $(a^2 + b^3)^3$

3) $(a^7 - b^9)^3$

4) $(a^6 + x^6)^3$

5) $(abc - 9)^3$

6) $(ab + cd)^3$

7) $(a^2 + a^3)^3$

8) $(xy^2 + x^2y)^3$

6. Қосмүше қосындысы немесе айырманың кубы пішінінде жаз.

1) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

2) $y^3 - 3y^2 + 3y - 1$

3) $8 + 12a + 6a^2 + a^3$

4) $1 - 6c + 12c^2 - 8c^3$

7. Есепте.

1) $17^3 + 3 \cdot 17^2 \cdot 23 + 3 \cdot 17 \cdot 23^2 + 23^3$

2) $84^3 - 3 \cdot 84^2 \cdot 14 + 3 \cdot 84 \cdot 14^2 - 14^3$

3) $17^3 + 69 \cdot 17^2 + 51 \cdot 23^2 + 23^3$

4) $84^3 - 42 \cdot 84^2 + 252 \cdot 14^2 - 14^3$

8. Қарапайым пішінге келтір.

1) $(x + y)^3 + (x - y)^3$

2) $(x - y)^3 - (x + y)^3$

3) $(2x - 3)^3 - (2x + 3)^3$

4) $(2a + 3b)^3 - (2a - 3b)^3$

9. Қосмүше қосындысының кубы пішінінде жаз.

1) $8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3$

2) $x^3 + 9x^2y + 27xy^2 + 27y^3$

3) $64m^3 - 48m^2 + 12m - 1$

4) $p^{12} + 3p^8q^5 + 3p^4q^{10} + q^{15}$

10. Өрнекті қарапайым пішінге келтір.

1) $(x - 1)^3 - x^3 + 1$

2) $(x - 2)^3 + 8 - x^3$

3) $(1 - a)^3 - 3a^2 - 1$

4) $(d + 2)^3 - 6d^2 - d^3$

11. Көбейтіндіні есепте.

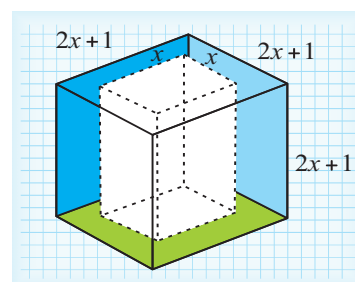
1) $(a - 1)(a^2 + a + 1)$

2) $(a + 3)(a^2 - 3a + 9)$

3) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

4) $(n - 4)(n^2 + 4n + 16)$

12. Ағаш кубтың әрбір қабырғасы $2x + 1$ см. Кубта барлық қабырғалары x см болған тесік жасалды. Ағаштың қалған бөлігінің көлемін тап.



13. Көпмүше көрінісінде бейнеле.

1) $(x^2y^3z^4 + x^4y^3z^2)^3$

2) $(a^9b^8 - a^7b^{11})^3$

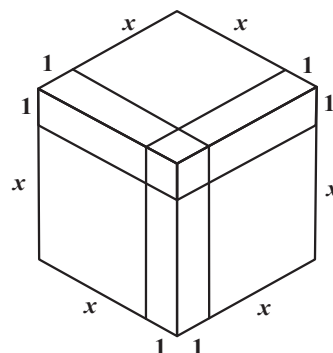
3) $(a^4b^{54}c^6 - a^5c^6d^7)^3$

4) $(a^{12} - b^{13})^3$

5) $(4x^2 - 3y^5)^3$

6) $(0,2x + 0,3y)^3$

14. Қабырғасы $x + 1$ болған куб сегіз бөлікке бөлінді. Қалған пішін негізінде қосынды кубтың жайылмасын көрсет.



15. Есепте.

$$1) 718^3 + 3000 \cdot 718 \cdot 282 + 282^3$$

$$2) 489^3 + 3000 \cdot 489 \cdot 511 + 511^3$$

$$3) 189^3 - 300 \cdot 189 \cdot 89 - 89^3$$

$$4) 409^3 - 600 \cdot 409 \cdot 209 - 209^3$$

$$5) 17^2 \cdot (17 + 3 \cdot 23) + 23^2 \cdot (3 \cdot 17 + 23)$$

$$6) 84 \cdot (84^2 - 3 \cdot 84 \cdot 14 + 3 \cdot 14^2) - 14^3$$

16. Қарапайым пішінге келтір.

$$1) x(x+1)^2 - (x-1)^3$$

$$2) x(x-1)^2 - (x-1)^3$$

$$3) a(a+1)(a+2) - (a+3)^3$$

$$4) (2a+1)(3a-2)(a-1) - (a+2)^3$$

17. Қосмүше қосындысының кубы пішінінде жаз.

$$1) 8a^3 - 60a^2b + 150ab^2 - 125b^3$$

$$2) 64x^{15} + 144x^{10}y^3 + 108x^5y^6 + 27y^9$$

18. Өрнекті қарапайым пішінге келтір.

$$1) (x^2 + 1)^3 - 3(x^2 - 1)^2 - x^2(x^4 + 9)$$

$$2) (x-2)^3 - (x-1)^3 + 3x(x+3)$$

КУБТАРДЫҢ ҚОСЫНДЫСЫ ЖӘНЕ АЙЫРМАСЫ

Еске түсіреміз

Қосындының квадраты
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Айырманың квадраты
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Квадраттар айырмасы
 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Есіңде сақта!

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 - \cancel{a^2b} + \cancel{ab^2} + \cancel{a^2b} - \cancel{ab^2} + b^3 = a^3 + b^3$$

Бірінші көпмүшенің әрбір мүшесін екінші көпмүшенің әрбір мүшесіне көбейттік және қарапайым пішінге келтірдік. Өрнекті төмендегідей етіп жазамыз.

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ – бірімүшелер **кубтарының қосындысы** формуласы.

Нақ осындай әдіспен $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ бірімүшелер кубтары айырмасының формуласын да келтіріп шығаруға болады.

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ – бірімүшелер **кубтарының айырмасы** формуласы.

Мысал

1-мысал. $64c^3 - (4c+1)(16c^2 - 4c + 1)$ өрнекті қарапайым пішінге келтір.

$$64c^3 - (4c+1)(16c^2 - 4c + 1) = 64c^3 - (64c^3 + 1) = 64c^3 - 64c^3 - 1 = -1$$

2-мысал. $8a^3 - b^3$ -ті көбейткіштерге жікте.

$$8a^3 - b^3 = (2a)^3 - b^3 = (2a-b)((2a)^2 + 2ab + b^2) = (2a-b)(4a^2 + 2ab + b^2)$$

ЖАТТЫҒУЛАР

1. Көбейткіштерге жікте.

- | | | | |
|------------------|------------------|-------------------|----------------|
| 1) $u^3 + v^3$ | 2) $a^3 - c^3$ | 3) $m^3 + n^3$ | 4) $k^3 - l^3$ |
| 5) $a^3 + 1$ | 6) $c^3 - 8$ | 7) $d^3 - 27$ | 8) $a^3 + 125$ |
| 9) $27x^3 + y^3$ | 10) $m^3 - 64$ | 11) $125 - x^9$ | 12) $1 - p^3$ |
| 13) $m^3 - 8n^3$ | 14) $-a^3 - b^3$ | 15) $27a^3 + b^3$ | 16) $-1 - a^3$ |

2. Бірмүшелер кубтары айырмасы мен қосындысы формуласын пайдалана отырып, өрнекті қосмүше түрінде жаз.

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $(a + 2)(a^2 - 2a + 4)$ | 2) $(a - 3)(a^2 + 3a + 9)$ |
| 3) $(a - 4)(a^2 + 4a + 16)$ | 4) $(5 + b)(25 - 5b + b^2)$ |
| 5) $(2a - 5)(4a^2 + 10a + 25)$ | 6) $(x^3 - y^2)(x^6 + x^3y^2 + y^4)$ |
| 7) $(a^4 - 1)(a^8 + a^4 + 1)$ | 8) $(x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)$ |

3. Көбейткіштерге жікте.

- | | | |
|-----------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $5x^3 + 5$ | 2) $10y^3 + 10$ | 3) $m^4n - mn^4$ |
| 4) $a^5b^2 + a^2b^5$ | 5) $a^5b - a^2b^4$ | 6) $54a^3 - 16$ |
| 7) $2ad^3 + 16a^4$ | 8) $a^4b - ab^4$ | 9) $40a^3 - 5b^6$ |
| 10) $7x^5 - 56x^{14}$ | 11) $7a^7 - 56a^4$ | 12) $2000a - 2a^4$ |
| 13) $2x^3 + 16x^9$ | 14) $a^{10} + a^7$ | 15) $b^{10} - b^7$ |

4. Есепте.

- | | | |
|---|--|---|
| 1) $\frac{7^3 - 1^3}{7^2 + 7 \cdot 1 + 1^2}$ | 2) $\frac{8^3 + 1^3}{8^2 - 8 \cdot 1 + 1^2}$ | 3) $\frac{3^2 - 3 \cdot 5 + 5^2}{3^3 + 5^3}$ |
| 4) $\frac{(6^2 - 2^2)(6^2 + 6 \cdot 2 + 2^2)}{6^3 - 2^3}$ | 5) $\frac{8^2 + 8 \cdot 5 + 5^2}{8^3 - 5^3}$ | 6) $\frac{(6^2 - 7^2)(6^2 - 6 \cdot 7 + 7^2)}{6^3 + 7^3}$ |

5. Көпмүшелерді көбейткіштерге жікте.

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $a^3 + b^3 + a + b$ | 2) $a^3 - b^3 + a - b$ |
| 3) $x^3 + y^3 - x - y$ | 4) $x^3 - y^3 - x + y$ |
| 5) $a^3 + b^3 + 7a + 7b$ | 6) $a^3 - b^3 + 5a - 5b$ |

6. Көбейткіштерге жікте.

- | | | | |
|----------------|-------------------|--------------------|----------------------|
| 1) $a^3 - b^6$ | 2) $m^9 + n^3$ | 3) $x^6 + y^{12}$ | 4) $a^{12} - n^{15}$ |
| 5) $8a^3 - 27$ | 6) $125m^3 + n^3$ | 7) $x^9 + 8y^{12}$ | 8) $64a^9 - n^{15}$ |

7. Бірмүшелер кубтарының айырмасы мен қосындысы формуласын пайдалана отырып, өрнекті қосмүше түрінде жаз.

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| 1) $(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)$ | 2) $(a - 3c)(a^2 + 3ac + 9c^2)$ |
|---------------------------------|---------------------------------|

3) $(3a - 4)(9a^2 + 12a + 16)$

4) $(5a + b)(25a^2 - 5ab + b^2)$

5) $(2a - 5)(4a^2 + 10a + 25)$

6) $(x^3 + y^2)(x^6 - x^3y^2 + y^4)$

8. Көбейткіштерге жікте.

1) $5x^3 + 40$

2) $10y^3 + 10\,000$

3) $m^7n + mn^7$

4) $a^8b^2 - a^2b^8$

5) $a^8b - a^2b^4$

6) $54a^3 + 16a^6$

9. Есепте.

1) $(17 - 1)(17^2 + 17 \cdot 1 + 1^2) - (17 - 2)(17^2 + 17 \cdot 2 + 2^2)$

2) $(25 - 2)(25^2 + 25 \cdot 2 + 2^2) - (25 - 3)(25^2 + 25 \cdot 3 + 3^2)$

3) $\frac{79^3 - 19^3}{79^2 + 79 \cdot 19 + 19^2}$

4) $\frac{84^3 + 16^3}{84^2 - 84 \cdot 16 + 16^2}$

5) $\frac{2,73^2 - 2,73 \cdot 1,27 + 1,27^2}{2,73^3 + 1,27^3}$

6) $\frac{(65^2 - 25^2)(65^2 + 65 \cdot 25 + 25^2)}{65^3 - 25^3}$

10*. Өрнектердің 10-ға бөлінетінін көрсет.

1) $7^3 + 3^3$

2) $47^3 - 17^3$

3) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 99^3$

4) $2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 98^3$

5) $2^3 - 1^3 + 3^3 - 2^3 + 4^3 - 3^3 + \dots + 101^3 - 100^3$

6) $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + 99^3$

11*. Көбейткіштерге жікте.

1) $(a - b)^3 + (b - c)^3 - (a - c)^3$

2) $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3$

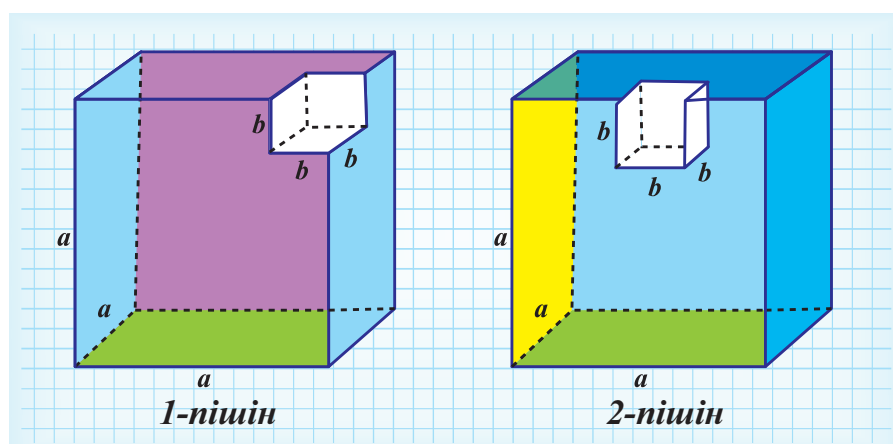
3) $(2x - 3y)^3 + (5z - 2x)^3 + (3y - 5z)^3$

4) $(2x - 3y)^3 - (5z + 2x)^3 + (3y + 5z)^3$

12*. Неше натурал $a < 100$ сандары үшін $\frac{a^3 + 23}{24}$ өрнектер нәтижесі натурал сан болады?

13*. $(2n + 5)^3 - (2n - 5)^3$ өрнектің 10-ға бөлінетінін көрсет.

14. Берілген пішіндердің көлемін тап.



КӨПМҮШЕЛЕРДІ КӨБЕЙТКІШТЕРГЕ ЖІКТЕУ ӘДІСТЕРІ

Қысқа көбейту формулаларының көмегімен өрнекті көбейткіштерге жіктеу әдістерімен танысамыз.

1-мысал. $x^4 + 4$ -ті көбейткіштерге жікте.

$$\begin{aligned} x^4 + 4 &= x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^4 + 4x^2 + 4) - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = \\ &= (x^2 + 2 - 2x)(x^2 + 2 + 2x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2) \end{aligned}$$

2-мысал. $(2a + 3b)^2 - (3a - 2b)^2$ -ні көбейткіштерге жікте.

$$(2a + 3b)^2 - (3a - 2b)^2 = (\underline{2a} + \underline{3b} - \underline{3a} + \underline{2b})(\underline{2a} + \underline{3b} + \underline{3a} - \underline{2b}) = (-a + 5b)(5a + b)$$

3-мысал. $(2a + 3b)^2 + (3a - 2b)^2$ -ні көбейткіштерге жікте.

$$\begin{aligned} (2a + 3b)^2 + (3a - 2b)^2 &= \underline{2^2 a^2} + \underline{2 \cdot 2a \cdot 3b} + \underline{3^2 b^2} + \underline{3^2 a^2} - \underline{2 \cdot 3a \cdot 2b} + \underline{2^2 b^2} = \\ &= \underline{4a^2} + \underline{9b^2} + \underline{9a^2} + \underline{4b^2} = 13a^2 + 13b^2 = 13(a^2 + b^2) \end{aligned}$$

4-мысал. $(ax + by)^2 + (ay - bx)^2$ -ні көбейткіштерге жікте.

$$\begin{aligned} (ax + by)^2 + (ay - bx)^2 &= a^2 x^2 + \underline{2axby} + b^2 y^2 + a^2 y^2 - \underline{2aybx} + b^2 x^2 = \\ &= \underline{a^2 x^2} + \underline{b^2 y^2} + \underline{a^2 y^2} + \underline{b^2 x^2} = a^2(x^2 + y^2) + b^2(x^2 + y^2) = (x^2 + y^2)(a^2 + b^2) \end{aligned}$$

5-мысал. $a^2 - a - 12$ -ні көбейткіштерге жікте.

$$a^2 - a - 12 = a^2 - 9 - a - 3 = (a - 3)(a + 3) - (a + 3) = (a + 3)(a - 3 - 1) = (a + 3)(a - 4)$$

6-мысал. $x^4 + 3x^2 + 4$ -ні көбейткіштерге жікте.

$$\begin{aligned} x^4 + 3x^2 + 4 &= x^4 + 4x^2 + 4 - x^2 = (x^2 + 2)^2 - x^2 = (x^2 + 2 - x)(x^2 + 2 + x) = \\ &= (x^2 - x + 2)(x^2 + x + 2) \end{aligned}$$

7-мысал. $x^4 - 5x^2 + 4$ -ні көбейткіштерге жікте.

$$x^4 - 5x^2 + 4 = x^4 - 4x^2 + 4 - x^2 = (x^2 - 2)^2 - x^2 = (x^2 - 2 - x)(x^2 - 2 + x)$$

ЖАТТЫҒУЛАР

Көбейткіштерге жікте. (1 – 6)

- | | | | |
|-----------|-----------------------|------------------------------------|---------------------------|
| 1. | 1) $x^3 - 64y^3$ | 2) $p^3 q^3 + n^3$ | |
| | 3) $a^6 - b^6$ | 4) $m^6 + (pn)^6$ | |
| | 5) $(m - n)^3 + n^3$ | 6) $(a - 2)^3 - 8$ | |
| | 7) $8c^3 + (c - d)^3$ | 8) $27a^3 - (a - b)^3$ | |
| 2. | 1) $27a^9 + 8d^{12}$ | 2) $a^{18} + b^{15}$ | 3) $a^{27} b^{30} - 1$ |
| | | | 4) $a^3 b^6 c^9 + 8$ |
| 3. | 1) $1 - 125c^3$ | 2) $8 + 125c^6$ | 3) $x^3 + 1000$ |
| | 5) $a^{45} - b^{51}$ | 6) $a^{30} b^{15} - c^{45} d^{75}$ | 4) $a^{60} - b^{30}$ |
| | 9) $x^{12} - y^{12}$ | 7) $64a^5 - a^2$ | 8) $1000x^6 - 343x^3 y^3$ |
| | | 10) $x^{12} + y^{12}$ | |

4. 1) $(3x - 4)(3x + 4) - 4(3x - 4)$ 2) $-5x(5x - 2) - (5x + 2)(2 - 5x)$
3) $(x + 6y)^2 - (6y + x)(6y - x)$ 4) $(x + 1)(2x - 1) + x^2 + 2x + 1$

5. 1) $a(b + c) + (3b + 3c)$ 2) $(5a - 5b) - (ac - bc)$
3) $(mn + mp) - (n + p)$ 4) $(ax - ay) - (bx - by)$

6. 1) $ac + bc + 2ad + 2bd$ 2) $xy + xn - 3mn - 3my$
3) $3ax - 4ay + 3bx - 4by$ 4) $2ax - bx - 4a + 2b$

Көбейткіштерге жікте. (7 – 10)

7. 1) $6a^2 + 9ab + 8ac + 12bc$ 2) $15a^2 + 20ab + 3ac + 4bc$
3) $6ab + 21b + 8a + 28$ 4) $8x^2 + 12xy + 10xz + 15yz$
5) $30x^3y - 15x^2y^2 - 20x^4y^2 + 10x^3y^3$ 6) $-24a^4b^4 + 8a^3b^4 + 12a^2b^3 - 4ab^3$

8. 1) $a^2 - a - 2$ 2) $b^2 + 6ab + 5a^2$
3) $m^2 - 5mn + 6n^2$ 4) $2x^2 + 3xy + y^2$
5) $b^2 - 6ab + 5a^2$ 6) $b^2 + 6ab - 7a^2$

9. 1) $(x^2 + 1)^2 - 4x^2$ 2) $(x^2 + 9)^2 - 36x^2$
3) $x^4 + x^2 + 1$ 4) $x^8 + x^4 + 1$
5) $x^4 + 5x^2 + 9$ 6) $x^4 - 9x^2 + 16$

10. 1) $(a + b)^2 - (a - b)^2$ 2) $(a - b)^2 - (b + a)^2$
3) $(2c - d)^2 - (2c + d)^2$ 4) $(c - 3d)^2 - (c + 3d)^2$
5) $(a + b)^2 - (c + d)^2$ 6) $(a - b)^2 - (c - d)^2$
7) $(a + b)^2 - (c - d)^2$ 8) $(a - b)^2 - (c + d)^2$

11*. Көбейткіштерге жіктеу бойынша күрделі мысалдар.

1) $a^2(b + c) + b^2(a + c) + c^2(a + b) + 2abc$ -ні көбейткіштерге жікте.

2) Егер $a = b + 1$ болса, ондай жағдайда $(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) \dots (a^{64} + b^{64}) = a^{128} - b^{128}$ екенін көрсет.

3) Егер $a + b + c = 0$ болса, ондай жағдайда $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ екенін көрсет.

4) $bc(b + c) + ac(c - a) - ab(a + b)$ -ні көбейткіштерге жікте.

5) $97^3 - 41^3$ өрнектің 28-ге қалдықсыз бөлінетінін көрсет.

6) $57^6 - 43^6$ өрнектің 1400-ге қалдықсыз бөлінетінін көрсет.

7) $x^2(y + z) + y^2(x + z) + z^2(x + y) + 3xyz$ -ні көбейткіштерге жікте.

8) $a^3 + b^3 + c^3 + ab(a + b) + ac(a + c) + bc(b + c)$ -ні көбейткіштерге жікте.

ҚЫСҚАША КӨБЕЙТУ ФОРМУЛАЛАРЫН ЕНГІЗУ

Есіңде сақта!

Қысқаша көбейту формулалары

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	– қосындының квадраты
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	– айырманың квадраты
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	– қосындының кубы
$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	– айырманың кубы
$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	– квадраттардың айырмасы
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	– кубтардың айырмасы
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$	– кубтардың қосындысы

Мысал

Осы формуланың қолданылуына қатысты мысалдар қарастырамыз.

1-мысал. $(4a - 5)^2 - 2a(3a + 4) - 5a(2a - 2)$ өрнекті қарапайым пішінге келтір.

1-қадам. $(4a - 5)^2 - 2a(3a + 4) - 5a(2a - 2)$ өрнектегі жақшаларды қысқа көбейту формуласы (айырманың квадраты) және бөлініс заңын пайдалана отырып ашамыз.

$$(4a - 5)^2 - 2a(3a + 4) - 5a(2a - 2) = 16a^2 - 40a + 25 - 6a^2 - 8a - 10a^2 + 10a$$

2-қадам. Ұқсас мүшелерді ықшамдаймыз.

$$16a^2 - 40a + 25 - 6a^2 - 8a - 10a^2 + 10a = -38a + 25$$

2-мысал. Теңдікті тексер: $(3a - 1)^3 - (3a + 1)^3 + (100a^2 + 2) = 46a^2$

Теңдіктің сол жағындағы өрнекті қысқаша көбейту формулаларының көмегімен көпмүше пішініне келтіріп аламыз және ұқсас мүшелерді ықшамдаймыз.

$$(3a - 1)^3 - (3a + 1)^3 + (100a^2 + 2) = 27a^3 - 3 \cdot (3a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 3a \cdot 1^2 - 1 - 27a^3 - 3 \cdot (3a)^2 \cdot 1 - 3 \cdot 3a \cdot 1^2 - 1 + 100a^2 + 2 = 27a^3 - 27a^3 + 9a - 2 - 27a^3 - 27a^3 - 9a + 100a^2 + 2 = 46a^2$$

Демек, $(3a - 1)^3 - (3a + 1)^3 + (100a^2 + 2) = 46a^2$ теңдік дұрыс.

ЖАТТЫҒУЛАР

Қосмүшенің квадраты көрінісінде өрнекте. $(1 - 2)$

- $a^2 + 2a + 1$
 - $b^2 - 8b + 16$
 - $c^2 + 10c + 25$
 - $n^2 + 14n + 49$
 - $100 - 20z + z^2$
 - $81 + 18b + b^2$
- $0,16 - 0,8t + t^2$
 - $z^2 + 1,4z + 0,49$
 - $0,36 - 1,2b + b^2$
 - $2,25 - 3x + x^2$
 - $y^2 - 3,2y + 2,56$
 - $3,61 + 3,8d + d^2$
- Өрнекті қарапайым түрге келтір.

 - $(a^3 + 6b^2)^2 - (6b^2 - a^3)^2$
 - $(a^2 - 7b^3)^2 + (a^2 + 7b^3)^2$
 - $(9x + 2y^4)^2 - (2y^4 - 9x)^2$
 - $(5x^3 - 4y)^2 + (4y + 5x^3)^2$

4. Теңдеуді шеш.

1) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - x^3 = 3x$

2) $(3 + x)(x^2 - 3x + 9) - x^3 = -10x$

3) $(5 - x)(x^2 + 5x + 25) = 5x - x^3$

4) $(6 - x)(36 + 6x + x^2) = 18x - x^3$

5. Теңдіктің дұрыстығын тексер.

1) $(x - 6)(x^2 + 6x + 36) - 0,5(2x^3 - 432) = 0$

2) $28x^3 - (3x - 1)(9x^2 + 3x + 1) - (3 + x)(9 - 3x + x^2) = -26$

6. Өрнекті қосмүшенің квадраты түрінде жаз.

1) $a^2 - 10ab + 25b^2$

4) $a^{12} - 2a^6b^7 + b^{14}$

2) $k^6 + 6k^3 + 9$

5) $4a^2b^2 + 36ab + 81$

3) $a^2 - 4ay + 4y^2$

6) $0,01x^2 + 0,1xy + 0,25y^2$

7. Өрнекті қарапайым пішінге келтір.

1) $(4a^3 - 1)(9a^3 + 5) - (6a^3 - 1)^2$

2) $(c^4 - 1)^2 - (c^4 + 4)(c^4 - 6)$

3) $(d^7 - 3)(d^7 + 7) - (d^7 + 2)^2$

4) $(k^8 + 9)(11 - k^8) + (k^8 + 1)^2$

8. Теңдеуді шеш.

1) $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) - 8x^3 = 27x$

2) $(3 + 4x)(16x^2 - 12x + 9) - 64x^3 = -10x$

3) $(5 - 2x)(4x^2 + 10x + 25) = 25x - 8x^3$

4) $(6 - 5x)(36 + 30x + 25x^2) = 108x - 125x^3$

9*. Теңдіктің дұрыстығын тексер.

1) $(5x - 6)(25x^2 + 30x + 36) - 0,25(500x^3 - 864) = 0$

2) $91x^3 - (3x - 4)(9x^2 + 12x + 16) - (3 + 4x)(9 - 12x + 16x^2) = 37$

10*. Көбейткіштерге жікте.

1) $a^{12} - b^{12}$

2) $a^6 + b^6$

3) $x^4 + x^2 - 2$

4) $a^8 - b^8$

5) $a^4 + 4$

6) $a^8 + a^4 + 1$

7) $(x + y + 2)(x + y) - (x - y)^2 + 1$

11*. Есепте.

1) $\frac{36^2 - 8^2}{32^2 - 10^2}$

2) $\frac{70^2 - 20^2}{60^2 - 20^2}$

3) $\frac{38^2 - 10^2}{33^2 - 9^2}$

4) $\frac{51^3 - 49^3}{51 - 49} + 51 \cdot 49$

5) $\frac{67^3 + 47^3}{67 + 47} - 67 \cdot 47$

6) $\frac{84^3 + 54^3}{84 + 54} - 84 \cdot 54$

7) $(91^3 + 39^3):(91^2 - 91 \cdot 39 + 39^2)$

8) $(56^3 + 44^3):(56^2 - 56 \cdot 44 + 44^2)$

9) $2020 \frac{2018}{2019} \cdot 2021 \frac{2018}{2019} - 2019 \frac{2018}{2019} \cdot 2022 \frac{2018}{2019}$

$$10) \frac{1,8^2 - 0,7^2}{2,5 \cdot 0,7 - 4,5}$$

$$11) \frac{0,8^2 + 1,12 + 0,7^2}{0,8^2 - 0,7^2}$$

$$12) \frac{1,4^2 + 4,2 + 1,5^2}{1,4^2 - 1,5^2}$$

$$13) \frac{(4,7^2 - 5,3^2)(11,4^2 - 4,2^2)}{(8,1^2 - 7,5^2)(9,1^2 - 1,9^2)}$$

12*. Көбейткіштерге жікте.

$$1) ax^2 - bx^2 - bx + ax - a + b$$

$$2) ax^2 + bx^2 - bx - ax + a + b$$

$$3) ax^2 + bx^2 + ax - cx^2 + bx - cx$$

$$4) ax^2 + bx^2 - bx - ax + cx^2 - cx$$

$$5) 5ax^2 - 10ax - bx + 2b - x + 2$$

$$6) m^2 x^4 - mn x^3 + 2mx^2 - 2nx - n + mx$$

$$7) xyz + x^2 y^2 + 3x^4 y^4 + 3x^3 y^3 z - xy - z$$

$$8) 12a^2 b^2 - 6abc + 3ac^2 - 6a^2 bc - c + 2ab$$

13*. Қарапайым пішінге келтір.

$$1) (a + b)(a - b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

$$2) (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)(a^4 - a^2 + 1)$$

$$3) (a + 1)(a - 3)(a^2 - a + 1)(a^2 + 3a + 9)$$

$$4) (a - 1)(a + 3)(a^2 - 3a + 9)(a^2 + a + 1)$$

$$5) (2a + 1)(4a^2 - 4a + 1) - (a - 3)(a^2 + 3a + 9)$$

$$6) (3a + 1)(9a^2 - 3a + 1) + (a - 1)(a^2 + a + 1)$$

$$7) (3a + 1)(3a - 1)(9a^2 - 3a + 1)(9a^2 + 3a + 1)$$

$$8) (a + 3)(a - 3)(a^2 - 3a + 9)(a^2 + 3a + 9)$$

14*. Өрнекті көпмүшенің квадраты түрінде жаз.

$$1) a(a + 2) + b(b + 2) + 2ab + 1$$

$$2) (a + b)^2 - 4(a + b - 1)$$

$$3) a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$4) (a + 1)(a + 2)(a + 3)(a + 4) + 1$$

15*. Қысқаша көбейту формулаларын қолдана отырып теңдеуді шеш:

$$1) 16x^2 - (4x - 1)(4x + 1) + 2x = 7$$

$$2) (2x - 5)^2 - (2x - 3)(2x + 3) = 0$$

$$3) (3x + 2)^2 + (4x - 1)(4x + 1) = (5x - 1)^2$$

$$4) (3x - 1)^2 - 8(x + 1)^2 = (x + 2)(x - 2)$$

16*. Теңдеуді шеш:

$$1) (2 - x)(x + 2) = x(3 - x)$$

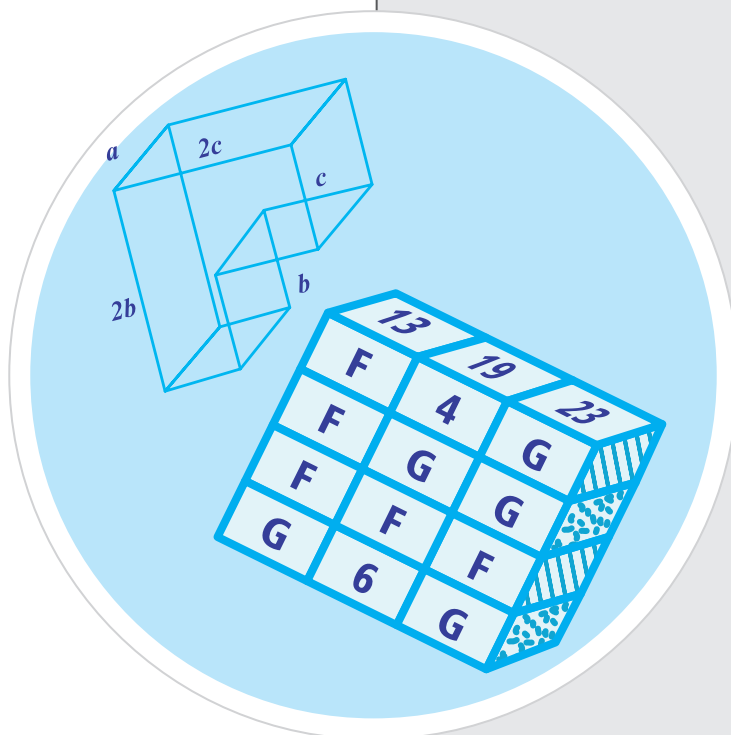
$$2) x(x - 2) - 8 = (x + 2)(x - 4)$$

$$3) 2(x + 3)(x - 2) - 7 = (2x + 1)(x - 3)$$

$$4) 13x(6x - 1) - 6x(13x - 9) = -13 - 24x$$

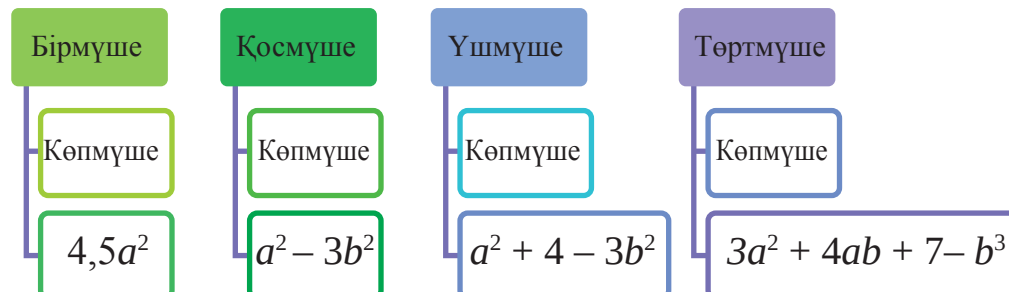
III ТАРАУ

АЛГЕБРАЛЫҚ БӨЛШЕКТЕР



АЛГЕБРАЛЫҚ БӨЛШЕК. БӨЛШЕКТЕРДІ ҚЫСҚАРТУ

Еске түсіреміз



Есте сақта!

$\frac{A}{B}$ көрінісіндегі өрнек **алгебралық бөлшек** деп аталады.

A мен B – сандар, бірімшелер және көпмүшелер болуы да мүмкін.

Егер, бөлшектің алымы мен бөлімі өзгермейтін сан болса да, оны алгебралық бөлшек деуге болады.

Алгебралық бөлшектер:

$$\frac{1}{2}, \frac{x}{4}, \frac{2}{x}, \frac{x+3}{5}, \frac{6}{x-5}, \frac{2x-y}{x+3y}, \frac{2ab}{a+b}, \frac{x^2-3xy}{x+4y^2}, \dots$$

Алгебралық бөлшекті құрайтын әріптердің орнына олардың сәйкес мәнін қойып, қажет амалдарды орындағанда, оның сандық мәні айқындалады.

Мысалы, $a = 3; b = 1$ болғандағы $\frac{2ab}{a-2b}$ алгебралық бөлшектің мәнін тап.

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 1}{3 - 2 \cdot 1} = \frac{6}{1} = 6.$$

Бұл жерде $a \neq 2b$ болғанда ғана алгебралық бөлшектің сандық мәнін есептеуге болады. Өйткені, бөлшектің бөлімі нөл емес мәнді қабылдайды. Ал біз нөлге бөлуге болмайтынын білеміз. Белгісіздің әлдеқандай сандық мәнінде алгебралық бөлшектің бөлімі нөлге айналса, ол мағынаға ие бола алмайды.

Алгебралық бөлшекке енетін әріптер сол бөлшектің бөлімін нөлге айналдырмайтын мәндерді ғана қабылдайды.

$\frac{2abc}{a(a-1)}$ алгебралық бөлшек $a = 1$ және $a = 0$ ден басқа барлық мәндерді қабылдайды.

Өйткені $a = 1$ және $a = 0$ де бөлшектің бөлімі нөлге тең болады. Ал бұл мүмкін емес..

Еске түсіреміз

$ac + bc$ өрнекті $(a + b) \cdot c$ немесе $c \cdot (a + b)$ өрнекпен алмастыру жалпы көбейткіш c ні **жақшадан тысқа шығару** деп аталады.

Есте сақта!

Алгебралық бөлшектерді қысқарту кезінде қарапайым бөлшектің негізгі қасиеті пайдаланылады.

$\frac{A}{B}$ — бөлшектің алымы мен бөлімін 0-ге тең емесе санға көбейтуге яки бөлуге болады.

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C} \qquad \frac{A}{B} = \frac{A : C}{B : C} \qquad B \neq 0, \quad C \neq 0.$$

Алгебралық бөлшектің алымы мен бөлімі бірімүше немесе көпмүше болғандықтан, олар алдымен көбейту немесе бөлу көрінісіне келтіріледі. Бұл жағдайда бізге бірімүшелер, көпмүшелер және қысқаша көбейту формулалары тақырыптарында үйренген біліміміз көмектеседі.

Мысал

1-мысал: $\frac{2}{6a}$ бөлшекті қысқарт.

Бұл өрнектің алымы мен бөлімінің ортақ көбейткіші 2 саны болғандықтан, біз

$$\frac{2}{6a} = \frac{1 \cdot 2}{3a \cdot 2} = \frac{1}{3a} \text{ көрінісіндегі нәтижеге қол жеткіземіз.}$$

2-мысал: $\frac{3a}{4a}$ алгебралық бөлшекті қысқарт.

Көрініп тұрғанындай, бұл алгебралық бөлшектің алымы мен бөлімі үшін ортақ көбейткіш a әрпінен тұрады. Демек, бұл өрнектің алымы мен бөлімін a -ға бөлуге болады.

$$\frac{3a}{4a} = \frac{3}{4}$$

3-мысал: $\frac{4ab}{12a^2b}$ алгебралық бөлшекті қысқарт.

Өрнектің алымы мен бөлімінен ортақ көбейткішті бөліп аламыз.

$$\frac{1 \cdot 4ab}{3a \cdot 4ab} = \frac{1}{3a}$$

4-мысал: $\frac{3a - 3b}{3a + 3b}$ алгебралық бөлшекті қысқарт.

$$\frac{3a - 3b}{3a + 3b} = \frac{3(a - b)}{3(a + b)} = \frac{a - b}{a + b}$$

5-мысал: $\frac{5a + 5b}{9a + 9b}$ алгебралық бөлшекті қысқарт.

$$\frac{5a + 5b}{9a + 9b} = \frac{5(a + b)}{9(a + b)} = \frac{5}{9}$$

6-мысал: $\frac{2a+2b}{a^2-b^2}$ алгебралық бөлшекті қысқарт.

$\frac{2a+2b}{a^2-b^2}$ өрнектің алымы мен бөлімі үшін ортақ көбейткіш $a+b$ дан тұрады.

$$\frac{2a+2b}{a^2-b^2} = \frac{2(a+b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{2}{a-b}$$

7-мысал: $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$ алгебралық бөлшекті қысқарт.

$$\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2} = \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2} = x-y$$

Есте сақта!

Егер $\frac{A}{B}$ бөлшектің алымындағы немесе бөліміндегі ишара қарама-қарсысына өзгертілсе, онда берілген бөлшекке қарама-қарсы бөлшек түзіледі: $\frac{A}{B}$ ға қарама-қарсы $\frac{-A}{B}$ немесе $\frac{A}{-B}$

Өрдайым $\frac{-A}{B} = -\frac{A}{B}$ немесе $\frac{A}{-B} = -\frac{A}{B}$ теңдік орынды.

Мысал

8-мысал. $\frac{-1}{6} = -\frac{1}{6}$

9-мысал. $\frac{-3a-3b}{3a+3b}$ алгебралық бөлшекті қысқарт.

$$\frac{-3a-3b}{3a+3b} = \frac{-3(a+b)}{3(a+b)} = \frac{-3}{3} = -\frac{3}{3} = -1$$

ЖАТТЫҒУЛАР

1. Берілген өрнектер арасынан алгебралық бөлшектерді анықта.

1) $\frac{4a}{7} + \frac{1}{2}$

2) $\frac{7a+5}{11}$

3) $\frac{1}{a} + \frac{1}{2}$

4) $\frac{2x-b}{2x+b}$

5) $\frac{4}{5a+1}$

6) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

7) $\frac{2a-1}{a+1} + \frac{a}{5}$

8) $\frac{7c}{4,5 + \frac{2}{3}}$

2. Өрнектің мәнін тап.

1) $\frac{2a-1}{a}$, егер $a = 1; -1; -4; 6; 100$ болса.

2) $\frac{3x-7}{2x+5}$, егер $x = -1; 2; -0,2; 0; 2,1$ болса.

3) $\frac{k^2+4}{2k-4}$, егер $k = 3; 1,5; 5; 10$ болса.

4) $\frac{d+3}{2d} + \frac{2d}{d-3}$, егер $d = 4; 2,5; 5; 2$ болса.

5) $\frac{(x+y)^2-1}{x^2+1}$, егер $x = 1; y = 0$ болса.

6) $\frac{a^2-b}{b^2+a}$, егер $a = 2; b = 1$ болса.

3. Кестені толтыр.

a	-6	-4	-3	-0,5	0	1	4	1,5
$\frac{a-4}{a+2}$								

4. Белгісіздің орнына қандай санды қойғанымызда берілген алгебралық бөлшек мағынаға ие болмайды?

1) $\frac{a}{a-1}$

2) $\frac{5}{x-4}$

3) $\frac{5a-1}{b}$

4) $\frac{3}{a^2+1}$

5) $\frac{2a+1}{a(a+1)} - 5$

6) $\frac{1}{a} + \frac{2}{a-2}$

5. Берілгендерге сәйкес алгебралық бөлшек түз.

1) Алымы $2x$ және y тердің айырмасынан, ал бөлімі олардың қосындысынан тұрады.

2) Алымы a және b сандарының көбейтіндісінен, ал бөлімі a және b сандарының екі еселенген қосындысынан тұрады.

6. Бөлшектерді қысқарт.

1) $\frac{-35}{-49}$

2) $\frac{-91}{-39}$

3) $\frac{77}{-42}$

4) $\frac{-125}{175}$

7. Алгебралық бөлшектерді қысқарт. (7 – 8)

1) $\frac{a^9}{a^{13}}$

2) $\frac{a^{43}}{a^{49}}$

3) $\frac{15a}{25a^2}$

4) $\frac{35ab}{57ac}$

5) $\frac{a^7}{3a^9}$

6) $\frac{4x^2y}{6xy^2}$

7) $\frac{a^7b^{10}}{a^9b^5}$

8) $\frac{36a^9b^7}{54a^2b^{13}}$

8. 1) $\frac{12ab}{15ac}$ 2) $\frac{16ac^2}{4a^3c}$ 3) $\frac{-18xy^3}{12x^2y}$ 4) $\frac{-5m^5n}{-10n^7}$
 5) $\frac{24abc}{36ac}$ 6) $\frac{14p^3q}{21p^2q^3}$ 7) $\frac{35ab^7}{41a^4b^4}$ 8) $\frac{15kt^9}{3k^8t}$

9. Бөлшектің бөлімін $6a^4b^3$ көрінісіне келтір.

1) $\frac{a}{3ab}$ 2) $\frac{2ab^2}{a^2b}$ 3) $\frac{5b}{15ab^4}$
 4) $\frac{7ab}{4a^3b^2}$ 5) $\frac{0,5ab}{ab^2}$ 6) $\frac{-abc}{a^5b}$

10. Алгебралық бөлшектің бөлімін:

1) $\frac{2a}{a-b}$ болса, $a^2 - b^2$ көрінісіне келтір.
 2) $\frac{-3c}{x+y}$ болса, $(x+y)^2$ көрінісіне келтір.
 3) $\frac{2a}{x-1}$ болса, $x^3 - 1$ көрінісіне келтір.
 4) $\frac{1}{m^2 - mn + n^2}$ болса, $m^3 + n^3$ көрінісіне келтір.

11. Бөлшек – рационал өрнектерді қарапайым пішінге келтіру.

1) $\frac{a^7 + a^5}{a^4 + a^2}$ 2) $\frac{x^7 + x^9}{x^4 + x^2}$ 3) $\frac{b^7 - b^{10}}{b^5 - b^2}$ 4) $\frac{m^6 - m^4}{m^3 + m^2}$
 5) $\frac{x-2y}{2y-x}$ 6) $\frac{6(k-t)^2}{3t-3k}$ 7) $\frac{-(-c-d)^2}{c+d}$ 8) $\frac{(p-q)^2}{(q-p)^2}$

12. Бөлшектерді қысқарт.

1) $\frac{2(x-y)}{3(x-y)}$ 2) $\frac{2a(a+b)^2}{(a+b)^3}$ 3) $\frac{7(x-y)}{3(y-x)}$ 4) $\frac{a-b}{(a-b)^4}$
 5) $\frac{c-d}{(d-c)^5}$ 6) $\frac{3a+3b}{5a+5b}$ 7) $\frac{13ab}{a^2b - ab^2}$ 8) $\frac{8a+12b}{10a+15b}$
 9) $\frac{ac-cd}{bc-cd}$ 10) $\frac{4m^2 - mn}{4mn - n^2}$ 11) $\frac{3ac+4bc}{3ad+4bd}$ 12) $\frac{5y-35}{y^2-49}$

13. Алгебралық бөлшектің мәнін тап.

1) $\frac{a^5 + 4a^4}{a^4 + 4a^3}$, егер $a = 2$ болса. 2) $\frac{3m^5 - 4m^4}{3m^3 - 4m^2}$, егер $m = -2$ болса.
 3) $\frac{2a^5 + 12a^4}{a^4 + 6a^3}$, егер $a = 1,6$ болса. 4) $\frac{12m^5 - 20m^4}{3m^3 - 5m^2}$, егер $m = -1\frac{1}{2}$ болса.

14. Алгебралық бөлшекті қысқарт.

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{x(a-2b)}{y(2b-a)} & 2) \frac{3x-36}{12y-xy} & 3) \frac{16-z^2}{2z-8} & 4) \frac{7c^2-7d^2}{d^2-2dc+c^2} \\ 5) \frac{6u(u-v)}{u^4(v-u)} & 6) \frac{5a-15a^2}{60a^2-20a} & 7) \frac{9-9z}{(z^2-2z+1)} & 8) \frac{(2a-4b)^2}{4(a^2-4b^2)} \end{array}$$

15. Бөлшек – рационал өрнектерді қарапайым пішінге айналдыру.

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{18x-3x^2}{8x^2-48x} & 2) \frac{8a-40}{15-3a} & 3) \frac{4-b^2}{10-5b} & 4) \frac{(3a+6b)^2}{5a+10b} \\ 5) \frac{az+bz-at-bt}{bz-bt} & 6) \frac{x^2+6x+9}{27+x^3} & & \end{array}$$

АЛГЕБРАЛЫҚ БӨЛШЕКТІ ОРТАҚ БӨЛІМГЕ КЕЛТІРУ

Еске түсіреміз

$\frac{1}{16}$ және $\frac{3}{20}$ бөлшектерді ортақ бөлімге келтір.

Бұл бөлшектердің бөлімдері үшін ЕКУК $(16,20) = 80$ табылады. Табылған ЕКУК берілген бөлшектер үшін ортақ бөлім болады.

Демек:

$$\frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{5}{80} \text{ және } \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{12}{80} \quad \text{Жауабы: } \frac{5}{80} \text{ және } \frac{12}{80}$$

Бұл әдіс бөлшектердің негізгі қасиетіне бойсұнады. Яғни жай бөлшектің алымы мен бөлімін нөлден жоғары бірдей санға көбейтуге немесе бөлуге болады. Бұнда оның мәні өзгермейді.

Есте сақта!

Жай бөлшектерді жалпы бөлімге келтіру ережесі алгебралық бөлшектер үшін де орынды болып табылады.

Алгебралық бөлшектерді ортақ бөлімге келтіру үшін:

- 1) берілген бөлшектердің ортақ бөлімін табу;
- 2) әрбір бөлшек үшін қосымша көбейткіш табу;
- 3) әрбір бөлшектің алымын оның қосымша көбейткішіне көбейту;
- 4) әрбір бөлшекті табылған алыммен және ортақ бөліммен жазу керек.

Алгебралық бөлшектердің жалпы бөлімі сол бөлшектер бөлімінің ең кіші ортақ бөлшегі болып табылады. Ал бұл берілген алгебралық бөлшектер бөлімінің әрқайсысына бөлінетін нөлден жоғары бүтін коэффициентті көпмүше болып саналады.

Мысал

1-мысал. $\frac{2a}{5b}; \frac{1}{15ab}$ алгебралық бөлшектерді ортақ бөлімге келтір.

Берілген алгебралық бөлшектер үшін анықталған ортақ бөлім, әрбір бөлшектің бөліміне бөлінуі (әрбір бөлінді нөлден жоғары бүтін коэффициентті бірімүше немесе көпмүше болуы) керек.

Берілген алгебралық бөлшектердің ортақ бөлімі $15ab$ болды, ал оны бірінші бөлшектің бөліміне бөлгенімізде $3a$, екінші бөлшектің бөліміне бөлгенімізде 1 түзілді. Демек, бұл екі бөлшекті ортақ бөлімге келтіру үшін бірінші бөлшектің алымы мен бөлімін $3a$ ға, ал екіншінікін 1 -ге көбейтсек жеткілікті.

$$\frac{2a \cdot 3a}{5b \cdot 3a} = \frac{6a^2}{15ab} \text{ және } \frac{1}{15ab}$$

2-мысал. $\frac{5}{12ab^2c}; \frac{7}{4a^2bc^3}; \frac{1}{24ab^3c^2}$ алгебралық бөлшектерді ортақ бөлімге келтір.

$12, 4$ және 24 сандары үшін ЕКУБ 24 санының өзі болып саналады. Үш бөлшектің бөлімдері abc көбейтіндіден тұрады; $a; b$ және c лар түрлі натурал көрсеткішті дәрежелік көрсеткіштерге ие болғандықтан, олардың әрқайсысына $a^2b^3c^3$ бөлінеді. Демек, бұл алгебралық бөлшектер үшін ортақ бөлім $24a^2b^3c^3$ екен. Бұл бірімүшені әрбір бөлшектің бөліміне бөліп, оның алымы мен бөлімін көбейтуіміз қажет болатын өрнекке ие боламыз.

1-бөлшектің алымы мен бөлімін $24a^2b^3c^3 : 12ab^2c = 2abc$ ге көбейтеміз.

$$\frac{5 \cdot 2abc}{12ab^2c \cdot 2abc} = \frac{10abc}{24a^2b^3c^3};$$

2-бөлшектің алымы мен бөлімін $24a^2b^3c^3 : 4a^2bc^3 = 6b^2$ ге көбейтеміз.

$$\frac{7 \cdot 6b^2}{4a^2bc^3 \cdot 6b^2} = \frac{42b^2}{24a^2b^3c^3};$$

3-бөлшектің алымы мен бөлімін $24a^2b^3c^3 : 24ab^3c^2 = ac$ ге көбейтеміз.

$$\frac{1 \cdot ac}{24ab^3c^2 \cdot ac} = \frac{ac}{24a^2b^3c^3}$$

3-мысал. $\frac{1}{(a+b)^2}; \frac{2}{a^2+ab}; \frac{5}{ab+b^2}$ алгебралық бөлшектерді ортақ бөлімге келтір.

Бұл бөлшектердің бөлімдерін көбейткіштерге жіктеп аламыз.

$$\frac{1}{(a+b)^2} = \frac{1}{(a+b)(a+b)}; \quad \frac{2}{a^2+ab} = \frac{2}{a(a+b)}; \quad \frac{5}{ab+b^2} = \frac{5}{b(a+b)}$$

Бұл бөлшектердің бөлімдеріне назар аударсақ, олардың әрқайсысында $(a+b)$ бар екенін көреміз. Олардың әрқайсысындағы артық өрнекті өзінен басқа бөлшектердің алымы мен бөліміне көбейтіп шығу арқылы ортақ бөлімге келтіруге болады.

1-бөлшектің алымы мен бөлімін ab -ға көбейтеміз.

$$\frac{1 \cdot ab}{(a+b)(a+b) \cdot ab} = \frac{ab}{ab(a+b)^2};$$

2-бөлшектің алымы мен бөлімін $b(a+b)$ -ға көбейтеміз.

$$\frac{2 \cdot b(a+b)}{a(a+b) \cdot b(a+b)} = \frac{2ab + 2b^2}{ab(a+b)^2};$$

3-бөлшектің алымы мен бөлімін $a(a+b)$ -ға көбейтеміз.

$$\frac{5 \cdot a(a+b)}{b(a+b) \cdot a(a+b)} = \frac{5a^2 + 5ab}{ab(a+b)^2}$$

ЖАТТЫҒУЛАР

Ортақ бөлімге келтір. (1 – 8)

1. 1) $\frac{3}{4}$ және $\frac{5}{6}$ 2) $\frac{4}{7}$ және $\frac{9}{14}$ 3) $\frac{8}{33}$ және $\frac{9}{44}$ 4) $\frac{11}{25}$ және $\frac{13}{15}$

2. 1) $\frac{a}{b}$ және $\frac{b}{a}$ 2) $\frac{3}{a}$ және $\frac{a}{4}$ 3) $\frac{3}{2a}$ және $\frac{7}{a}$ 4) $\frac{4}{3a}$ және $\frac{1}{6}$

3. 1) $\frac{1}{2x}$, $\frac{2}{3x}$, $\frac{5}{6x^2}$ 2) $\frac{1}{2x}$, $\frac{5}{3y}$, $\frac{7}{6xy}$ 3) a және $\frac{3}{a}$ 4) a және $\frac{1}{b}$

4. 1) ab , $\frac{b}{2a}$, — 2) a^2 , $\frac{1}{a^4}$ 3) $\frac{2x}{a^2b}$, $\frac{3x}{ab^2}$ 4) $\frac{5c}{3a}$, $\frac{3d}{4a}$

5. 1) $\frac{a}{y}$, $\frac{b}{xy}$ 2) $\frac{3}{x}$, $\frac{4}{xy}$ 3) $\frac{4}{3x^4}$, $\frac{4}{5y^3}$, $\frac{5}{15x^3y^4}$

6. 1) $\frac{1}{c}$, $\frac{2}{c^2}$ 2) $\frac{a}{4n}$, $\frac{b}{8n}$ 3) $\frac{3}{c^3}$, $\frac{1}{c^2}$ 4) $\frac{a}{12b}$, $\frac{b}{18a}$

7. 1) $\frac{1}{3x}$, $\frac{15}{y}$, $\frac{7}{45xy}$ 2) $\frac{a}{3b}$, $\frac{1}{ab}$, $\frac{3b}{4a}$ 3) $\frac{2}{k^2}$, $\frac{1}{12kt}$, $\frac{3}{t^3}$

8. 1) $\frac{1}{5a^2}$, $\frac{a^2+b^2}{15ab^2}$, $\frac{b-1}{3a^2b}$ 2) $\frac{a-b}{20a^4b^2}$, $\frac{5}{8ab^2}$, $\frac{2}{5a^2b}$

3) $\frac{a}{a-2b}$, $\frac{b}{a+2b}$, $\frac{ab}{a^2-4b^2}$ 4) $\frac{b}{2a^2}$, $\frac{1}{6a^2b}$, $\frac{5}{12a^3b^2}$

9. 1) $\frac{x}{2a-2b}, \frac{y}{3a-3b}$ 2) $\frac{a}{4a-8b}, \frac{b}{5a-10b}$

3) $\frac{a+b}{a^3}, \frac{a-b}{b^3}$ 4) $\frac{a+b}{a^2b}, \frac{a-b}{ab^2}$

10*. 1) $\frac{3b}{b-2}, \frac{4b}{b+2}, \frac{12b^2}{b^2-4}$ 2) $\frac{1}{x^2-6x+9}, \frac{1}{x^2+6x+9}$

3) $\frac{5x}{x^2-49}, \frac{8x}{x-7}, \frac{4x}{x+7}$ 4) $\frac{1}{a+1}, \frac{1}{a+2}, \frac{1}{a+3}$

АЛГЕБРАЛЫҚ БӨЛШЕКТЕРДІ ҚОСУ ЖӘНЕ АЗАЙТУ

Есте сақта!

Алгебралық бөлшектерді қосу және азайту жай бөлшектерді қосу мен азайту сияқты орындалады. Айырмасы сол: жай бөлшектердің бөлімі натурал сандар, ал алгебралық бөлшектердің бөлімдері көпмөушелер болып саналады.

Қосындысы (немесе айрмасы) табылуға тиісті алгебралық бөлшектер бірдей бөлімді болса, оларды сол бөлімді бөлшектің алымына қосу (немесе азайту) жеткілікті.

$$\frac{k}{m} + \frac{p}{m} = \frac{k+p}{m} \quad \frac{k}{m} - \frac{p}{m} = \frac{k-p}{m}$$

Теңдіктер $m \neq 0$ болған кез келген алгебралық бөлшектер үшін орынды.

Мысал

1-мысал. $\frac{a}{2c}$ және $\frac{b}{2c}$ бөлшектерді қос. $\frac{a}{2c} + \frac{b}{2c} = \frac{a+b}{2c}$

2-мысал. $\frac{5a}{x+y} + \frac{2b}{x+y} + \frac{3a-b}{x+y}$ бөлшектерді қос.

$$\frac{5a}{x+y} + \frac{2b}{x+y} + \frac{3a-b}{x+y} = \frac{5a+2b+3a-b}{x+y} = \frac{8a+b}{x+y}$$

3-мысал. $\frac{a^2}{a-3b}, \frac{2ab}{a-3b}, \frac{b^2}{a-3b}$ бөлшектердің жиындысын тап.

$$\frac{a^2}{a-3b} + \frac{2ab}{a-3b} + \frac{b^2}{a-3b} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a-3b} = \frac{(a+b)^2}{a-3b}$$

4-мысал. $\frac{5}{7a}$ және $\frac{2}{7a}$ бөлшектердің айырмасын тап $\frac{5}{7a} - \frac{2}{7a} = \frac{5-2}{7a} = \frac{3}{7a}$

5-мысал. $\frac{5x}{2x-1}$ және $\frac{4}{2x-1}$ бөлшектердің айырмасын тап

$$\frac{5x}{2x-1} - \frac{4}{2x-1} = \frac{5x-4}{2x-1}$$

Әр түрлі бөлімді алгебралық бөлшектерді қосу (немесе азайту) үшін оларды бірдей бөлімді алгебралық бөлшек көрінісіне келтіру және бірдей бөлімді алгебралық бөлшектерді қосу (немесе азайту) сияқты амалдар орындалады.

6-мысал. $\frac{1}{2a^2b}$ және $\frac{1}{6ab^2}$ бөлшектерді қос.

Берілген бөлшектер үшін ортақ бөлім $6a^2b^2$ тан тұрады.

$$\frac{1}{2a^2b} + \frac{1}{6ab^2} = \frac{3b}{6a^2b^2} + \frac{a}{6a^2b^2} = \frac{a+3b}{6a^2b^2}.$$

7-мысал. $\frac{a+7}{a^2+ab} + \frac{b-7}{ab+b^2}$ қосындыны есепте.

Бұл бөлшектердің бөлімін көбейткіштерге жіктеп аламыз.

$$a^2 + ab = a(a+b); \quad ab + b^2 = b(a+b).$$

Бұларды салыстырып, ортақ бөлім $ab(a+b)$ екенін анықтаймыз.

$$\begin{aligned} \text{Демек: } \frac{a+7}{a^2+ab} + \frac{b-7}{ab+b^2} &= \frac{a+7}{a(a+b)} + \frac{b-7}{b(a+b)} = \frac{b(a+7)+a(b-7)}{ab(a+b)} = \frac{ab+7b+ab-7a}{ab(a+b)} = \\ &= \frac{7b-7a+2ab}{ab(a+b)} \end{aligned}$$

8-мысал. $\frac{4a-3b}{a^3-2a^2b}$ және $\frac{a-3b}{a^2b-2ab^2}$ бөлшектердің айырмасын тап.

Бұл бөлшектердің ортақ бөлімін табу үшін алдымен олардың бөліміндегі көпмүшелерді көбейтінді көрінісіне келтіріп аламыз.

$$a^3 - 2a^2b = a \cdot a \cdot (a-2b); \quad a^2b - 2ab^2 = a \cdot b \cdot (a-2b).$$

Демек, ортақ бөлім a^2b ($a - 2b$) екен.

$$\frac{4a-3b}{a^3-2a^2b} - \frac{a-3b}{a^2b-2b^2} = \frac{(4a-3b)b}{a^2b(a-2b)} - \frac{(a-3b)a}{a^2b(a-2b)} = \frac{4ab-3b^2-a^2+3ab}{a^2b(a-2b)} = \frac{7ab-a^2-3b^2}{a^2b(a-2b)}$$

Қосудан яки азайтудан түзілген нәтижені барынша қарапайым түрге келтір!

ЖАТТЫҒУЛАР

Амалдарды орында. (1 – 5)

1. 1) $\frac{2}{a} + \frac{3}{a}$ 2) $\frac{2}{a} - \frac{3}{a}$ 3) $\frac{7a}{b^5} + \frac{9a}{b^5}$
2. 1) $\frac{a}{2} - \frac{b}{3}$ 2) $\frac{a}{5} + \frac{c}{10}$ 3) $\frac{7}{9a} + \frac{5}{6}$
- 4) $\frac{3}{4a} - \frac{5}{8a}$ 5) $\frac{2}{3a} - \frac{1}{4a}$ 6) $\frac{7}{12c} - \frac{13}{15c}$
3. 1) $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$ 2) $\frac{a}{5} - \frac{b}{6}$ 3) $a - \frac{1}{a}$
- 4) $2 + \frac{a}{2}$ 5) $13 - \frac{x}{5}$ 6) $-3a + \frac{a}{4}$
4. 1) $\frac{a}{4} - \frac{c}{6b}$ 2) $\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}$ 3) $\frac{a}{b} - c + \frac{b}{a}$
- 4) $7 - \frac{3}{a} + \frac{4}{a^2}$ 5) $\frac{5}{a^2b} + \frac{6}{ab^2}$ 6) $\frac{1}{ab} - \frac{1}{bc}$
5. 1) $\frac{2}{ab} + \frac{3}{ac} + \frac{4}{bc}$ 2) $\frac{7}{ab} - \frac{8}{b^3}$ 3) $\frac{b^2}{a^4} + \frac{b}{a^3}$
- 4) $n - \frac{1}{n^3} + \frac{2}{n^2}$ 5) $\frac{a}{m^3n} + \frac{b}{mn}$ 6) $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b}$

Амалдарды орында. (6 – 9)

6. 1) $\frac{1}{4a^3b^5} + \frac{1}{6a^4b^2} + \frac{1}{3a^6b}$ 2) $\frac{5}{2a^3} + \frac{4}{5a^6} + \frac{9}{a^2}$
- 3) $\frac{b}{ac} + \frac{b}{a^2c} + \frac{b}{ac^2}$ 4) $\frac{2}{a-b} + \frac{2}{a+b}$

7. 1) $\frac{1}{xy} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

2) $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

3) $\frac{6}{a+1} - \frac{5}{a}$

4) $\frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b}$

8. 1) $\frac{3}{a^2+a} - \frac{2}{ab+b}$

2) $\frac{4}{(x-y)^2} - \frac{3}{x-y}$

3) $\frac{3x+2y}{x^2-y^2} + \frac{1}{x+y} + \frac{2}{x-y}$

4) $\frac{3x}{3-x} - \frac{5x^2+7}{x^2-9}$;

5) $\frac{5a+3}{a^2-4a+4} - \frac{7}{a-2}$

6) $\frac{6}{a-3} - \frac{7}{a+3}$

7) $\frac{1}{x^2-10x+25} - \frac{1}{(x+5)^2}$

8) $a + \frac{a}{a-1} + \frac{a}{a+1}$

9. 1) $a - \frac{a+1}{a-1} + 2$

2) $\frac{2x+3}{x^2-49} - \frac{7}{x-7}$

3) $\frac{c-11}{c^2-16} - \frac{c+7}{c^2-4c}$

4) $\frac{1}{x(x+9)} - \frac{1}{x(x-9)}$

5) $\frac{4}{3(a-11)} + \frac{3}{4(a-11)}$

6) $\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b}$

10*. Амалдарды орында.

1) $\frac{2}{4x+5} + \frac{2}{4x-5} + \frac{8x+10}{16x^2-25}$

2) $\frac{5}{a+3} - \frac{a-1}{a^2-3a+9} - \frac{a^2-7a}{a^3+27}$

3) $\frac{4}{a-2} + \frac{2a-3}{a^2+2a+4} - \frac{2a^2-4a+5}{a^3-8}$

4) $\frac{1}{a^2+3a+2} + \frac{1}{a^2+5a+6}$

5) $\frac{2}{a^2-4a+3} - \frac{2}{a^2-8a+15}$

6) $\frac{a^2-(b-c)^2}{(a+c)^2-b^2} + \frac{b^2-(a-c)^2}{(a+b)^2-c^2} + \frac{c^2-(a-b)^2}{(b+c)^2-a^2}$

7) $\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$

АЛГЕБРАЛЫҚ БӨЛШЕКТЕРДІ КӨБЕЙТУ ЖӘНЕ БӨЛУ

Есте сақта!

Алгебралық бөлшектерді көбейту мен бөлу де нақ жай бөлшектерді көбейту және бөлу ережелері сияқты жүзеге асырылады.

$$\frac{k}{m} \cdot \frac{p}{n} = \frac{k \cdot p}{m \cdot n} \quad \frac{k}{m} : \frac{p}{n} = \frac{k}{m} \cdot \frac{n}{p} = \frac{k \cdot n}{m \cdot p}$$

теңдіктер $n, m \neq 0$ болған кез келген алгебралық бөлшектер үшін орынды.

Мысал

1-мысал. $\frac{2a}{3b}$ және $\frac{9b^2}{4a^2}$ бөлшектерді көбейт.

1-әдіс: $\frac{2a}{3b} \cdot \frac{9b^2}{4a^2} = \frac{2a9b^2}{3b4a^2} = \frac{18ab^2}{12a^2b}$

Бұл көбейтіндіні қысқартамыз: $\frac{18ab^2}{12a^2b} = \frac{18ab^2 : 6ab}{12a^2b : 6ab} = \frac{3b}{2a}$

2-әдіс. Алгебралық бөлшектерді көбейтуден бұрын, лажы барынша, бірінші бөлшектің алымы мен бөліміндегі өрнектерді екінші бөлшектің алымы мен бөліміндегі өрнектермен қысқартуға болады.

$$\frac{\cancel{2a} \cdot \cancel{9}b^2}{\cancel{3}b \cdot \cancel{4}a^2} = \frac{3b}{2a}$$

2-мысал. $\frac{12ab^3c}{17a^{14}} \cdot \frac{34c}{36a^2b}$ көбейтіндіні тап.

$$\frac{12ab^3c}{17a^{14}} \cdot \frac{34c}{36a^2b} = \frac{2b^2c^2}{3a^{15}}$$

3-мысал. $\frac{a^7}{28b^6}$ ва $\frac{24b^5}{a^6}$ рационал өрнектерді көбейт.

$$\frac{a^7}{28b^6} \cdot \frac{24b^5}{a^6} \text{ енді қысқартамыз және } \frac{6a}{7b} \text{ ны түземіз.}$$

4-мысал. $\frac{x^2-4}{x^2y^3}$ ва $\frac{x^3y^2}{2y-xy}$ алгебралық бөлшектерді көбейт.

Көбейтіндіні есептеуден бұрын бөлшектің алымы мен бөлімін көбейткіштерге ажыратып аламыз.

$$\frac{(x^2-4) \cdot x^3y^2}{x^2y^3 \cdot (2y-xy)} = \frac{(x-2) \cdot (x+2) \cdot x^3 \cdot y^2}{x^2y^3 \cdot y \cdot (2-x)} \quad \text{Енді бөлшекті қысқартамыз.}$$

$$\frac{(x-2) \cdot (x+2) \cdot x^3 \cdot y^2}{x^2 y^3 \cdot y \cdot (2-x)} = \frac{-(x+2) \cdot x}{y \cdot y} = -\frac{x(x+2)}{y^2}$$

5-мысал. Көбейтуді орында. $\frac{2x+x^2}{1-x^2} \cdot \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x-1}{x}$

$$\frac{2x+x^2}{1-x^2} \cdot \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x-1}{x} = \frac{x(2+x) \cdot (x+1) \cdot (x-1)}{(1-x) \cdot (1+x) \cdot (x+2) \cdot x} = \frac{x(2+x) \cdot (x+1) \cdot (x-1)}{-(x-1) \cdot (1+x) \cdot (x+2) \cdot x}$$

Енді қыскартамыз.

$$\frac{x(2+x) \cdot (x+1) \cdot (x-1)}{-(x-1) \cdot (1+x) \cdot (x+2) \cdot x} = -1$$

6-мысал. $\frac{3m+2n}{9m^2-4n^2}$ -ні $4n^2-12nm+9m^2$ -ге көбейт.

$$\frac{3m+2n}{9m^2-4n^2} \cdot (4n^2-12nm+9m^2) = \frac{3m+2n}{9m^2-4n^2} \cdot \frac{4n^2-12nm+9m^2}{1} =$$

$$= \frac{(3m+2n) \cdot (4n^2-12nm+9m^2)}{9m^2-4n^2}$$

Енді бөлшектің алымы мен бөлімдерін көбейткіштерге жіктейміз.

$$\frac{(3m+2n) \cdot (4n^2-12nm+9m^2)}{9m^2-4n^2} = \frac{(3m+2n) \cdot (2n-3m)^2}{(3m-2n) \cdot (3m+2n)} = \frac{(3m+2n) \cdot (2n-3m)^2}{-(2n-3m) \cdot (3m+2n)}$$

Енді бөлшекті қыскартамыз.

$$\frac{(3m+2n) \cdot (2n-3m)^2}{-(2n-3m) \cdot (3m+2n)} = \frac{(2n-3m)}{-1} = -(2n-3m) = 3m-2n$$

ЖАТТЫҒУЛАР

Көбейтуді орында (1 – 6).

1. 1) $\frac{19}{42} \cdot \frac{21}{38}$

2) $\frac{45}{77} \cdot \frac{49}{54}$

3) $\frac{36}{55} \cdot \frac{25}{72}$

4) $\frac{16}{23} \cdot \frac{69}{100}$

5) $84 \cdot \frac{11}{12}$

6) $50 \cdot \frac{33}{55}$

2. 1) $\frac{3a}{b} \cdot \frac{b}{6a}$

2) $\frac{a^2 b}{12c} \cdot \frac{4c}{ab^2}$

3) $6x \cdot \frac{a}{3x^2}$

$$4) \frac{x^2}{8x^3} \cdot \frac{4x}{x+4}$$

$$5) 13a^2 \cdot \frac{b^2}{a^4}$$

$$6) \frac{a^8}{3b^9} \cdot 6b^7$$

$$7) \frac{9c^2}{5b^3} \cdot \frac{10b^4}{99c^7}$$

$$8) \frac{a^2b}{c^2d} \cdot c^2d$$

$$9) \frac{4m^2}{n} \cdot \frac{n}{16m}$$

$$10) \frac{9a^2}{2b^3} \cdot \frac{4b^2}{27a^3}$$

$$11) \frac{24a^7}{b^9} \cdot \frac{b^4}{8a^4}$$

$$12) \frac{21x^2y}{81} \cdot \frac{3}{7x^3y^2}$$

3. 1) $\frac{x+y}{x-y} \cdot (x-y)$

2) $\frac{a-b}{a+b} \cdot (a+b)$

3) $\frac{ab}{a+b} \cdot (a+b)$

4) $\frac{7x-7y}{5x+5y} \cdot \frac{10x+10y}{49x-49y}$

4. 1) $\left(\frac{a}{7} + \frac{a}{8}\right) \cdot \frac{14}{a}$

2) $\left(\frac{b}{12} + \frac{b}{12}\right) \cdot \frac{48}{b^2}$

3) $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{2ab}{a^2+b^2}$

4) $\left(\frac{m}{9n} - \frac{n}{4m}\right) \cdot \frac{36mn}{(4m-3n)}$

5. 1) $\frac{x+3}{y+3} \cdot \frac{y+3}{x^2-9}$

2) $\frac{ab}{x^2-16} \cdot \frac{x+4}{a^3b^3}$

3) $\frac{8c^2}{a^2-49} \cdot \frac{a-7}{4c^3}$

4) $\frac{5mn}{m^2-n^2} \cdot \frac{m-n}{10mn}$

5) $\frac{ab+b^2}{15} \cdot \frac{b}{a+b}$

6) $\frac{x^2-4y^2}{10} \cdot \frac{2y}{x+2y}$

7) $\frac{4x-y}{4x} \cdot \frac{1}{(4x-y)(4x+y)}$

8) $\frac{a-b}{b^4} \cdot \frac{3b^5}{a^2-b^2}$

9) $\frac{a+b}{a} \cdot \frac{a^3}{a^2+2ab+b^2}$

6. 1) $\frac{5(a+b)}{3(a+b)} \cdot \frac{9(a-b)^4}{10(a-b)^5}$

2) $\frac{a^2-10ab+25b^2}{a+5b} \cdot \frac{a^2+10ab+25b^2}{a-5b}$

3) $\frac{m^3-n^3}{m+n} \cdot \frac{m^3+n^3}{m-n} \cdot \frac{mn}{m^4+m^2n^2+n^4}$

Мысал

7-мысал. $\frac{a}{b} : \frac{2a}{b^2}$ бөлу амалын орында.

$$\frac{a}{b} : \frac{2a}{b^2} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b^2}{2a} = \frac{b}{2}$$

8-мысал. $\frac{ax^3}{4b^4} : \frac{a^3x}{2b^3}$ бөлуді орында.

$$\frac{ax^3}{4b^4} : \frac{a^3x}{2b^3} = \frac{ax^3}{4b^4} \cdot \frac{2b^3}{a^3x} = \frac{x^2}{2a^2b}$$

9-мысал. $\frac{a^2 - b^2}{a^3b^4 - a^4b^3} : \frac{a+b}{a^2b^2}$ бөлуді орында.

$$\frac{a^2 - b^2}{a^3b^4 - a^4b^3} : \frac{a+b}{a^2b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{a^3b^3(b-a)} \cdot \frac{a^2b^2}{a+b} = \frac{(a+b)}{ab(a+b)} = -\frac{1}{ab}$$

10-мысал. $\left(\left(\frac{3+y}{2y^2-6y} \right)^3 : \left(\frac{y^2+6y+9}{2y(y^2-6y+9)} \right)^2 \right)$

Әрбір бөлшектің алымы мен бөлімін көбейтінді көрінісінде жазып аламыз.

$$\left(\frac{3+y}{2y^2-6y} \right)^3 : \left(\frac{(y+3)^3}{2y(y-3)^2} \right)^2 = \left(\frac{3+y}{2y(y-3)} \right)^3 : \left(\frac{(y+3)^2}{2y(y-3)^2} \right)^2$$

Енді дәреже қасиетін пайдаланып, жақшаларды ашамыз.

$$\left(\frac{3+y}{2y(y-3)} \right)^3 : \left(\frac{(y+3)^2}{2y(y-3)^2} \right)^2 = \frac{(3+y)^3}{8y^3(y-3)^3} : \frac{(y+3)^4}{4y^2(y-3)^4} =$$

$$= \frac{(3+y)^3}{8y^3(y-3)^3} \cdot \frac{4y^2(y-3)^4}{(y+3)^4}$$

Енді қыскартуларды орындаймыз.

$$\frac{(3+y)^3}{8y^3(y-3)^3} \cdot \frac{4y^2(y-3)^4}{(y+3)^4} = \frac{y-3}{2y(y+3)}$$

ЖАТТЫҒУЛАР

Алгебралық бөлшектерді бөл (1-5).

1. 1) $\frac{a}{10} : \frac{a}{5}$ 2) $\frac{a}{b} : \frac{b}{a}$ 3) $ab : \frac{a}{b}$ 4) $\frac{a^3}{b^2} : \frac{a^4}{b^5}$
- 5) $\frac{a^3}{b^{11}} : \frac{a^9}{b^5}$ 6) $\frac{3a}{5b} : \frac{9a^2}{25b^2}$ 7) $\frac{7m}{8n} : \frac{49m^3}{64n^5}$ 8) $abc : \frac{bc}{a}$
2. 1) $\frac{a-5}{b^9} : \frac{a-5}{b^{14}}$ 2) $\left(\frac{4a^3}{5b^2}\right)^2 : \left(\frac{2a^5}{5b^3}\right)^3$ 3) $30ab : \frac{15ab}{7cd}$
- 4) $\frac{a-8}{b^9} : \frac{(a-8)^3}{b^9}$ 5) $30x^2y^3 : \frac{15x^3y^2}{4ab}$ 6) $\frac{a^6b^7}{c^{10}} : \frac{a^5b^{11}}{c^7}$
- 7) $\frac{8a}{11b} : (a^2)$ 8) $\frac{m^3n}{k^5} : \frac{m^2n^5}{k^6}$
3. 1) $\left(\frac{a}{b^2} - \frac{b}{a^2}\right) : \frac{a^2+ab+b^2}{3ab}$ 2) $\frac{a^2-36}{a^2-9} : \frac{a-6}{a+3}$
- 3) $\left(3 + \frac{1}{a^2}\right) : \left(3 - \frac{1}{a^2}\right)$ 4) $\left(\frac{a}{2} + \frac{a}{3} + \frac{a}{4}\right) : \left(\frac{a}{3} - \frac{a}{4} - \frac{a}{6}\right)$
- 5) $\left(\frac{a^3-b^3}{a-b} + \frac{a^3+b^3}{a+b}\right) : \frac{a^2+b^2}{ab}$ 6) $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) : \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$
- 7) $\left(\frac{x-3}{x+4} + \frac{x-4}{x+3}\right) : \left(\frac{x+3}{x-4} + \frac{x+4}{x-3}\right)$ 8) $\frac{a+1}{a^3+a^2+a} : \frac{1}{a^4-a}$
4. 1) $\frac{a^2-6a+9}{a^2+6a+9} : \frac{a-3}{a+3}$ 2) $\frac{a^2-4a+4}{a^2+4a+4} : \frac{(a-2)^3}{(a+2)^3}$
- 3) $\frac{4a^2-12ab+9b^2}{4a^2+12ab+9b^2} : \frac{10a-15b}{2a^2+3ab}$ 4) $\frac{a^2-b^2}{3a-3b} : \frac{5a+5b}{9}$
- 5) $\frac{a^4x-b^4x}{a^2y+b^2y} : \frac{a^2-b^2}{xy}$ 6) $\frac{a-b}{7b^4} : \frac{a-b}{14b^4}$
- 7) $\frac{x^3-2x^2}{3x+3} : \frac{x^2-4}{3x^2+6x+3}$ 8) $\frac{a^3-b^3}{a^2-ab+b^2} : \frac{a^3+b^3}{a^2+ab+b^2} : \frac{7a^2-7b^2}{7ab}$

5. 1) $\left(\frac{2x+3y}{2x-3y} - \frac{2x-3y}{2x+3y}\right) : \left(\frac{2x-3y}{2x+3y} - \frac{2x+3y}{2x-3y}\right)$

2) $\left(\frac{5x+4y}{5x-4y} - \frac{5x-4y}{5x+4y}\right) : \left(\frac{5x-4y}{5x+4y} - \frac{5x+4y}{5x-4y}\right)$

6. Есепте.

1) $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$

2) $\left(1 - \frac{1}{12^2}\right) \left(1 - \frac{1}{13^2}\right) \left(1 - \frac{1}{14^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{20^2}\right)$

3) $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 99^2 - 100^2$

4) $\frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{4^2-1} + \frac{1}{6^2-1} + \frac{1}{8^2-1} + \frac{1}{10^2-1}$

5) $\frac{1}{3^2-1} + \frac{1}{5^2-1} + \frac{1}{7^2-1} + \frac{1}{9^2-1}$

6) $\frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{4^2-1} + \frac{1}{6^2-1} + \dots + \frac{1}{100^2-1}$

7) $\frac{1}{3^2-1} + \frac{1}{5^2-1} + \frac{1}{7^2-1} + \dots + \frac{1}{99^2-1}$

7*. Теңдікті тексер.

1) $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} + \frac{16}{1+x^{16}} = \frac{32}{1-x^{32}}$

2) $\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = 0$

3) $\left(\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} + 3\right) \cdot \frac{abc}{ab+bc+ac} = a+b+c$

8*. Егер $abc = 1$ болса, $\left(\frac{5}{a} - bc\right) \left(\frac{4}{b} - ac\right) \left(\frac{3}{c} - ab\right)$ -нің мәні қандай болатынын тап.

ЖОБАЛЫҚ ЖҰМЫС

1-тапсырма

Екі компания өзі төлейтін жалақы шкаласын ұсынды.

А компаниясы: алғашқы айлық жалақы = 900 000, ай сайынғы үстеме = 50 000.

Б компаниясы: алғашқы айлық жалақы = 750 000, ай сайынғы үстеме = 60 000.

1) 2022 жылғы қаңтар айынан бастап Әли А компаниясында, ал Ахмет Б компаниясында жұмыс істей бастады. Әли мен Ахметтің айлық жалақылары қашан бірдей болады? Үш әдісті пайдаланып есепте. АКТ-ны пайдалану сол әдістердің бірі болып саналады.

2) Қайсы жалақы шкаласы жақсырақ?

2-тапсырма

С және D компаниялары бірдей қызмет лауазымы үшін басқа жалақы шкаласын ұсынды:

С компаниясы: бастауыш айлық жалақы = 500 000.

Содан соң әрбір ай үшін айлық жалақы өткен айдағы жалақыдан 10 пайыз көбірек болады.

D компаниясы: бастауыш айлық жалақы = 300 000.

Содан соң ай сайын бастауыш жалақыға 15 пайыз үстеме қосылып отырады.

1) Ақыл мен Әділ нақ осы айда сәйкесінше С және D компанияларында жұмыс істей бастады. Неше айдан соң Әділдің жалақысы Ақылдың жалақысынан көбірек болады?

2) Қайсы келісім-шартта жалақы шкаласы тиімдірек?

3-тапсырма

Компания табысты жылдық жалақыны арттыруды ұсынды. Кестеде жұмысшының n жыл жұмыс істеген соң алған жалпы жалақысы көрсетілген.

Жылдар саны, n	3	4	5	6	7
Алынған жалпы жалақы (сум)	28 080	39 360	51 600	64 800	78 960

1) Кестені негізге алып, жалақы шкаласы туралы тиісті есеп-қисаптарды жаз.

2) Тиісті график әдісін пайдаланып есеп-қисаптарды раста. Жалақы шкаласын диаграммада толық суреттеп бер.

IV ТАРАУ

СЫЗЫҚТЫ ТЕҢДЕУЛЕР



ТЕҢДЕУ ЖӘНЕ ОНЫҢ ТАМЫРЫ

Еске түсірейік

$$1) 5x + 10 = 25$$

$$5x = 25 - 10$$

$$5x = 15$$

$$x = 15 : 5$$

$$x = 3$$

$$2) 120 + 10x = 250$$

$$10x = 250 - 120$$

$$10x = 130$$

$$x = 130 : 10$$

$$x = 13$$

$$3) 1080 : x = 540$$

$$x = 1080 : 540$$

$$x = 2$$

Есіңде сақта!

Өріппен белгіленген белгісіз санды қамтыған теңдік **теңдеу** деп аталады.

Белгісіз сан теңдеудің белгісізі (айнымалысы) деп аталады.

Қалыпты жағдайда белгісіздер (айнымалылар) латын әліпбиінің әріптерімен белгіленеді.

1-мысал. $4x - 15 = x + 15$ – белгісіз сан x , қашан дұрыс теңдеуге айналады: $x = 10$.

2-мысал. $a \cdot 173 = 1730$ – белгісіз сан a , қашан дұрыс теңдеуге айналады: $a = 10$.

3-мысал. $435 - 3y = -3y$ – белгісіз сан y , ешқашан дұрыс теңдікке айналмайды.

Теңдеудің тамыры деп белгісіздің теңдеуді дұрыс теңдікке айналдыратын мәні айтылады.

4-мысал. $5x = 20$ – теңдеуінің жалғыз тамыры бар. Теңдеудің тамыры 4 саны.

5-мысал. $4x - 15 = x + 15$ теңдеуінің жалғыз тамыры бар. Теңдеу тамыры 10 саны.

Теңдеуді шешу – оның барлық тамырларын табу немесе тамыры жоқтығын көрсету деген сөз.

Сан теңдеудің тамыры екенін білу үшін теңдіктегі айнымалының орнына оны қойып, дұрыс теңдікке қол жеткізуің керек.

6-мысал. Теңдеуді шешпей тұрып сандардың қайсысы оның тамыры екенін анықта:

$$-3(x + 3) = 4x + 5$$

$$1) -2$$

$$2) 0$$

$$3) 1$$

$$4) 2$$

Нақ бірдей тамырға ие болған теңдеулер тең күшті теңдеулер деп аталады.

Тамыры жоқ теңдіктер де тең күшті теңдеулер болып саналады.

7-мысал. $x + 5 = x$ және $3x - 3(x + 1) = 0$.

ЖАТТЫҒУЛАР

1. 5 саны қайсы теңдеудің негізі болады?

$$1) 4x + 1 = 21$$

$$2) (x - 2) + (x + 2) = 15$$

$$3) 2(5x - 4) = 8x + 2$$

$$4) 3x - 4 = 10$$

2. $-2; -1; 0; 2; 3$ сандарының қайсысы теңдеулердің негізі болады?

$$1) 2x + 10 = 10 - 3x$$

$$2) x + (x + 8) = 6$$

$$3) x - (x - 8) + 5 = 4(x + 1) + 1$$

$$4) (x - 2) + (x + 2) + 7 = 3x + 5$$

3. 1; -1; 7; -7 сандары $x + (x - 7) = 7$ теңдеуінің негізі бола ма?
4. 1; -1; 7; -7 сандары $x + (5x - 35) = 7$ теңдеудің негізі бола ма?
5. 15; -8; 1 және 0 сандарының қайсысы $x + (x + 5) - (x + 8) - (x - 3) = 0$ теңдеуінің негізі болады?
6. 15; -8; 1 және 0 сандарының қайсысы $x + (x + 7) - (x + 8) - (x - 2) = 0$ теңдеуінің негізі болады?
7. 2,4 және -2,4 сандарының қайсысы $24x = 57,6$ теңдеуінің негізі болады?
8. 1) Ерікті сан $5(2x - 3) = 2(x + 1) + 8x - 17$ теңдеуінің негізі бола алатынын;
2) $y = y - 11$ теңдеуі негіз бола алмайтынын көрсет.
9. Теңдеулердің негізі бар ма?
1) $5x + 2 = 5x + 9$ 2) $7y = y$ 3) $x - 20 = 20 - x$ 4) $x + 4 = 4 + x$
10. Теңдеулердің күштері тең бе?
1) $4(x - 8) = 16$ және $x - 8 = 4$ 2) $11x = 4$ және $11x - 4 = 0$
3) $\frac{3x}{4} = 9$ және $3x = 36$ 4) $7x = 7(x - 1)$ және $2x = 5x - 3(x - 2)$
11. 5 саны қайсы теңдеудің негізі болады?
1) $4x + \frac{1}{4} = \frac{21}{4}$ 2) $\left(\frac{x}{5} - 2\right) + (x + 2) = 15$
3) $2(5x - 4) = 8x + 2,4$ 4) $3x - 4,5 = 15$
12. -2; -1; 0; 2; 3 сандарының қайсысы төмендегі теңдеулердің негізі болады?
1) $2x + \frac{10}{7} = 10 - 3x$ 2) $\frac{x}{2} + (x + 8) = 6$
3) $x - \left(\frac{x}{2} - 8\right) + 5 = 4(x + 1) + 1$ 4) $\left(3x - \frac{2}{5}\right) + (x + 2) + \frac{7}{5} = 3x + 5$
- 13*. $\frac{1}{2}y + \frac{5}{6} = y - \frac{1}{2}y - \frac{11}{6}$ теңдеуі негізге ие еместігін көрсет.
- 14*. Теңдеулер негізге ие ме?
1) $\frac{1}{5}x + \frac{5}{7} = 5x - \frac{2}{7}$ 2) $7y = -9y$
3) $\frac{4}{5}x - 20 = 20 - \frac{1}{5}x$ 4) $4x + 1 + x = 4 + 5x$
- 15*. Теңдеулер тең күшті ме?
1) $4\left(\frac{x}{3} - 8\right) = 16$ және $x - 25 = 11$ 2) $1,1x = 4$ және $11x - 40 = 0$
3) $\frac{3x}{5} = 21$ және $0,3x - \frac{1}{2} = 10$ 4) $5,4x = 2,7(2x - 2)$ және $4\frac{1}{2}x = 7,5x - 3(x - 2)$

БІР БЕЛГІСІЗДІ СЫЗЫҚТЫ ТЕҢДЕУЛЕР

$ax = b$ көрінісіндегі теңдеу

$ax = b$ көрінісіндегі теңдеу **бір белгісізді сызықты теңдеу** деп аталады.

Бұнда, x – белгісіз, a мен b – ерікті сандар.

1) $4x + 1 = 21$

2) $(x - 2) + (x + 2) = 15$

3) $2(5x - 4) = 8x + 2$

4) $3x - 4 = 10$

Бұл теңдеулердің барлығы бір белгісізді сызықты теңдеулер болып саналады. Олар ықшамдалған соң $ax = b$ көрінісіне келеді.

Теңдеуді шешу үшін оның екі бөлігін де $a \neq 0$ ға бөліп, $x = \frac{b}{a}$ ді түземіз.

Егер $ax = b$ сызықты теңдеуде:

1) $a \neq 0$ болса, теңдеу бірыңғай шешімге ие;

2) $a = 0$, $b \neq 0$ болса, теңдеу негізге ие болмайды, өйткені $0 \cdot x = b$ дұрыс теңдік бола алмайды;

3) $a = 0$, $b = 0$ болса, онда x тің кез келген мәні теңдеудің негізі болады, өйткені $0 \cdot x = 0$ теңдігі x тің кез келген мәніне тура болады.

Сонымен бір белгісізді сызықты теңдеулер негіздерінің санына қарай үш түрлі болады:

1. Бір негізді;
2. Негізі болмаған;
3. Шексіз көп негізді.

Мысал

1-мысал. $3(x - 2) = 12$ теңдеуінде $x = 6$ негізге ие, өйткені ықшамдалған соң теңдік $3x = 18$ көрінісінде болады.

2-мысал. $x + 5 = x$ теңдеуінде негіз болмайды, өйткені $0 \cdot x = -5$ көрінісіндегі дұрыс емес теңдікке алып келеді. Бұндай жағдайларда теңдік негізге ие бола алмайды.

3-мысал. $2(x - 1) = 2(x - 7) + 12$ теңдеуі негіздерінің саны шексіз көп, өйткені теңдеу $0 \cdot x = 0$ көрінісінде болады. Яғни, бұл теңдік x тің кез келген мәндеріне тура келе береді.

ЖАТТЫҒУЛАР

1. Теңдеулердің қайсысы сызықты теңдеу бола алады?

1) $5x = 7$

2) $0,7x - 5 = 0$

3) $\frac{4}{x} = 2x$

4) $0, (3)x = 1, (2)$

5) $-5,8 = 4,4x$

6) $4x = 1$

2. Теңдеудің негізін тап.

1) $5x = 20$

2) $6x = 72$

3) $5x = 0$

4) $9x = 36$

5) $-10x = 110$

6) $5x = -125$

7) $11x = 44$

8) $-6x = -18$

3. Теңдеулерді шеш.

- | | | | |
|---------------|----------------|---------------|-----------------|
| 1) $2x = -6$ | 2) $3x = -12$ | 3) $6x = -30$ | 4) $8x = -72$ |
| 5) $-9x = 36$ | 6) $-7x = -14$ | 7) $3x = 0,3$ | 8) $-5x = -1,5$ |

4. Сызықты теңдеуді шеш.

- | | | | |
|-----------------------|------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| 1) $\frac{1}{2}x = 7$ | 2) $-5x = \frac{1}{3}$ | 3) $\frac{1}{7}y = \frac{1}{2}$ | 4) $\frac{2}{3}x = \frac{2}{3}$ |
| 5) $8x = -16$ | 6) $-17x = 0$ | 7) $5x = -\frac{1}{5}$ | 8) $\frac{1}{12}x = \frac{1}{2}$ |

5. Теңдеулердің негізін тап.

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------------|
| 1) $-1,5x = -12$ | 2) $0,5x = -42$ | 3) $2x = 7$ | 4) $6x = -9$ |
| 5) $7x = 15$ | 6) $0,1x = -0,2$ | 7) $0,04x = 0,4$ | 8) $\frac{1}{4}x = -7$ |

6. Теңдеудің негізін тап.

- | | | |
|--------------------|---------------------|--------------------------|
| 1) $3x - 120 = 0$ | 2) $11x - 2 = 21$ | 3) $9 = 8 + 0,1x$ |
| 4) $48 - 3x = 0$ | 5) $-x + 5 = 49$ | 6) $0,16x + 0,01 = 0,17$ |
| 7) $-1,5x - 9 = 0$ | 8) $-0,9x + 2 = 65$ | 9) $2(x - 4) = 3(x - 1)$ |

7. Бір белгісізді сызықты теңдеу көрінісіне келтір және негізін анықта.

- 1) 47 саны x тен 19 артық;
- 2) 75 саны x тен 15 есе артық;
- 3) x саны 76-дан 19-ға аз;
- 4) x саны x 76-дан 19 есе аз;
- 5) y және 15 сандары қосындысының екі еселенгені 50-ге тең;
- 6) y және 47 сандары айырмасының бестен төрт бөлігі 64-ке тең;
- 7) x және 9 сандары айырмасының ұсталғаны x және 11 сандары қосындысының екі еселенгеніне тең;
- 8) x санының үштен бір және төрттен бір бөліктерінің қосындысы 14-ке тең.

8. Кестедегі “сәйкестік” бағанасын толтыр.

№	Теңдік		Негізі	Сәйкестік
1	$x + 3 = 19$	A	$x = 7$	$1 - F$
2	$2x - 8 = 10$	B	$x = -0,25$	
3	$9x - 1 = 0,8$	C	$x = -10$	
4	$5x - 4 = 4x - 5$	D	$x = \frac{1}{9}$	
5	$2x = 3x - 7$	E	$x = 1,2$	

6	$5x + 49 = x + 1$	F	$x = 16$	
7	$8x = -2$	K	$x = 0,2$	
8	$9x = 3$	L	$x = -9$	
9	$0,5x = -5$	M	$x = 1 \frac{7}{9}$	
10	$-0,9x = -0,1$	N	$x = -12$	
11	$2x - 9 = x - 9$	P	$x = 0,2$	
12	$4(x - 1) = 5(x + 1)$	R	$x = 9$	
13	$15x - 24 = 10x - 18$	S	$x = \frac{1}{3}$	
14	$-5x - 7x = 8x - 46$	Z	$x = 2,3$	
15	$0,5x + 0,6 = 0,7$	O	$x = 0$	

Теңдеудің негізгі қасиеті

Қасиеттің сөзбен бейнеленуі	Қасиеттің ортақ көріністе жазылуы	Мысал
1. Егер дұрыс теңдіктің екі бөлігіне бірдей сан қосылса, яки екі бөліктен де бір түрлі сан азайтылса, тағы да дұрыс теңдік түзіледі.	Егер $a = b$ ал, c ерікті сан болса, онда $a + c = b + c$, $a - c = b - c$ болады.	$15 = 15$ $15 + 9 = 15 + 9$ $15 - 9 = 15 - 9$
2. Егер дұрыс теңдіктің екі бөлігі бірдей нөл санынан жоғары бірер санға көбейтілсе яки бөлінсе, онда тағы да дұрыс теңдік түзіледі.	Егер $a = b$ болып, $c \neq 0$ болса, онда $a \cdot c = b \cdot c$ және $a : c = b : c$ болады.	$15 = 15$ $15 \cdot 5 = 15 \cdot 5$ $15 : 5 = 15 : 5$

Мысал

$$3(3x + 2) = 42$$

$$9x + 6 = 42$$

$$-6 \quad -6$$

$$9x = 36$$

$$:9 \quad :9$$

$$x = 4$$

$$3(2x + 1) = 4x + 7$$

$$6x + 3 = 4x + 7$$

$$-4x \quad -4x$$

$$2x + 3 = 7$$

$$-3 \quad -3$$

$$2x = 4$$

$$:2 \quad :2$$

$$x = 2$$

ЖАТТЫҒУЛАР

9. Негізі 7; -4; 1; -10 болған теңдеулер түз.

10. Теңдеудің негізін тап.

1) $8(x - 1) = 5(x - 6)$

2) $9(x + 5) = 6(x + 9)$

3) $6(x - 1) = 4(x - 3)$

4) $3(x + 2) = 6(x + 7)$

5) $2(x + 8) = 8(x + 8)$

6) $9(x - 8) = 9(x - 4)$

7) $6(x - 4) = 2(x - 6)$

8) $2(x + 6) = 3(x + 5)$

9) $2(x + 3) = 9(x - 3)$

10) $2(x - 1) = 4(x + 3)$

11. Теңдеуді шеш.

1) $2x + 9 = 15 - x$

2) $17 - 0,3x = 23 + 1,7x$

3) $y - \frac{1}{2}y = 0$

4) $14 - x = 19 - 11x$

5) $0,8x + 14 = 2 - 1,6x$

6) $x - 4x = 0$

7) $0,5x + 11 = 4 - 3x$

8) $15 - x = \frac{1}{3}x - 1$

12. Теңдеуді шеш.

1) $x = -x$

2) $2,7x - 1 = 5,4 - 1$

3) $1\frac{1}{3}y + 4 = \frac{1}{3}y + 1$

4) $5x - 6x = 0$

5) $3x - 8 = x + 6$

6) $y - \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}y$

13. Теңдеуді шеш.

1) $(7x - 24) - 11x = 16$

2) $2,1x - (12 + 3x) = -x$

3) $0,6x - 0,7 = 0,8x$

4) $4x - 9 = 3(2x - 5)$

5) $21x + 14 = 7(x - 4)$

6) $6x + 15 = 3(3x + 8)$

14*. Теңдеу x тің қалаған мәнінде орындалатынын көрсет.

1) $15 - 8x - 17 + 3x = 14x + 20 - 19x - 22$

3) $\frac{2x + 7}{5} + \frac{4x - 3}{4} = \frac{28x + 13}{20}$

2) $18 - 4x + 43 - 7x = -20x + 54 + 9x + 7$

4) $\frac{3x - 7}{15} + \frac{9x + 8}{6} = \frac{51x + 26}{30}$

15*. Теңдеу негіздерге ие еместігін көрсет.

1) $36 + 4x = 13x + 11 - 9x + 24$

3) $\frac{x - 1}{5} + \frac{3x - 1}{8} = \frac{23x - 17}{40}$

2) $10x - 19 - 7x = 6x - 15 - 4x + 13 + x$

4) $\frac{17x - 6}{15} - \frac{x + 5}{3} = \frac{4x + 3}{5}$

ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУДІҢ ӘЛ-ХОРЕЗМИ ӘДІСІ

Есіңде сақта!

Сызықты теңдеулерді шешу әдістері жерлесіміз, ұлы математик ғалым Мухаммад ибн Мұса әл-Хорезмидің “Китоб әл-мухтасар фи хисоб әл-жабр вал-муқобала” (Әл-жабр ва әл-муқобала хисоби хақида қисқача китоб) шығармасында баяндалған.

“Әл-жабр” – оң мүшелерді тіктеу, яғни теріс мүшелерді теңдеудің бір бөлігінен екінші бөлігіне оң етіп өткізуді;

“Вал-муқобала” – теңдеудің екі бөлігінен тең мүшелерді түсіріп қалдыруды білдірген.

“Әл-жабр”дың алғы сөзі



	Ал-жабр: $3x$, солға $-3x$ болып жылжиды! -4, сен оңға $+4$ болып жылжисың!
$\cancel{11x} - \cancel{7} + 3x = 9 + \cancel{11x} - \cancel{7}$ $3x = 9$	Вал-муқобала: сол және оң жақ бөлігіндегі $11x$ және -7 лер, сөздермен қоштасады!

ЖАТТЫҒУЛАР

1. Негізі -3 санына тең болған теңдеулерді тап.

1) $-3x = 1$ 2) $2x - 7 = -13$ 3) $\frac{1}{3}x = -1$ 4) $5(x - 2) + 1 = 4x$

2. Теңдеудің негізі 10 саны еместігін көрсет.

1) $0,02x = 0,002$ 2) $8,9x + 8,9 = 98,9$
3) $\frac{x}{5} = 50$ 4) $-x - 9x = -90$

3. $5; 2,1; -8$ және $\frac{1}{3}$ сандарының қайсысы $5x + 57 = -4x - 15$ теңдігінің негізі?

4. Негіздері: $4; -1; 0$ болған $ax = b$ көрінісіндегі теңдеу түз.

5. Берілген тендеулердің арасынан сызықты тендеулерді анықта және ондағы a және b коэффициенттерін айт.

1) $2x = -7$

2) $8x = 1$

3) $-x = 9,1$

4) $0,2x = 12$

5) $0x = 12$

6) $3x = 0$

7) $0x = 0$

8) $\frac{1}{x} = 4x$

6. Мына тендеулер тең күшті ме?

1) $3x - 4 = 0$ және $3x = 4$

2) $-5x = 35$ және $x = -7$

3) $0,1x = 9$ және $x = 0,9$

4) $(x - 2) + (x + 4) = 0$ және $x = 2$

7. Берілген тендеулер арасынан $x - 2 = 3 - 2x$ тендеуіне тең күштісін анықта.

1) $2 - x = 2x - 3$

2) $5(x - 2) = 5(3 - 2x)$

3) $\frac{x - 2}{4} = \frac{3 - 2x}{4}$

4) $x - 2x = 3 - 2$

Өзің де $x - 2 = 3 - 2x$ тендеуіне тең күшті екі тендеу ойлап тап.

8. Сызықты тендеулерді шеш.

1) $-5x = 45$

2) $24x = 8$

3) $-x = 2,8$

4) $-4x = 1$

5) $-7x = -\frac{1}{8}$

6) $0,5x = -9$

7) $\frac{2}{7}x = \frac{8}{9}$

8) $-0,6x = \frac{1}{3}$

9) $-8x = 0$

10) $\frac{x}{7} = 5$

11) $3,5x = 2\frac{1}{3}$

12) $1,6x = -0,64$

9. Мынадай сызықты тендеу түз: белгісіздің ерікті мәні оның негізі болсын.

10. Тендеулерді шеш және олардың арасынан негізге ие еместерін анықтап жаз.

1) $8x = 0$

2) $0x = -2$

3) $-3x = 1$

4) $0x = \frac{1}{3}$

5) $0x = 0$

6) $0,2x = 0$

11. Тендеуді шеш.

1) $7x - 21 = 0$

2) $10x + 36 = 0$

3) $8 - x = 0$

4) $15 - 3x = 0$

5) $9x - 1 = 17$

6) $-3x + 22 = 19$

12. Суретте берілген мәліметтерді түсіндір.

$$\begin{array}{r} 3(5x - 1) = 42 \\ 15x - 3 = 42 \\ \quad +3 \quad +3 \\ \hline 15x = 45 \\ \quad :15 \quad :15 \\ \hline x = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3(5x - 1) = 42 \\ \quad :3 \quad :3 \\ \hline 5x - 1 = 14 \\ \quad +1 \quad +1 \\ \hline 5x = 15 \\ \quad :5 \quad :5 \\ \hline x = 3 \end{array}$$

13. x тің қандай мәнінде $8 - 0,1x$ өрнектің мәні: -1 ; 0 ; 8 ге тең болады?

14. Тендеудің негізін тап.

1) $6x - 11 = 4x - 7$

2) $7 - x = 4 + 4x$

3) $0,7x + 1 = 0,4x - 5$

4) $6x - 10,3 = -2x - 0,3$

15. x тің қандай мәнінде төмендегі өрнектер тең мәнді қабылдайды?

1) $1,8x - 5$ және $0,6x + 1$

2) $0,5x - 3$ және $0,8 - 1,4x$

16. Тендеудің негізін тап.

1) $3x - (x - 14) = 5$

2) $18 - (6x + 5) = 4 - 7x$

3) $(7x - 3) - (3x + 4) = 6$

4) $(4x + 15) - (15 - 3x) = 120 - x$

17. x тің қандай мәнінде:

1) $5 - \frac{1}{3}x$ және $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ өрнектердің айырмасы нөлге тең болады?

2) $0,6x - 13$ өрнектің мәні $\frac{3}{5}x + 8$ өрнектің мәнінен неге 21-ге аз болады?

18. Тендеулерді шеш.

1) $4x + 5 = 6 + 5(x - 3)$

2) $19x - (3x - 4) = 4(5x - 1)$

3) $2(x - 1) - 4 = 6(x + 2)$

4) $3(x - 2) - 5(x + 1) = -8x$

5) $4(x + 1) = 15x - 7(2x + 5)$

6) $5x + 8 + 2(6 - x) = 1 - 3(2x - 3)$

19*. a ның қандай мәнінде:

1) $5x - a = 2x - 2$ және $3x + 2 = 6x + 5$ тендеулер;

2) $5x - a = 2x - 2$ және $3x + a = 6x + 5$ тендеулер тең күшті болады?

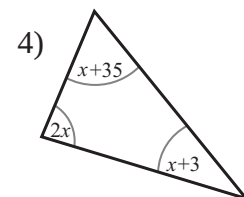
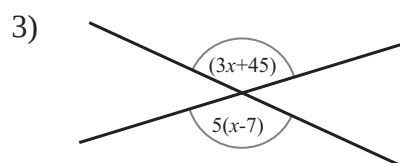
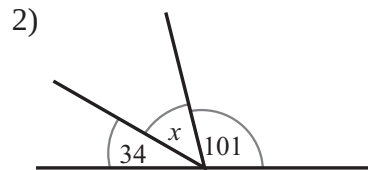
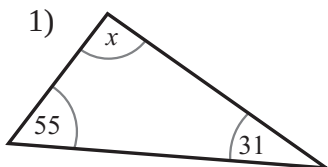
20*. a және b ның қандай мәндерінде $ax + 1 = 2x + b$ тендеуі

1) бірыңғай шешімге ие болады;

2) шешімге ие болмайды;

3) шексіз көп шешімге ие болады?

21. Белгісіздерді тап.



МӘСЕЛЕРДІ ТЕҢДЕУ КӨМЕГІМЕН ШЕШУ

Мәселе

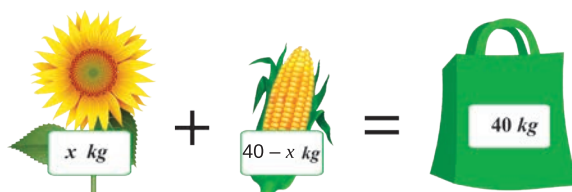
1-мәселе. Орамнан 6 метр жіп қиып алынған соң, онда алғашқыға қарағанда 3 есе аз жіп қалды. Әу баста орамда неше метр жіп болған?

1) Мәселенің шарты қандай шамалар туралы екенін анықтаймыз.	Мәселе орам мен ондағы жіп туралы.
2) Анықталған шамалар арасында қандай байланыс бар екендігіне назар аударамыз.	Орамнан 6 m қиып алынған соң, онда бастапқы мөлшерден 3 есе аз жіп қалған.
3) Мәселе шартындағы шамалардың қайсысы белгісіз екенін анықтаймыз.	Орамдағы жіп мөлшері мен қалған жіп мөлшері белгісіз.
4) Белгісіз шамалардың бірін (ең кішісін) x әрпімен белгілеп аламыз.	Орамнан 6 метр жіп алынған соң, онда x метр жіп қалды. Одан бұрын орамда $3x$ метр жіп болған.
5) Мәселе шартында берілген шамалар арасындағы байланысты анықтаймыз және теңдеу құрамыз.	Орамнан 6 m алынған соң, онда x метр жіп қалған. Демек, бұрынғы $3x$ және қалған x мөлшерлер айырмасы 6 метр екен. $3x - x = 6$.
6) Құрылған теңдеудің шешімін табамыз.	$2x = 6, \quad x = 3$. Демек, әу баста орамда $3x = 3 \cdot 3 = 9$ метр жіп болған.

2-мәселе.

Бір kg күнбағыс тұқымы 0,50 мың сумнан, ал жүгері жармасы 0,30 мың сумнан сатылады. 16,40 мың сумға сатылатын 40 kg құс жемі қоспасы үшін олардың әрқайсысынан неше килограмнан керек?

Қоспаларға қатысты мәселелер көбінесе диаграмма (немесе кесте) түрінде шешіледі:



x = күнбағыс тұқымының массасы.
 $0,50x$ = қоспадағы күнбағыс тұқымының бағасы.

$40 - x$ = жүгері жармасының массасы.

$0,30(40 - x)$ = қоспадағы жүгері бағасы.

Теңдеу құрамыз:

$$0,50x + 0,30(40 - x) = 16,40$$

Теңдеуді шешеміз:

$$0,50x + 12 - 0,30x = 16,40$$

$$0,20x = 16,40 - 12$$

$$0,20x = 4,40$$

$$x = 22$$

40 kg қоспа үшін 22 kg күнбағыс және 18 kg жүгері керек.

Есіңде сақта!

Мәселелерді шешкенде теңдеулерді пайдалану оның шешімін табуды оңайлатады.

Мәселені шешу үдерісі төмендегі сатылардан тұрады:

- 1) мәселенің шарты қандай шамалар туралы екендігін анықтау;
- 2) анықталған шамалар арасында қандай байланыс бар екендігіне назар аудару;
- 3) мәселенің шартындағы шамалардың қайсысы белгісіз екенін анықтау;
- 4) белгісіз шамалардың біреуін (лажы барынша ең кішісін) x әрпімен белгілеп алу;
- 5) мәселенің шартында берілген шамалар арасындағы байланысты анықтау және бұл байланыстар негізінде теңдеу құру (құрылған теңдеу мәселенің математикалық моделі болып саналады);
- 6) құрылған теңдеудің шешімін табу.

ЖАТТЫҒУЛАР

1. Мынадай санды тап:
 - 1) одан төрт есе үлкен сан 48-ге тең болсын;
 - 2) одан екі есе кіші сан 10-ға тең болсын;
 - 3) одан 15-ке үлкен сан 59-ға тең болсын;
 - 4) одан 12-ге кіші сан 34-ке тең болсын.
2. Бір сан екіншісінен 8 есе кіші. Олардың қосындысы 100-ге тең болса, оларды тап.
3. Қосындысы 20-ға тең болған екі санның бірі екіншісінен 3 есе үлкен. Сол сандарды тап.
4. Метроның бірінші вагонында екіншіге қарағанда 3 есе көп жолаушы бар еді. Аялдамада бірінші вагоннан 30 адам түсіп, екінші вагонға 10 адам мінді. Содан кейін вагондардағы жолаушылар саны тең болды. Вагондарда қанша жолаушы болған?
5. Жаңа жылдың келуінен 5 сағат бұрын шыршада ыдыстағыдан 5 есе аз ойыншық бар болатын. Кейінгі 1,5 сағатта шырша тағы 15 ойыншықпен безендірілді. Содан соң шыршадағы ойыншықтар саны ыдыстағыдан 1 дана аз болып қалды. Сонда 5 сағат бұрын шыршада неше ойыншық болған?
6. 78 түп өрік көшетін фермер шаруашылығының жұмысшылары үш топқа бөлініп отырғызуға келісті. Бірінші топ екінші топқа қарағанда екі есе аз көшет, үшінші топ бірінші топқа қарағанда 12 түп көп көшет бөлінетін болды. Бөлініске орай бірінші топқа неше түп көшет берілуі керек?



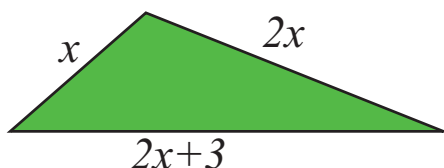
7. А және В қыстақтары ортасындағы қашықтық 18 km. Бір уақыттың өзінде А қыстағынан b қыстағына қарай велосипедші, ал b қыстағынан А қыстағына қарай жаяу жүргінші жолға шықты. Қозғалыс басталғанынан 36 минут өткен соң олар кездесті. Бұл уақытты ішінде велосипедшінің басып өткен жолы жаяу жүргіншінікінен 5 есе көп болса, олардың әрқайсысы қандай жылдамдықпен қозғалған?



8. Себеттегі алмалар жәшіктегіге қарағанда 2 есе аз болатын. Себеттен жәшікке 10 алма алып салынған соң, жәшіктегі алмалар себеттегі алмалардан 5 есе көп болып қалды. Бастапқыда себет пен жәшікте қаншадан алма болған?



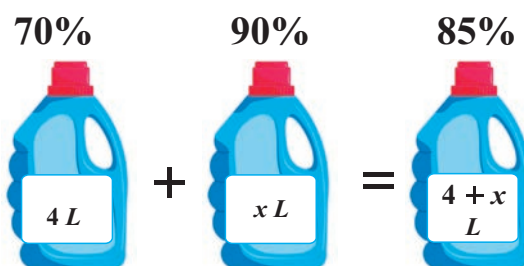
9. Үшбұрыштың периметрі 23 сантиметр болса, оның қабырғаларының ұзындықтары қандай болады?



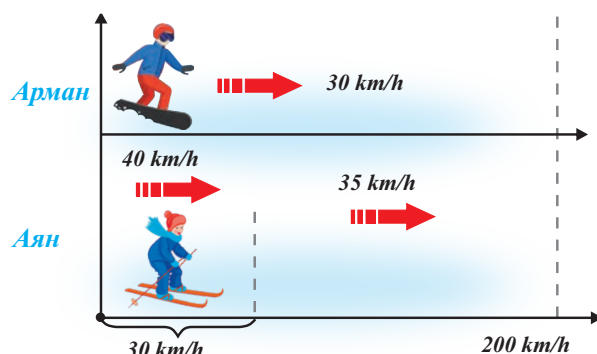
10. Қайсар Ғалиядан 6 жас үлкен. Тоғыз жыл бұрын оның жасы Ғалияның жасынан екі есе үлкен болатын. Қазір Қайсардың жасы нешеде?



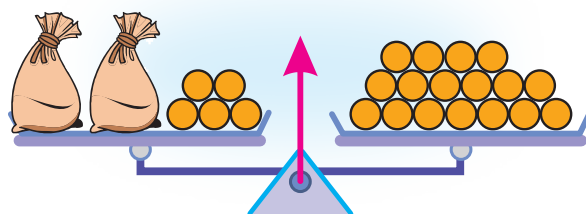
11. Сурет негізінде мәселе құрастыр және белгісіздерді тап.



12. Арман мен Аян 200 km ўзактыктағы нүктеге кім бірінші болып жетіп баратыны бойынша жарысуға сөз байласты. Арман шаңғымен бүкіл қашықтық үшін 30 km/h тұрақты жылдамдықпен жүрді. Ал Аян алғашқы 30 km үшін 40 km/h тұрақты жылдамдықпен жүрді. Жолшыбай ол қар көшкініне байланысты 3 минут тоқтауға мәжбүр болды да, қалған қашықтықты 35 km/h жылдамдықпен жалғастырды. Жарыста кім жеңіп шыққан?



13. “Ташкент ситиде” қатар салынған екі үйдің біріншісіне 230 қорап, екіншісіне 321 қорап бояу әкелінді. Біріші үйді жөндеу үшін күн сайын 30 қораптан, ал екіншісіне 39 қораптан бояу жұмсалып жатқан болса, неше күннен соң екінші үйге жұмсалған бояу мөлшері бірінші үйдікінен 1,5 есе көп болады?
14. Фермер шаруашылығында қызанақ, қияр және картоп егіндерінен барлығы 425 kg өнім жинап алынды. Егер қызанақтан қиярға қарағанда 65 kg көп, картопқа қарағанда 3 есе аз өнім алынған болса, әрбір көкөністен қаншадан өнім жиналған?
15. Бір қаптың салмағы неше шардың салмағына тең болады? Сурет негізінде теңдеу құр.



16. Оқушы үш күнде кітаптың 190 бетін оқып шығуды жоспарлады. Ол жұма күні сенбі күніне қарағанда 1,2 есе аз, ал сенбі күні жексенбі күніндегіден 20 бет аз кітап оқыды. Сонда оқушы сенбі күні неше бет кітап оқыған?
17. Жүк машинасының 2 сағат ішінде басып өткен жолы автобустың 1 сағатта басып өткен жолынан 20 km көбірек, ал автобустың жылдамдығы жүк машинасының жылдамдығынан 1,5 есе көп болса, жүк машинасының жылдамдығы қандай болғанын тап.
18. Тікұшақ екі базаның арасындағы қашықтықты желдің бағыты бойынша 45 минутта, ал желге қарсы 1 сағатта ұшып өтті. Егер желдің жылдамдығы 10 km/h болса, екі арадағы қашықтық қандай екенін тап.
19. Кеме 4 сағат 30 минут ішінде А және В пункттер арасындағы қашықтықты басып өтті және 6 сағат 18 минутта қайтып оралды. Егер кемең жылдамдығы 14,4 km/h болса, А және В пункттері арасындағы қашықтықты тап.
20. Қайық 6 сағат бойы ағыстың бағытымен басып өткен қашықтықты ағысқа қарсы бағытпен 9 сағатта басып өтті. Қайықтың тұйық судағы жылдамдығы 15 km/h болса, өзен ағысының жылдамдығы қандай екенін тап.

21.

$$\begin{array}{ccc}
 80\,000 \text{ сум} & & 40\,000 \text{ сум} & & 65\,000 \text{ сум} \\
 \text{10 kg} & + & x \text{ kg} & = & 10 + x \text{ kg}
 \end{array}$$

a) Қоспа жасау үшін қажетті жержаңғақ массасын қайсы теңдіктен табуға болады?

$$80000x + 40000x = 650000$$

$$40000 + 80000x = 65000(10 + x)$$

$$80000x + 40000x = 650000(10 + x)$$

$$800000 + 40000x = 65000(10 + x)$$

b) Қоспа үшін неше килограмм жержаңғақ керек?

4 kg

6 kg

10 kg

12 kg

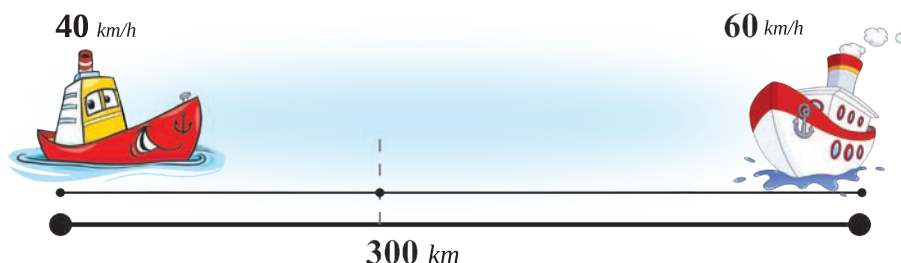
22. Саяхатшы А қыстағынан В қыстағына 5 сағатта бара алады. Егер ол жылдамдығын 1 km/h -қа арттырса, бұл қашықтықты 4 сағатта басып өтуі мүмкін. Саяхатшының жылдамдығын тап.

23. Сурет негізінде мәселе құр және белгісізді тап.

$$\begin{array}{ccc}
 10\% & & 30\% & & 20\% \\
 xL & + & (8-x)L & = & 8L
 \end{array}$$

24. Арасындағы қашықтық 10 km-ге тең А пунктiнен В пунктiне қарай 6 km/h жылдамдықпен жаяу жүргiншi жолға шықты. Арадан жарты сағат өткен соң, оның артынан 18 km/h жылдамдықпен велосипедшi жолға шықты. Велосипедшi жаяу жүргiншiнi қуып жеткен соң, олар В пунктiне дейiн неше километр жүруге тиiс?

25. Екi қайық бiр-бiрiнен 300 km қашықтықта орналасқан және олар бiр-бiрiне қарай қозғалып келедi. Бiрiншi қайық 40 km/h, ал екiншi қайық 60 km/h жылдамдықпен қозғалуда. Қайықтардың қозғалысы бiр мезгiлде басталған.



a) Қайықтар кездескенге дейiн жұмсалатын уақытты табу үшiн қайсы теңдеудi пайдалануға болады (бұл жерде t уақытты сағаттармен бейнелейдi)?

$$1) 60t - 40t = 300$$

$$2) 40t + 60t = 300$$

$$3) (60t) \cdot (40t) = 300$$

$$4) 300t - 60 = 40$$

b) Олар кездескенше қанша уақыт өтедi?

2,7 сағат

4,5 сағат

3 сағат

10 сағат

26. Мўнара биіктігінің бестен бір бөлігі қара түспен, кейінгі 20 метрі сары түспен және биіктігінің қалған үштен екі бөлігі қызыл түспен боялған.

а) Мўнараның жалпы биіктігін қандай теңдеудің көмегімен анықтауға болады?

б) Мўнараның биіктігі қанша?



27. Әкесі 47 жаста, ұлы 23 жаста. Қанша жыл алдын ұлы әкесінен 3 есе жас болған??

28. Анасы 30 жаста, қызы 6 жаста. Неше жылдан кейін анасының жасы қызының жасынан 4 есе үлкен болады?

29. Үш ағайынды ұлдардың жастарының қосындысы 26-ға тең. Егер ортаншы ұл інісінен 4 жас үлкен, бірақ ағасынан 3 жас кіші болса, олардың жастары нешеде болғаны?

30. Пойыз кесте бойынша белгіленген межеге жетіп бару үшін орта есеппен 60 km/h жылдамдықпен қозғалуға тиіс болатын. Бірақ, ол орташа 70 km/h жылдамдықпен қозғалып, межеге кестедегіден 0,5 сағат бұрын жетіп барды. Пойыз межелі жерге дейін қанша қашықтықты басып өткен?

31. Екі натурал санның қосындысы 90-ға тең. Олардың үлкенін кішісіне бөлсек, бөлінді 3-ке, ал қалдық 6-ға тең болады. Сол сандарды тап.

32. Қос таңбалы сан цифрларының қосындысы 15-ке тең. Егер оның цифрларының орнын алмастырсақ, берілгеніне қарағанда 9-ға аз қос таңбалы сан түзіледі. Берілген қос таңбалы санды тап.

33. Бірінші сан екінші саннан 16-ға артық. Екінші сан бірінші саннан 5 есе кіші. Осы сандарды тап.

34. Бірінен соң бірі келген натурал сан қосындысы 350-ге тең. Сол сандардың ең үлкенін тап.

35. Кеме көлді бойлап 6 сағат, өзен ағысы бойымен 3 сағат бойы барлығы 153 km жол жүрді. Егер өзен ағысының жылдамдығы 3 km/h болса, кеме көлде қандай жылдамдықпен қозғалған?

36. Зауыт 20 күнге жоспарланған жұмысты күніне 2 машинаны көп дайындап, 18 күнде орындады. Зауыт барлығы неше машина шығарған?

37. Моторлы қайық А пунктінен В пунктіне ағыс бойымен 8 сағатта, ал В пунктінен А пунктіне ағысқа қарсы 10 сағатта жетіп келді. Егер ағыстың жылдамдығы 3 km/h болса, моторлық қайықтың тұйық судағы жылдамдығы қанша екенін тап.

38. Бірінен соң бірі келген екі оң жұп сандар квадраттарының айырмасы 116-ға тең. Осы сандардың кішісін тап.

39. Жылылығы 30 градус С үш литр суға 40 градус С-лік неше литр су құйылса, қоспаның температурасы 37 градус С болады?
40. Екі санның қосындысы 242-ге, бұл сандардың үлкенін кішісіне бөлгенде бөлінді 4-ке, ал қалдық 22-ге тең болды. Осы сандардың ең кішісін тап.
41. Белгілі бір жұмысты 20 адам 17 күнде орындай алады. 2 күннен кейін оларға 5 адам қосылса, қалған жұмыс неше күнде орындалады?
42. Талғат бір сан ойлады. Оған 4-ті қосып, қосындыны 5-ке бөліп, бөліндіден 6-ны азайтты. Нәтиже 7-ге тең болды. Ойланған санды тап.
43. Бірінен соң бірі келетін төрт жұп сандардың қосындысы олардың ең кішісінен 5 есе үлкен. Осы сандардың орта арифметигін тап.

PISA сұрақтары негізінде өзіңді сынап көр

Қабілетті бала

Айқын математикаға қызығады және осы пән бойынша әр түрлі сайыстар мен олимпиадаларға қатысып тұрады.

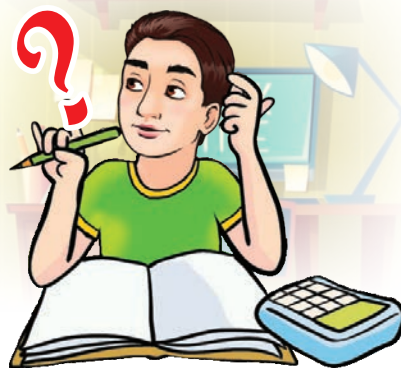
Ол қатысып жатқан кезекті олимпиаданың шартына орай, қатысушыларға әрбір дұрыс жауап үшін 10 ұпай беріледі, ал әрбір қате жауап үшін жалпы ұпайдан 5 ұпай шегеріледі.

1-сұрақ

Егер Айқын 20 сұрақтан 155 ұпай жинаған болса, ол неше сұраққа дұрыс жауап берген деп ойлайсың?

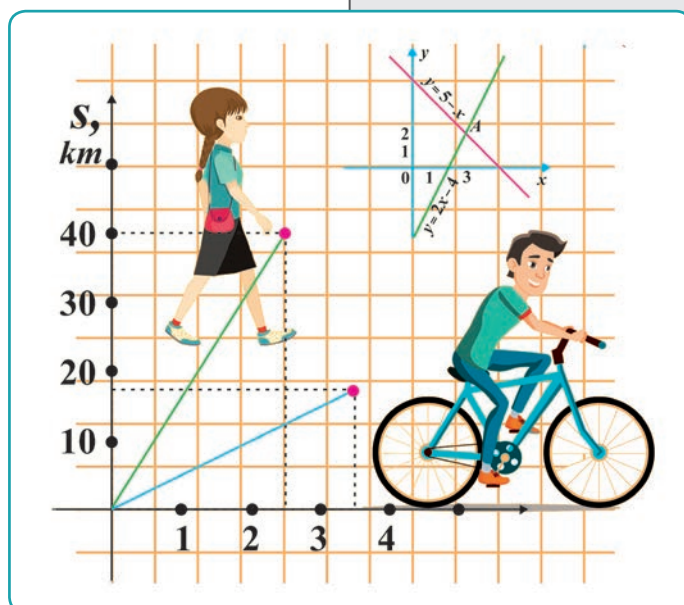
2-сұрақ

Олимпиада нәтижелеріне орай, бірінші орын алған қатысушы 170 ұпай жинаған. Егер Айқынның дұрыс жауаптарының саны жеңімпаздікінен біреуге көп болғанда, ол неше ұпаймен үстемдік ететін еді?



V ТАРАУ

СЫЗЫҚТЫ ФУНКЦИЯ



ДЕКАРТ КООРДИНАТАЛАР ЖҮЙЕСІ

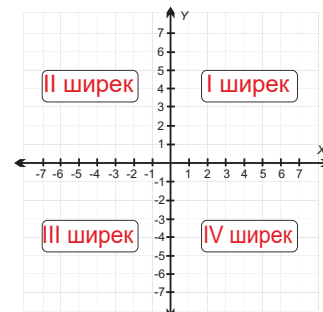
Еске түсіреміз

Координаталар жүйесі екі сандар білігінің қиылысуынан түзіледі.

x – горизонталь сандар білігі.

y – вертикаль сандар білігі.

x және y біліктер қиылысқан нүкте **координата басы** деп аталады және бұл нүктеде екі білік үшін де 0 саны орын тебеді.



Координаталар жүйесі жазықты төрт бөлікке бөледі және олар **ширектер** деп аталады.

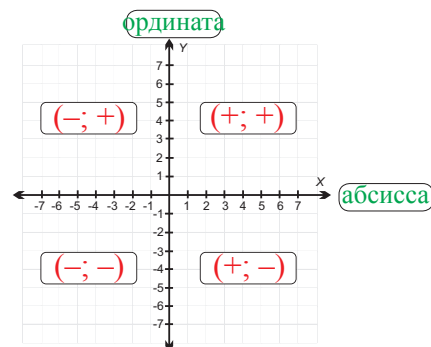
Рене Декарт (1596–1650) – француз философы, математигі, физигі, физиологы.

Ол ғылымға енгізген координаталар жүйесі

Декарт координаталар жүйесі деп аталады.

Есіңде сақта!

- горизонталь түзу Ox пен белгіленеді және ол **абсциссалар білігі** деп аталады.
- вертикаль түзу Oy пен белгіленеді және **ординаталар білігі** деп аталады;
- абсциссалар мен ордината білігі **координата біліктері**, олардың қиылысу нүктесін **координата басы** деп атайды;
- координата басы әрбір біліктегі нөл санын бейнелейді;
- абсцисса білігіне оң сандар O нүктеден оңға қарай орналасқан нүктелермен, ал теріс сандар O нүктеден солға қарай орналасқан нүктелермен кескінделеді;
- ордината білігінде оң сандар O нүктеден жоғарыда орналасқан нүктелермен, ал теріс сандар O нүктеден төменде орналасқан нүктелермен кескінделеді;
- координаталар жүйесі таңдалған жазық **координата жазығы** деп аталады.



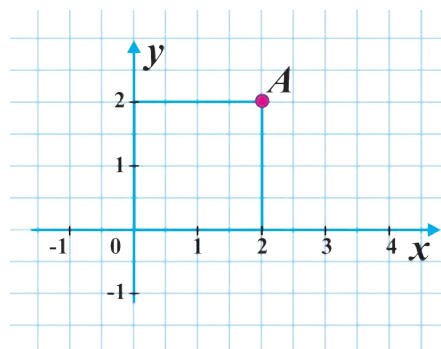
Мысал

Координата жазығынан A нүктені таңдаймыз. A нүктеден абсциссалар білігіне перпендикуляр сызық түсіреміз. A нүктенің абсциссасы $x = 2$ санын бейнелейді.

A нүктеден ординаталар білігіне перпендикуляр сызық жүргіземіз. A нүктенің ординатасы $y = 2$ санын бейнелейді.

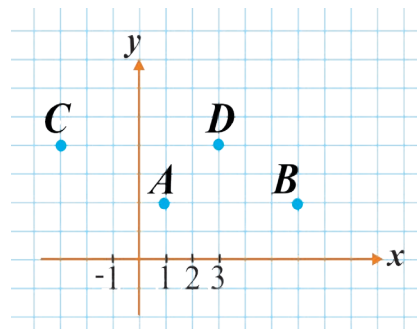
Абсцисса мен ордината анықталған бұл сандар A нүктенің координаталары деп аталады. $A(x; y)$ жазуы A нүктенің x абсциссаға және y ординатаға ие екенін білдіреді.

$A(2; 2)$ жазуында 2 саны – абсцисса, 2 саны – ордината.



ЖАТТЫҒУЛАР

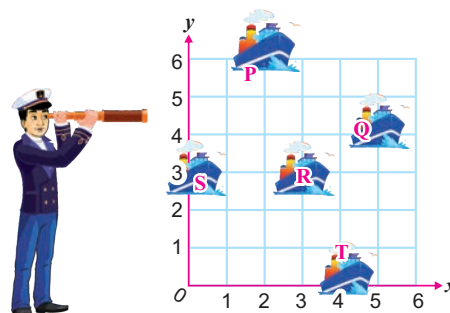
1. Координаталар жүйесіндегі $A(2; 3)$, $B(-4; -3)$, $C(-1; 4)$ және $D(2; -5)$ нүктелерді белгіле. Олар координаталар жүйесінің қайсы ширегінде орналасқанын тап.



2. Координаталар жүйесінде $A(1; 2)$, $B(6; 2)$, $C(-3; 5)$ және $D(3; 5)$ нүктелер берілген. A нүкте B нүктеден және C нүкте D нүктеден қандай қашықтықта екенін тап.

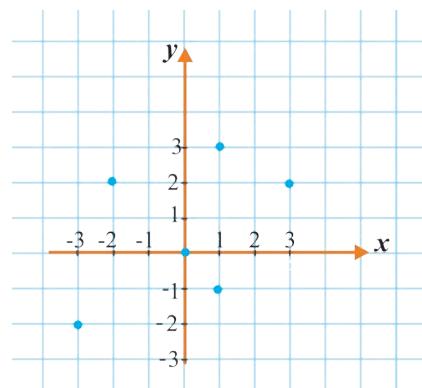
3. Ұштары $M(-3; 4)$ және $N(4; 1)$ нүктелерінде болған кесінді жаса.
4. Ұштары $P(-4; -1)$ және $Q(-1; -4)$ нүктелерде болған кесіндінің ұштары $K(2; 1)$ және $L(6; 5)$ нүктелерінде болған кесіндімен салыстыр.
5. Ұштары $A(-3; 3)$, $B(2; 2)$ және $O(0; 0)$ нүктелерде болған үшбұрыш жаса.
6. Ұштары $A(-2; -3)$ және $B(4; 3)$ нүктелерде болған кесінді жаса. Бұл кесінді ортасының координаталарын табамыз.

7. Суретке қарап кемелердің тоқтайтын орындарының координатасын анықта. Қайсы кемелер $(2; 6)$ және $(4; 0)$ нүктелерде орналасқан?

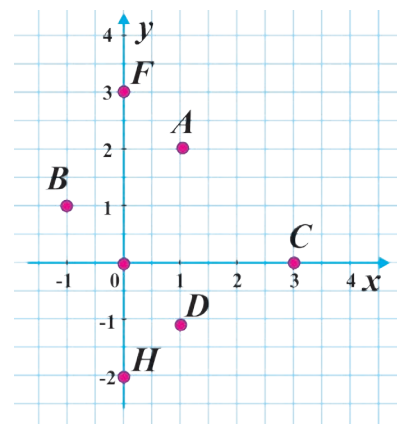


8. $A(3; 3)$ нүкте екі бірлік жоғарыға, үш бірлік оңға, ал $B(5; 1)$ нүкте үш бірлік солға жылжыды. A және B нүктелер ортасындағы қашықтық алғашқы қашықтықпен салыстырғанда неше есе артқанын тап.
9. а) ұштары $A(2; 1)$, $B(6; 1)$ және $C(1; 4)$ нүктелерде болған;
 ә) ұштары $M(1; -2)$, $N(6; -2)$ және $K(2; 6)$ нүктелерде болған;
 б) ұштары $X(1; 0)$, $Y(4; 3)$ және $Z(5; -2)$ нүктелерде болған үшбұрышты сал және қабырғаларына орай түрлерін айт.
10. $A(-2; -2)$, $B(-2; 3)$ және $C(3; 3)$ нүктелерін анықтаймыз. Тағы D нүктесін таңдаймыз, оның нәтижесінде A , B , C , D нүктелер квадраттың төбелері болсын. D нүктенің координаталарын тап.
11. Ox , Oy біліктері мен координаталар басына сәйкес өзара симметриялық нүктелерді тап.
 $A(1; 3)$; $B(5; 2)$; $C(1; -3)$; $D(-5; -2)$; $E(-1; 3)$; $F(5; -2)$

- 12.** а) $A(2; 1)$ және $B(2; 5)$ нүктелерінен өтетін түзу сыз. Сол түзуге тиісті үш нүктенің координаталарын тап.
 ә) $P(-3; 2)$ және $B(4; 2)$ нүктелерден өтетін түзу сал. Сол түзуге тиесілі үш нүктенің координаталарын тап.
- 13.** Төбелері $A(-3; -2)$, $B(-1; 4)$ және $C(3; 2)$ нүктелерде болған үшбұрыш сал.
- 14.** $M(3; 5)$ және $N(-2; 4)$ нүктелерді:
 а) Ox білігіне сәйкес;
 ә) Oy білігіне сәйкес;
 б) координаталар басына сәйкес симметриялық көшіру нәтижесінде түзілген нүктелердің координаталарын тап.



- 15.** Суреттегі мәліметтер негізінде нүктелердің координаталарын тап.



- 17.** Нүктелерді анықта және олардың қайсы координата жазығында орналасқанын тап.
 1) $A(1; 7)$ 2) $B(-5; 2)$ 3) $C(-3; -6)$ 4) $D(4; -1)$
- 18.** Абсиссалар білігінде 4 нүкте белгілеп, координаталарын анықта. Олардың өзара қандай ұқсастықтары бар?
- 19.** Ординаталар білігінде 4 нүкте белгілеп, координаталарын анықта. Оларда қандай ұқсастықтар бар?
- 20.** Төмендегі нүктелер арасынан:
 а) Ox білікке сәйкес симметриялық нүктелерді ажыратып жаз;
 ә) Oy білікке сәйкес симметриялық нүктелерді ажыратып жаз.
 $A(1; -1);$ $B(1; 1);$ $C(4; -5);$ $D(-4; -5);$ $E(7; 9);$ $F(7; -9)$

ФУНКЦИЯ ҰҒЫМЫ

115

Еске түсіреміз

1-мысал. 2-ге көбейту кестесі.

Сұрақ: енгізу 100-ге тең болса, нәтиже нешеге тең болады? 200 болса ше?

Енгізу	Қатынас	Нәтиже
0	$\cdot 2$	0
1	$\cdot 2$	2
2	$\cdot 2$	4
3	$\cdot 2$	6
10	$\cdot 2$	20
20	$\cdot 2$	40
...	$\cdot 2$	...

2-мысал. ағаш жыл сайын 20 см-ге өседі, f ағаштың биіктігі оның жасына байланысты:

$$f(\text{жас}) = \text{жас} \cdot 20$$

Егер жас 10 болса, биіктік:

$$f(10) = 10 \cdot 20 = 200 \text{ см}$$

Жасы	$f(\text{жас}) = \text{жас} \cdot 20$
0	0
1	20
2	40
3	60
3,5	70
4	80
...	...

Ағаштың жасы өзгерсе, онымен қатар биіктігі де өзгеріп барады. Ағаш биіктігінің өзгеруі $f(\text{жас}) = \text{жас} \cdot 20$ формуласына (ереже) байланысты. Бұны біз функция деп атаймыз.

Есіңде сақта!

Функция жинақтың немесе топтаманың әрбір элементін бірер формула (ереже) бойынша басқа жинақтың нақты бір элементімен байланыстырады.

Ағаштың жасын x , биіктігін f пен белгілесек: $f(x) = 20x$ өрнегі келіп шығады.

Ағаштың жасын x , биіктігін f пен белгілесек: $f(x)$ (эф икс) деп оқылады.

еріксіз өзгеруші
немесе функция

$$f(x) = 20x$$

еріксіз өзгеруші
немесе аргумент

коэффициент

Аргумент	Функция	Мысал: $y(x) = 20x$ $y(3,5) = 20 \cdot 3,5 = 70$ $x = 3,5$ – аргумент $y = 70$ – функцияның мәні
$x, a, t, z, \dots$	$f(x), f(t), g(a), g(x), y(x), y, \dots$	

Функцияның берілу әдістері

1) Функцияның формуламен берілуі:

$y = kx$, $y = 2x + 4$, $f(x) = x^2$, $g(t) = t^2 + 5t$ – бұл формулалар аргументтердің берілген мәні бойынша функцияның мәнін есептеу ережесін көрсетеді.

2) Функцияның кестемен берілуі:

Кесте әдісімен берілуі кезінде мәндер функцияның анықтамасына сай келуге тиіс. Демек, x пен y ке сәйкес берілген кез келген кесте де функцияның кестелік көрінісі бола алмайды. 2-ге көбейту кестесі, 3-ке көбейту кестесі, жұп және так сандар кестесі функцияның кестемен берілу әдісіне мысал бола алады.

3) Функцияның график көмегімен берілуі:

Функция графигі – координата жазығының абсиссалары ерікті айнымалының мәндеріне, ал ординаталары функцияның оған сәйкес мәндеріне ие болған барлық нүктелер жиынтығы болып табылады.

Мысал

3-мысал. $g(x) = 5x + 2$ формуламен берілген функцияның $g(0)$, $g(1)$, $g(-1)$ дегі мәндерін тап.

Берілген функция формуласындағы аргумент x -тің орнына сәйкесінше 0, 1, -1 сандарын қойып, функцияның мәнін есептейміз:

$$1) g(0) = 5 \cdot 0 + 2 = 2$$

$$2) g(1) = 5 \cdot 1 + 2 = 7$$

$$3) g(-1) = 5 \cdot (-1) + 2 = -3$$

4-мысал. $y(x) = -2x + 1$ формуламен берілген функция x -тің қандай мәнінде $y(x) = -1$ ге тең мәнін қабылдайтынын тап.

Берілген формуладағы $y(x)$ (функция мәнінің) орнына сәйкесінше -1; -3; 7 сандарын қойып, x аргументтің мәнін табамыз.

$$1) -1 = -2x + 1 \text{ теңдеуінен } x \text{ аргументті табамыз.}$$

$$2x = 1 + 1$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

5-мысал. Кестені пайдаланып функцияның бар немесе жоқ екенін анықта.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	4	8	12	16	20	24	28	32	36

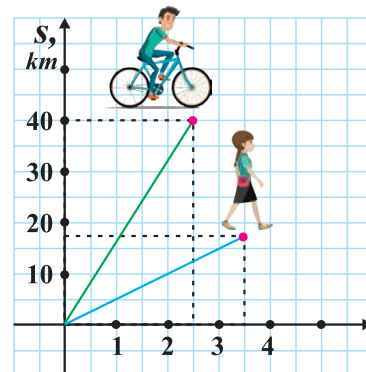
Кестеден көрініп тұрғанындай, $y(x) = 4x$ ереже негізінде функцияның мәні өзгеріп барады.

$$y(1) = 4 \cdot 1 = 4; y(2) = 4 \cdot 2 = 8; y(3) = 4 \cdot 3 = 12; \dots$$

6-мысал. График негізінде функцияның анықталғанын тексер.

Графиктен велосипедші 2,5 сағатта 40 km; 2 сағатта 35 km; 1,5 сағатта 25 km жол жүргенін көруге болады. Демек, бұл графикте функция анықталу үстінде.

Жолаушы қыздың графигінде функция анықталғанын дербес тап.



ЖАТТЫҒУЛАР

1. Функция $y(x) = 3x - 1$ формуламен берілген. $y(0)$, $y(2)$, $y(-1)$ дің мәнін тап.
2. Функция $y(x) = 0,5x - 3$ формуламен берілген. $y(1)$, $y(-2)$, $y(0)$ дің мәнін тап.
3. Кестедегі мәліметтерді пайдаланып, функцияның анықталғанын тексер.

x	y
3	18
4	24
5	30

x	y
7	11
8	12
9	13

x	y
5	12
8	15
11	18

x	y
1	5
3	15
5	25

4. Бос торкөздерді толтыр.

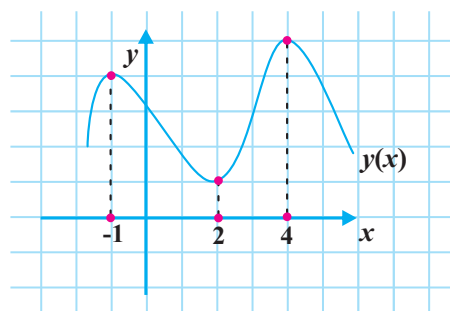
x	y
4	16
5	20
	24
7	

x	y
2	11
4	13
6	
	17

x	y
5	45
6	
7	63
	72

x	y
3	18
5	20
7	
	24

5. Суретте $y(x)$ функция графигі берілген. Осы суретке қарап:
 а) функцияның $x = -1$, $x = 2$, $x = 4$ -тегі мәндерін;
 ә) функцияның ең үлкен және ең кіші мәндерін;
 б) $(-1; 3)$, $(2; 1)$, $(3; 3)$, $(-1; 5)$, $(4; 5)$ нүктелердің қайсысы функция графигіне тиісті екенін тап.



6. Төмендегі кестені берілген мәліметтер негізінде толтыр.

Функция \ x	-4	-2	-1	0	1	2	4
$y(x) = 3x$							
$y(x) = 0,25x$							
$y(x) = -x + 2$							
$y(x) = 0,5x + 3$							

7. Мектеп ауласындағы шынар ағашының бойы 7,3 m. Ол жыл сайын 15 см-ге өседі. Шынардың өсуін бейнелейтін функция формуласын жаса.
8. Турист үйінен 120 km алыстаған соң, өзі үшін әр сағатта 9 km жол жүруді жоспарлап алды. Туристің басып өткен жолын бейнелейтін функция формуласын түз.

9. Базарда ақ қанттың бағасы шекердің бағасынан 4 000 сум қымбат. Ақ қант пен шекер бағаларын әр түрлі әріптермен белгілеп, оларды бір-бірімен байланыстыратын өрнек құрастыр.

10. $y = kx$ қатынасы берілген. Төмендегі кестені толтыр.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2x$							
$y = 3x$							
$y = -2x$							
$y = 0,5x$							

11. Велосипедші 12 km/h жылдамдықпен қозғалып келеді. Оның t сағатта басып өткен жолы S -ті есептеу бойынша өрнек құрастыр.

12. А нүктенің $y = kx$ функция графигіне тиесілі екені белгілі болса, k -нің мәнін тап.

- а) $A(-2; 1)$ б) $A(6; -18)$ с) $A(-4; 8)$

13. Базарда картоптың бағасы 6000 сум. x kg картоп үшін y сум ақша жиналды. Байланыс өрнегін құрастыр және $x = 4$; $x = 8$; $x = 10$; $x = 70$ -тердегі мәндерін тап.

14. Өуе шарының биіктігі оның көтерілу уақыты (минут) бойынша өзгереді.

- а) t уақыт ішінде көтерілетін h қашықтықтың өзгерісін жаз.
 ә) функция графигін жаса.
 б) 2100 метр биіктікке көтерілу үшін неше минут кететінін есепте.
 в) 3500 метр биіктікке көтерілу үшін шамамен неше минут қажет болады?

15. а) Төмендегі тізбектердің дұрыс немесе қате екенін анықта.

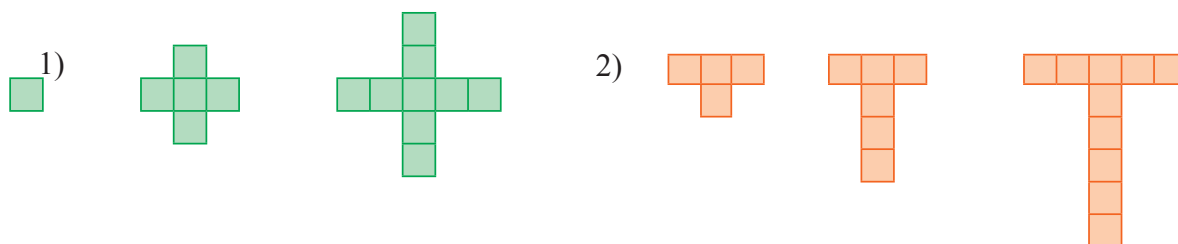
- 1) 18, 16, 15, 13, ... 2) 4, 9, 14, 19, ...
 ә) Әрбір тізбектің кейінгі үш мүшесін тап.
 1) 12, 9, 6, 3, ... 2) -2, 2, 6, 10, ...
 б) Әрбір тізбектің n -мүшесі үшін теңдеу жаз.
 1) 15, 13, 11, 9, ... 2) -1, -0,5, 0, 0,5, ...

16. Бір тонна шығынды қағазды қайта өңдеу орта есеппен 17 ағаштың өмірін сақтап қалады. Қайта өңделген қағаз мөлшері мен сақтап қалынған ағаштар саны ортасындағы қатынасты бейнелейтін функция формуласын жаз.

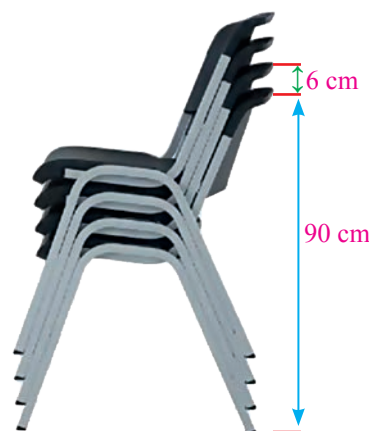
17. Әуізден сағатына 720 литр су шығарылады. Кестеде әуіздегі судың көлемі және оның әуізден шығарылатын уақытына байланысты функция көрсетілген. Кестені толтыр.

x	y
0	10 080
2	8 640
6	5760
10	
12	1440
14	

18. Пішіндер тізбектердің қай бірінде функция орындалады? Қорытындынды негізде.



19. Мектеп орындығының биіктігі 90 сантиметр. Орындықтар суретте көрсетілгендей етіп жиналады. Бұндай жинау функция бола ала ма?



20. Төмендегі талаптардың қайсысы функция бола алады? Тұжырымыңды түсіндір.

- 1) Егер машина 100 km-ге 10 литр бензин жұмсаса, 50 литр жанармай жұмсап, 500 km қашықтықты басып өте алады.
- 2) Табысың қаншалықты жоғары болса, табыс салығы да соншалықты жоғары болады.
- 3) Баға көтерілсе, сұраныс төмендейді немесе керісінше болады.
- 4) Жалақы 3 миллион сум болса, 300 мың сум табыс салығы алынады. Егер айлық 3,5 миллион сум болса, онда 350 мың сум табыс салығы төленеді.
- 5) Банкоматқа 500 мың сум нақты ақша алу үшін пластик карта салынды. Банкомат 450 мың сум ақша берді.

21. 15-тапсырмада берілген тізбек бойынша функци формуласын жаса.

22. Суретте компьютердің қатты дискіндегі “Папкалардың” орналасуы келтірілген. Қайсы орналасу функция негізінде реттелген? Тұжырымыңды түсіндір.

Имя	Дата изменения	Имя	Дата изменения
7 sinf TIMES	24.06.2022 18:50	7 sinf TIMES	24.06.2022 18:50
7-sinf Algebra	08.06.2022 17:52	7-sinf Algebra	08.06.2022 17:52
Папка 1-bob	10.05.2022 13:39	Папка 1-bob	10.05.2022 13:39
Папка 2-bob	10.05.2022 13:39	Папка 2-bob	10.05.2022 13:39
Папка 3-bob	10.05.2022 13:39	Папка 3-bob	10.05.2022 13:39
Папка 4-bob	10.05.2022 13:39	Папка 4-bob	10.05.2022 13:39
Папка 5-bob	10.05.2022 13:39	Папка 5-bob	10.05.2022 13:39
Папка 6 bob	10.05.2022 13:39	Папка 6 bob	10.05.2022 13:39
Папка 6 sinf takrorlash	09.05.2022 13:02	Папка 7-bob	10.05.2022 13:39
Папка 7-bob	10.05.2022 13:39	Папка 6 sinf takrorlash	09.05.2022 13:02

СЫЗЫҚТЫ ФУНКЦИЯ

Еске түсіреміз

1-мысал. Квадраттың периметрін табу формуласы төмендегідей: $P = 4a$.

Бұл формулада P – функция, a – аргумент бола алады. P -ны $f(x)$ -пен, a -ны x -пен алмастырамыз және $f(x) = 4x$ немесе $y = 4x$ формула көрінісіндегі функцияны түземіз.

Функцияны кесте негізінде тексереміз:

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(a)$	4	8	12	16	20	24	28	32	36

$y = kx$ функция

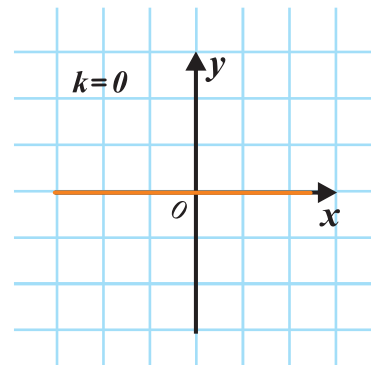
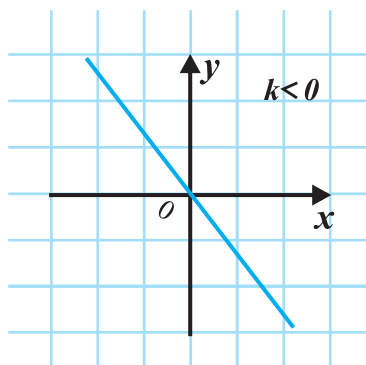
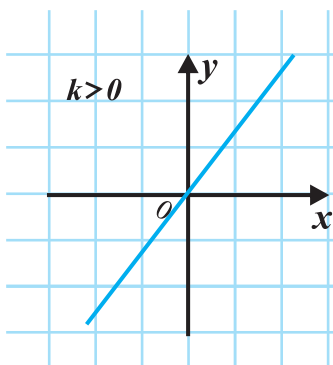
$y = kx$ – функция графигі k нің кез келген мәнінде координаталар басынан өтетін түзу болып табылады.

Егер $k > 0$ болса, функция графигі I және III ширекке орналасады.

Егер $k < 0$ болса, функция графигі II және IV ширекке орналасады.

Егер $k = 0$ болса, функция графигі Ox осымен кетпе-кет орналасады.

Демек, k $-2; -0,5; 2; 3$ секілді сандар болуы мүмкін.



Мысал

2-мысал. $y = 2x$ функциясының графигін жаса.

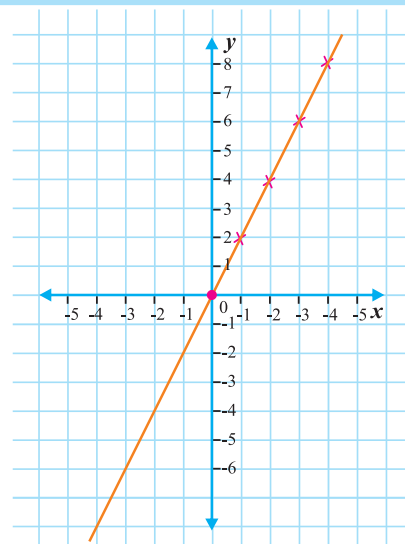
Функция графигін жасау үшін x -ке түрлі мәндер беріп, y -тің сәйкес мәндерін есептейміз және бұны кестеде көрсетеміз.

x	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2x$	-4	-2	0	2	4	6

Кестеден $(-2; -4); (-1; -2); (0; 0);$

$(1; 2); (2; 4); (3; 6)$ нүктелерді

Декарт координаталар жүйесінде белгілейміз.

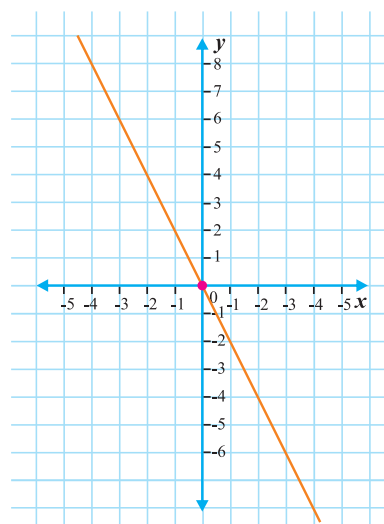


3-мысал. $y = -2x$ функция графигін жаса.

Функция графигін жасау үшін x -ке түрлі мәндер беріп, y -тің сәйкес мәндерін есептейміз және бұны кестеде көрсетеміз.

x	-2	-1	0	1	2	3
$y = -2x$	4	2	0	-2	-4	-6

Кестеден $(-2; 4); (-1; 2); (0; 0); (1; -2); (2; -4); (3; -6)$ нүктелерді Декарт координаталар жүйесінде белгілейміз.



“Кез келген екі нүктеден тек жалғыз түзу сызық өтеді” аксиомасына орай, $y = kx$ функция графигін жасау үшін графиктің екі нүктесін табу жеткілікті.

ЖАТТЫҒУЛАР

1. Функцияның графигін жаса.

- 1) $y = x$ 2) $y = 2x$ 3) $y = \frac{3}{4}x$ 4) $y = 1,5x$

2. Функцияның графигін жаса.

- 1) $y = -x$ 2) $y = -3x$ 3) $y = -\frac{1}{2}x$ 4) $y = -2,5x$

3. Функцияның графигін бір координата жазығында жаса және сол график қайсы координата бұрыштарында орналасқанын көрсет.

- 1) $y = 4x$; $y = -4x$ 2) $y = 0,5x$; $y = -0,5x$

4. $y = kx$ қатынасы негізінде кестені толтыр.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = -0,2x$							
$y = 0,2x$							
$y = -\frac{1}{4}x$							
$y = 4x$							

5. Кестеде берілген мәліметтер $y = kx$ функция шарттарын орындай ма? k -ні тап.

x	18	20	22	24	26
y	9	10	11	12	13

x	10	13	16	19	21
y	10	13	16	19	21

x	4	5	6	7	8
y	1	2	3	4	5

$y = kx + b$ функция

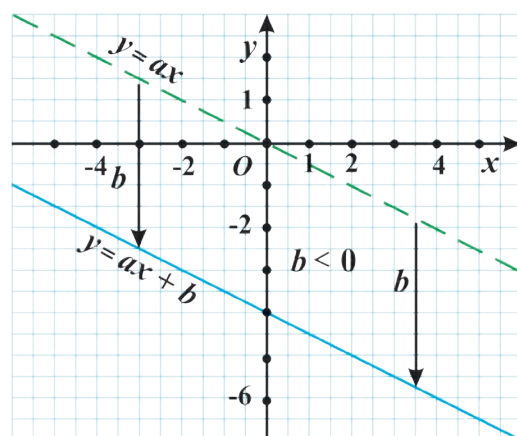
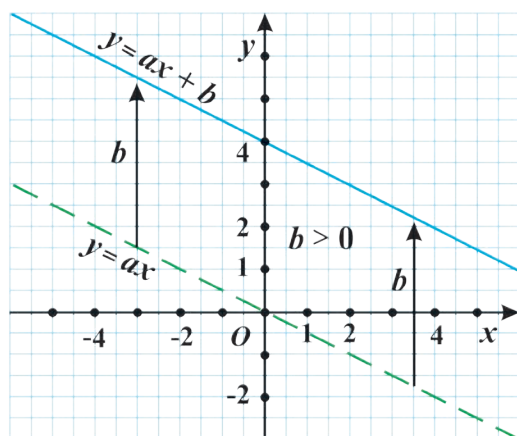
$y = kx + b$ көрінісіндегі функция **сызықты функция** деп аталады. k , b – берілген сандар.

k сан $y = kx + b$ түзу сызығының Ox білігіне сәйкес қаншалықты айнитынын білдіреді.

Егер $b > 0$ болса, $y = kx$ функция графигі Oy білігінің оң бағыты бойынша $|b|$ ға тең қашықтыққа жылжиды.

Егер $b < 0$ болса, $y = kx$ функция графигі Oy білігінің теріс бағыты бойынша $|b|$ ға тең қашықтыққа жылжиды.

Егер $b = 0$ болса, $y = kx$ графигі түзіледі.

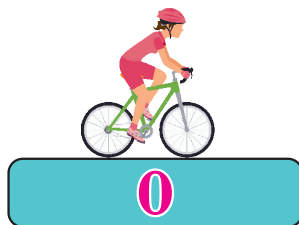


Функция графигінің k -ге тәуелділігі

$k < 0$



$k = 0$



$k > 0$



Мысал

1-мысал. График негізінде сызықты функцияның формуласын тап.

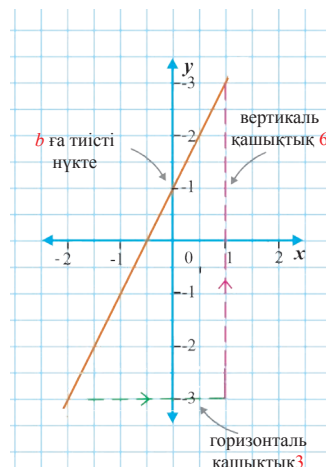
Сызықты функцияның формуласы: $y = kx + b$.

Демек, k және b қайсы санға тең екенін анықтау керек. Графиктен $k > 0$ екенін көруге болады.

1) b сан әрқашан Oy білігі мен түзу сызықтың қиылысқан нүктесі болады. Суретте түзу сызық Oy біліктегі 1 нүктені қиып өтуде. Бұдан $b = 1$ екені келіп шығады.

$$2) k = \frac{\text{вертикаль қашықтық}}{\text{горизонталь қашықтық}} = \frac{6}{3} = 2 \text{ Демек, } k = 2.$$

3) Функция формуласын жазамыз: $y = kx + b = 2x + 1$.



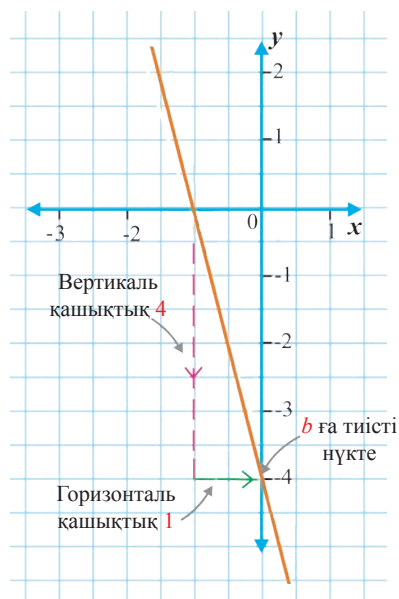
2-мысал. График негізінде сызықты функция формуласын тап.

Демек, k және b қайсы санға тиесілі екенін анықтауымыз керек. Графиктен $k < 0$ екенін көруге болады.

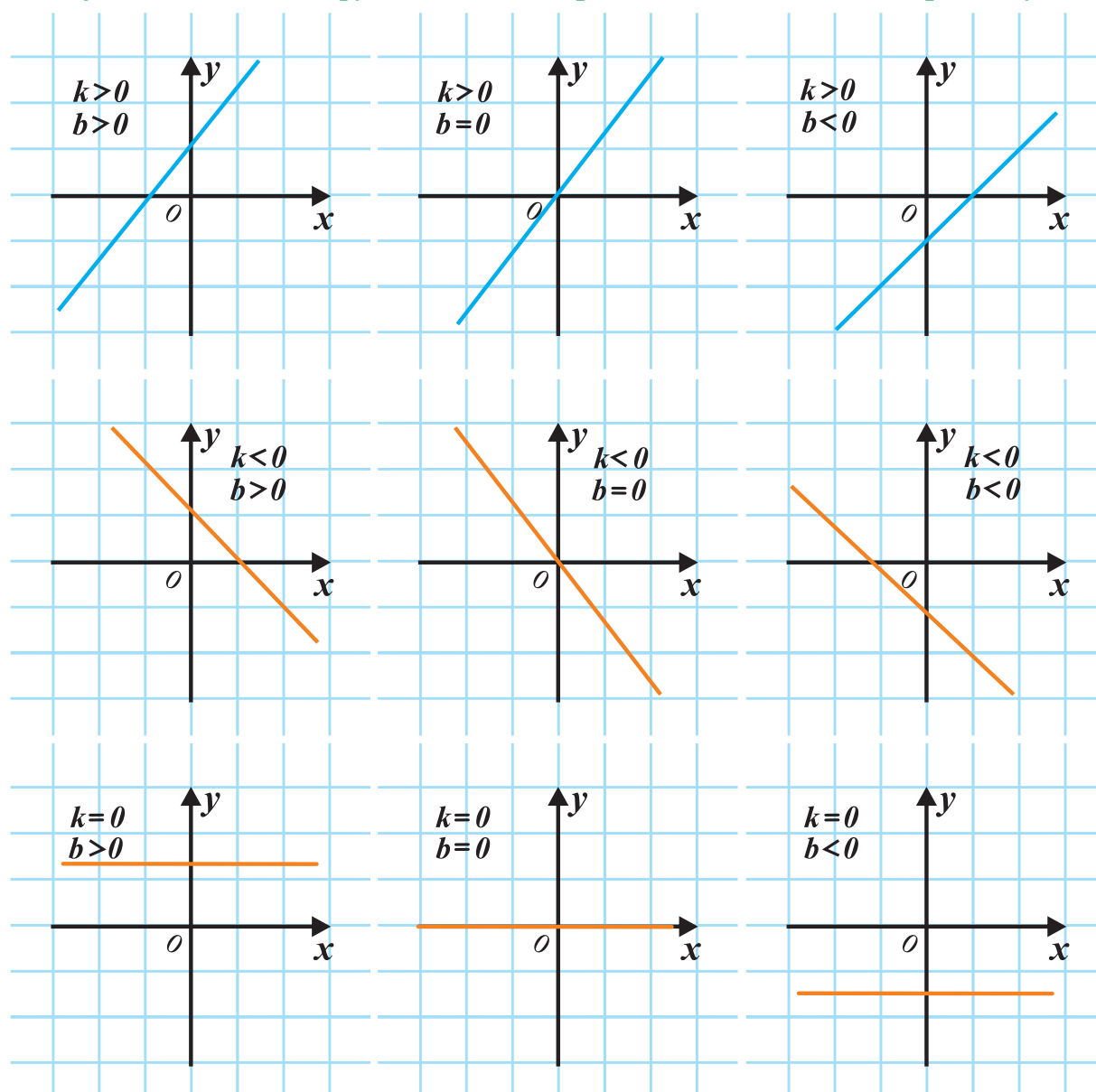
1) b саны әрқашан Оу білігі мен түзу сызықтың қиылысатын нүктесі болады. Суретте түзу сызық Оу білігіндегі -4 нүктені қиып өтуде. Бұдан $b = -4$ екені келіп шығады.

2) $k = \frac{\text{вертикаль қашықтық}}{\text{горизонталь қашықтық}} = \frac{4}{1} = 4$. Демек, $k = -4$

3) Функцияның формуласын жазамыз: $y = kx + b = -4x - 4$



$y=kx+b$ сызықты функцияның координата жазығындағы орналасуы



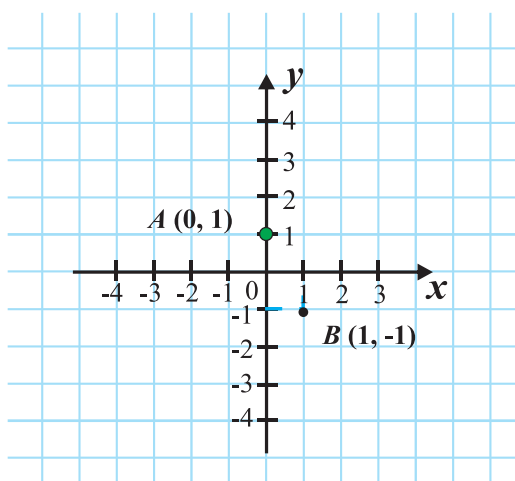
Мысал

3-мысал. $y = -2x + 1$ функциясының графигін құрамыз.

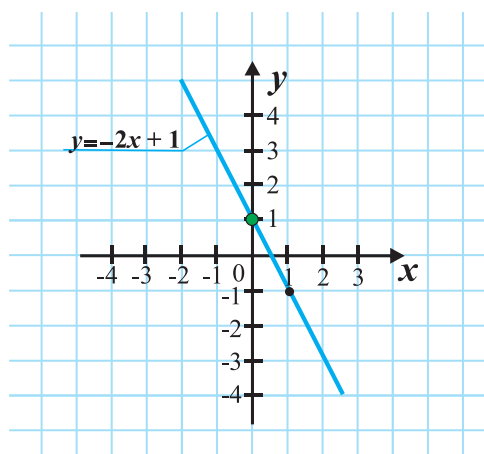
Ерікті екі x мәні үшін y функциясының мәнін табамыз. Мысалы, x орнына -1 және 1 цифрларын қояйық. Алынған x пен y мәндері функция графигі нүктелерінің координаталары болып табылады.

x	0	1
y	1	-1

Алынған x пен y мәндер – функция графигі нүктелерінің координаталары және бұл нүктелерді координата жүйесінде белгілейміз.



Енді белгіленген нүктелер арқылы түзу сызық жүргіземіз. Бұл сызық $y = -2x + 1$ функцияның графигі болады.

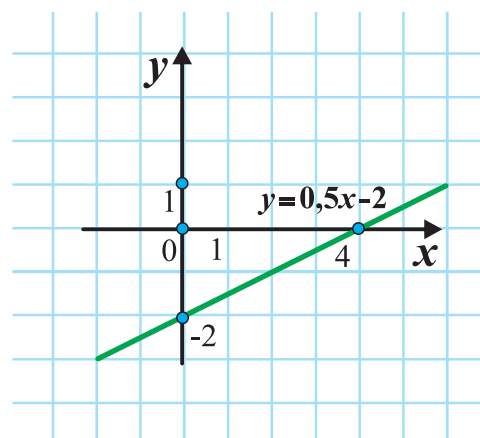


4-мысал. Бізге $y = 0,5x - 2$ функция берілген.

- 1) егер $x = 0$ болса, онда $y = -2$;
- 2) егер $x = 2$ болса, онда $y = -1$;
- 3) егер $x = 4$ болса, онда $y = 0$ және с.с.

Қолайлылық үшін нәтижелер кесте түрінде ұсынылуы мүмкін:

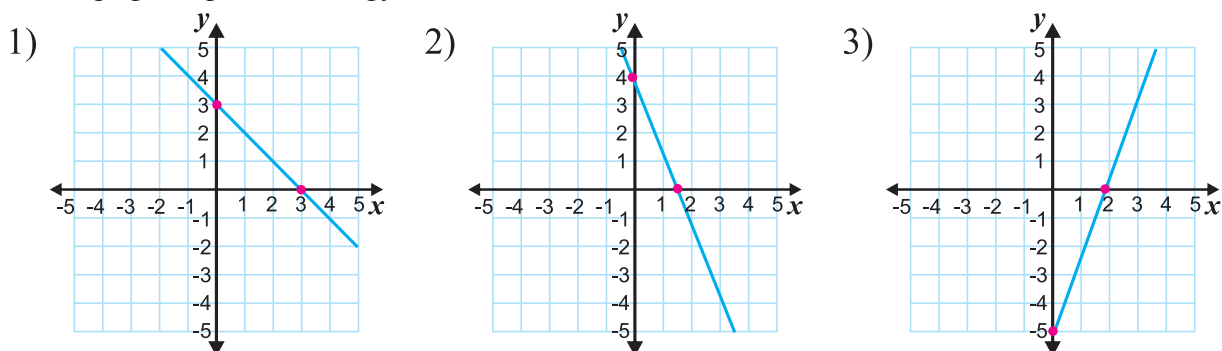
x	0	2	4
y	-2	-1	0



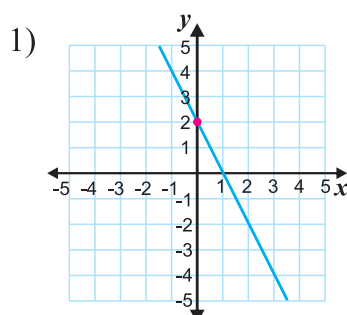
ЖАТТЫҒУЛАР

6. $y = 3x + b$ функция графигі $(-2; 1)$ нүктеден өтуі анық болса, b ның мәнін тап.
7. $y = 3x + 1$ функцияның графигі төмендегі нүктелердің қай бірінен өтеді?
1) $A(3; 7)$ 2) $B(2; -1)$ 3) $C(5; 16)$ 4) $D(7; 20)$
8. $y = 2x - 3$ және $y = -x + 6$ функциялар графиктерінің қиылысу нүктелері координаталарын тап.

9. Графиктер негізінде функцияны тап.

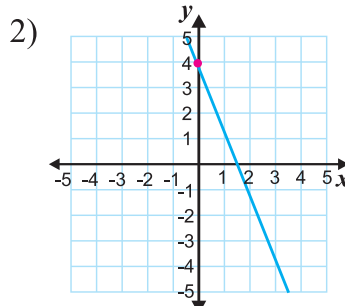


10. Берілгендерді пайдаланып, функция кестесін толтыр.



$$y = -2x + 2$$

x				
y				



$$y = -\frac{8}{3}x + 4$$

x				
y				

11. x тің қандай мәндерінде $y = 2x - 3$ және $y = -x + 6$ функциялар тең мәндерді қабылдайды?
12. x тің қандай мәндерінде $y = 5x - 1$ және $y = x + 3$ функциялар тең мәндерді қабылдайды?
13. k нің қандай мәнінде $y = kx + 3$ түзу сызығы A нүкте арқылы өтеді?
1) $A(2; 25)$ 2) $A(4; 13)$ 3) $A(8; 16)$ 4) $A(4; 19)$
14. $y = 4x + 8$ функциясының графигімен және координата біліктерімен шекараланған үшбұрыштың ауданын тап.
15. $y = 3x + 5$ функциясы графигінің Oy білігімен қиылысу нүктесі координатасын анықта.

16. $y = -3x + 6$ функциясы графигинин Oy білігімен қиылысу нүктесі координатасын анықта.

17. 1) $A(5; 3)$ нүктенің Ox білікке сәйкес A симметриялық нүктесін анықта.

2) $A(5; 3)$ нүктенің Oy білікке сәйкес A симметриялық нүктесін тап.

3) $A(5; 3)$ нүктенің O нүктеге сәйкес A симметриялық нүктесін тап.

4) $A(52; 43)$ нүктенің $B(17; -54)$ нүктеге сәйкес A симметриялық нүктесін тап.

18. Берілген функцияның нөлдерін тап.

1) $y = 5x + 5$

2) $y = 3x - 12$

3) $y = 10x - 30$

4) $y = 3x - 24$

19. Берілген түзудің Ox білігімен қиылысу нүктесін тап.

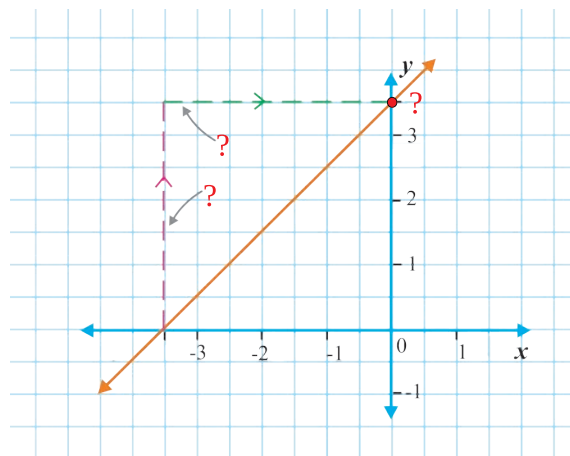
1) $y = 4x - 8$

2) $y = 4x - 28$

3) $y = 7x - 14$

4) $y = 5x - 1$

20. Сұрау белгісінің орнына қайсы сан тура келеді? График негізінде функция формуласын тап.



21. Төмендегі сұрақтарға жауап бер.

1) $A(3; 2)$ нүкте $y = 5x - 7$ функция графигіне тиесілі ме?

2) $B(3; 2)$ нүкте $y = 5x - 7$ функция графигіне тиесілі ме?

3) $C(1; 4)$ нүкте $y = 2x - 7$ функция графигіне тиесілі ме?

4) $D(1; 3)$ нүкте $y = 5x - 14$ функция графигіне тиесілі ме?

22. Сұрақтарға жауап бер.

1) $y = x - 4$ түзу сызық $A(7; 3)$ нүктеден өте ме?

2) $y = x - 9$ түзу сызық $A(7; 3)$ нүктеден өте ме?

3) $y = x - 5$ түзу сызық $A(6; 4)$ нүктеден өте ме?

4) $y = 6x - 1$ түзу сызық $B(0; 3)$ нүктеден өте ме?

23. $y = kx + b$ функция графигін:

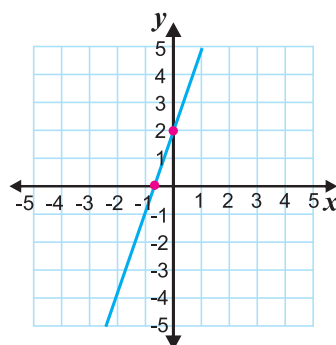
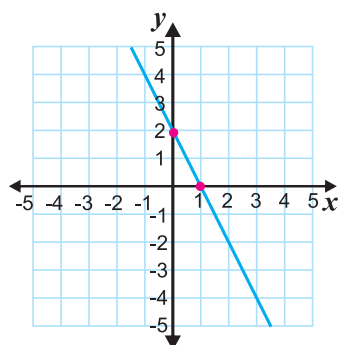
a) $k > 0, b = 0$ болғанда; $k > 0, b > 0$ болғанда; $k > 0, b < 0$ болғанда;

b) $k < 0, b = 0$ болғанда; $k < 0, b > 0$ болғанда; $k < 0, b < 0$ болғанда

координаталар жазықтығының орналасуын үйрен. Қорытынды айт.

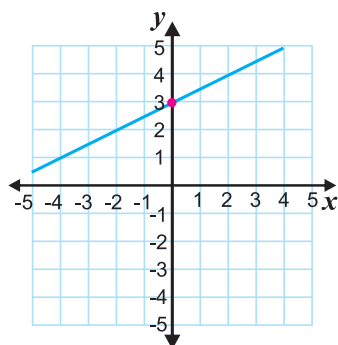
24. $y = x + 1$ және $y = 2x - 1$ функциялардың графиктерін жаса.

25. Графиктер негізінде функция формуласын жаз.



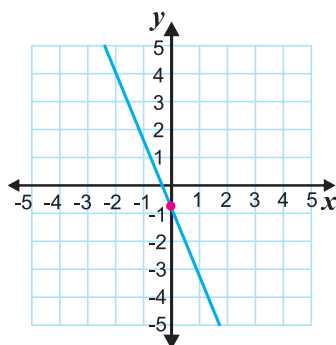
26. Функция графигі мен формуласын пайдаланып, функция кестесін толтыр.

$$y = \frac{1}{2}x + 3$$



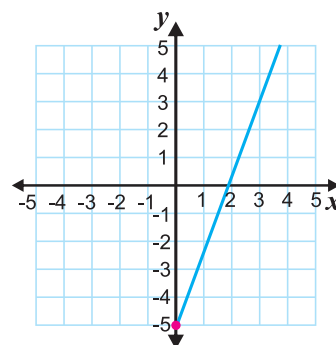
x				
y				

$$y = -2\frac{1}{2}x - 1$$



x				
y				

$$y = 2\frac{2}{3}x - 5$$



x				
y				

27. Берілген түзудің Оу білігімен қиылысу нүктесінің координатасын тап.

1) $y = 3x - 7$

2) $y = 3x + 6$

3) $y = 2x + 1$

4) $y = 6x + 7$

28. $y = x$, $y = x + 2$ және $y = x - 2$ функциялардың графиктерін бір координаталар жазықтығында жаса және олардың графиктерін үйрен. Қорытынды айт.

29. А және В нүктелерден өтетін сызықты функцияны тап.

1) A(7; 6) және B(3; 5)

2) A(3; 2) және B(5; 4)

3) A(4; 2) және B(5; 7)

4) A(2; 10) және B(1; 9)

30. А және В нүктелерден өтетін түзу сызыққа параллель болып, С нүктеден өтетін сызықты функцияны тап.

1) A(3; 2); B(4; 1); C(2; 1)

2) A(1; 2); B(3; 4); C(2; 4)

3) A(-1; 3); B(1; 5); C(-3; 4)

4) A(-5; 2); B(2; 4); C(0; 4)

31. $y = -3x + 6$ функцияның графигімен және координата біліктерімен шекараланған үшбұрыштың ауданын тап.

32. Функция формуласынан у ті тап. $x = 0$ де у тің мәні нешеге тең болады?

1) $2x + 4y = 16$

2) $-x - y = 5$

3) $-x + 2y = 3$

4) $2x - y = 2$

ЖОБАЛЫҚ ЖҰМЫС

“MS Excel” бағдарламасында сызықты функция графикін салу

“MS Excel” электронды кестесі мүмкіндіктерінің бірі – мәліметтерді алуан түрлі диаграмма немесе график көрінісінде бейнелей алу болып табылады. Дайын кестелердің график көрінісінде бейнеленуі, біріншіден, мәліметтерді көрнекті суреттейді, екіншіден, нәтижелерді салыстыру үшін қолайлы мүмкіндік туғызады.

$y = 3x$ функциясының мәндері мен нүктелі графигін түзу берілді дейік.

1) Ексел кестесінде суреттегідей аргумент x -тің және функция y -тің мәндерін түземіз. Бұл үшін толтыру, нұсқа көшіру және форматтау мүмкіндіктерін пайдаланамыз. x -тің мәндері: – 5-тен 5-ке дейінгі бүтін сандарды аламыз және y -тің мәндерін кестеде белгілейміз.

	A	B	C	D
1	x	y		
2	-5	$=3*A2$		
3	-4			
4	-3			
5	-2			
6	-1			
7	0			
8	1			
9	2			
10	3			
11	4			
12	5			
13				

2) y тің мәнін табу үшін
“ $=3*A2$ ” форманы пайдаланамыз.
Сонда y тің x ке байланысты барлық мәндері түзіледі.

	A	B	C	D
1	x	y		
2	-5	-15		
3	-4	-12		
4	-3	-9		
5	-2	-6		
6	-1	-3		
7	0	0		
8	1	3		
9	2	6		
10	3	9		
11	4	12		
12	5	15		
13				

Суретте көрсетілген амалдарды орында.

The screenshot shows the MS Excel interface. The data table from the previous step is visible in the worksheet. The 'Вставка диаграммы' (Insert Chart) dialog box is open, showing the 'Точечная' (Scatter) chart type selected under 'С областями' (With Series). The 'Точечная с гладкими кривыми' (Scatter with smooth lines) option is highlighted.

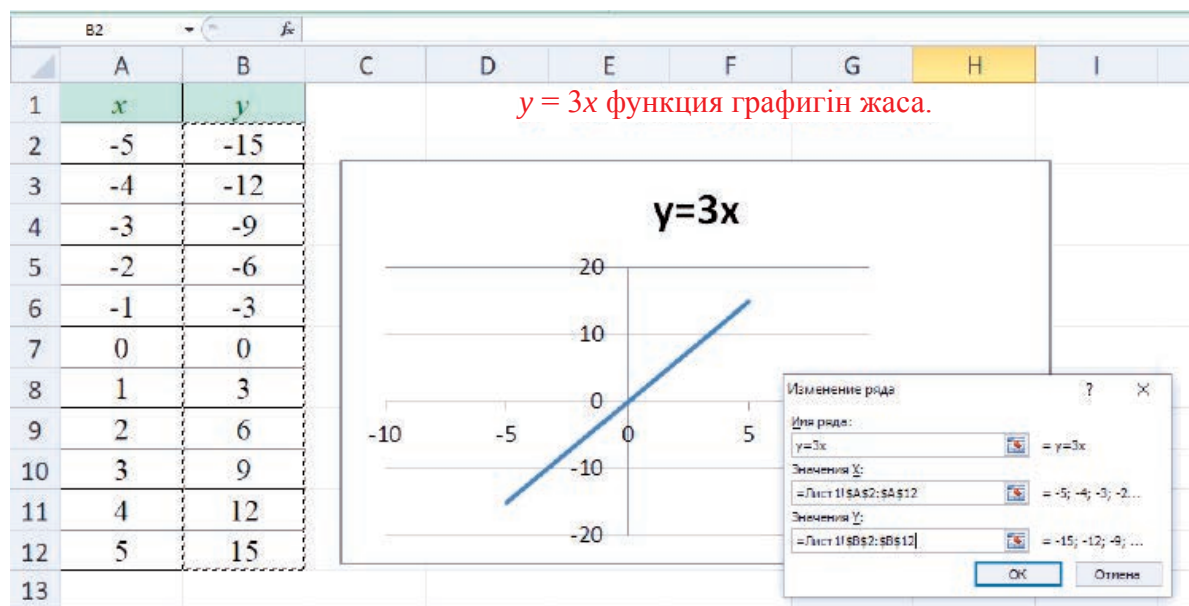
3) **Вставка** менюінен **График** → **Все типа диаграммы** → **Точечная** бөлімін таңда және **Ок** түймесін бас.

4) **Конструктор** менюінен **Выбрать данные** → **Добавить** бөлімін таңда.

5) **Изменение ряда** айнасынан **Имя ряда** бөліміне $y = 3x$ формуласын жаз.

6) **Значения X:** айнасына x аргументінің мәндерін, **Значения Y:** айнасына y функциясы мәндерін белгілеп жазамыз.

Барлық амалдар дұрыс әрі анық орындалса, $y = 3x$ функциясының графигі түзіледі.



Тапсырма

1. “MS Excel” электронды кестесінің көмегімен төмендегі функциялардың графиктерін сыз.

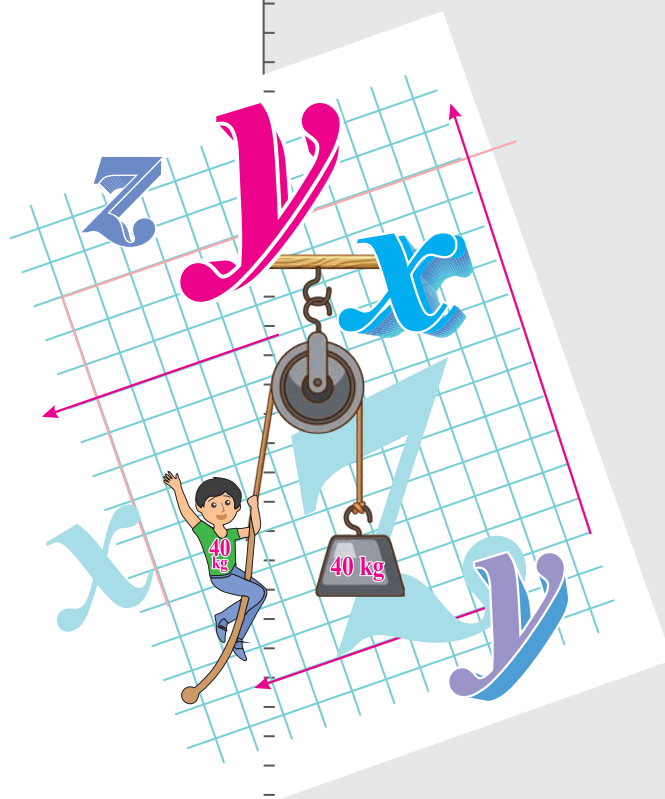
1) $y = 5x - 2$ 2) $y = 2x + 3$ 3) $y = 4x + \frac{1}{4}$ 4) $y = -\frac{1}{2}x + 5$

2. Түзілген функция графиктерінің түсі мен координаталарын, шрифт өлшемдерін ауыстыр.

3. Барлық нәтижелердің таныстырылымын өткіз.

VI ТАРАУ

СЫЗЫҚТЫ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІ



СЫЗЫҚТЫ ТЕНДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІ

Еске түсіреміз

- 1) $y = -3x + 4$ теңдіктің оң және сол жақтарына $3x$ ті қос. Қандай теңдікке қол жеткіздің? Бұлар тең күшті ме?
- 2) $3x + y = 4$ теңдеуін қалай атауға болады? Егер берілген теңдеуде $x = 0$ болса, y неге тең болады? $y = -4$ болса, x -тің мәнін таба аласың ба?

Есіңде сақта!

$ax + by = c$ көрінісіндегі теңдеу екі айнымалысы бар сызықты теңдеу болып табылады, бұндағы x пен y – айнымалылар, a , b және c – коэффициенттер.

$3x + y = 4$ теңдеуінде $a = 3$, $b = 1$, $c = 4$.

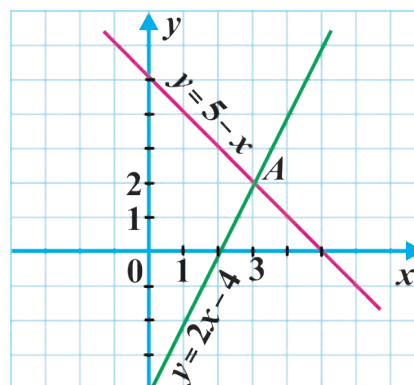
$3x + y = 4$ теңдеуінде $x = 1$, $y = 1$ болғанда $3 \cdot 1 + 1 = 4$ дұрыс теңдікке айналады.

Айнымалылардың $x = 1$, $y = 1$ мәндері жұп болғандықтан, бұны – теңдеудің шешімі дейміз.

Екі айнымалысы бар теңдеулердің шешімі деп айнымалылардың бұл теңдеуді дұрыс теңдікке айналдыратын мәндерінің жұбы айтылады.

Айнымалылар мәндерінің жұптылығын кейде қысқаша $(1; 1)$; $(0; -7)$ түрде жазуға болады.

- 1) $y = 5 - x$ және $y = 2x - 4$ көрінісінде берілген функциялар графиктерінің қиылысу нүктесін айта аласың ба?



- 2) $\begin{cases} y = 5 - x \\ y = 2x - 4 \end{cases}$ және $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ тең күшті ме?

Есіңде сақта!

Екі айнымалысы бар бірінші дәрежелі теңдеулер жүйесінің жалпы көрінісі төмендегідей жазылады:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Бұл жерде a_1 ; b_1 ; c_1 ; a_2 ; b_2 ; c_2 – **коэффициенттер**, x пен y – **айнымалылар**.

Екі айнымалысы бар сызықты теңдеулер жүйесінің шешімі – теңдеулердің әрқайсысын дұрыс теңдікке айналдыратын айнымалылардың мәндері $(x; y)$ сандар жұптығын табу керектігін білдіреді.

Теңдеулер жүйесін шешу оның барлық шешімдерін табу немесе шешімдері жоқтығын көрсету деген сөз.

Мысал

1-мысал. Екі санның қосындысы 5-ке, ал айырмасы 3-ке тең. Осы сандарды тап.

Бірінші санды x -пен, екінші санды y -пен белгілейік. Мәселенің шартына орай, бұл сандардың қосындысы 5-ке тең, яғни,

$$x + y = 5$$

Ал айырмасы 3-ке тең болғандықтан,

$$x - y = 3$$

Біз екі айнымалылы екі теңдеу құрдық. Олар $x + y = 5$ және $x - y = 3$.

Теңдеулер жүйесі үлкен жақшаның көмегімен төмендегі көрініспен жазылады.

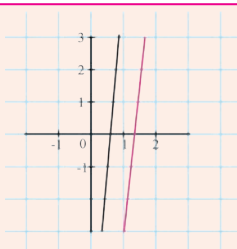
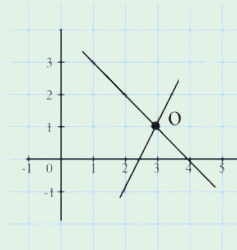
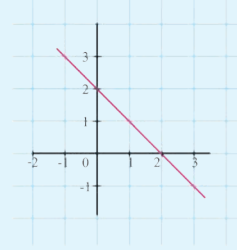
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Есінде сақта!

Екі айнымалысы бар сызықты теңдеулер жүйесінің әрбір теңдеуін сызықты функция көрінісіне келтіріп, олардың графиктерін бір координаталар жүйесінде сызып көрейік.

Баршамызға белгілі, жазықтықта 2 түзу сызық өзара үш түрлі жағдайда болуы мүмкін, яғни:

1. Параллель.
2. Бір нүктеде қиылысуы.
3. Бір-бірінің үстіне түсуі.

Коэфф-тер қатынасы	Дұрыс түзулер жағдайы	Негіздер саны	Графигі
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	Түзу сызықтар – параллель	Теңд-р жүйесі жоқ.	
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	Түзулер бір нүктеде қиылысады.	Теңд-р жүйесі ортақ шешімге	
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	Түзулер бір-бірінің үстіне түседі.	Теңд-р жүйесінің шешімі шексіз көп.	

Мысал

2-мысал. $\begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ негіздері бар-жоқтығын тексер.

1-әдіс. Әрбір теңдеудегі коэффициенттер қатынасын тексереміз.

$$\frac{4}{2} = \frac{-2}{-1} \neq \frac{2}{3}, \text{ яғни } 2 = 2 \neq 0,666\dots$$

Демек, теңдеулер жүйесінің шешімі жоқ.

2-әдіс. Теңдеулер жүйесіне қатысқан әрбір теңдеудегі y айнымалыны x айнымалы арқылы бейнелейміз:

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

Бұл түзулер өзара параллель, яғни теңдеулер жүйесінің **шешімі жоқ**.

3-мысал. $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$ негіздерінің бар-жоқтығын тексер.

1-әдіс. Әрбір теңдеудегі коэффициенттер қатынасын тексереміз.

$\frac{1}{3} \neq \frac{-1}{1}$, яғни $0,333\dots \neq -1$. Демек, теңдеулер жүйесінің шешімі жоқ.

2-әдіс. Теңдеулер жүйесіне қатысқан әрбір теңдеудегі y айнымалыны x айнымалы арқылы бейнелеп аламыз:

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = -3x + 1 \end{cases}$$

Бұл түзулер қиылысады және жүйенің **бірыңғай шешімі бар**.

4-мысал. $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$ негіздері бар-жоқтығын тексер.

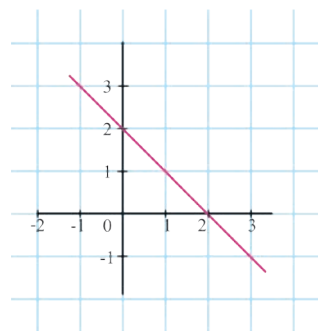
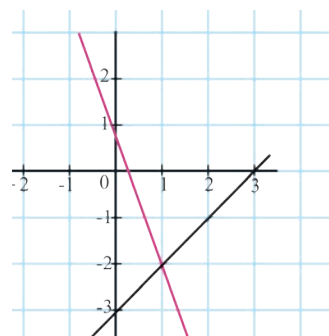
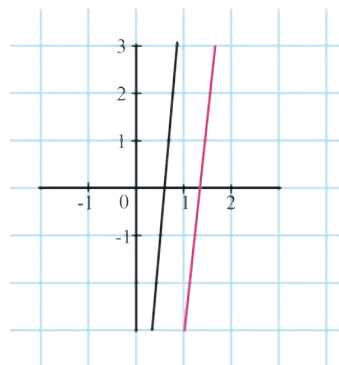
1-әдіс. Әрбір теңдеудегі коэффициенттер қатынасын тексереміз.

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6}. \text{ Демек, теңдеулер жүйесі шексіз көп шешімге ие.}$$

2-әдіс. Теңдеулер жүйесіне қатысқан әрбір теңдеудегі y айнымалыны x айнымалы арқылы өрнектеп аламыз:

$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -x + 2 \end{cases}$$

Бұл теңдеулермен өрнектелген сызықты функциялардың графиктері бірінің үстіне бірі түседі, яғни **шексіз көп шешімге ие** болады.



Есінде сақта!

$ax + by = c$ көрінісіндегі теңдеудің графигі түзу сызық болады. Түзу сызықтың әрбір нүктесі теңдеудің шешімі болып табылады.

Кейбір сызықты теңдеулер жүйесін графиктің көмегімен шешу кезінде қолданылатын сатылар төменде көрсетілген:

- 1) Жүйедегі бірінші теңдеуді сызықты функция көрінісінде жазып, оның графигін координаталар жүйесінде бейнелейміз.
- 2) Нақ сол координаталар жүйесінде екінші теңдеуді де сызықты функция көрінісінде жазып, графигін сызамыз.
- 3) Сызықтардың жағдайын анықтап, негіздер санын табамыз.

Мысал

5-мысал. $\begin{cases} x - y = -1 \\ -x - y = 3 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін график

әдісімен шеш.

Жүйедегі әрбір теңдеуді сызықты функция көрінісінде өткіз.

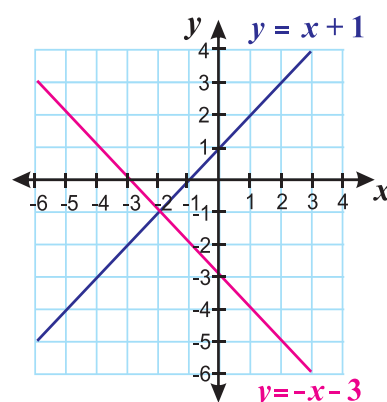
$$x - y = -1 \rightarrow y = x + 1$$

$$-x - y = 3 \rightarrow y = -x - 3$$

Әр екі функцияның да графигін сыз. Графиктер түзу сызықтан тұрады және олар қиылысады.

Қиылысу нүктесін анықта: $x = -2; y = -1$.

Демек, жүйенің шешімі $(-2; -1)$.



6-мысал. $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 7 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін график

әдісімен шеш.

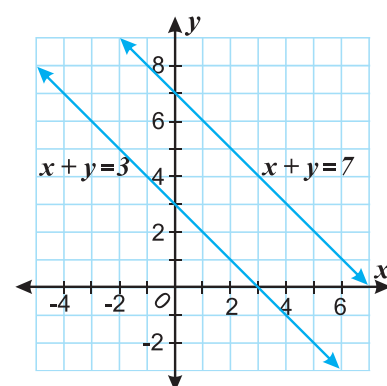
Жүйедегі әрбір теңдеуді сызықты функция көрінісінде өткіз.

$$x + y = 3 \rightarrow y = -x + 3$$

$$x + y = 7 \rightarrow y = -x + 7$$

Екі функцияның да графиктерін сыз. Графиктер түзу сызықтан тұрады және олар қиылыспайды, яғни түзулер параллель.

Демек, жүйе шешімге ие емес.



ЖАТТЫҒУЛАР

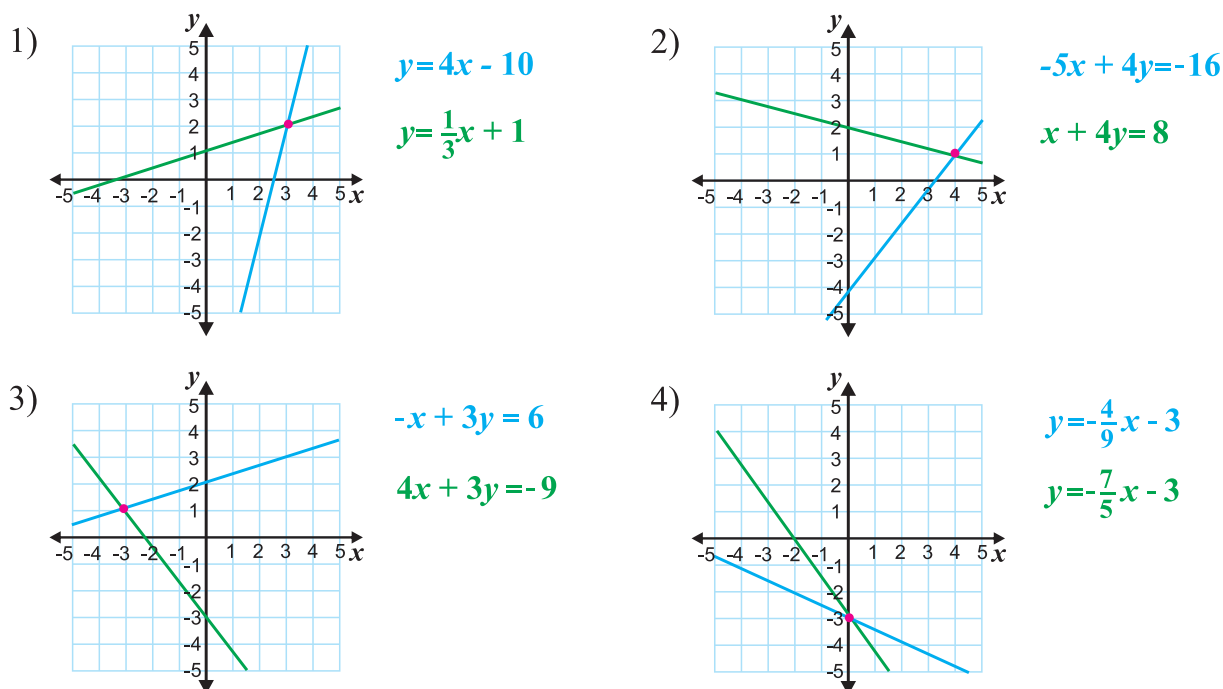
1. $x = 3, y = 2$ сандары төмендегі теңдеулер жүйелерінің шешімі болатынын немесе болмайтынын тексер.

$$1) \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x + y = 10 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + 2y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

2. График негізінде теңдеулер жүйесінің x және y мәндерін тап.



3. Осы $\begin{cases} 2x - 3y = -6 \\ x - y = 6 \end{cases}$ теңдеулер жүйесі үшін қайсысы шешім бола алады?

- 1) $x = 8; y = 2$ 2) $x = 24; y = 18$ 3) $x = 3; y = -3$ 4) $x = 6; y = 0$

4. $(0; 1), (1; 2), (-3; 4), (0; 2)$ жұптықтардың қайсылары төмендегі теңдеулер жүйесінің шешімдері болады?

- 1) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = -7 \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x + y = 1 \\ -x + y = 1 \end{cases}$

5. Төмендегі шешімдер жұптығы болған екі айнымалысы бар сызықты теңдеулер жүйесін құр.

- 1) $x = 2; y = 1$ 2) $x = 2; y = -1$ 3) $x = 2; y = 0$ 4) $x = -2; y = -1$

6. Сызықты теңдеулер жүйесінің шешімі бар екенін графикпен тексер.

- 1) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + y = 4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y = x - 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$
- 4) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} y - x = 5 \\ y - 2x = 1 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} y = x + 3 \\ x = y - 5 \end{cases}$
- 7) $\begin{cases} y - 2x = 5 \\ -4x + 2y = 10 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 4x - y = 5 \\ 2y + 4x = 2 \end{cases}$ 9) $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$

7. a ның қандай мәнінде теңдеулер жүйесі шешімге ие болмайды?

$$1) \begin{cases} ax - y = 2 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 7x + 8y = 12 \\ 6x - ay = 2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5x + ay = -6 \\ 9x - 18y = 20 \end{cases}$$

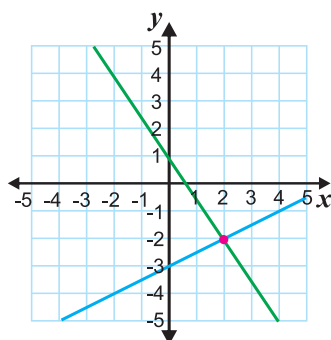
8. a ның қандай мәнінде теңдеулер жүйесі бірыңғай шешімге ие болады?

$$1) \begin{cases} ax + 8y = 12 \\ 18x - 3y = -1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x + ay = -6 \\ 9x - 18y = 20 \end{cases}$$

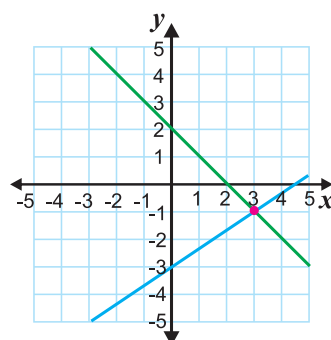
$$3) \begin{cases} 24x + 8y = -3 \\ 3x - 2ay = 6 \end{cases}$$

9. График негізінде теңдеулер жүйесінің x және y мәндерін тап.



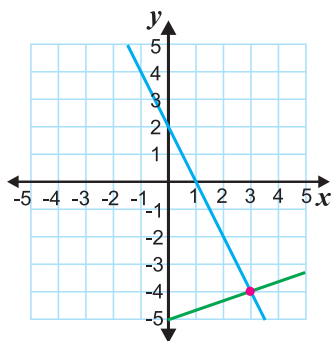
$$-x + 2y = -6$$

$$3x + 2y = 2$$



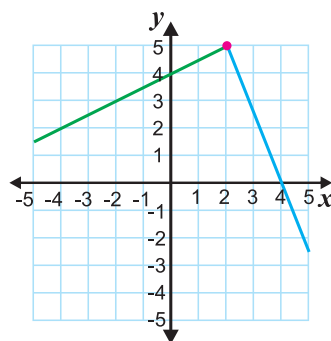
$$-2x + 2y = -6$$

$$x + y = 2$$



$$y = -2x + 2$$

$$y = \frac{1}{3}x - 5$$



$$y = -\frac{5}{2}x - 10$$

$$y = \frac{1}{2}x + 4$$

10. A және B нүктелер үшін A нүктеден өтіп AB түзуіне перпендикуляр болатын түзу сызықты тап.

$$1) A(5; 2); B(2; 5)$$

$$2) A(4; 3); B(1; 4)$$

$$3) A(3; 2); B(4; 5)$$

$$4) A(-3; 0); B(0; -5)$$

11. $y = 3x + 5$ түзуіне параллель түзу сызықты тап.

$$1) y = 3x - 5$$

$$2) y = 9x - 5$$

$$3) y = -3x - 5$$

$$4) y = 3x - 15$$

$$5) y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}$$

$$6) y = \frac{1}{3}x + 5$$

СЫЗЫҚТЫ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ШЕШУ ӘДІСТЕРІ

Орнына қою әдісі

Екі айнымалысы бар сызықты теңдеулер жүйесін шешудің ең қарапайым әдістерінің бірі **орнына қою әдісі**.

Теңдеулер жүйесін орнына қою әдісімен шешу ережесі төмендегідей:

- 1) Жүйенің бір теңдеуіндегі (қайсысы екені рөл ойнамайды) белгісіздердің бірін екіншісі арқылы өрнектеу;
- 2) Түзілген өрнекті жүйенің екінші теңдеуіне қою (сонда бір белгісізі бар теңдеу құрылады);
- 3) Бір белгісізі бар теңдеуді шешіп, x -тің мәнін табу;
- 4) x -тің табылған мәнін алдымен табылған өрнекке қойып, y -тің мәнін табу керек.

Мысал

1-мысал. $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешеміз.

1-жұмыс: жүйенің екінші теңдеуінен $x = y + 3$ ті тауып аламыз.

2-жұмыс: табылған осы $y + 3$ өрнекті бірінші теңдеудегі x -тің орнына қоямыз.

$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 7 \\ x = y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(y + 3) - y = 7 \\ x = y + 3 \end{cases}$$

3-жұмыс: $2y + 6 - y = 7$. Бұдан $y = 1$ екені келіп шығады.

4-жұмыс: y тің бұл мәнін екінші теңдеуге қойып $x = 1 + 3 = 4$, яғни $x = 4$ ті табамыз.

Жауабы: $(4; 1)$ немесе $x = 4, y = 1$.

2-мысал. $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешеміз.

1-жұмыс: бірінші теңдеудегі y айнымалы $2x - 4$ өрнекке тең болғандықтан, екінші теңдеудегі y орнына өзіне тең болған $2x - 4$ өрнегін қоямыз.

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ x + (2x - 4) = 5 \end{cases}$$

2-жұмыс: құрылған жүйедегі $x + (2x - 4) = 5$ теңдеуін шешіп, $x = 3$ екенін табамыз.

3-жұмыс: x -тің табылған осы мәнін жүйенің бірінші теңдеуіндегі x айнымалының орнына қойып, $y = 2 \cdot 3 - 4 = 2$ ні есептеп табамыз.

Жауабы: $x = 3$ және $y = 2$ немесе $(3; 2)$

3-мысал. $\begin{cases} 5x + 4y = 32 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешеміз.

Бұл жүйеде екі теңдеу де бір белгісізді екінші белгісіз арқылы өрнектеп алуға қолайлы емес.

Сондай болса да, аздап қарапайымдау болған екінші $3x - 2y = 6$ теңдеуден y айнымалыны x айнымалы арқылы өрнектеп алып, бірінші теңдеудегі y айнымалының орнына қойып, түзілген бір белгісізді теңдеуді шешеміз.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 5x + 4y = 32 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 5x + 4y = 32 \\ y = \frac{3x-6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 2 \cdot \frac{3x-6}{2} = 32 \\ y = \frac{3x-6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 2 \cdot (3x-6) = 32 \\ y = \frac{3x-6}{2} \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} 5x + 6x - 12 = 32 \\ y = \frac{3x-6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 6x = 32 + 12 \\ y = \frac{3x-6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11x = 44 \\ y = \frac{3x-6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \frac{3x-6}{2} \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \frac{12-6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \frac{6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Демек, берілген теңдеудің шешімі $(4; 3)$ сандар жұптығынан тұрады екен.

ЖАТТЫҒУЛАР

1. Берілген теңдеулердің әрқайсысындағы бір белгісізді екіншісі арқылы өрнекте:

1) $x - y = 2$

2) $-x + y = 1$

3) $x - 2y = 4$

4) $3x - y = -7$

2. Теңдеулер жүйесін шеш.

1) $\begin{cases} x = y \\ x + y = 4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = -y \\ x + 2y = 6 \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = -x \\ -x + 6y = 7 \end{cases}$

4) $\begin{cases} y = 2x \\ 3x + y = 10 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x = 2 + y \end{cases}$

6) $\begin{cases} x + y = 7 \\ y = x + 3 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x = 5 - y \\ x - y = 3 \end{cases}$

8) $\begin{cases} y - 4 = x \\ x + y = 4 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x = 2y + 1 \\ x + y = 7 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x + y = 2 \\ y = 3x - 2 \end{cases}$

11) $\begin{cases} x = -y \\ x - y = 10 \end{cases}$

12) $\begin{cases} x = 8y - 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$

13) $\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ x + y = 0 \end{cases}$

14) $\begin{cases} 4x - 5y = 9 \\ x - y = 2 \end{cases}$

15) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

16) $\begin{cases} x = 5y + 4 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

17) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$

18) $\begin{cases} x = 8 - y \\ 5x + 3y = 24 \end{cases}$

19) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 4 \end{cases}$

20) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = -1 \end{cases}$

21) $\begin{cases} y = 5 + 3x \\ x + y = 9 \end{cases}$

Алгебралық қосу әдісі

Екі айнымалысы бар сызықты теңдеулер жүйесін шешудің тағы бір әдісі **алгебралық қосу әдісі** болып табылады.

Теңдеулер жүйесін қосу әдісі арқылы шешу ережесі төмендегідей:

- 1) белгісіздердің бірінің алдында тұрған коэффициенттердің модульдерін теңестіру;
- 2) құрылған теңдеуді мүшелеп қосу немесе азайту арқылы бір белгісізді табу;
- 3) табылған мәнді берілген жүйе теңдеулерінің біріне қойып, екінші белгісізді табу.

Мысал

4-мысал. $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешеміз.

Бұл жерде $x + y = 5$ және $x - y = 1$ теңдеулеріндегі y айнымалының алдындағы коэффициенттер қарама-қарсы сандар болғандықтан, бұл теңдеулерді бағана пішініне қосып,

$$\begin{array}{r} x + y = 5 \\ + \quad x - y = 1 \\ \hline 2x + 0 = 6 \end{array}$$

$2x = 6$ теңдігін құрамыз. Бұдан $x = 3$ -ті табамыз.

Енді x -тің бұл мәнін теңдеулер жүйесіндегі $x + y = 5$ немесе $x - y = 1$ теңдеуіне қойып, $y = 2$ -ні табуымыз мүмкін.

Берілген $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін $(3; 2)$ сандар жұптығы қанағаттандыратынын

тексеріп көруге болады.

$$\begin{cases} 3 + 2 = 5 \\ 3 - 2 = 1 \end{cases}$$

Екі теңдік те дұрыс. Демек, берілген теңдеулер жүйесінің шешімі $(3; 2)$ екен.

5-мысал. $\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешеміз.

Бірінші теңдеуден екінші теңдеуді мүшелеп азайтамыз.

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 11 \\ - \quad 3x - y = 8 \\ \hline 0 + 3y = 3 \end{array}$$

Бұл $3y = 3$ теңдігінен $y = 1$ -ді табамыз. $y = 1$ -ді $3x + 2y = 11$ немесе $3x - y = 8$ теңдеулерінің біреуіне қойып, $x = 3$ -ті түземіз. Жауап: $(3; 1)$

6-мысал. $\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешеміз.

Егер берілген теңдеулер жүйесіндегі екінші теңдеуді 3 -ке көбейтіп, оларды мүшеге

мүше етіп қоссақ:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 5x - y = 3 \end{cases} \cdot 3 \Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 15x - 3y = 9 \end{cases} \quad + \quad \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 15x - 3y = 9 \end{cases}$$

$$\underline{19x = 19}$$

Бұдан $x = 1$ табылған мәнді жүйедегі $4x + 3y = 10$ теңдеуіне қоямыз, яғни

$$4 \cdot 1 + 3y = 10$$

$$3y = 10 - 4$$

$$3y = 6$$

$$y = 2$$

Жауап: (1; 2)

7-мысал. $\begin{cases} 3x + 5y = 8 \\ 5x - 4y = 1 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешеміз.

Берілген теңдеулер жүйесіндегі бірінші теңдеуді 4-ке, екінші теңдеуді 5-ке көбейтіп аламыз.

$$\begin{cases} 3x + 5y = 8 \\ 5x - 4y = 1 \end{cases} \cdot \begin{matrix} 4 \\ 5 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} 12x + 20y = 32 \\ 25x - 20y = 5 \end{cases}$$

Түзілген теңдеулерді мүшелеп қосамыз.

$$\begin{matrix} 12x + 20y = 32 \\ + \quad 25x - 20y = 5 \\ \hline 37x = 37 \end{matrix}$$

Бұл теңдіктен табылған $x = 1$ -ді жүйедегі $5x - 4y$ теңдеуіне қойып, y -тің $y = 1$ мәнін табамыз. Демек, теңдеулер жүйесінің шешімі $x = 1$ және $y = 1$ болады екен.

Жауап: (1; 1)

8-мысал. $A(-1; 4)$ және $B(1; 2)$ нүктелер $y = kx + b$ функция графигіне тиесілі болса, онда k және b лардың мәндерін табу керек.

Мәселенің шарты бойынша $A(-1; 4)$ және $B(1; 2)$ нүктелер $y = kx + b$ функцияның графигіне тиесілі, яғни

$\begin{cases} 4 = -1 \cdot k + b \\ 2 = 1 \cdot k + b \end{cases}$ теңдеулер жүйесін қанағаттандыратын k және b ның мәндерін табамыз.

Бұл $\begin{cases} 4 = -1 \cdot k + b \\ 2 = 1 \cdot k + b \end{cases}$ теңдеулер жүйесін $\begin{cases} -1 \cdot k + b = 4 \\ 1 \cdot k + b = 2 \end{cases}$ көрінісінде жазып аламыз.

Енді оны алгебралық қосу әдісін пайдалана отырып шешеміз.

$$\begin{matrix} -k + b = 4 \\ + \quad k + b = 2 \\ \hline 2b = 6 \end{matrix}$$

Бұл теңдіктен табылған $b = 3$ -ті жүйедегі $k + b = 2$ теңдеуіне қойып, k -нің $k = -1$ мәнін табамыз. Жауап: $k = -1$ және $b = 3$

ЖАТТЫҒУЛАР

1. Теңдеулер жүйесін шеш.

$$1) \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + 2y = 0 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x - 3y = 2 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x + 6y = 15 \\ x - 6y = -1 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -x + 6y = 7 \\ x - 4y = -5 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 5x + y = 40 \\ 10x - y = -10 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 2x + y = 11 \\ 2x - 6y = -1 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x - y = 12 \\ 2x + y = 30 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 3x + y = 12 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} x - y = 14 \\ -x + 5y = 10 \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 5x + 6y = 17 \\ 10x - 6y = -2 \end{cases}$$

2. Теңдеулер жүйесін шеш.

$$1) \begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - y = 13 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x + 4y = 14 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 7x + 2y = 10 \\ 7x + 3y = 8 \end{cases}$$

3. Теңдеулер жүйесін шеш.

$$1) \begin{cases} 4x + 3y = 14 \\ 5x - y = 8 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + 4y = 11 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 8x - 3y = 21 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x - 7y = -1 \\ x - 5y = -2 \end{cases}$$

4. Теңдеулер жүйесін шеш.

$$1) \begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 4x + 5y = 13 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x + 6y = -2 \\ 3x - 4y = 18 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 8x - 7y = 6 \\ 6x - 11y = 16 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 12x - 9y = 12 \\ 8x + 13y = 8 \end{cases}$$

5. А және В нүктелер $y = kx + b$ функция графигіне тиесілі болса, онда k мен b ның мәндерін тап.

$$1) A(2; 3) \text{ және } B(4; 5)$$

$$2) A(-1; 6) \text{ және } B(0; 3)$$

$$3) A(2; 0) \text{ және } B(0; 8)$$

$$4) A(3; 26) \text{ және } B(-5; 10)$$

6. Сұрақтарға жауап бер.

1) $\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ A \end{cases}$ А ның орнына сондай сызықты теңдеу жаз, нәтижеде бұл теңдеулер жүйесі бірыңғай шешімге ие болсын.

2) $\begin{cases} 8x + y = 5 \\ A \end{cases}$ А ның орнына сызықты теңдеу жаз, оның нәтижесінде бұл теңдеулер жүйесі шексіз көп шешімге ие болсын.

- 7.** Тендеулер жүйесінің шешімін графиктік әдіспен табуға болатыны туралы қорытынды жаса.

$$1) \begin{cases} y = 5 - x \\ y = 2x + 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x - 4 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y = 2x - 7 \\ 2y + 3x = 0 \end{cases}$$

- 8.** Тендеулер жүйесінің орнына қою әдісімен шеш.

$$1) \begin{cases} 15x - 4y = 8 \\ y = 1 + 3x \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4x - 9y = 3 \\ x = 6 - 3y \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x - y = -5 \\ -5x + 2y = 13 \end{cases}$$

- 9.** Тендеулер жүйесін алгебралық қосу әдісімен шеш.

$$1) \begin{cases} x + y = 45 \\ x - y = 13 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 49 \\ -x + y = 17 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x + 2y = -27 \\ -5x + 2y = 13 \end{cases}$$

- 10.** Тендеулер жүйесін шеш.

$$1) \begin{cases} x + y = 45 \\ x - y = 13 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 11 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y = x + 1 \\ 5x + 2y = 16 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} y = 2,5x \\ y = 8 - 1,5x \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 5x - 3y = -8 \\ x + 12y = 11 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 2x + 11y = 15 \\ 10x - 11y = 9 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 3y - 2x = 0 \\ y = -3x + 11 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x + y = 5 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} x = 3y - 4 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} y = 2x - 7 \\ 2y + 3x = 0 \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} 4x - 9y = 3 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} 5x - 2y = 0 \\ 3x + 2y = 16 \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} 3x - y = -5 \\ -5x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} -x + 2y = 4 \\ 7x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} 3x + 2y = -27 \\ -5x + 2y = 13 \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} 3x - 2y = 64 \\ 3x + 7y = -8 \end{cases}$$

- 11.** Тендеулер жүйесін шешу барысында қайсы әдісті қолдану қолайлы болса, соны қолдана отырып шешімін тап.

$$1) \begin{cases} 5x - 2y = 0 \\ 3x + 2y - 16 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 11 \end{cases}$$

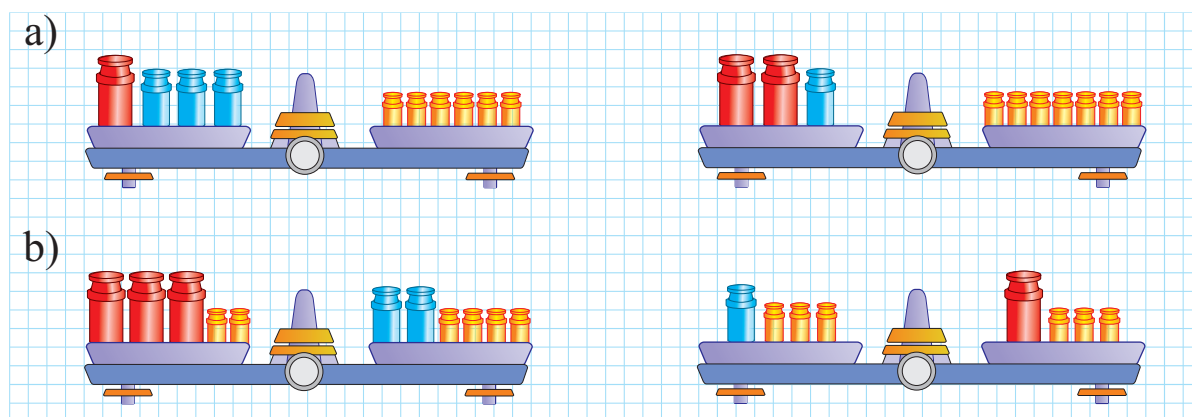
$$3) \begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ 2x + 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

СЫЗЫҚТЫ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІНІҢ КӨМЕГІМЕН МӘСЕЛелЕР ШЕШУ

1. Екі санның қосындысы 50-ге, ал айырмасы 16-ға тең. Осы санды тап.

2. Екі таразыны пайдаланып, теңдеулер жүйесін құр және белгісіз массаны тап.

$$\begin{matrix} \text{red} \\ x \end{matrix} = x, \begin{matrix} \text{blue} \\ y \end{matrix} = y, \begin{matrix} \text{orange} \\ 1 \end{matrix} = 1$$



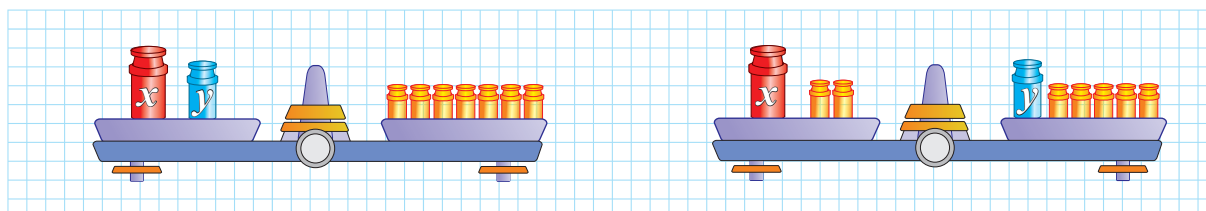
3. Екі санның қосындысы 16-ға тең. Сандардың бірінің екі еселенгені екіншісінің үш еселенгенінен 7-ге артық. Осы сандарды тап.

4. Жания 3 дәптер және 2 қалам үшін 1600 сум төледі. Ал Сафия 2 дәптер мен 2 қалам үшін 1100 сум төледі. Дәптер мен қаламның бағасын анықта.

5. Екі кітап пен үш брошюра 62 000 сум, үш кітап пен екі брошюра 73 000 сум. Бір кітап пен бір брошюраның бағасын тап.

6. Екі таразыны пайдаланып, теңдеулер жүйесін құр және белгісіз массаларды тап.

$$\begin{matrix} \text{red} \\ x \end{matrix} = x, \begin{matrix} \text{blue} \\ y \end{matrix} = y, \begin{matrix} \text{orange} \\ 1 \end{matrix} = 1$$



7. 42 оқушы 8 қайыққа мініп, сапарға аттанды. Қайықтардың бір бөлігі 4 орынды, қалғандары 6 орынды. Егер қайықтардағы барлық орындар иеленген болса, онда олардың нешеуі 4 орынды, нешеуі 6 орынды екенін тап.

8. Бірінші санның бестен екі бөлігіне екінші сан қосылса, 26 -ға тең болады, ал екінші санның бестен екі бөлігіне бірінші сан қосылса, 23-ке тең болады. Осы сандарды тап.

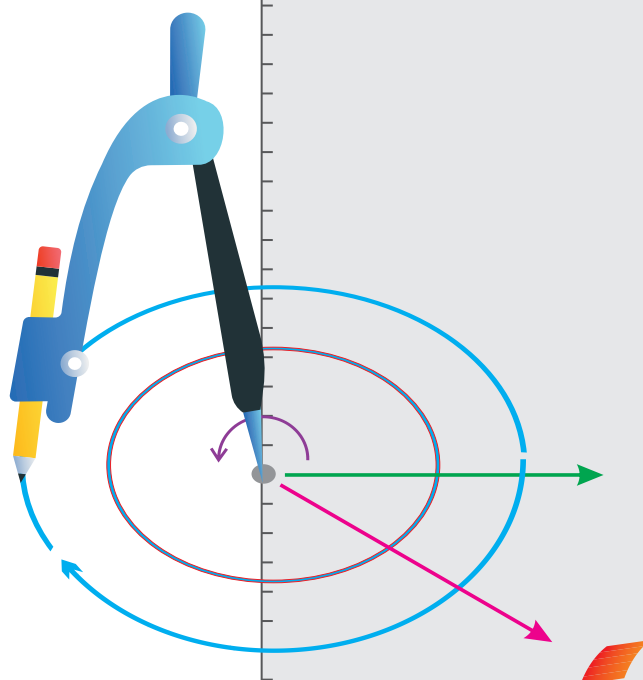
9. Фермада тауықтар мен қояндар бар. Олардың бастарының саны 310, аяқтарының саны 880 болса, неше тауық пен қоян бар?

10. 12 ат пен 19 сиыр үшін күніне 189 kg жемшөп бөлінеді. Егер 3 сиырға 2 атқа қарағанда 1 kg көбірек жемшөп берілгені мәлім болса, әрбір ат пен әрбір сиырға күніне неше kg-нан жемшөп беріледі?
11. Екі таңбалы санның цифрлар жиындысы 16-ға тең. Егер оның цифрларының орындарын ауыстырса, мәні 18-ге артады. Осы екі таңбалы санды тап.
12. Катердің ағыс бойымен жылдамдығы сағатына 28 km, ал ағысқа қарсы жылдамдығы сағатына 22 km. Катердің тұйық судағы жылдамдығы мен ағыстың жылдамдығын тап.
13. Екі натурал санның қосындысы 53-ке тең. Олардың біреуін екіншісіне бөлгенде, бөлінді 3-ке, ал қалдық 1-ге тең болды. Осы сандарды тап.
14. Екі натурал санның орта арифметигі 24-ке тең. Олардың бірі екіншісінің 20 пайызын құрайды. Осы сандарды тап.
15. Екі қаланың арасындағы қашықтық 564 km. Олардан бір-біріне қарма-қарсы бағыт бойынша екі пойыз жолға шығып, олар 6 сағаттан кейін кездесті. Егер олардың бірінің жылдамдығы екіншісінің жылдамдығынан 10 km/h артық болса, әрбір пойыздың жылдамдығын тап.
16. Тік төртбұрыштың периметрі 48 cm. Егер оның бір қабырғасын 2 есе үлкейтіп, екінші қабырғасын 6 cm-ге кішірейтсе, түзілген тік төртбұрыштың периметрі 64 cm болады. Тік төртбұрыштың қабырғаларын тап.
17. Шебер мен шәкірт бір күнде жоспар бойынша 65 орындық дайындауға тиіс болатын. Шебер жоспарды 20 пайызға арттырып, ал шәкірт 20 пайызға азайтып орындау арқылы бір күнде 70 орындық жасады. Жоспарға орай олардың әрқайсысы неше орындықтан жасауға тиіс болатын?
18. Температурасы 30 °C-лік және 70 градус C-лік барлығы 10 литр су араластырылып, 42 °C-лік су дайындалды. Сонда әрбірінен неше литрден су алынған?
19. Исламның 5 сумдық және 10 сумдық ақшалардан барлығы 100 сумы бар еді. Егер 5 сумдық ақша 10 сумдықтардан 5-ке көп болса, тек 5 сумдықтар қанша болғаны?
20. Оқушылар тау қойнауына саяхат жасаудан бұрын өздеріне екі және үш адамдық шатырлар сатып алды. Егер тауда 26 оқушы 10 шатырға бөлініп орналасқан болса, үш адамдық шатырларға қанша оқушы орналасқан?
21. Тік төртбұрыштың бір қабырғасы екінші қабырғасынан 4 cm ұзын. Егер кіші қабырғаны 2 есе үлкейтсе, түзілген төртбұрыштың периметрі 56 cm-ге тең болып қалады. Берілген төртбұрыштың қабырғаларын тап.

VII

ТАРАУ

МƏЛІМЕТТЕРМЕН ЖҰМЫС ІСТЕУ



КОМБИНАТОРИКАНЫҢ НЕГІЗГІ ЕРЕЖЕЛЕРІ

Мысал

1-мысал. Үйден мектепке 3 жол арқылы баруға болады. 1-жолдың ұзындығы 1 km 200 м, 2-жолдың ұзындығы 2 km 50 м, ал 3-жолдың ұзындығы 1 km 800 м. Сен мектепке қайсы жолмен барған болар едің?



Әрине, тек мектепке бару ғана негізгі міндет болса, 1-жол ең дұрысы. Өйткені ең жақсы жол – ең қысқа жол.

Егер таңдау керек болған жолдардың барлығы да бірдей қашықтыққа ие болса, қайсы жолмен барудың еш маңызы жоқ.

Есіңде сақта!

Комбинаторика математиканың бірер жинақ элементтерін әлде қандай шарттар негізінде таңдау және жобалау туралы бөлімі болып табылады.

Адамның өмірі техникамен және өндіріспен тығыз байланысты. Қалыпты жағдайда орындауымыз керек болған ісіміздің пайдалы немесе пайдасыз екеніне қараймыз. Демек, орындалып жатқан жұмыстың пайдалы немесе зиянды болатынын алдын ала білудің маңызы зор болғандықтан, оны орындаудың бірқатар әдіс-амалдарын іздестіріп, талдау керек.

Комбинаторика – шекті санға берілген нысандардың ол яки бұл шартқа бойсұнатын *комбинацияларын* да қарастыру дегені.

Мысал

2-мысал. Бірінші себетте 12 дана бір түрлі шар, ал екінші себетте нақ сондай 11 шар бар. Себеттердегі шарлар арасынан біреуін неше түрлі әдіспен таңдап алуға болады?



Егер бір шарды бірінші себеттен алуымыз керек болса, бұл істі 12 әдіспен, ал екінші себеттен алуымыз керек болса, 11 түрлі әдіспен орындауға болады. Бір шарды қайсы себеттен алудың маңызы болмағандықтан, бұл істі

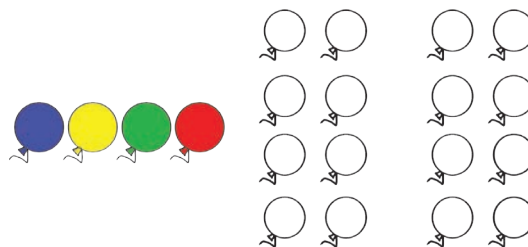
$$12 + 11 = 23$$

түрлі әдіспен де орындай аламыз.

Қосу ережесі

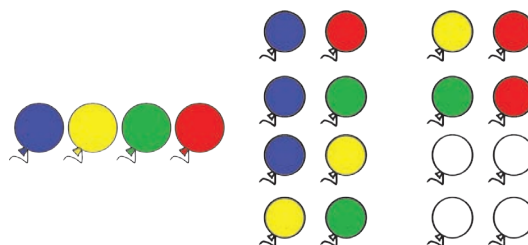
A нысан n әдіспен, ал B нысан m әдіспен таңдалуы керек болса, онда A немесе B нысанды $n + m$ әдіспен таңдауға да болады.

3-мысал. Төрт түрлі түстегі 4 шарды екеуден жұптастырып, бірнеше әдіспен орналастыруға болады.



4 түрлі түстегі шарларды екеуден жұптастырып, 2 түс бірдей болмайтындай етіп орналастырамыз.

Демек: $4 + 2 = 6$.



ЖАТТЫҒУЛАР

1. Себетте 4 анар, алмұрт және 6 алма бар. Себеттен бір жемісті таңдауды неше түрлі әдіспен жүзеге асыруға болады?
2. Себетте үш түрлі жеміс: 4 алма, 5 алмұрт және 7 апельсин бар. Себеттен бір жемісті неше түрлі әдіспен таңдап алуға болады?
3. Бір сыныпта 15 қыз және 20 ұл бала бар. Бұл сыныпта жалпы қанша оқушы оқиды?
4. Бір мектепте 15 сынып және әрбір сыныпта 30-дан оқушы бар. Бұл мектепте жалпы неше оқушы бар?
5. Ыдыстар барлығы 15 ақ және қара шар бар. Ыдыстан тек бір шарды неше түрлі әдіспен алуға болады?
6. A тобында 15, B тобында 20 бала бар. Топтардан бір баланы неше түрлі әдіспен таңдауға болады?
7. Бір себетте 20, ал екіншісінде 13 алма бар. Себеттерден бір алманы неше түрлі әдіспен таңдауға болады?
8. 1, 2, 3, 4 және 5 цифрларынан оларды қайталамай неше қос таңбалы сан жазуға болады?
9. Сыныпта 12 ұл бала және 16 қыз бала бар. Олардан бір ұл бала мен бір қыз баладан құралған жұпты неше түрлі әдіспен таңдауға болады?

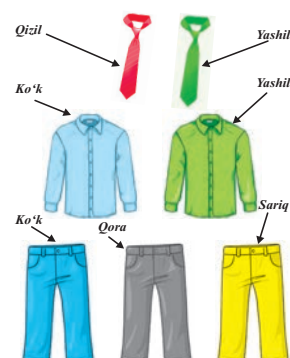
Мысал

4-мысал. 2 галстук, 2 көйлек, 3 шалбар болса, оларды пайдаланып, неше түрлі әдіспен киінуге болады?

Алдымен 2 галстукке 2 көйлектің сәйкес келуін қарастырайық. Анығы сол, оларды пайдаланып, 4 түрлі киінуге болады.

Енді 4 түрлі киінуге 3 шалбарды сәйкестендірейік. Бұнда барлығы 12 түрлі киінуге болады екен.

Демек, 12 түрлі киінуге болады екен.



Көбейту ережесі

Егер A элемент бастапқыда n түрлі әдіспен, одан кейін B элемент m түрлі әдіспен таңдалуы мүмкін болса, онда A және B жұптық $n \cdot m$ әдіспен таңдалуы мүмкін.

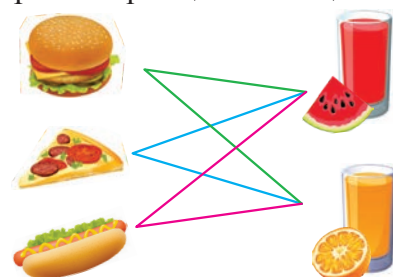
Мысал

5-мысал. Сәбит бургер, пицца, хотдог, қарбыз шырыны және апельсин шырыны сияқтыларды таңдауға мүмкіндік алды. Ол сынап көруі мүмкін барлық комбинациялар қандай?

3 тағам және 2 ішімдік таңдауға ұсынылады. Комбинвацияларды табу үшін оларды көбейтеміз:

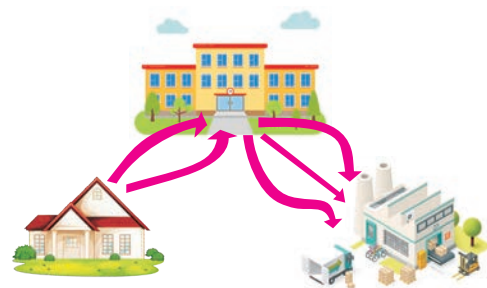
$$3 \cdot 2 = 6.$$

Сонымен Сәбиттің есептеуінің $n \cdot m$ ережесін пайдалана отырып, 6 комбинацияны сынап көруге болады.



ЖАТТЫҒУЛАР

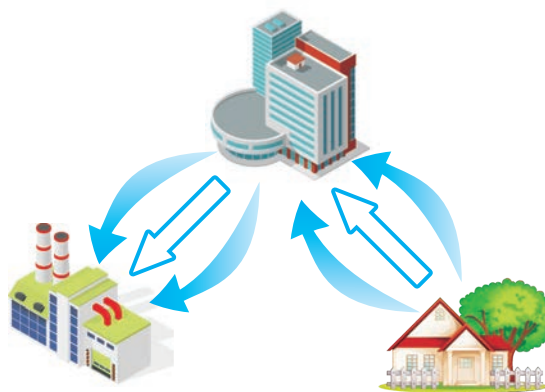
1. Дархан үйінен мектепке, мектептен сауда орталығына бару үшін жолды неше түрлі әдіспен таңдай алады?



2. Дастан үйінен зауытқа неше түрлі әдіспен баруы мүмкін?



3. Абзал үйінен қалаға, қаладан зауытқа бару үшін жолды неше түрлі әдіспен таңдай алады?

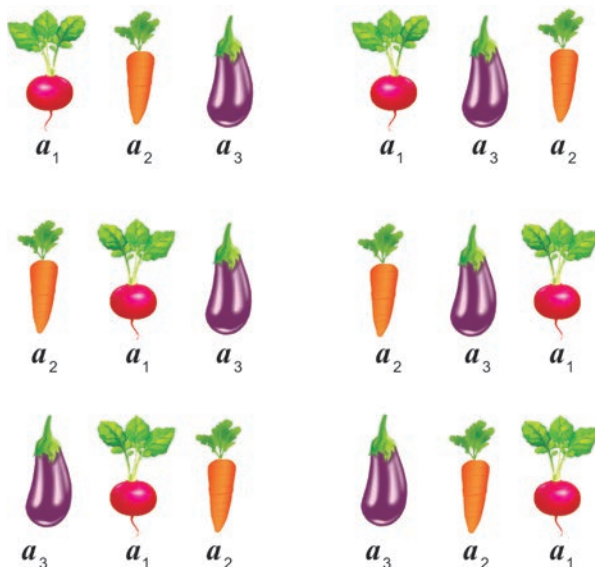


4. *A* қаласынан *B* қаласына екі жолмен баруға болады. Ал *B* қаласынан *C* қаласына дейін үш жол алып барады. *A* қаласынан *C* қаласына неше түрлі жолмен баруға болады?
5. Ыдыста 5 алма және 6 алмұрт бар. Ыдыстан әр түрлі екі жемісті неше түрлі әдіспен таңдап алуға болады?
6. Дүкенде 5 пиала, 3 тәрелке және 4 түрлі шай қасық бар.
а) пиала мен тәрелкенің жұптығы неше түрлі әдіспен сатып алынуы мүмкін?
ә) пиала, тәрелке және шай қасық үштігі неше түрлі әдіспен сатып алынуы мүмкін?
б) түрлі атаудағы екі ыдыстың жұптығы неше түрлі әдіспен сатып алынуы мүмкін?
7. Дүкенде 6 kg алма, 5 kg жүзім және 4 kg алмұрт бар. Олардың әрқайсысынан 1 kg-нан – барлығы 3 kg жемісті неше түрлі әдіспен таңдауға болады?
8. *A* қаласынан *B* қаласына 4 түрлі жолмен, ал *B* қаласынан *C* қаласына 5 түрлі жолмен баруға болады. *A* қаласынан *C* қаласына бара жатқан адам *B* қаласы арқылы өту шартымен неше түрлі жолмен барады?
9. 12 адамдық сыныптан сардар мен жәрдемшісі неше түрлі әдіспен таңдалады?
10. 12 адамдық сыныптың емтихан жауаптары (өтті, өтпеді түрінде) неше түрлі әдісте болуы мүмкін?
11. Гүрленнен Үргенішке 3 түрлі көлікпен: автобуспен, таксимен және мотоциклмен келуге болады. Үргеніштен Ташкентке 4 түрлі көлік құралы апарады: ұшақ, пойыз, автобус және такси. Гүрленнен Ташкентке неше түрлі әдіспен келуге болады?
12. 3 тауық, 4 үйрек және 2 қаз бар. Үш құсты таңдап алғаныңда олардың арасында тауық та, үйрек те, қаз да болсын. Сонда таңдаулар саны нешеу болады?
13. Төрт түрлі болт пен үш түрлі гайкадан біреуден алып, неше түрлі жұптық жасауға болады?
14. 40 түрлі болт пен 13 түрлі гайкадан біреуден алынса, неше түрлі жұптық түзуге болады?
15. “Комбинат” сөзінің әріптері арасынан неше әдіспен бір үнді және бір ұяң әріпті таңдап алуға болады?

КОМБИНАТОРИКАЛЫҚ МӘСЕЛЕ ТҮРЛЕРІ

Орын алмасу

Комбинаторикада әрқашан жинақ элементтері үстіне амалдар жазылады. Төменде бір мысал келтірілген. Онда 3 көкөністен тұратын жинақ берілген. Жинақ элементтерін (шалғам, сәбіз, баклажан) сәйкесінше $\{a_1, a_2, a_3\}$ деп белгілеуге болады.



Берілген элементтердің барлығын қолдана отырып, оларды неше түрлі көріністе орналастыруға болатынын көруге болады. Түсінуге оңай болуы үшін көкөністерді цифрлап алған жөн. Мәселен: шалғам –1, сәбіз –2, баклажан –3.

Міне, сонда жоғарыдағы комбинаторика мәселесін барлығымызға белгілі сандар түзу мәселесімен өзгертуге мүмкіндік туады. Яғни 1, 2, 3 цифрлары арқылы неше сан құрауға болады?

Комбинаторика мәселелерін шешудің ең қарапайым әдісі – барлық шешімдерді біртіндеп жазып шығу. Бұны кесте көрінісінде орындау қолайлырақ.

123	132	213
231	312	321

Бұл түрдегі мәселелер комбинаторикада **орындастыру** (орналастыру немесе орын алмастыру) **мәселесі** деп айтылады. Бұған, көрініп тұрғанындай, барлық элементтер қатысады және олардың орындарын алмастырып, мәселені шешу жолдары анықталады. Бұндай тәртіптеу (орналастыру) **орын алмастыру** деп аталады.

n элементтен құралған орын алмастырулар саны $P_n = n!$ ге тең болады және “ен факторал” деп оқылады.

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$$

0! анықталған және $0! = 1$, 0 элементті орын алмастырғанда тағы да 0 болып қала береді. Сондықтан да 0 элементті орын алмастырғаны және тағы 0 түзгені үшін

0! = 1 болады.

$$0! = 1$$

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

$$8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$$

$$9! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 362880$$

$$10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 3628800$$

$$1! = 1$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$$

Факториалдың негізгі қасиеті:

$$(n + 1)! = (n + 1) \cdot n!$$

Мысалы: $(5 + 1)! = (5 + 1) \cdot 5!$

Расында да: $6! = (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5) \cdot 6 = 720$

Мәнін есептесек: $(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5) = 5! = 120$

Мысал

1-мысал. 5 оқушыны 5 орындыққа неше түрлі әдіспен отырғызуға болады?

$$P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120.$$

2-мысал. 6 хатты 6 компьютерге неше түрлі әдіспен орналастыруға болады?

$$P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720.$$

3-мысал. 4 кітапты 4 балаға неше түрлі әдіспен таратуға болады?

$$P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$$

4-мысал. Қызыл, қара, көк және жасыл шарларды бір қатарға неше әдіспен орналастыруға болады?

Бірінші орынға төрт шардан қалағанын қоюға болады. Ал екінші орынға қалған үш шардан кез келгенін, үшінші орынға қалған екі шардың кез келгенін және ең соңғы орынға ең соңғы шарды орналастыруға болады: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$.

5-мысал. 1, 2, 3 цифрларының әрқайсысы бір-ақ рет қатысқан неше үш таңбалы сан жазуға болады?

Бірінші орында үш цифрдың қалағанын қоюға болады. Екінші орынға қалған екі цифрдың қалағанын және үшінші орынға ең соңғы цифрды қоюға болады.

Демек, барлығы: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 3! = 6$ цифр.

6-мысал. 7 оқушы кезекке неше түрлі әдіспен тұруы мүмкін?

Бірінші орынға 7 оқушының қалағаны тұруы мүмкін. **Екінші орынға** қалған 6 оқушының (бірінші орында тұрған оқушыдан басқа), **үшінші орынға** қалған 5 оқушының қалағаны, ..., ең соңғы орынға тек біреуі ғана тұра алады.

Барлығы: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7! = 5040$ әдіс.

Топтастыру

4 түрлі түстегі алмалар берілген. Бұл алмалардан 2 данадан алып, неше түрлі топ құруға болады?



Бұнда біз төмендегі күйлерді анықтай аламыз.



Демек, біз іздеген топтар саны 6-у екен.

Топтастар саны $C_m^n = \frac{m!}{n! (m-n)!}$ формуласымен табылады.

4 алма санын (элементтерді) m деп белгілейік. 2-ден түзілген топтарды n деп алып, формулаға қоямыз.

$$\text{Демек, } C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{12}{2} = 6$$

Мысал

7-мысал. А, В, С, D және Е нүктелер бір түзудің бойында жатса, неше қиынды түзіледі?



Жоғарыда келтірілген формуланы пайдаланып, түзілетін кесінділер санын табамыз:

$$C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 10 \text{ та.}$$

8-мысал. 30 оқушысы бар сыныптан сардарды, оның көмекшісін және хатшыны неше түрлі әдіспен сайлауға болады?

Демек, элементтер саны $m = 30$;

Топтар саны $n = 3$.

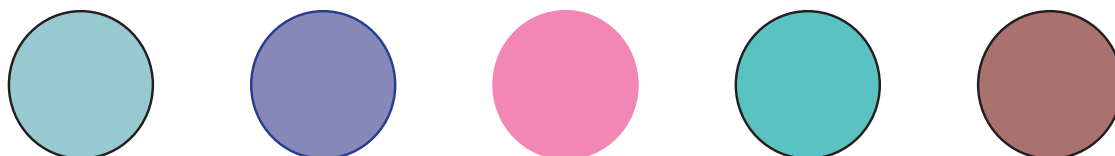
$$C_{30}^3 = \frac{30!}{3! \cdot 27!} = \frac{28 \cdot 29 \cdot 30}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 28 \cdot 29 \cdot 5 = 4060.$$

ЖАТТЫҒУЛАР

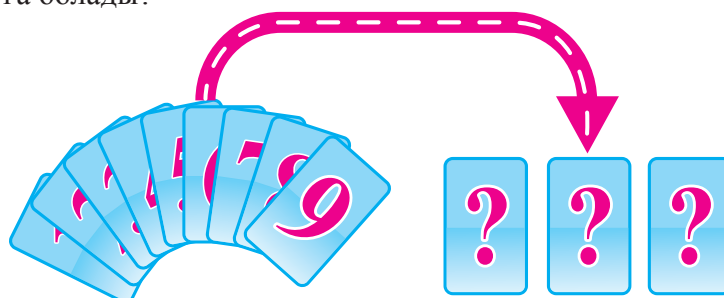
Есепте. (1 – 5)

1. 1) $5!$ 2) $4!$ 3) $6!$ 4) $3!$
- 5) $4! + 3!$ 6) $5! - 4!$ 7) $5 \cdot 4! - 5!$ 8) $6! - 5 \cdot 5!$
- 9) $7! - (6! + 5!) \cdot 6$ 10) $(7! - 6!) : 5! - 3! \cdot 3!$

2. 1) P_5 2) P_7 3) $P_2 + P_3$ 4) $12 \cdot P_2 - P_4$ 5) $\frac{P_{10}}{P_8}$
3. 1) $\frac{4! + 5! + 6!}{5! + 4!}$ 2) $\frac{5! - 4! - 3!}{4! + 3! + 2!}$
 3) $\frac{5! + 5 \cdot 5! + 6 \cdot 6!}{4! + 4 \cdot 4! + 5 \cdot 5!}$ 4) $\frac{4! - 5! + 2 \cdot 6!}{5! - 4!}$
4. 1) C_4^3 2) C_5^2 3) C_{10}^4 4) $\frac{C_7^6}{C_4^3}$ 5) $\frac{C_5^2}{C_5^3}$
5. 1) $\frac{6 \cdot P_5}{12}$ 2) $24 \cdot \frac{P_7}{6!}$ 3) $10! - 9P_9$ 4) $45 \cdot \frac{P_8}{10!}$
6. 1, 2, 3, 4 цифрларынан оларды қайталамай неше 4 таңбалы сан шығаруға болады?
7. 1, 2, 3, 4 цифрларынан оларды қайталамай неше 3 таңбалы сан шығаруға болады?
8. Кітап сөресіндегі 5 дана әр түрлі кітапты 5 оқушыға неше түрлі әдіспен беруге болады?
9. 0, 2, 3, 4 цифрларынан оларды қайталамай неше 3 таңбалы сан құрауға болады?
10. Суретте неше тік төртбұрыш бар?
11. 5 оқушы өзара сыйлық ауыспақшы. Бұл үдеріс үшін ең кемінде неше сыйлық қажет болады?
12. Арман, Бейбарыс, Сәкен және Дархан бір қатарға тұрып суретке түспекші. Бұнда Арман Сәкенмен қатар тұрғысы келмейді, ал Дархан тек Арманның жанында тұрса ғана суретке түсуге разы болады. Олар бұл шарттар орындалған жағдайда неше түрлі әдіспен қатарға тұруы мүмкін?
13. Футбол ойынына жарысқа 10 команда қатысуда. Әрбір команда басқа командамен бір рет ойнаған болса, барлығы неше ойын өткізілген?
14. 7 “А” сыныбындағы 6 үздік оқушыны неше түрлі әдіспен 6 пән олимпиадасына қатыстыруға болады? (Бұл ретте әрбір оқушы тек бір пәннен ғана қатысуы шарт.)
15. a түзуіне тиесілі 5 нүкте және оған тиесілі емес 1 нүкте алынған. Төбелері сол нүктелерде болған неше түрлі үшбұрыш жасауға болады?
16. 5 түрлі түстегі 5 шар берілген. Бұл шарлардан 2 данадан алып түзілген әр түрлі топтар саны нешеу?



17. 3 хатты 3 конвертке неше түрлі әдіспен орналастыруға болады?
18. Параллель түзулердің бірінде 5 нүкте, екіншісінде 4 нүкте бар. Төбелері осы нүктелерде жатқан әр түрлі төртбұрыштардан нешеуін жасауға болады?
19. 5 оқушы бір қатарға неше түрлі әдіспен сапқа тұра алады?
20. Сенде 1-ден 9-ға дейінгі цифрлар бар. Цифрларды қайталамай, олардан 3 таңбалы неше сан жасауға болады?

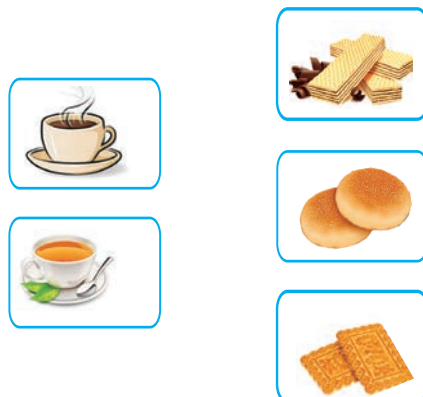


21. Кітапханашы оқушыға 4 кітап ұсынды. Оқушы олардың арасынан екі кітапты неше түрлі әдіспен таңдап алуы мүмкін?
22. 5 ақ әтіргүл және 6 қызыл әтіргүл бар. Неше түрлі әдіспен 3 ақ және 4 қызыл әтіргүлден гүлдесте жасауға болады?
23. Математика олимпиадасында 12 мысал ұсынылды. Олардың арасынан 5 мысалды неше түрлі әдіспен таңдауға болады?
24. Әр түрлі 10 детальды 4 қорапқа біреуден неше түрлі әдіспен орналастыруға болады?
25. Машина доңғалағын жаңарту үшін алынған 4 шинаны неше түрлі әдіспен орнатуға болады?
26. 3, 4, 5, 6 цифрларынан оларды қайталамай неше үш таңбалы жұп сандар жасауға болады?
27. 3, 4, 5, 6 цифрларынан оларды қайталамай неше үш таңбалы тақ сандар жасауға болады?
28. 3, 4, 5, 6 цифрларынан оларды қайталамай, 4-ке бөлінетін неше үш таңбалы сандар жасауға болады?
29. 3, 4, 5, 6 цифрларынан оларды қайталамай, 5-ке бөлінетін неше үш таңбалы сандар жасауға болады?
30. Спортлото ойынында 36 саннан 5 санды неше түрлі әдіспен таңдауға болады?
31. Спортлото ойынында 36 саннан 6 санды неше түрлі әдіспен таңдауға болады?
32. Дүкенде 7 түрлі қалам мен 3 түрлі қарындаш бар. 2 түрлі қалам мен 2 түрлі қарындашты неше түрлі әдіспен таңдап алуға болады?

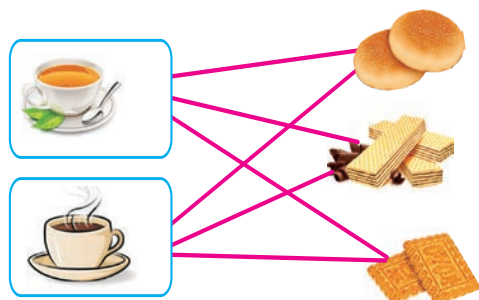
33. 6 түрлі түп әр түрлі гүл көшеттерін 3 гүлтүбекке 2 түптен неше түрлі әдіспен отырғызуға болады?
34. 12 адамды 3 бригадаға 4 адамнан неше түрлі әдіспен бөлуге болады?
35. Кездесу кезінде 11 адам қол беріп сәлемдесті. Бұнда неше рет қол беріп сәлемдесілген?
36. Альпинист тау шыңына 5 түрлі әдіспен шыға алады, бірақ ол 4 түрлі жолмен ғана түсуі мүмкін. Альпинист тау шыңына неше түрлі әдіспен шығып, түсе алады?
37. 1, 2, 3, ..., 9 цифрларынан оларды қайталамай түзілген 9 таңбалы сандар ішінде 2 және 5 цифрлары қатар тұратындары нешеу?
38. А, В, С элементтері берілген:
 - а) бұл элементтерден біреуден алып түзілген орын алмасулар нешеу?
 - ә) бұл элементтерден 2-ден алып түзілген орын алмасулар нешеу?
 - б) бұл элементтерден 3-ден алып түзілген орын алмасулар нешеу?
39. 5 адам 5 жұмыс орнына неше түрлі әдіспен тағайындалуы мүмкін?
40. Ғазиза, Ғалия, Мерей, Меруерт және Жания 5 адамдық орындыққа:
 - а) неше түрлі әдіспен отыруы мүмкін?
 - ә) Ғазиза мен Мерей бір-бірінің жанында болу шартымен неше түрлі әдіспен отыруы мүмкін?
41. Ақан, Абзал, Қайсар, Бейбарыс, Аян және Дархандар арасынан Ақан мен Абзал қатар отырмау шартымен неше түрлі әдіс бойынша орын таңдай алады?
42. Әр түрлі цифрлы неше 4 таңбалы сан бар?
43. 2, 3, 4, 5 цифрларын пайдаланып, неше түрлі цифрлы үш таңбалы сан жаза аламыз?
44. 25 сыныптас мектепті бітіру кезінде өзара сурет алмасуға шешім қабылдады. Сонда барлығы неше дана суретке тапсырыс беріледі?
45. Цифрланған 7 доптың әлдеқандай 2-уі екі оқушыға неше әдіспен таратылуы мүмкін?
46. Көп қабатты үйдің кіреберісіндегі есіктің құлпы кодпен ашылады. Код 0 және 1 цифрларынан түзілген 4 таңбалы сан (0000 және 1111 сандары код емес деп саналады). Құлыптың кодын ұмытқан болсаң есікті ары барса неше әрекет жасап аша аласың?
47. Мұқанның чемоданы кодпен ашылады. Бұл код үш түрлі цифрдан құралған, әрбір цифр 3 санынан үлкен емес. Кодта 13 саны қатыспайды. Мұқан кодты ұмытып қойған болса, кодты табу үшін кемінде неше рет “ұрынып” көру қажет болады?
48. 1000 сумдық ақшаны 100, 200, 500 сумдық ақшалармен неше түрлі әдіспен ұсақтауға болады?
49. Футбол бойынша жарысқа 18 команда қатысуда. Жарыс жеңімпаздары алтын, күміс және қола медальдармен марапатталады. Командаларға берілетін медальдар неше түрлі әдіспен бөлінуі мүмкін?

КОМБИНАТОРИКАЛЫҚ МӘСЕЛЕЛЕРДІ ШЕШУ ӘДІСТЕРІ

1-мысал. Рақымжан таңертеңгі тамағын ішуге отырды. Үйінде шәй, кофе, вафли, булочка, печенье бар. Ол бір сусын мен бір шелпектен тұратын таңертеңгілік тамағын неше түрлі әдіспен дайындай алады?

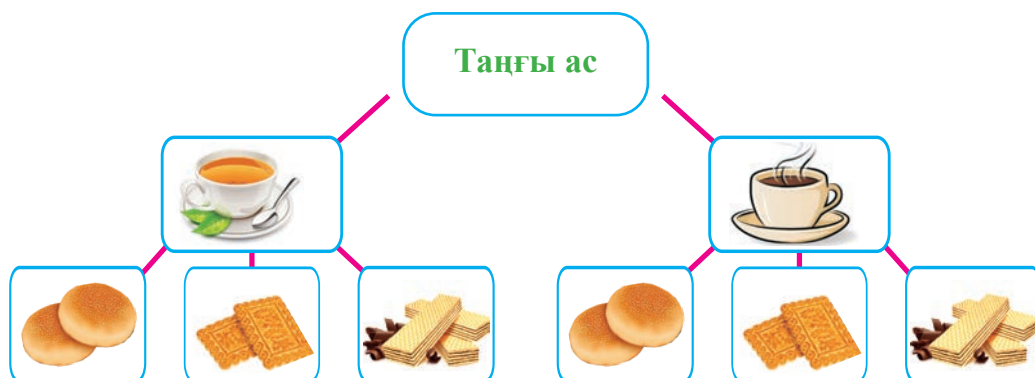


Кейбір комбинаторикалық мәселелер алуан түрлі арнайы сызбаларды түзу арқылы шешілуі мүмкін. Мысалы, график, “мүмкіндіктер ағашы”, кесте әдістері тағы басқалар.



1. График әдісі. Қарапайым мәселелер түрлі кестелер мен диаграммаларсыз, ықтимал жағдайларды ескере отырып шешіледі.

2. “Мүмкіндіктер ағашы”. Бұндай сызбаның сырт көрінісі ағашқа ұқсайды.

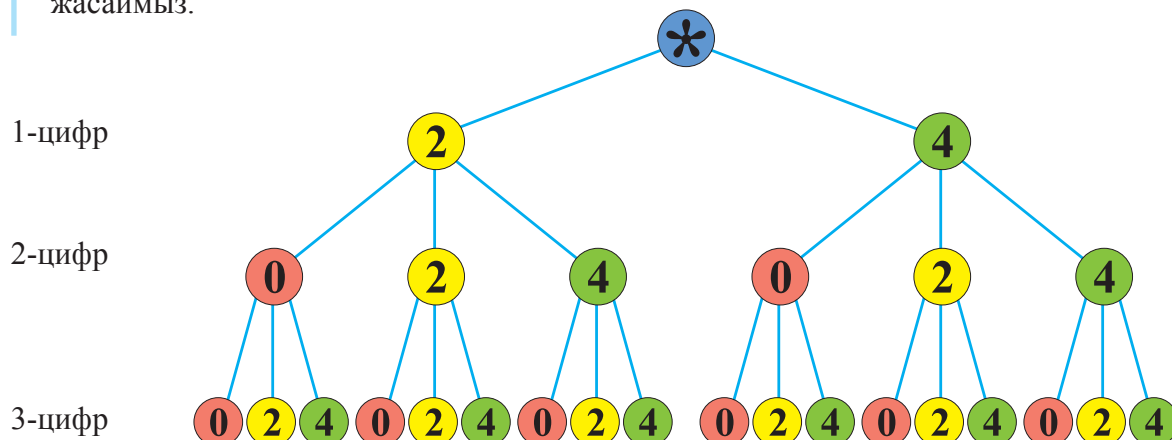


3. Кестелердің көмегімен де комбинаторикалық мәселелерді шешуге болады. Кестеде бұндай тапсырмалардың нәтижелері анық та айқын бейнеленеді.

Мысал

2-мысал. 0, 2, 4 цифрларынан қандай үш таңбалы сандарды түзуге болады?

0 ешқандай санның бірінші цифры бола алмайтынын ескеріп, мүмкіндіктер ағашын жасаймыз.



Демек, 200, 202, 204, 220, 222, 224, 240, 242, 244, 400, 402, 404, 420, 422, 424, 440, 442, 444 сандарын түзуге болады.

3-мысал. 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9 цифрларынан екі таңбалы неше тақ сан түзуге болады?

Кел, кесте жасап көрейік. Сол жақтағы бірінші бағана – керекті сандардың бірінші цифрлары, бірінші қатардың жоғарғы бөлігінде – сандардың екінші цифрлары.

	1	3	7	9
1	11	13	17	19
3	31	33	37	39
4	41	43	47	49
6	61	63	67	69
7	71	73	77	79
8	81	83	87	89
9	91	93	97	99

Жауап: 28.

4-мысал. Мұхит, Талғат және Аян үшеуі 100 м-ге жүгіру жарысының финалдық сатысына қатысты. Жүлделерді табыстаудың мүмкін жағдайларын тап.

1-вариант: 1) Мұхит, 2) Талғат, 3) Аян.

2-вариант: 1) Мұхит, 2) Аян, 3) Талғат.

3-вариант: 1) Аян, 2) Мұхит, 3) Талғат.

4-вариант: 1) Аян, 2) Талғат, 3) Мұхит.

5-вариант: 1) Талғат, 2) Аян, 3) Мұхит.

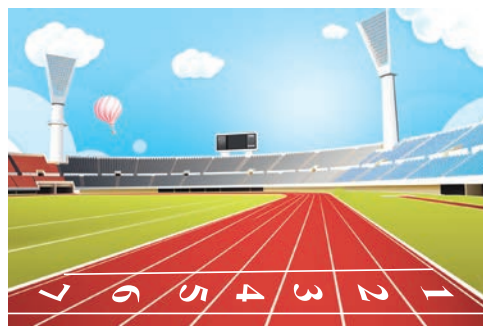
6-вариант: 1) Талғат, 2) Мұхит, 3) Аян.

МӘСЕЛЕЛЕР

1. Мектеп оқушылары тау көліне саяхатқа баруға ұйғарды. Сапардың бірінші сатысын пойызбен яки автобуспен басып өтуге болады. Екінші саты – қайықпен, велосипедпен немесе жаяу. Ал сапардың үшінші сатысы – жаяу немесе аспалы жол арқылы. Мектеп оқушыларында саяхат бағыттарын таңдаудың қандай мүмкіндіктері бар?



2. Мақпал, Сәлима, Нұрғаным, Мерей, Абзал, Қайсар және Ислам жаңа жыл мейрамында жүргізуші болуға дайындалды. Олардың арасынан бір жігіт пен бір қызды неше түрлі әдіспен іріктеп алуға болады?
3. Хамит мектепке қара шалбар немесе джинси шалбар, күлгін, көк, жасыл, торкөзді көйлек киеді, ал аяғына туфли яки кроссовка киеді.
а) Хамит неше күн жаңа көрініске ие болады?
ә) Ол кроссовкамен неше күн жүреді?
б) Хамит неше күн торкөзді көйлек пен джинси шалбар киеді?
4. Математика, орыс тілі, тарих, ағылшын тілі, және физика пәндерінен тек бес сағаттық сабақ кестесінде математика екінші сабақ болатын барлық мүмкіндіктерді жаз.
5. 7 адамды 7 орынға неше түрлі әдіспен орналастыруға болады?



6. Ержан, Зәуре, Зүбайра және Майра бірігіп 12 кітапты неше түрлі әдіспен бөлісіп оқуы мүмкін?

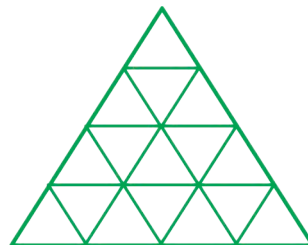
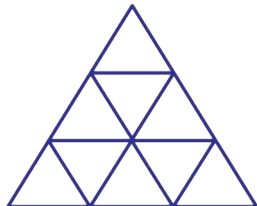
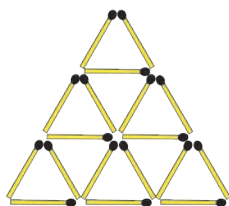


7. 2 бос орын бар. 3 адамның 2-ін осы орынға неше түрлі әдіспен отырғызуға болады?
8. 6, 2, 4, 7, 9 цифрларынан оларды қайталамай 5 таңбалы сандар құралды. Олардың нешеуі 2-ге қалдықсыз бөлінеді?

9. 6, 2, 4, 7, 9 цифрларынан оларды қайталамайтын 5 таңбалы сандар құралды. Олардың нешеуі 4-ке қалдықсыз бөлінеді?

10. 2, 4, 5, 0, 9, 8 цифрларының көмегімен оларды қайталамайтын неше үш таңбалы сан құрауға болады?

11. Мына пішіндерде нешеуден үшбұрыш бар?



12. 2 тауық, 3 үйрек және 4 қаз бар. Олардан үш құсты таңдап ал, араларында тауық, үйрек және қаз болсын. Осындай таңдаулар саны нешеу болатынын айт.

13. 1000 сумдық ақшаны 50, 100, 200 және 500 сумдық ақшалармен неше түрлі әдіс бойынша ұсақтауға болады?



14. Цифрлардың қайталануы мүмкін болса, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 цифрларынан неше 4 таңбалы сан жасауға болады?

15. Автобус билеттерінің цифрлары 000001-ден 999999-ға дейінгі алты таңбалы сандар:

- Барлық цифрлары тақ билеттер нешеу?
- Бірде-бір тақ цифры жоқ билеттер саны нешеу?
- Кез келген екі көрші цифрлары әр түрлі болған билеттер саны қанша?
- Барлық цифрлары әр түрлі билеттер саны қанша?
- Барлық цифрлары бірдей жұптылыққа ие болған билеттер саны қанша?
- Ең болмағанда бір тақ цифры бар билеттер саны қанша?
- 7 цифрлары қатысқан билеттер саны қанша?
- 7 және 0 сандары қатыспаған билеттер саны қанша?
- 7 цифрлары қатысқан және 0 цифрлары қатыспаған билеттер саны қанша?

16. Туристер тобында 28 адам ағылшын тілін, 13 адам француз тілін, 10 адам неміс тілін, 8 адам ағылшын және француз тілдерін, 5 адам француз және неміс тілдерін, 6 адам ағылшын және неміс тілдерін, 2 адам үш тілді де біледі. Ал 41 адам жоғарыдағы үш тілдің ешқайсысын білмейді. Туристердің жалпы санын тап.

ҚАЙТАЛАУ

САНДЫ ӨРНЕКТЕР

1. Амалдарды орында.

$$1) (48 - 19) - (25 - 21)$$

$$3) (-28 + 34) - 53 + 41$$

$$5) (-40 - 49) - (-59 - 63)$$

$$2) (56 - 73) - (48 - 94)$$

$$4) (-19 + 13) + (-72 + 89)$$

$$6) (-2,1 + 3,8) - (4,1 - 7,2)$$

2. Есепте.

$$1) (-1,6) \cdot (2,8 : (-0,7) - (-7,2) : 1,8)$$

$$3) -18 - 6 : (-3) + 2 \cdot 6$$

$$5) 0,65 \cdot (-0,35) \cdot (-0,47) - 0,106925$$

$$2) 2,6 \cdot (-2,5) - (-3,8) : (19) - 1,7 : (-0,17)$$

$$4) 27 : (-9) - (-3) \cdot (-0,03) + 6 : (0,06) + 3$$

3. Өрнектің мәнін тап.

$$1) (64,2 \cdot 7,2 + 17,8 \cdot 13,04) : 3 \frac{12}{13}$$

$$2) 2 \frac{13}{29} \cdot 0,77 - 3,33 \cdot 1,7 + 3 \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{1}{2}$$

4. Кестені толтыр.

a	-10	5	0	-1,2	-2,5	1,1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
a^2								
$-a^2$								
$(-a)^2$								
$(-a)^3$								

5. Есепте.

$$1) \frac{-0,6 + 1,9 - 6,5}{1,1 - 4,7 - 1,6}$$

$$2) \frac{-8,3 + 5,4 - 9,7}{-9,5 + 4,2 - 7,3}$$

$$3) \frac{-9,6 + 1,8 - 4,1}{-4,1 + 15,8 - 4,4}$$

$$4) \frac{2,8 - 19,7 + 8,5}{7,9 - 13,4 - 2,9}$$

$$5) \frac{1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 99 - 100}{1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \dots + 97 - 99}$$

6. Есепте.

$$1) \left(\frac{511}{73} + \frac{693}{77} \right) \cdot \left(\frac{511}{73} + \frac{693}{77} \right) + \frac{1,2 + 1,3 + 1,4}{0,39}$$

$$2) \frac{5,(231) + 3,(04) + 7,(101)}{3,(101) + 5,(04) + 7,(231)} \cdot 2022 \quad 3) \frac{7,(301) - 3,(45) + 9,(110)}{9,(301) - 4,(45) + 8,(110)} \cdot 2022$$

$$4) \frac{128 \cdot 289 + 318}{127 \cdot 289 + 607}$$

$$5) \frac{256 \cdot 289 + 636}{127 \cdot 289 + 607}$$

$$6) \frac{2,17 \cdot 6,19 + 3,48}{3,17 \cdot 6,19 - 2,71}$$

$$7) \frac{0,57 \cdot 6,9 \cdot 1,28}{0,64 \cdot 1,9 \cdot 0,23}$$

АЛГЕБРАЛЫҚ ЕРЕЖЕЛЕР

7. Алгебралық өрнек деп нені айтады?

8. Алгебралық өрнекті көрсет.

- 1) $3a - 4b$ 2) $6 \cdot 3 + 1 \cdot 5$
3) 2^{14} 4) $(-12 - 3) \cdot (6 \cdot 2 + 3)$

9. Алгебралық өрнекті көрсет.

- 1) $0,25a - 6b^2$ 2) $-4 - 6 \cdot 3$ 3) $0,2 + 0,5a$ 4) $2a$
5) $1 - 3a$ 6) $(1 - 3 \cdot 6) \cdot (-7)$ 7) -2 8) $2x$
9) $0,5(0,2a - 1,8)$ 10) $(-0,8) \cdot (0,2 + 6:(-3))$ 11) $2,34 \cdot 1,9$ 12) 100

10. a, b, c сандарының берілген мәндерінде $a + b + c$ қосындыны қолайлы әдіспен есепте.

- 1) $a = -1,8; b = 3,7; c = -6,2$ 2) $a = 9,6; b = -5,8; c = -3,6$
3) $a = 7,4; b = -3,2; c = -4,8$ 4) $a = -5,9; b = -6,1; c = 2,2$
5) $a = 2\frac{2}{13}; b = -5\frac{4}{13}; c = 3\frac{11}{13}$ 6) $a = -\frac{4}{5}; b = \frac{3}{5}; c = \frac{1}{5}$
7) $a = 1,8; b = -0,9; c = 1,9$ 8) $a = -108; b = 49; c = 208$
9) $a = 0,6; b = 0,9; c = 0,4$ 10) $a = -3,7; b = -4,1; c = -6,3$

11. Алгебралық өрнектің мәнін тап.

- 1) $2a - b$, бұнда $a = 2, b = 2$. 2) $-2a - 3b$, бұнда $a = -3, b = -2$.
3) $0,25a - 4c^2$, бұнда $a = 4, c = 2$ 4) $3a^2 - \frac{1}{2}b$, бұнда $a = -3, b = 16$

12. Алгебралық өрнектің сандық мәнін тап.

- 1) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{7}y$, бұнда $x = -9, y = 14$ 2) $\frac{2}{5}x + \frac{2}{9}y$, бұнда $x = 125, y = -729$
3) $\frac{2a - 3b}{a - 2b}$, бұнда $a = -3, b = -4$ 4) $\frac{a + 4b}{2a + 3b}$, бұнда $a = 1, b = -3$

13. Алгебралық өрнектің мәнін тап. $\frac{m \cdot n(m + n)}{3}$, бұл жерде $m = 3, n = -2$.

14. Алгебралық өрнектің сандық мәнін тап.

- 1) $\frac{2(x - y)}{x + y}$, бұнда $x = -2, y = 3$
2) $\frac{2xy(x - y)}{x + y}$, бұнда $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$
3) $\frac{5(n \cdot m - k)}{2p - k}$, бұнда $m = -1, n = 1, k = 3, p = 2$

4) $\frac{5(a \cdot b + c)}{2 + c}$, бұнда $a = -2$, $b = 2$, $c = 1$

15. Өрнектің мәнін тап.

1) $\frac{2(x + y) + z}{xyz}$, бұнда $x = 0,6$; $y = 2,1$; $z = 8,03$

2) $\frac{0,25(p - k)}{\frac{1}{2}p + k}$, бұнда $p = 0,08$; $k = -0,07$

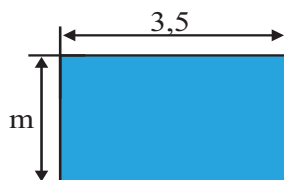
16. $a = 2,6$; $b = 3,4$ болса, $p = a - b - 8$ өрнектің мәнін тап.

17. $x = 2,1$; $y = \frac{1}{2}$ болса, $p = (x - y)^2 - xy$ өрнектің мәнін тап.

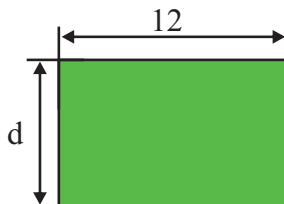
18. $a = 6,1$; $b = 3,6$ болса, $S = \frac{1}{2}ab$ өрнектің мәнін тап.

19. $a = 13,46$; $b = 27,82$ болса, $P = 2(a + b)$ өрнектің мәнін тап.

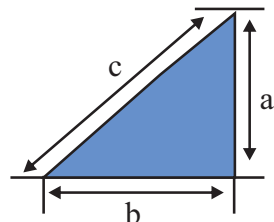
20. Берілген тік төртбұрыштың периметрі мен ауданын алгебралық өрнек түрінде жаз.



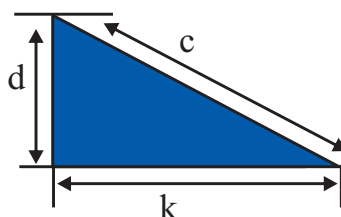
21. Берілген тік төртбұрыштың периметрі мен ауданын алгебралық өрнек түрінде жаз.



22. Пішіннің периметрі мен ауданын алгебралық өрнек түрінде жаз.



23. Пішіннің периметрі мен ауданын алгебралық өрнек көрінісінде жаз.



24. Тік төртбұрыштың ауданы S -ке, негізі a -ға тең. Оның периметрін табуға арналған өрнек құр.

25. Тік төртбұрыштың ауданы S -ке, негізі a -ға тең. Оның екінші жағын тап.



26. Тең бүйірлі үшбұрыштың қабырғасы a -ға тең. Оның периметрін анықта.

27. Тең бүйірлі үшбұрыштың периметрі p -ға тең. Ал негізінің ұзындығы a -ға тең. Үшбұрыштың бүйір қабырғасының ұзындығын табу үшін өрнек құр.

28. Футбол чемпионатында әрқайсысы 600 сумнан n билет және әрқайсысы 800 сумнан m билет сатылды. Барлық билеттер үшін қанша ақша алынған?

29. Футбол чемпионатында әрқайсысы 350 сумнан k билет және әрқайсысы 750 сумнан p билет сатылды. Барлық билеттер үшін қанша ақша алынған?



30. Бір альбом 200 сум, бір дәптер 80 сум, бір кітап 300 сум тұрады. a альбом, b дәптер және c кітаптың жалпы құнын тап.

31. Бір альбом 250 сум, бір қалам 60 сум және бір кітап 350 сум тұрады. k альбом, d қалам және l кітаптың бағасын тап.

32. Кітаптың бағасы 12 сум тұрады. Оқушы осы кітаптан $(m + n)$ дана алды. Оқушы қанша ақша жұмсаған?

33. Тақ сан $n = 2k + 1$ формуласын пайдаланып $k = 3$ болғандағы n нің мәнін тап.

34. Жұп санның формуласы $n = 2k$ ні пайдаланып, $k = 13$ болғандағы n нің мәнін тап.

35. Кішісі n ге тең болған екі тізбекті натурал санның қосындысын тап.

36. Кішісі $n + 1$ болған екі тізбекті натурал санның қосындысын тап.

37. Кішісі $2p + 1$ ге тең болған үш тізбекті тақ натурал сандардың көбейтіндісін тап.

38. m және n сандары айырмасының үш еселенгенін тап.

39. m және n сандары қосындысының екі еселенгенін тап.

ФОРМУЛАЛАР

40. $a = 2,7$; $b = 1,2$; $c = 7,7$ болса, $V = abc$ өрнектің сандық мәнін тап.
41. $x = 0,01$; $y = 3,9$; $z = 1000$ болса, $V = xyz$ өрнектің сандық мәнін тап.
42. $a = 6,5$; $b = 0,65$; $c = 10$ болса, $V = abc$ өрнектің сандық мәнін тап.
43. $a = 4,7$; $b = 2,3$; $c = 6$ болса, $S = 2(ab + ac + bc)$ өрнектің сандық мәнін тап.
44. Бала әрқайсысы a сумнан 12 дәптер сатып алды және өзінде 17 сум қалғанын анықтады. Алғашында балада қанша ақша болған?
45. Оқушы әрқайсысы b сумнан 8 дәптер сатып алды және өзінде 12 000 сум қалғанын анықтады. Бастапқыда балада неше сум ақша болған?
46. Айырмада:
 1) Азайғыш 18-ге көбейіп, азайтқыш 25-ке азайса;
 2) Азайғыш 43-ке, азайтқыш 37-ге көбейсе;
 3) Азайғыш 41-ге азайып, азайтқыш 34-ке көбейсе;
 4) Азайғыш 54-ке, азайтқыш 19-ға азайса, айырма қалай өзгереді?
47. Теңдіктердің дұрыстығын тексер.
- 1) $(m + n) + (m - n) = 2m$ 2) $(m + n) - (m - n) = 2n$
- 3) $\frac{m + n}{2} - \frac{m - n}{2} = n$ 4) $(a + b - c) + (a - b + c) - (a + b + c) = a - b - c$
- 5) $(a - b - c) - (a + b + c) + (a + b + c) = a - b - c$

НАТУРАЛ КӨРСЕТКІШТІ ДӘРЕЖЕ

48. Есепте.

1) $\frac{62^{71} \cdot 9^{35}}{93^{70} \cdot 32^{14}}$

2) $\frac{39^4}{9^2 \cdot 169^2}$

3) $\frac{3^{12} \cdot 27^4}{81^6}$

4) $\frac{42^6 \cdot 81^2}{63^6 \cdot 8^2}$

5) $\frac{49^{21} \cdot 11^{42}}{77^{42}}$

6) $\frac{32^3 \cdot 81^4}{27^5 \cdot 16^4}$

7) $\frac{13^{19} \cdot 7^{20}}{91^{19}}$

8) $\frac{5^{26} \cdot 81^{13}}{45^{26}}$

9) $\frac{26^{10} \cdot 28^{12} \cdot 52}{91^{11} \cdot 64^6}$

10) $\frac{13^{81} \cdot 25^{40}}{65^{80}}$

11) $\frac{34^5 \cdot 6^3 \cdot 3}{51^4 \cdot 16^2 \cdot 17}$

12) $\frac{33^{17} \cdot 16^4}{22^{16} \cdot 27^5}$

13) $\frac{49^{10} \cdot 52^{20}}{91^{20} \cdot 16^{10}}$

14) $\frac{69^{12} \cdot 4^{13} \cdot 2^3}{92^{13} \cdot 27^4}$

15) $\frac{36^4 \cdot 72^3}{12^8 \cdot 81^2}$

16) $\frac{9^{15}}{9^{12} \cdot 27^2}$

49. Берілген өрнектің соңғы цифрын тап.

1) $25647 + 658485 - 4571 + 45879 - 45457$

2) $65897 - 54671 + 4578123 - 784519$

3) $2546 \cdot 5487 + 40784 \cdot 547029$

4) $5498 \cdot 1547 - 2145 \cdot 758$

5) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 17 \cdot 18$

6) $5 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 35 \cdot \dots \cdot 85 \cdot 95$

7) $6 \cdot 16 \cdot 26 \cdot 36 \cdot \dots \cdot 86 \cdot 96$

8) $5491 \cdot 4572 \cdot 4785 \cdot 45787 \cdot 14599$

9) $540095 \cdot 40571 \cdot 5689 \cdot 12353 \cdot 5647$

КӨПМҮШЕЛЕР

50. Жақшаларды аш және ұқсас мүшелерді ықшамда.

1) $(3x^3 - 5x^2 + 4x - 7)(x - 7)$

2) $(2a^2 - 3ab + b^2)(5a - 3b)$

3) $(4x^2 + 3x - 3)(-2x^2 - 4x + 7)$

4) $(3a^2 + 4ab - 2b^2)(a + 2b)$

5) $(3x - 7)(4x^3 - 5x^2 + 3x - 5)$

6) $(7a^2 - 3ab + 4b^2)(2a - 5b)$

7) $(4x^3 + 5x^2 - 6x + 8)(2x - 1)$

8) $(8a^2 + ab - 3b^2)(3a + b)$

9) $(2x^2 - 5x + 9)(5x^2 - 2x - 8)$

10) $(7a^2 - 2ab - 4b^2)(-a + 2b)$

51. Ортақ көбейткішті жақшаның сыртына шығар.

1) $a^2 + a$

2) $a^3 - a^7$

3) $4c^2 - 12c^4$

4) $x^3 - x^2$

5) $3m^2 + 9m^3$

6) $5x^5 - 15x^3$

7) $c^5 + c^7$

8) $9p^3 - 8p$

9) $-12y^4 - 16y$

10) $-10b^2 + 15b$

11) $24x^3 - 12x^2$

12) $8c^5 + 16c^3$

52. Көбейткіштерге жікте (52 – 59).

1) $4c^4 - 6x^2c^2 - 20c^4x$

2) $3ax - 6ax^2 - 9a^2x$

3) $10a^2x - 15a^3 - 20a^4x$

4) $8a^4b^3 - 12a^2b^4 + 16a^3b^2$

53. 1) $2a(x + y) + b(x + y)$

2) $9(p - 1) + (p - 1)^2$

3) $y(a - b) - (a - b)$

4) $(a + 3)^2 - a(a + 3)$

5) $(c + 3) - x(c + 3)$

6) $-3b(b - 2) + 7(b - 2)^2$

54. Есепте.

1) $2,7 \cdot 6,2 - 9,3 \cdot 1,2 + 6,2 \cdot 9,3 - 1,2 \cdot 2,7$

2) $1,25 \cdot 14,9 + 0,75 \cdot 1,1 + 14,9 \cdot 0,75 + 1,1 \cdot 1,25$

55. Өрнектерді ықшамда.

1) $9(2x - 4) + 6(7x - 4)$

2) $2(4x - 3) + 5(x + 2)$

3) $4(5x - 8) + 4(2x - 9)$

4) $7(2x + 4) - 8(3x + 4)$

5) $8(5x - 1) - 3(8x + 5)$

6) $6(3x - 4) + 5(6x + 7)$

ҚЫСҚАША КӨБЕЙТУ ФОРМУЛАЛАРЫ

56. Көпмүшені қосмүшенің квадраты пішінінде өрнекте.

1) $x^2 + 2xy + y^2$

2) $a^2 + 12a + 36$

3) $1 - 2z + z^2$

4) $p^2 - 2pq + q^2$

5) $64 + 16b + b^2$

6) $n^2 + 4n + 4$

57. Көпмүшені қосмүшенің квадраты пішінінде өрнекте.

1) $4x^2 + 12x + 9$

2) $\frac{1}{4}m^2 + 4n^2 - 2mn$

3) $25b^2 + 10b + 1$

4) $10xy + 0,25x^2 + 100y^2$

5) $9x^2 - 24xy + 16y^2$

6) $9a^2 - ab + \frac{1}{36}b^2$

58. “*” орнына керекті бірімүшені тауып қой, нәтижеде берілген үшмүшені қосмүшенің квадраты түрінде бейнелеу мүмкіндігі туылсын:

1) $* + 56x + 49$;

2) $25a^2 + * + \frac{1}{4}a^2$

3) $36 - 12x + *$

4) $0,01b^2 + * + 100c^2$

59. Өрнектің мәнін тап.

1) $y^2 - 2y + 1$, бұнда $y = 101$; -11 ; $0,6$

2) $4x^2 - 20x + 25$, бұнда $x = 12,5$; 0 ; -2

3) $25a^2 + 49 + 70a$, бұнда $a = 0,4$; -2 ; $-1,6$

4) $-60b - 100b^2 - 9$, бұнда $b = 1,7$; $-1,1$; $0,3$

60. Көбейткіштерге жікте.

1) $25x^2 - y^2$

2) $9m^2 - 16n^2$

3) $9 - b^2c^2$

4) $-m^2 + 16n^2$

5) $64p^2 - 81q^2$

6) $4a^2b^2 - 1$

7) $36a^2 - 49$

8) $-49a^2 + 16b^2$

9) $p^2 - a^2b^2$

10) $64 - 25x^2$

11) $0,01n^2 - 4m^2$

12) $16c^2d^2 - 9a^2$

61. Есепте.

1) $47^2 - 37^2$

2) $126^2 - 74^2$

3) $0,849^2 - 0,151^2$

4) $53^2 - 63^2$

5) $21,3^2 - 21,2^2$

6) $\left(5\frac{2}{3}\right)^2 - \left(4\frac{1}{3}\right)^2$

62. Бөлшектің мәнін тап.

1) $\frac{36}{13^2 - 11^2}$

2) $\frac{79^2 - 65^2}{420}$

3) $\frac{53^2 - 27^2}{79^2 - 51^2}$

4) $\frac{53^2 - 32^2}{61^2 - 44^2}$

63. Заңдылықты анықтап, кейінгі 1 санды тап.

1) $1,6$; $2,9$; $4,2$; ?

2) $0,6$; $1,7$; $2,8$; ?

3) -10 ; -7 ; -4 ; ?

4) $-8,3$; $-6,4$; $-4,5$; ?

5) $1,2$; $2,4$; $4,8$; ?

6) 5 ; -15 ; 45 ; ?

АЛГЕБРАЛЫҚ БӨЛШЕКТЕР ЖӘНЕ ОЛАРМЕН ОРЫНДАЛАТЫН АМАЛДАР

Бөлшектерді ортақ бөлгішке келтір (64 – 66).

- 64.** 1) $\frac{5}{8}$ және $\frac{3}{8}$ 2) $\frac{15}{28}$ және $\frac{13}{42}$ 3) $\frac{a}{4}$ және $\frac{b}{6}$
- 65.** 1) $\frac{x}{3}; \frac{2x}{10}$ және $\frac{4x}{15}$ 2) $\frac{4m}{21}; \frac{3m}{28}$ және $\frac{m}{42}$ 3) $\frac{1}{6ab}$ және $\frac{2}{5ab}$
- 4) $\frac{4}{27xy}$ және $\frac{5}{18xy}$ 5) $\frac{5a}{6b^2c}; \frac{7b}{12ac^2}$ және $\frac{11c}{18a^2b}$ 6) $\frac{5x}{ab}; \frac{7b}{12ac^2}$ және $\frac{11c}{18a^2b}$
- 66.** 1) $\frac{a}{x-1}$ және $\frac{b}{1-x}$ 2) $\frac{a}{x^2-1}$ және $\frac{b}{1-x^2}$
- 3) $\frac{c+d}{c^2-b^2}$ және $\frac{b}{b-c}$ 4) $\frac{a}{a^2-16}$ және $\frac{b}{a^2+4a}$

Бөлшекті қысқарт (67 – 69).

- 67.** 1) $\frac{8}{12}$ 2) $\frac{15}{120}$ 3) $\frac{81}{210}$ 4) $\frac{435}{1215}$
- 68.** 1) $\frac{m^5}{m^7}$ 2) $\frac{6a^2b^2}{8a^2b^4}$ 3) $\frac{5x^2y}{10x^8y}$ 4) $\frac{16p^4q^3}{32p^6q}$
- 5) $\frac{3m(x-1)}{9m^2(1-x)}$ 6) $\frac{a(b+c)}{a(b+c)}$ 7) $\frac{8a(a+b)}{4a(a+b)}$
- 69.** 1) $\frac{5a-5b}{10a}$ 2) $\frac{3x-6y}{6y}$ 3) $\frac{4m-4n}{8a+8b}$

70. Амалдарды орында.

- 1) $\frac{5}{x^2y} + \frac{2}{3xy^2}$ 2) $\frac{12}{5a} - \frac{2}{a}$ 3) $\frac{a-5}{a^2+5a} + \frac{a+5}{5a-a^2}$
- 4) $\frac{15x-2}{5a} - \frac{x-2y}{3a}$ 5) $\frac{a-5}{a^2-1} - \frac{4}{1-a^2}$ 6) $\frac{3a-6b}{ab} - \frac{4a-6b}{ab}$

71. Амалдарды орында.

- 1) $\frac{x^2}{3x-15} - \frac{25}{3x-15}$ 2) $\frac{5x^2+3}{x^2-2x} - \frac{10x+3}{x^2-2x}$ 3) $\frac{x^2+x}{(x+1)^2} - \frac{x+1}{(1+x)^2}$
- 4) $-\frac{5a-3b}{(a-b)^2} - \frac{3a-b}{(b-a)^2}$ 5) $\frac{3x}{3-x} - \frac{2x+3}{3-x}$ 6) $\frac{8a}{3a-3b} + \frac{2a+6b}{3(a-b)}$

72. Амалдарды орындауды соңына жеткіз.

$$1) \frac{m-2n}{4} - \frac{m+2n}{4} = \frac{m-2n-(m+2n)}{4} =$$

$$2) \frac{a^2-ab}{a-b} + \frac{ab-b^2}{a-b} = \frac{a^2-ab+(ab-b^2)}{a-b} =$$

$$3) \frac{a^2-ab}{a-b} + \frac{ab-b^2}{a-b} = \frac{a^2-ab+(ab-b^2)}{a-b} =$$

73. Көбейтуді одан әрі жалғастыр.

$$1) \frac{3a}{b} \cdot \frac{b^3}{6} = \frac{3a \cdot b^3}{b \cdot 6} = \dots$$

$$2) \frac{5x}{y} \cdot \frac{y^4}{x^2} = \frac{5x \cdot y^4}{y \cdot x^2} = \dots$$

$$3) \frac{6a}{7} \cdot 14a^3 = \frac{6a}{7} \cdot \frac{14a^3}{1} = \frac{6a \cdot 14a^3}{7} = \dots$$

$$4) -5b^3 \cdot \frac{a}{b^4} = \frac{5b^3}{1} \cdot \frac{a}{b^4} = -\dots$$

74. Амалдарды орында.

$$1) \left(\frac{5a}{7b} \right)^2 \cdot \frac{14b^2}{25a^3}$$

$$2) \frac{2a^2}{5b^2} \cdot \frac{12a^2}{15b^2}$$

$$3) \left(\frac{3a^2}{2b} \right)^2 \cdot \frac{16b^3}{81a^4}$$

$$4) \frac{3a^3}{7b} \cdot \frac{9a^4}{21b}$$

$$5) \left(\frac{ab}{cd} \right)^2 \cdot acd$$

$$6) abc^2 \cdot \left(\frac{ab}{cd} \right)^2$$

$$7) \frac{8a^2b}{9c} \cdot \frac{96c^3}{5a^3b}$$

$$8) \frac{16x^2y}{7z} \cdot \frac{20xy^3}{21z^2}$$

$$9) \frac{c+d}{c-d} \cdot \frac{c}{c-d}$$

75. Ықшамда.

$$1) \frac{(x^3y^2)^2(xy^3)^2}{(x^4y^2)^3}$$

$$2) \frac{(a^2b^3)^2(a^3b)^4}{(ab^2)^3}$$

$$3) \frac{(x^2y^3)^4(xy^2)^3}{(x^3y^2)^5}$$

$$4) \frac{(a^2b)^2(a^3b)^2}{a^4b^2}$$

$$5) \frac{(x^5y^2)^5(xy^2)^4}{(x^5y^2)^5}$$

$$6) \frac{(a^3b^5)^3(a^6b^3)^4}{(a^{13}b^2)^2}$$

$$7) \frac{(a^4b^2)^3(a^3b^2)^5}{(a^4b^3)^2}$$

$$8) \frac{(x^3y^5)^3(x^4y^2)^2}{(x^8y^5)^2}$$

$$9) \frac{(a^3b^7)^3(a^2b^3)^4}{(a^7b^3)^2}$$

БІР БЕЛГІСІЗДІ СЫЗЫҚТЫ ТЕҢДЕУЛЕР

Теңдеулерді шеш (76 – 79).

76. 1) $48 + x = 80 - 19$ 2) $-36 + x = -47 - (-17)$
 3) $91 - x = 56 - (-33)$ 4) $-71 - x = -49 + 21$
 5) $x + (-19) = -23 - (-36)$ 6) $-x - (-28) = -21 + 53$
 7) $84 - x = 94 - 128$ 8) $62 - 73 = x + 143$
 9) $-89 + 56 = -x - 72$ 10) $-48 + 33 = 25 - x$

77. 1) $5x - 150 = 0$ 2) $12x - 1 = 35$
 3) $7 = 6 - 0,2x$ 4) $48 - 3x = 0$
 5) $1,3x = 54 + x$ 6) $-0,7x + 2 = 65$
 7) $-1,5x - 9 = 0$ 8) $-3,4x = 17,6 + x$

78. 1) $2x + 9 = 13 - x$ 2) $1\frac{1}{3}x + 4 = \frac{1}{3}x + 1$
 3) $z - \frac{1}{2}z = 0$ 4) $0,5a + 11 = 4 - 3a$
 5) $5y = 6y$ 6) $1,7 - 0,3m = 2 + 1,7m$
 7) $1,2n + 1 = 1$ 8) $15 - p = \frac{1}{3}p - 1$
 9) $14 - y = 19 - 11y$ 10) $0,8x + 14 = 2 - 1,6x$

79. 1) $(y + 4) - (y - 1) = 6y$ 2) $6x - (7x - 12) = 101$
 3) $3p - 1 - (p + 3) = 1$ 4) $20x = 19 - (3 + 12x)$

80. Теңдеуді шеш.

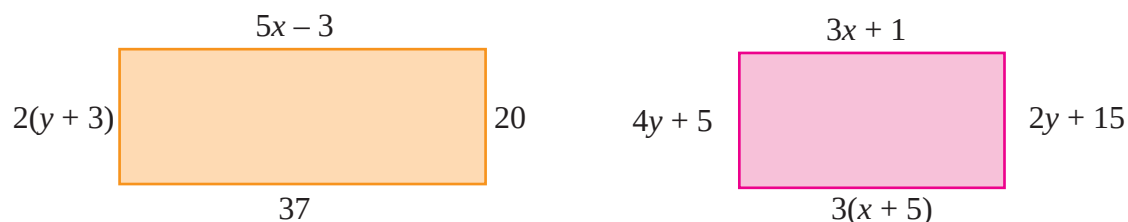
- 1) $x : \left(-5\frac{3}{4}\right) = -1\frac{1}{23}$ 2) $x \cdot \left(-3\frac{3}{8}\right) = -1\frac{17}{64}$
 3) $x \cdot (-3,6) = -8,4$ 4) $x : (1,5 : 0,5) = 1,2 : 0,5$
 5) $x \cdot 2,1 = 3,2 + 1,9 + 5,4$ 6) $x : (-0,6) = 1,2$
 7) $-3,4 : (-x) = -2$ 8) $-3,8 \cdot x = -9,5$

81. 1) 5 санның орта арифметигі $-4,8$ -ге тең. Өзге 6 санның орта арифметигі $6,2$ -ге тең. Осы 11 санның орта арифметигін тап.

2) a, b, c сандарының орта арифметигі m ге тең. d, e, k сандарының орта арифметигі n ге тең. Осы 6 санның орта арифметигін тап.

82. Бір жыл мерзімге жұмысқа орналасқан адамға 12 динар ақша және бір шекпен берілетін болды. Ол кісі 7 айдан кейін жұмыстан кетпек болып, есеп-қисабын сұрады. Оған 5 динар ақша мен шекпен берілді. Шекпен қанша тұрады?

83. Белгісіз x және y терді тап.



84. Көрермендер залдағы әрбір қатарға 27-ден отырса, 30 орын жетпей қалады. Ал 30-дан отырса, 60 орын артылып қалады. Залда неше қатар және неше көрермен бар?
85. А қаласынан В қаласына дейінгі теңіз жолы тас жолдан 10 km қысқа. Кеме А-дан В-ға дейінгі теңіз жолын 3 сағат 20 минутта, ал автомобиль тас жолды 2 сағатта басып өтеді. Кеменің бір сағаттық жылдамдығы автомобильдің жылдамдығынан 17 km аз болса, кеме сағатына неше km жол басады?
86. Автомобиль бірінші қатынағанда бактағы бензиннің 25 пайызын, екінші қатынағанда қалған бензиннің 20 пайызын жұмсады. Осыдан кейін бакта екі қатынағанда жұмсалғаннан 12 литр артық бензин қалды. Бакта барлығы неше литр бензин болған?
87. Белгісіз санға 119 қосылып, қосынды 5-ке көбейтілген соң, пайда болған санның соңындағы 2 нөл өшірілсе, 123 саны түзіледі. Белгісіз санды тап.
88. Энциклопедия кітабының беттерін нөмірлеу үшін 3625 цифр қажет. Энциклопедия неше беттік?

СЫЗЫҚТЫ ФУНКЦИЯ

89. Берілген функциялар үшін кестені толтыр.

$y = x - 2$	x	-2	-1	0	1	2	3
	y						

$y = -2x + 1$	x	-2	-1	0	1	2	3
	y						

$y = -0,5x + 2$	x	-2	-1	0	1	2	3
	y						

90. Декарт координаталар жүйесінде төмендегі нүктелер арқылы өткен кеспе орта нүктесін тап.

1) $(1; -1)$ және $(7; 5)$
 $(-2; 10)$

2) $(-4; -3)$ және $(2; 5)$

3) $(10; -2)$ және

4) $(5; -2)$ және $(2; -6)$

5) $(-4; 5)$ және $(3; 0)$

6) $(-7; 5)$ және $(-10; 10)$

7) $(20; 10)$ және $(50; 30)$

8) $(20; 30)$ және $(-40; -10)$

9) $(-17; 14)$ және $(19; -20)$

91. Төмендегі функциялардың графигін сыз.

1) $y = 2x + 4$

2) $y = 2x + 3$

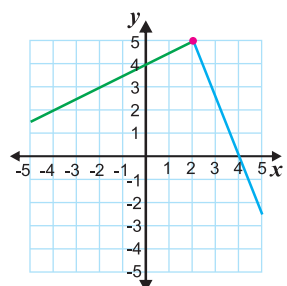
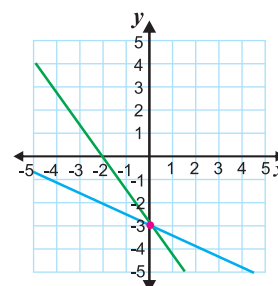
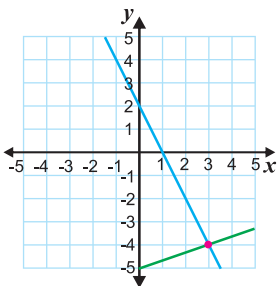
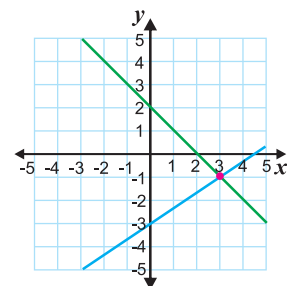
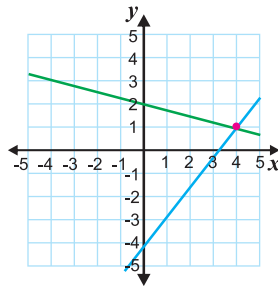
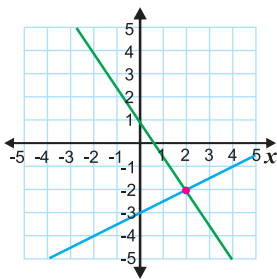
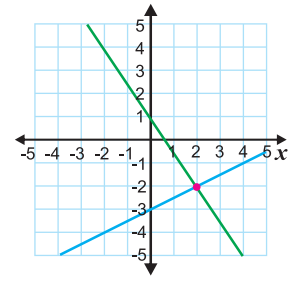
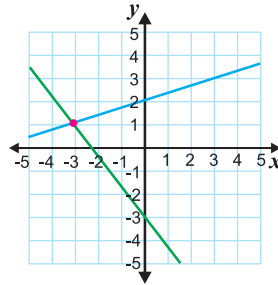
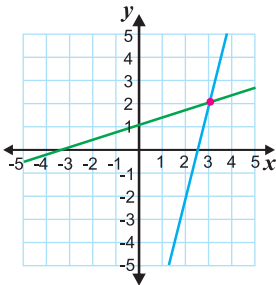
3) $y = 2x - 1$

4) $y = x - 4$

5) $y = x + 1$

6) $y = -(x + 2)$

92. График негізінде функцияның формуласын тауып, олардың қиылысу нүктесінің координатасын анықта.



93. Кәрім мен Мәулен айт мейрамында балаларға кәмпиттер таратты. Олардың екеуі де тұрақты жылдамдықпен кәмпит таратып, бәрін тауысты. Бастапқыда Кәрімде 300 кәмпит бар болатын. Оның алдына 17 бала келген соң, онда 249 кәмпит қалды. Мәуленде қалған кәмпиттер саны оның алдына келген балалар санының функциясы ретінде төмендегідей берілген: $C(n) = 270 - 3n$
Келген әрбір балаға кім көбірек кәмпит берді? Балаларға кім көбірек кәмпит берді?

94. Әмір минутына 12 метр төмендей келіп Құддыс қаласынан Жер бетіндегі ең төмен орын болып саналатын Өлі теңізге қарай машинамен барды. Ол машинаны 30 минут жүргізген соң теңіз деңгейінде болды. Әмірдің теңіз деңгейінен биіктігі (метрмен өлшегенде) мен уақыт (минуттармен) ортасындағы қатынасты сызба арқылы бейнеле.

ЕКІ АЙНЫМАЛЫЛЫ СЫЗЫҚТЫ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІ

95.
$$\begin{cases} 7x - 5y = 3, \\ A \end{cases}$$
 А орнына сызықты теңдеу жаз, оның нәтижесінде бұл теңдеулер жүйесі шешімге ие болмасын.

96. $(3; -1); (-9; 3); (2; 1); (1; 2)$ сандар жұптарының қайсысы $\begin{cases} 2x + 11y = 15 \\ 10x - 11y = 9 \end{cases}$ теңдеулер жүйесінің шешімі болады?

97. $(1; 2); (-2; -5); (4; 3); (0; 1)$ сандар жұптарының қайсысы $\begin{cases} 4x - 3y = 7 \\ 5x + 2y = 26 \end{cases}$ теңдеулер жүйесінің шешімі болады?

98. Теңдеулер жүйесін шешу кезінде қайсы әдісті қолдану ыңғайлы болса, сол әдісті қолданып, оның шешімін тап.

1) $\begin{cases} y = 2,5x \\ y = 8 - 1,5x \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5x - 3y + 8 = 0 \\ x + 12y = 11 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$

4) $\begin{cases} y = x + 1 \\ 5x + 2y = 16 \end{cases}$

5) $\begin{cases} y = x + 5 \\ x = 2y - 10 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 3x - 2y = 64 \\ 3x + 7y = -8 \end{cases}$

99. 6 жылқы мен 11 сиырды бағу үшін күніне 120 kg пішен беріледі. Егер 7 жылқыға 5 сиырға қарағанда 33 kg көбірек пішен берілсе, күн сайын әрбір жылқыға қанша пішен, әрбір сиырға қанша пішен беріледі?

100. 126 санын сондай бір әдіспен үш бөлікке бөл, бірінші бөлікті екіншіге, немесе екіншіні үшіншіге бөлген кезде бөліндіде 1, ал қалдықта 18 қалсын

101. Бір жұмысты орындау үшін бірнеше жұмысшы жалданды. Егер олардың саны 5-ден артық болса, сол жұмысты 4 күн бұрын аяқтайтын еді. Егер олардың саны 10 адамнан аз болса, жұмыс 20 күн кейінге созылады. Қанша жұмысшы жалданған және олар неше күн жұмыс істеген?

102. Екі ыдысқа су құйылған. Ыдыстардағы су тең болуы үшін біріншісінен екіншісіне – оның өзінде қанша су болса, сонша су құю, содан соң екіншісінен біріншісіне – онда қанша су қалған болса, сонша су құю, ең соңында біріншісінен екіншісіне – онда қанша су қалған болса, сонша су құю керек. Содан соң әрбір ыдыста 64 L су болады. Алғаш әрбір ыдыста неше литрден су болған?

103. Үш таңбалы санның ондықтар бөліміндегі цифры жүздіктер мен бірліктер бөліміндегі цифрлар арасында орта арифметик болып саналады. Іздестіріліп жатқан санды өзінің цифрлары қосындысына бөлу нәтижесінде шыққан бөлінді 48. Егер осы саннан 198-ді азайтсақ, сол цифрлармен, бірақ кері тәртіппен жазылған сан шығады. Сол санды тап.

ҚОСЫМША ТАПСЫРМАЛАР

1. n нің неше бүтін мәнінде $\frac{n^2 - n + 3}{n + 1}$ бөлшек бүтін сан болады?
2. Есепте.
 - 1) $\left(\frac{1}{6} - 1\frac{1}{15} + \frac{1}{10}\right) : 0,6 + 0,4$
 - 2) $-1\frac{3}{4} \cdot 6,5 \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) - 3,75$
 - 3) $\frac{0,64 \cdot 0,45 - 0,45}{1,05 - 1\frac{1}{2}}$
 - 4) $\left(3\frac{17}{36} - 5\frac{7}{12}\right) : \frac{2}{9} - \frac{3}{26} \cdot 4\frac{1}{3}$
3. Есепте.
 - 1) $3,2(62) - 1,(15)$
 - 2) $(0,(6) - 0,(45)) \cdot 0,(33)$
4. Есепте.
 - 1) $6,4 \cdot 4,1 + 3,6 \cdot 2,2 + 6,4 \cdot 2,2 + 3,6 \cdot 4,1$
 - 2) $0,85 \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot 0,85 - \frac{1}{6} \cdot 0,65 - 0,65 \cdot \frac{1}{3}$
5. Есепте.
 - 1) $\left(|4 - 4 \cdot |3 - 6 \cdot |8||\right) - \left(|4 - |3 - 8| - 7|\right)$
 - 2) $\frac{|4 - 5 \cdot |4 - 6| + 4 \cdot 3 - 6|}{|3 - 4 \cdot |7 - 5||}$
6. $a = 2,(4)$; $b = 2,5 - 0,25$ және $c = 1,2 : 0,5$ сандарын азаю тәртібімен орналастыр.
7. $m = 0,22(23)$; $n = 0,2(223)$; $l = 0,222(3)$ сандарын көбею тәртібімен орналастыр.
8. $a = 3,(6)$; $b = 3,91 - 0,25$ және $c = 4,68 : 1,3$ сандарын көбею тәртібімен орналастыр.
9. Өрнекті оқы, дәреженің негізі мен көрсеткішін айт.
 - 1) 6^4
 - 2) $(1,2)^7$
 - 3) a^{10}
 - 4) $(3c)^2$
10. Көбейтіндіні қандай әдіспен алмастыруға болады? Алмастыруды орында.
 - 1) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
 - 2) $0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2$
 - 3) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$
11. Дәрежеде неше көбейтінді бар екенін айт. Оны көбейтінді көрінісінде жаз.
 - 1) 8^4
 - 2) 11^6
 - 3) $(-3)^7$
 - 4) $(3,2)^{10}$
12. Берілген сандарды 10 негізді дәреже түрінде жаз.
 - 1) 100
 - 2) 100 000
 - 3) 1 000 000
 - 4) 100 000 0000
13. a негізді дәреже түрінде жаз.
 - 1) $a \cdot a \cdot a \cdot a$
 - 2) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$
 - 3) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$
14. Өрнектің мәнін салыстыр.
 - 1) 0 және -1^4
 - 2) 1 және $(-1)^5$
 - 3) -2^6 және 2^6
 - 4) $(-4)^4$ және 4^4

15. Өрнектің мәнін тап.

1) $3 \cdot 2^3$ 2) $5^3 \cdot \frac{1}{5}$ 3) $9 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^2$ 4) $100 \cdot 0,1^3$

16. a ның берілген мәнінде $100a^2$ өрнектің сандық мәнін тап.

1) $a = 1$ 2) $a = 3$ 3) $a = -0,1$ 4) $a = \frac{1}{5}$

17. Дәреженің қасиетін пайдаланып, бір негізді дәреже пішінінде жаз.

1) $6^5 \cdot 6^3$ 2) $10^4 \cdot 10^5$ 3) $5^m \cdot 5^5$ 4) $c^n \cdot c^{10}$

18. Өрнекті дәреженің қайсы қасиетін пайдаланып, бір негізді дәреже пішінінде бейнелеуге болады?

1) $8^{11} : 8^5$ 2) $6^9 : 6$ 3) $a^5 : a^2$ 4) $x^{12} : x^8$

19. Есепте.

1) $\frac{5^4}{5^3}$ 2) $\frac{0,1^7}{0,1^5}$ 3) $\frac{4^5 \cdot 4^6}{4^8}$ 4) $\frac{3^{12}}{3^2 \cdot 3^6}$

20. Өрнекті салыстыр.

1) $2^3 \cdot 2^4$ және $(2^2)^2$ 2) $7^5 \cdot 7^4$ және $7 \cdot (7^2)^4$ 3) $(-2^2)^2$ және $(-2^2)^3$

21. Есепте.

1) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$ 2) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$ 3) $\frac{100^5}{(80+20)^{10}} \cdot 50^5$ 4) $\frac{1000^{10}}{(700-200)^{12}} \cdot 500^2$

22. Кестені толтыр.

a	4	0,7	1,75	$-\frac{3}{4}$	0	-0,25	0,2	$1\frac{1}{4}$
$4a-1$								

23. $a = 2,4$; $b = 3,6$; $h = 1,6$ болса, $S = \frac{h}{2}(a+b)$ өрнектің сандық мәнін тап.

24. $a = 12,5$; $h = 6,4$ болса, $S = \frac{1}{2}ah$ өрнектің сандық мәнін тап.

25. Төмендегі өрнектерде әріптер қандай сандарды білдіруі мүмкін?

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) үзіліс n минутқа созылады; | 2) сыныпта y оқушы бар; |
| 3) 7-сыныпта x оқу пәні оқытылады; | 4) бір айда k күн бар; |
| 5) бір аптада a күн бар; | 6) бір сағатта n минут бар; |
| 7) сабақ n минутқа созылады; | 8) бір жыл k күннен тұрады; |
| 9) бір жыл t айдан тұрады; | 10) жеңіл машинада n доңғалақ бар. |

26. Көпмүшелерді көбейт.

1) $(x-7)(x+7)$

2) $(x+5)(x-5)$

3) $(8-a)(8+a)$

4) $(10-c)(c+10)$

27. Көпмүше көрінісінде жаз.

1) $(4a-1)(4a+1)$

2) $(2a+b)(b-2a)$

3) $(3-5c)(5c+3)$

4) $(7-2m)(2m+7)$

28. Ортақ көбейткішті жақшадан сыртқа шығар.

1) $3x+3y$

2) $-8x+12y$

3) $15a-5b$

4) $14a+28b$

29. Ортақ көбейткішті жақшадан сыртқа шығар.

1) $6xa+6bx$

2) c^2-cd

3) $15ax^2+3a^2x$

4) $-a^3b^2-a^2b$

30. Көбейткіштерге жікте.

1) $(a+b)x+(a+b)y$

2) $6(m+n)-x(m+n)$

3) $2p(n-k)-(n-k)$

4) $2d(k-t)-(t-k)$

31. Көбейткіштерге жікте.

1) $b(c+d)+(3c+3d)$

2) $(7a-7b)+(ad-bd)$

3) $(mn+mk)-(n+k)$

4) $(ac-ap)+(3p-3c)$

32. Көбейткіштерге жікте.

1) $3x(y+z)+y+z$

2) $3tk-kn+5(3t-n)$

3) $6(x-y)-dx+dy$

4) $10n-16m-(5xn-8xm)$

33. Көбейткіштерге жікте.

1) $8ax+16ay-3bx-6by$

2) $14ax-7ay-8bx+4by$

3) $2x^2+x+2xy+y$

4) $bt-t^2+bc-ct$

34. Квадраттар айырмасы формуласын қолдана отырып есепте.

1) 59^2-41^2

2) $111,3^2-11,3^2$

35. Квадраттар айырмасы формуласын қолданып, көбейтінді түрінде жаз.

1) $(a-b)^2-a^2$

2) $n^2-(m+n)^2$

3) $(x+y)^2-4x^2$

4) $9c^2-(5b-c)^2$

36. Қысқа көбейту формуласының көмегімен есепте: $\frac{3,6^2-2\cdot 3,6\cdot 0,4+0,4^2}{1,4^2-1,8^2}$

37. Көбейтіндіні көпмүшенің стандарт пішінінде жаз: $(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$

38. Теңдіктің дұрыстығын көрсет: $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)(x^4 + 16) = x^8 - 256$

39. Қатесін тап.

1) $(n + m)(m - n) = n^2 - m^2$

2) $(x - y)(x + y) = x^2 + y^2$

40. Есепте.

1) $\frac{53^2 + 2 \cdot 53 \cdot 47 + 47^2}{76^2 - 2 \cdot 76 \cdot 51 + 51^2}$

2) $\frac{2,9^2 + 2 \cdot 2,9 \cdot 2,1 + 2,1^2}{2,6^2 - 2,4^2}$

3) $5 \cdot \frac{5}{9} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} - \frac{1}{3} \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

6) $97 \cdot 2,2 + 2,6^2 - 0,4^2$

41. Есепте.

1) $1005 \cdot 995$

2) $108 \cdot 92$

3) $0,94 \cdot 1,06$

4) $1,09 \cdot 0,91$

5) $10 \frac{1}{7} \cdot 9 \frac{6}{7}$

6) $99 \frac{7}{9} \cdot 100 \frac{2}{9}$

42. Ықшамда.

1) $\left(\frac{2}{1 - x^2} - \frac{2}{(x - 1)^2} \right) \cdot (1 - x)^2 - \frac{4}{1 + x}$

2) $a^2 b^2 \left(\frac{1}{(a + b)^2} \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) + \frac{2}{(a + b)^3} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right)$

43. Бөлшекті қысқарт.

1) $\frac{x^2 - x + 1}{x^4 + x^2 + 1}$

2) $\frac{n^2 - 7n + 6}{n^2 - 1}$

3) $\frac{x^6 - x^4}{x^3 + x^2}$

44. Белгісізді тап.

1) $2 : x = 1 \frac{2}{3} : 2 \frac{6}{7}$

2) $3 \frac{3}{5} : 2 \frac{7}{10} = 3 \frac{3}{4} : x$

3) $5 \frac{5}{8} : 7 \frac{1}{2} = x : 6 \frac{2}{5}$

45. Амалдарды орында.

1) $\frac{9a}{(3 - a)^2} - 1 : \left(\frac{a}{a - 3} + \frac{12a^2 - 9a}{27 - a^3} + \frac{9}{a^2 + 3a + 9} \right)$

2) $\left(\frac{c + 5}{5c - 1} + \frac{c + 5}{c + 1} \right) : \frac{c^2 + 5c}{1 - 5c} + \frac{c^2 + 5}{c + 1}$

$$3) \left(\frac{x+5}{x^2+81} + \frac{x+7}{x^2-18x+81} \right) : \left(\frac{x+3}{x-9} \right)^2 + \frac{7+x}{9+x}$$

$$4) \frac{3x+10}{x+4} + \left(\frac{x-4}{x+6} \right)^2 \cdot \left(\frac{x+21}{16-8x+x^2} - \frac{x+3}{16-x^2} \right)$$

46. Теңдеуді шеш.

$$1) 420 : (160 - 1000 : x) = 12$$

$$2) (360 + x) \cdot 1002 = 731\,460$$

$$3) x : 2,0(6) = 0,2(7) : 0,4(09)$$

$$4) 2,8x - 3(2x - 1) = 2,8 - 3,19x$$

$$5) 0,9(4x - 2) = 0,5(3x - 4) + 4,4$$

$$6) 6,4(2 - 3x) = 6(0,8x - 1) + 6,8$$

47. Сұрақтарға жауап бер.

1) x тің қандай мәнінде $2(3-5x)$ өрнектің мәні $4(1-x)$ мәнінен 1-ге аз болады?

2) x тің қандай мәнінде $-3(2x+1)$ өрнектің мәні $8x+5$ мәнінен 20-ға артық болады?

3) x тің қандай мәнінде $5x+7$ өрнектің мәні $61-10x$ мәнінен 3 есе аз болады?

4) x тің қандай мәнінде $8-x$ өрнектің мәні $7-x$ мәнінен 2 есе артық болады?

48. Теңдеулерді шеш.

$$1) 5x + 3(x-1) = 6x + 11$$

$$2) 6 + (2-4x) + 5 = 3(1-3x)$$

$$3) 3x - 5(2-x) = 54$$

$$4) 0,5(2x-1) - (0,5-0,2x) + 1 = 0$$

$$5) 8(x-7) - 3(2x+9) = 15$$

$$6) 0,15(x-4) = 9,5-0,3(x-1)$$

$$7) 0,6-0,5(x-1) = x+0,5$$

$$8) 3(3x-1) + 2 = 5(1-2x) - 1$$

$$9) 3x(2x-1) - 6x = (7-x) = 90$$

$$10) 1,5(3+2x) = 3x(x+1) - 30$$

$$11) 5x(12x-7) - 4x(15x-11) = 30 - 29x$$

$$12) 24x - 6x(13x-9) = -13 - 13x(6x-1)$$

$$13) 3(-2x+1) - 2(x+13) = 7x - 4(1-x)$$

$$14) -4(5-2x) + 3(x-4) = 6(2-x) - 5x$$

$$15) 3x(4x-1) - 2x(6x-5) = 9x - 8(3+x)$$

$$16) 15x + 6x(2-3x) = 9x(5-2x) - 36$$

49. Бөлшек-рационал теңдеулерін шеш.

$$1) \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 14$$

$$2) 2x + 3 = \frac{2x}{5}$$

$$3) \frac{x}{2} - \frac{x}{8} = 5$$

$$4) \frac{4x}{9} + 1 = \frac{5x}{12}$$

$$5) \frac{2y}{3} - \frac{4y}{5} = 7$$

$$6) \frac{5a}{12} - \frac{a}{8} = \frac{1}{3}$$

$$7) \frac{x}{4} = x - 1$$

$$8) \frac{5m}{9} + \frac{m}{3} + 4 = 0$$

$$9) \frac{3c}{14} + \frac{c}{2} = \frac{2}{7}$$

$$10) \frac{6x-5}{7} = \frac{2x-1}{3} + 2$$

$$11) \frac{4x-11}{15} + \frac{13-7x}{20} = 2$$

$$12) \frac{5-x}{2} + \frac{3x-1}{5} = 4$$

$$13) \frac{5x-7}{12} - \frac{x-5}{8} = 5$$

$$14) \frac{x}{4} - \frac{3-2x}{5} = 0$$

$$15) \frac{3x+5}{5} - \frac{x+1}{3} = 1$$

$$16) \frac{2x-1}{6} - \frac{x+1}{3} = x$$

$$17) \frac{12-x}{4} - \frac{2-x}{3} = \frac{x}{6}$$

$$18) \frac{6x-1}{15} - \frac{x}{5} = \frac{2x}{3}$$

$$19) 1 - \frac{x-3}{2} = \frac{2-x}{3} + 4$$

$$20) \frac{2x+1}{4} + 3 = \frac{x}{6} - \frac{6-x}{12}$$

$$21) \frac{x+13}{10} - \frac{2x}{5} = \frac{3-x}{15} + \frac{x}{2}$$

50. Үшбұрыштың периметрі 44 см. Бір қабырғасы екінші қабырғасынан 4 см кіші, ал үшінші қабырғасынан 2 есе ұзын. Үшбұрыштың қабырғаларын тап.
51. Фирма жалпы ауданы 166 кв.м үш жер алаңын жалға бермекші. Олардың бірінің ауданы екіншісінен 1,5 есе үлкен, ал үшіншісінен 6 кв.м-ге кіші. Әрбір жер алаңының ауданын тап.
52. Үш дос бақтан алма терді. Бірінішісі жалпы алманың ширегіне дейін, екіншісі жалпы алманың жартысына дейін, ал үшіншісі 17 дана алма терді. Барлығы қанша алма терілген?
53. 190 g тұзды ерітіндіге 10 g тұз салынды. Содан кейін ондағы тұздың мөлшері 4,5 пайызға көбейді. Ерітіндіде бұрын қанша тұз болған?
54. Мен ойлаған сан жартының жартысына тең болса, қайсы санды ойлағанмын?
55. Екі сөредегі кітаптардың жалпы саны 80 дана, олардың біреуіндегі кітаптар екіншісіндегіден 16 дана көп. Сөрелерде қаншадан кітап бар?
56. Трактордың алдыңғы доңғалағы 4 рет айналғанда артқы доңғалағы 1 рет айналады. Айта ғойшы, трактордың артқы доңғалағы 1000 метр жүрсе, алдыңғы доңғалағы неше метр жүреді?
57. Қалам, қарындаш және циркуль үшін 630 сум төленді. Қалам қарындаштан 4 есе қымбат екені, ал циркульден 170 сум арзан екені белгілі болса, қаламның бағасы қанша?
58. Айырмасы 36-ға тең болған екі санның біреуі екіншісінен 4 есе үлкен санды тап.

59. Екі натурал санның біреуі екіншісінен 6-ға үлкен. Олардың қосындысы 38-ге тең. Осы сандарды тап.
60. Бірінен соң бірі келген екі натурал сан квадраттарының айырмасы 49-ға тең. Осы сандардың кішісін тап.
61. Бірінен соң бірі келген 4 натурал санның қосындысы 50-ге тең болса, олардың ең кішісін тап.
62. Мен бір сан ойладым. Оны 2-ге бөлсем де, 2-ні азайтсам да бірдей сан шығады. Сонда мен қандай санды ойладым?
63. Мысық пен қоян бірігіп 7 kg, ит пен мысық 10 kg, ал ит пен қоян 11 kg болса, қоянның массасы қандай болатынын тап.
64. Функция $y = 5x - 1$ формуласымен берілген. Егер аргументтің мәні -1 -ге тең болса, функцияның мәні қандай болатынын тап.
65. Функция $y = 4x - 3$ формуласымен берілген. Егер аргументтің мәні 1 -ге тең болса, функцияның мәні қандай болады?
66. Функция $y = -5x + 3$ формуласымен берілген. Егер аргументтің мәні -2 -ге тең болса, функцияның мәні қандай болмақ?
67. Функция $y = 5x - 1$ формуласымен берілген. Егер функцияның мәні -6 -ға тең болса, аргументтің мәні қандай болатынын тап.
68. Функция $y = 2x - 3$ формуласымен берілген. Егер функцияның мәні -7 -ге тең болса, аргументтің мәні қандай болатынын тап.
69. Функция $y = -4x - 5$ формуласымен берілген. Егер функцияның мәні -9 -ға тең болса, аргументтің мәні қандай болатынын тап.
70. Моторлы қайық 12 km-сағ жылдамдықпен бірқалыпты қозғалып бара жатқан болса, қанша уақытта x km жолды басып өтеді? Егер уақытты y -пен белгілесек, y -ті x арқылы өрнекте.
71. Моторлы қайық 10 km/h жылдамдықпен бірқалыпты қозғалып бара жатқан болса, қанша уақытта x km жолды басып өтеді? Егер уақытты y -пен белгілеп алсақ, y -ті x арқылы өрнекте.
72. Моторлы қайық 8 km/h жылдамдықпен бірқалыпты қозғалып бара жатқан болса, қанша уақытта x km жолды басып өтеді. Егер уақытты y -пен белгілеген болсақ, y -ті x арқылы өрнекте.
73. Функция $y = -3x + 4$ формуласымен берілген. Бұл функцияға тиесілі 6 нүктенің координаталарын жаз.
74. Функция $y = -2x + 7$ формуласымен берілген. Бұл функцияға тиесілі 5 нүктенің координаталарын жаз.

75. Функция $y = 3x + 1$ формуласымен берілген. Бұл функцияға тиесілі 4 нүктенің координаталарын жаз.
76. Функция $y = -3x + 24$ формуласымен берілген. Бұл функцияның Ox білігімен қиылысу нүктесінің координаталарын жаз.
77. Функция $y = x + 4$ формуласымен берілген. Бұл функцияның Ox білігімен қиылысу нүктесінің координаталарын жаз.
78. Функция $y = 5x + 10$ формуласымен берілген. Бұл функцияның Ox білігімен қиылысу нүктесінің координаталарын жаз.
79. Функция $y = 6x + b$ формуласымен берілген. Бұл функция $K(2; 1)$ нүктеден өтетіні белгілі болса, b -ны тап. Бұл функция $A(1; -5)$ нүктеден өте ме?
80. Функция $y = 9x + b$ формуласымен берілген. Бұл функция $K(1; 3)$ нүктеден өтетіні белгілі болса, b -ны тап. Бұл функция $A(2; 4)$ нүктеден өте ме?
81. Функция $y = 10x + b$ формуласымен берілген. Бұл функция $K(2; 10)$ нүктеден өтетіні белгілі болса, b -ны тап. Бұл функция $A(10; 1)$ нүктеден өте ме?
82. $y = kx + 7$ функция графигі $P(1; 4)$ нүктеден өтсе, k -ні тап. Бұл функция $A(4; 1)$ нүктеден өте ме?
83. $y = kx + 4$ функция графигі $P(2; -2)$ нүктеден өтсе, k -ні тап. Бұл функция $A(2; 4)$ нүктеден өте ме?
84. $y = kx - 2$ функция графигі $P(-3; 4)$ нүктеден өтсе, k -ні тап. Бұл функция $A(1; -4)$ нүктеден өте ме?
85. $y = 5x + 4$ функция графигіне $A(1; 9)$; $B(2; -6)$; $C(3; 19)$ нүктелер тиесілі ме?
86. $y = -2x + 3$ функция графигіне $A(1; 1)$; $B(2; 1)$; $C(4; -5)$ нүктелер тиесілі ме?
87. $y = 6x - 8$ функция графигіне $A(2; 4)$; $B(2; -6)$; $C(4; 16)$ нүктелер тиесілі ме?
88. $y = kx + 1$ функциясы $x = 1$ -де 18 мәнді қабылдаса, k -ні тап.
89. $y = kx - 2$ функциясы $x = 4$ -те 18 мәнді қабылдаса, k -ні тап.
90. $y = kx + 8$ функциясы $x = 1$ -де 18 мәнді қабылдаса, k -ні тап.
91. $y = 5x + 4$ және $y = 5x - 4$ функцияларының графиктерін бір координаталар жүйесінде бейнеле.
92. $y = 5x + 4$ және $y = -5x + 4$ функцияларының графиктерін бір координаталар жүйесінде бейнеле.
93. $y = 2x + 4$ және $y = x + 2$ функцияларының графиктерін бір координаталар жүйесінде бейнеле.

94. $y = -2x + 3$ функция графигі координаталар жазығының қайсы ширектерінен өтеді?
95. $y = 2x + 3$ функция графигі координаталар жазығының қайсы ширектерінен өтеді?
96. $y = -2x - 3$ функция графигі координаталар жазығының қайсы ширектерінен өтеді?
97. $y = 2x - 3$ функция графигі координаталар жазығының қайсы ширектерінен өтеді?
98. Егер $y = -2x - 3$ және $y = ax + 5$ функциялары $x = 2$ -де бірдей мәндер қабылдаса, a -ның мәнін тап.
99. Егер $y = 3x - 3$ және $ax + 5$ функциялары $x = 2$ -де бірдей мәндер қабылдаса, a -ның мәнін тап.
100. Егер $y = -4x - 7$ және $y = ax - 1$ функциялары $x = 3$ -те бірдей мәндер қабылдаса, a -ның мәнін тап.
101. Егер $y = -4x - 7$ және $y = 2x - 6$ функциялары $x = 3$ -те бірдей мәндер қабылдаса, b -ның мәнін тап.
102. Егер $y = x - 5$ және $y = 3x - 6$ функциялары $x = 5$ -те бірдей мәндер қабылдаса, b -ның мәнін тап.
103. Егер $y = 6x - 7$ және $y = 2x - 6$ функциялары $x = 2$ -де бірдей функциялар қабылдаса, b -ның мәнін тап.
104. Найзағайдың дауысын $A(-1; 3)$, $B(3; 7)$ және $C(2; -4)$ нүктелеріндегі адамдар бір мезгілде естіді. Найзағай жарқылдаған нүктенің координаталарын анықта.
105. 1) $y = -0,4x + 1$; 2) $y = 0,3x - 3$; 3) $y = -0,5x - 2$ функцияларының графиктерін бір координата жүйесінде сал.
106. x -ті тап.

$$1) \begin{cases} 3x - 4y = 3 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + 4y = 11 \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

107. $(x; y)$ сандар жұбы $\begin{cases} 3x - 2y = -8 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$ жүйенің шешімі болса, $y - x$ ті тап.

108. $(x; y)$ сандар жұбы $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$ жүйенің шешімі болса, $x + y$ ті тап.

109. $(x; y)$ сандар жұбы $\begin{cases} 2x + y - 8 = 0 \\ 3x + 4y - 7 = 0 \end{cases}$ жүйенің шешімі болса, xy ті есепте.

110. Егер $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 4x - y = -2 \end{cases}$ болса, $y^2 - x^2$ нің мәнін тап.
111. Егер $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$ болса, $x^2 + y^2$ нің мәнін тап.
112. Егер $\begin{cases} 6x - 2y - 6 = 0 \\ 5x - y - 17 = 0 \end{cases}$ болса, $y - x$ тің мәнін тап.
113. Егер $k > 0$ және $b < 0$ болса, $y = kx + b$ функциясының графигі координаталар жазығының қайсы ширегінде орналасады?
114. Егер $k < 0$ және $b > 0$ болса, $y = kx + b$ функциясының графигі координаталар жазығының қайсы ширегінде орналасады?
115. Егер $k < 0$ және $b < 0$ болса, $y = kx + b$ функциясының графигі координаталар жазығының қайсы ширегінде орналасады?
116. Егер $k > 0$ және $b > 0$ болса, $y = kx + b$ функциясының графигі координаталар жазығының қайсы ширегінде орналасады?
117. Сатушыда түрлі салмақтағы 10 тас бар. Тастардың салмақтары сәйкесінше 1 грамм, 2 грамм, 3 грамм секілді өсе береді, соңғы тастың ауырлығы 10 грамм. Соған орай төмендегілерді анықта:
- а) сатушы бұлардан жалпы салмағы тақ сан шығатын екі данасын неше әдіспен алуы мүмкін?
 - ә) сатушы бұлардан жалпы ауырлығы 3-ке бөлінетін сан шығатын 3 тасты неше әдіспен алуы мүмкін?
 - б) сатушы бұлардан жалпы салмағы 24 грамм шығатын тастарды неше түрлі әдіспен алуы мүмкін?
118. Пицца жеткізіп беруші 4 пиццаны түрлі межелердегі 4 тұрақты клиентке жеткізуге тиіс. Пицца жеткізуші зерікпеу үшін күн сайын бұл клиенттерге пицца жеткізу тәртібін өзгертіп тұруға ұйғарды, яғни ол кез келген екі күнде клиенттерге пицца жеткізіп беру тәртібін бірдей жасамауы керек. Ол бұл ережені сақтай отырып, ары барса неше күн әрекет жасай алады?
119. Сатушыда 1 kg, 3 kg, 5 kg, 7 kg және 9 kg-дық тастар бар. Ол осы тастардың көмегімен табақты таразыда неше түрлі салмақты өлшей алады? (Бұнда таразының өнім қойылатын басына тастардың бірде-біреуін қоюға рұқсат берілмейді.)
120. Төмендегі шартты қанағаттандыратын, 100-ден кіші неше бүтін оң сандар:
- а) 2-ге де, 3-ке де бөлінеді;
 - ә) 2-ге бөлінеді, бірақ 3-ке бөлінбейді;
 - б) 3-ке бөлінеді, бірақ 2-ге бөлінбейді;
 - в) яки 3-ке, яки 2-ге бөлінеді;
 - г) 2-ге де, 3-ке де бөлінбейді.

ХАЛЫҚАРАЛЫҚ БАҒАЛАУ БАҒДАРЛАМАСЫНА ҚАТЫСТЫ ТАПСЫРМАЛАР

1. Арнаулы автоматтан 7 түрлі түске боялған домалақ сағыз сатып алуға болады. Мерей қарап тұрған кезде адамдар автоматтан 306 дана сағыз сатып алды, оладың 23-і көк түсті еді.
Бұл автоматтан сатып алынған кейінгі сағыздардың көк түсті болу мүмкіндігі қанша?
Жауапты қарапайым бөлшек көрінісінде жаз.

2. Төмендегі теңдеулерді қанағаттандыратын x және y мәндерін тап.

$$3x + y = 13$$

$$5x - y = 27$$

3. Меруерт функция графигін түсіндірді:

- График түзу сызықтан тұрады;
- График білікпен $(0; 3)$ нүктеде қиылысады.

Төмендегі функциялардың қайсысы осындай графикке ие болуы мүмкін?

A) $y = x^2 + 3$

B) $y = 3x + 1$

C) $y = 3x^2 - 1$

D) $y = x + 3$

4. Теңіз деңгейіндегі x градус C температура кезінде теңіз деңгейінен y метр биіктіктегі температураны (t °C) есептеу формуласы келтірілген. Егер теңіз деңгейіндегі температура 21 °C болса, 2000 m биіктіктегі тау шыңдарында температура нешеге тең болады?

$$t = x - \frac{6,5}{100}y$$

5. Қайсы $(x; y)$ сандар жұптығы $3x + 4y = 24$ теңдеуін қанағаттандырады?

A) $(0; 8)$

B) $(3; 4)$

C) $(4; 3)$

D) $(6; 0)$

6. Пікірлердің әрқайсысы үшін “дұрыс” немесе “дұрыс емес” таңдауын белгіле.

Пікір	Дұрыс	Дұрыс емес
8^{16} саны 8^{15} санынан 8 есе үлкен		
8^{10} саны 8 санынан 10 есе үлкен		

7. $(-5)^{43} + (-1)^{43} + 5^{43}$ өрнектің мәні неге тең?

A) -1

B) 1

C) 0

D) 5

8. 7^{190} санының соңғы цифры нешеге тең?

A) 1

B) 3

C) 7

D) 9

9. Төмендегі өрнектердің қайсысы $\frac{7,21 \cdot 3,86}{10,09}$ бөлшектің мәніне ең жақын болады?

A) $\frac{7 \cdot 3}{10}$ B) $\frac{7 \cdot 4}{10}$ C) $\frac{7 \cdot 3}{11}$ D) $\frac{7 \cdot 4}{11}$

10. Екіншісі $2n$ болған тізбекті үш санның қосындысы неге тең?

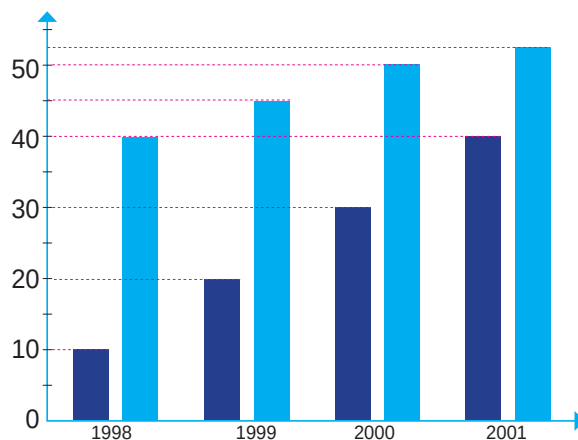
A) $6n + 3$ B) $6n$ C) $6n - 1$ D) $6n - 3$

11. Шараға m ұл бала және n қыз бала қатысуда. Олардың әрқайсысы 2 данадан шар әкелген.

Оқушылардың қайсысы шарлардың жалпы санын бейнелейді?

A) $2(m + n)$ B) $2 + (m + n)$ C) $2m + 2$ D) $m + 2n$

12. Графикте 4 жыл бойы екі түрлі сусынның (жүзімді және лимонды) сатылып келгенінің диаграммасы көрсетілген. Соңғы 10 жылдың ішінде сатылымның көлемі өзгермеген болса, қай жылы жүзім сусынының сатылу көлемі лимон сусынының сатылу көлемімен бірдей болған?



13. $xu + 1$ өрнегі нені білдіреді?

A) 1 ді u ке қосып, содан соң x ке көбейту

Ә) x ті u ті 1 ге көбейту

Б) x ті u ке қосып, содан соң 1-ді қосу

В) x ті u ке көбейтіп, содан соң 1-ді қосу

14. Кестеде биіктіктері әр түрлі бұтаның таңертеңгі сағат 10.00-дегі көлеңкесінің ұзындығы келтірілген. 50 см биіктіктегі бұтаның таңертеңгі сағат 10.00-дегі көлеңкесінің ұзындығы қандай болады?

A) 36 cm B) 38 cm C) 40 cm D) 42 cm

Бұтаның биіктігі (cm)	Көлеңкесінің ұзындығы (cm)
20	16
40	32
60	48
80	64

15. “Реал Бургер” компаниясының 5 мейрамханасы бар. Сол бес мейрамханадағы қызметкерлер саны сәйкесінше 12, 18, 19, 21 және 30 адамды құрайды.
- Бес мейрамханадағы қызметкерлер санының орта арифметигін тап.
 - Бес мейрамханадағы қызметкерлер санының медианасын тап.
 - Егер 30 қызметкері бар мейрамхана қызметкерлерінің саны 50-ге жеткізілсе, бұл орта арифметик мән мен медианаға қалай әсер етеді?

16. $x + y = 12$ және $2x + 5y = 36$. x пен y тің мәндерін тап.

A) $x = 2, y = 10$ B) $x = 4, y = 8$ C) $x = 6, y = 6$ D) $x = 8, y = 4$

17. Қайсы өрнек $4(3 + x)$ өрнекке тең?

A) $12 + x$ B) $7 + x$ C) $12 + 4x$ D) $12x$

18. Мына кестені пайдаланып, $256 \cdot 4096$ өрнектің мәнін 4-тің дәрежесі ретінде бейнеле.

4^1	4^2	4^3	4^4	4^5	4^6
4	16	64	256	1024	4096

A) 4^{10} B) 4^{11} C) 4^{12} D) 4^{13}

19. Арнаулы жабдықта 100 дана кәмпит бар, оның тұтқасын айналдырғанда 1 данадан кәмпит түседі. Ондағы кәмпиттер көк, күлгін, сары және жасыл түсті, олардың әрқайсысы бірдей мөлшерде және араластырылған. Мейіржан жабдықтың тұтқасын бұрап, бір дана күлгін кәмпит алды. Енді тұтқаны айналдыру кезегі Мұратқа келді. Мұраттың күлгін кәмпит алу мүмкіндігі қайсы болжал үшін орынды?

- A) Ол сөзсіз күлгін түсті кәмпит алады.
- Ә) Бұның мүмкіндігі Мейіржанның күлгін кәмпит алу мүмкіндігінен көбірек.
- Б) Бұның мүмкіндігі Мейіржанның күлгін кәмпит алу мүмкіндігімен бірдей.
- В) Бұның мүмкіндігі Мейіржанның күлгін кәмпит алу мүмкіндігінен аз.

20. 400 мектеп бітірушінің 50-і университетке, 100-і политехника техникумына, 150-і бизнес колледжіне және қалғандары жұмысқа орналасуды жоспарлауда. Шеңберлік диаграммада осы оқушылардың үлестерін сәйкестендіріп көрсет. Диаграммаға тиісті белгілерді қой.

21. Такси компаниясы әрбір таксистен мінілген машина үшін міндетті түрде 2,5 мың сум және басып өткен әрбір километр жол үшін 0,2 мың сум алады. Төмендегі өрнектердің қайсысы n километр жол жүрген таксиден алынатын қаржыны көрсетеді?

A) $2,5 + 0,2n$ B) $2,5 \cdot 0,2n$ C) $0,2 \cdot (25 + n)$ D) $0,2 \cdot 2,5 + n$

22. Ағаштың ұзындығы 40 см-ге тең. Ол 3 бөлікке бөлінді. Бөлітердің ұзындықтары төмендегілерге тең (см):

$2x - 5$ $x + 7$ $x + 6$

Ең ұзын ағаш бөлігін тап.

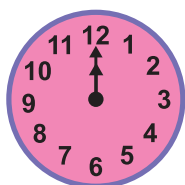
23. Оқушылар мұражайға саяхатқа бармақшы. Бүкіл сынып үшін түскі тамақ 150 мың сум тұрады. Әрбір оқушы үшін кіру билеті 15 000 сумды құрайды. Сыныпта барлығы x оқушы бар. Экскурсияның жалпы құны k мың сумды құрайды. Оның мәнін есептеу формуласын жаз.

24. Кез келген натурал n саны үшін төмендегі сөздер дұрыс па, дұрыс емес пе?

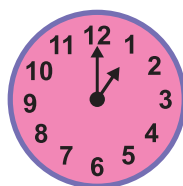
	Дұрыс	Дұрыс емес
$n + 4 = 4 + n$		
$n - 5 = 5 - n$		
$n \cdot 6 = 6 \cdot n$		
$n : 7 = 7 : n$		

25. Ганс (Берлин, Германия) пен Марк (Сидней, Аустралия) бір-бірімен интернет арқылы тұрақты байланыс жасайды. Сөйлесу үшін олар интернетке бір мезгілде кіруі керек. Марк қолайлы уақытты анықтау үшін дүние жүзінің түрлі нүктелеріндегі уақыт кестесін қарап шығып, төмендегідей мәліметтерді алды:

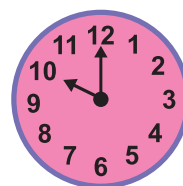
Берлин уақыты	Сидней уақыты
3:25	
	20:30
13:00	
	3:00



Гринвич 24:00



Берлин 1:00



Сидней 10:00

1-тапсырма. Интернет арқылы байланыс жағдайын зерттеп, кестені толтыр.

2-тапсырма. География және физика оқытушыларымен әңгімелесіп (интервью алып), интернеттен мәліметтер жинақтап, кестені толтыр және жауаптарыңды негізде.

Гринвич	Самарқант, Өзбекстан	Санкт-Петербург, Ресей	Нью-Йорк, АҚШ	Сеул, Корея
24:00				
	16:00			
		2:30		
			13:50	
				20:15

ЛОГИКАЛЫҚ ТАПСЫРМАЛАР

1. Қостаңбалы сан мен сол санның керісінше жазылуының қосындысы натурал санның квадратын береді. Сондай сандардың барлығын тап.
2. Квадрат пішініндегі әуіздің бүйір жағынан 1 метр ішкеріде шағын бақ орналасқан. Қолымызда 1 метрлік екі тақтай бар. Сол баққа өту үшін осы тақтайларды қалай пайдалануға болады?
3. Әліби ағай 90 күндік демалысын ауылда өткізді. Бұл жерде ол төмендегі ережелерді қатаң ұстанды: әр екінші күні (күнара) шомылуға, әр үшінші күні дүкеннен өнімдер сатып алуға барды, ал әр бесінші күні бақта жұмыс істеді. Бірінші күні Әліби ағай барлық жұмыстарды бірден қолға алды, бірақ қатты шаршады. Демалыс күндерінде неше күн:
 - А) “ұнамды” (бұл күні ол тек шомылады);
 - Ә) “іш пыстырарлық” (ешқандай жұмыс істемейді);
 - Б) “ауыр” (үш жұмысты атқаратын күн) болады?
4. А) 200-ден кіші, жазуында 1 және 2 цифрлары қатысатын неше натурал сан бар?
Б) миллионнан кіші, жазуында 1, 2 және 3 цифрларының үшеуі де қатысатын неше натурал сан бар?
5. 10 km-ге жүгіру жарысында Мұрат 9641 m жүгірді, одан кейін 3456 dm және 120340 mm жүрді. Сосын шаршап, тоқтауға мәжбүр болды. Мұрат мәреге дейін тағы неше сантиметр жүгіруге тиіс?
6. Ғазиза, Ғалия, Жания және Рақымжан вагонда бір үстелдің басында отыр. Олардың екеуі алға қарап (қозғалыс бағытымен), қалған екеуі бағытқа қарама-қарсы отыр. Оларды екеуі терезе жақта, ал қалған екеуі дәліз жақтағы орындықта отыр. Менің білуімше:
 - Ғазиза Жанияға диагональ бойынша қарама-қарсы отыр;
 - Рақымжан дұрыс бағытқа қарап отыр;
 - Ал Ғалия Ғазизаның жанындағы орындықта отыр.
 Маған төмендегілердің тағы қайсысы белгілі?
 - А) Жания бағытқа кері қарап отыр;
 - Ә) Жания терезе жақтағы орындықта отыр.
 - Б) Ғалия дәліз данындағы орындықта отыр.
 - В) Ғазиза Рақымжанға қарама-қарсы отыр.
7. Клиника сағат 9.00-ден 17.00-ге дейін жұмыс істейді. Әрбір науқасты қарауға 15 минут уақыт бөлінеді және әрбір дәрігерге 30 минуттық түстік уақыты беріледі. Егер клиникада 4 дәрігер жұмыс істейтін болса, бір күнде неше науқас қабылдануы мүмкін?
8. Сәлимаға математика пәнінен үй тапсырмасы ретінде 30 сұрақ берілді. Алғашқы 20 сұрақтың әрқайсысын шешу үшін 3-5 минуттай уақыт жұмсалады, соңғы 10 сұрақты шешу үшін 5-10 минуттай уақыт жұмсалады.



Сәлима 19.00-де үй тапсырмасын орындауға кіріседі және әр 30 минут сайын 15 минуттық үзіліс жасайды. Ол әрқашан 30 минуттың соңына дейін өзі атқарып жатқан кез келген тапсырманы соңына дейін жеткізіп, үзіліске содан соң ғана шығады.

Ол үй тапсырмасын ерте аяқтауы үшін ең мүмкін уақыт қайсы?

9. Сатушыда әр түрлі салмақтағы 10 тас бар. Тастардың ауырқытары сәйкесінше 1 грамм, 2 грамм, 3 грамм сияктанып өсе береді, ең соңғы тастың ауырлығы 10 грамм. Соған орай төмендегілерді анықта:
 А) сатушы бұлардан жалпы салмағы тақ сан шығатын екеуін неше түрлі әдіспен алуы мүмкін?
 Ә) Сатушы бұлардан жалпы салмағы 3-ке бөлінетін сан шығатын 3 тасты неше әдіспен алуы мүмкін?
 Б) Сатушы бұлардан жалпы салмағы 24 грамм шығатын тастарды неше түрлі әдіспен алуы мүмкін?
10. Белгісіз санның 20-дан айырмасы сол санның 32-ден айырмасына тең. Бұл қайсы сан?
11. Гүлжанның мысықтары мен шөжелерінің саны тең. Гүлжан үй жануарларының аяқтарын санағанда барлығы 48 болды. Гүлжанның неше шөжесі бар?
12. Мерей мен Меруерт жаңа жыл аршасын безендіру үшін қағаздан гүл өрнектерін жасады. Бұнда Мерей жасаған гүлбезектер саны Меруерттікінен 8-ге көп. Егер қыздар барлығы 26 өрнек жасаған болса, Меруерт жасаған өрнектер санын тап.
13. Сатушыда 1 kg, 3 kg, 5 kg, 7 kg және 9 kg-дық таразы тастары бар. Олардың көмегімен табақты таразыда неше түрлі салмақтарды өлшеуге болады? (Бұнда таразының өнім қойылатын жағына таразы тасын қоюға рұқсат берілмейді.)
14. Төменде берілген үкімдердің қайсысы дұрыс?
 Шерхан әпкесінің үйіне дейін 6 km жол басып өтті. Велосипедтің спидометрі бүкіл жол барысында оның 18 km/h жылдамдықпен жүргенін көрсетті.
 А) Шерхан әпкесінің үйіне бару үшін 20 минут уақыт жұмсады.
 Ә) Шерхан әпкесінің үйіне бару үшін 30 минут уақыт жұмсады.
 Б) Шерхан әпкесінің үйіне бару үшін 3 сағат уақыт жұмсады.
 В) Шерхан әпкесінің үйіне бару үшін қанша уақыт жұмсағанын білудің лажы жоқ.
15. Майра үйінен 4 km қашықта орналасқан өзен жағалауына барды. Ол өзенге бару үшін 9 минут уақыт жұмсады. Ол үйіне қайтқанда ұзындығы 3 километрлік қысқа жолмен жүруге ұйғарды. Майра қысқа жолмен жүріп, үйіне 6 минутта жетіп келді. Майраның өзенге барып-қайтқандағы орташа жылдамдығы сағатына неше km-ді құрайды?
16. Мен үйден мектепке 30 минутта барамын. Ал менің інім 40 минутта барады. Егер інім менен 5 минут бұрын шығатын болса, оны қанша уақытта қуып жетемін?
17. Алма теріп келе жатқан бала жолшыбай кездескен 1-жолдасына барлық алмасының жартысын және жарты алма, 2-жолдасына қалған алмаларының жартысын және жарты алма, ал 3-жолдасына одан қалғанының жартысы және жарты алма берді. Содан кейін қалған 3 алмасын өзі жеді. Бала барлығы неше алма терген және әрбір жолдасына нешеуден алма берген?

18. Балалар викторина ойнады. Дұрыс жауап үшін 2 жаңғақ беріледі. Қате жауап үшін 3 жаңғақ алып қойылады. 15 ойыннан кейін 1 бала ұтпады да, ұтылмады да. Бұл бала неше дұрыс және неше қате жауап берген?
19. Ойланған 3 таңбалы саннан 7-ні азайтсақ, айырма 7-ге бөлінеді. Егер 8-ді азайтсақ, айырма 8-ге; ал 9-ды азайтсақ, 9-ға бөлінеді. Ойланған санды тап.
20. Егер барлық тауарлардың бағасы 20 пайыз арзандатылған болса, халықтың сатып алу мүмкіндігі неше пайызға артады?
21. 12 адамда 12 мың сум ақша бар. Олардағы әрбір ер адамда 2 мың сум, әрбір әйелде 500 сум, ал әрбір балада 250 сумнан ақша бар. Сол 12 адамның арасында неше бала болған?
22. Жаңа ғана үзілген жүзімнің 55 пайызы су. Ал мейіздің ылғалдылығы 15 пайыз. 10 kg мейіз дайындау үшін қанша жүзім керек?
23. a , b және c сандарының бірі оң, бірі теріс, біреуі нөлге тең. Сонымен қатар ??? теңдігі орынды. Берілген сандардың қайсысы оң болуы мүмкін?
24. Пойыз ұзындығы 450 м-лік көпірден 45 секундта, ал телеграф бағаналарынан 15 секундта өтеді. Пойыздың жылдамдығы мен ұзындығын тап.
25. Трамвайға екінші аялдамадан жолаушылар мінді және олардың жартысы орындықтарды иелеп алды. Егер бұл аялдамадан кейін жолаушылар саны 8 пайызға көбейген болса және трамвайға 70-тен астам адам сыймайтындығы белгілі болса, екінші аялдамадан неше адам мінген?
26. Теңіз суында 5 пайыз тұз бар. 40 литр теңіз суына неше литр таза су құйсақ, жаңарған судағы тұздың мөлшері 2 пайыз болады?
27. Қолайсыз ауа райының себебінен картоптың бағасы 20 пайызға көтерілді. Арадан біраз уақыт өткен соң оның бағасы 20 пайызға төмендеді. Картоптың соңғы бағасы бастапқы бағадан арзан ба, әлде қымбат па? Неше пайызға?
28. Екі оқушы бір мезгілде бір үйден бір мектепке қарай жолға шықты. Олардың біреуінің қадамы екіншісінікінен 20 пайыз қысқа, бірақ бұл оқушы бірдей уақыт ішінде 20 пайыз көп қадам басады. Мектепке қайсы оқушы бұрын жетіп келеді?
29. Стадионға кіру билетінің құны 200 сум. Билет құны арзандағаннан кейін көрермендерің саны 25 пайызға, ал ақша кірісі 12,5 пайызға артты. Арзандатылғаннан кейін билеттің құны қанша сум болған?
30. Автомобиль қаладан ауылға 50 km-сағ жылдамдықпен, ал қайтқан кезде 30 km-сағ жылдамдықпен қозғалды. Оның бүкіл жол бойындағы орташа жылдамдығын тап.
31. Екі жүк машинасы А-дан В-ға қарай бір мезгілде жолға шықты. Бірінші машина жолға жұмсаған уақытының жартысын 50 km/h жылдамдықпен, қалған уақытын 40 km/h жылдамдықпен жүріп өтті. Ал екінші жүк машинасы жолдың бірінші жартысын 40 km/h жылдамдықпен, екінші жартысын 50 km/h жылдамдықпен жүріп өтті. Қайсы машина В-ға бұрын жетіп барады?

МАТЕМАТИКАЛЫҚ ТЕРМИНДЕР

	Термин	Сөздік мағынасы және түсіндірмесі
1	Арифметика	Грекше “аритмос” сөзінен алынған, сан өнері деген мағынаны білдіреді.
2	Алгебра	Әл-Хорезмидің “Ал-Жабр ва ал-муқобала” шығармасындағы “ал-жабр” сөзінің еуропаша айтылуы, қазақ тілінде таңдау, толықтыру мағынасын білдіреді.
3	:	Бөлу белгісін екі нүктемен белгілеуді ғылымға неміс ғалымы Лейбниц ХУІ ғасырда енгізген.
4	Коэффициент	Латынша “коэффициенс” сөзінен алынған, ол көмектесуші деген мағынаны білдіреді.
5	“Оң” және “теріс”	Әли Құсшы “Есеп кітабы” (“Китобул Мухаммадия”) атты шығармасында 1425 жылы қолданған.
6	Натурал	Латынша “натуралис” сөзінен алынған, қазақ тілінде шынайы немесе табиғи деген мағынаны білдіреді.
7	Параллель	Грекше “параллелас” сөзінен алынған, қазақ тілінде қатар тұрушы деген мағынаны білдіреді.
8	Перпендикуляр	Латынша “перпендикуляриес” сөзінен алынған, қазақ тілінде тік тұрушы деген мағынаны білдіреді.
9	+ және –	“Плюс” (латынша “плюс” – көбірек) және “минус” (латынша “минус” – азырақ) терминдері Фибоначидің 1202 жылы жазылған “Зиберабасы” атты шығармасында кездеседі.
10	Процент	Латынша “procentum” сөзінен алынған болып, қазақ тілінде жүзден деген мағынаны білдіреді.
11	Пропорция	Латынша “просентум” сөзінен алынған, қазақ тілінде пайыз деген мағынаны білдіреді.
12	Симметрия	Грекше “сим” және “метрио” сөздерінің бірігуінен жасалған, қазақшада өлшеу деген мағынаны білдіреді.
13	Система	Грекше “система” сөзінен алынған, қазақшада “бөліктерден құралған, біріккен, бүтін” деген мағыналарды білдіреді.
14	Формула	Латынша “формула” сөзінен туындаған, қазақшада тәлім, заң деген мағынаны білдіреді.
15	Функция	Латынша “фунсило” сөзінен келіп шыққан, болатын, орындалатын деген мағыналарды білдіреді.
16	Ондық бөлшек	Жамшид Коши 1427 жылы жазған “Арифметика кілті” (“Мифтохул-хисоб”) шығармасында келтірген.
17	Ондық бөлшек	Ондық бөлшектердің қазіргі көріністегі жазылуын ғылымға ХVІ ғасырда француз математигі Виет енгізген.
18	()	Жақша белгісі математикаға ХVІІ ғасырдың бірінші жартысында енгізілген.
19	Вертикаль	Латын тіліндегі “вертикалус” сөзінен келіп шыққан, қазақшада тік тұрғыш мағынасын білдіреді.
20	Градус	Латын тіліндегі “градус” сөзінен алынған, дәреже яки басқыш мағынасын білдіреді.

O'quv nashri

ALGEBRA

*Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 7-sinfi uchun darslik
(Qozoq tilida)*

*Аударған Ақан Ташметов
Редакторы Айдын Тәжібаева
Көркемдеуші редакторы Сарвар Фармонов
Суретші Бехзод Зуфаров
Дизайнер Дилмурод Мулла-Ахунов
Беттеуші Илхом Болтаев
Корректор Дилнура Байдиллаева*

Басуға 00.00. 2022 жылы рұқсат етілді. Қалыбы 60 x 84 1/8.
Times New Roman гарнитурасы. Кеглі 12 шпонды. Офсеттік басылыс.
Шартты баспа табағы 22,32. Есептік-баспа табағы 14,91.
Таралымы 000 дана. Тапсырыс № 0000.

Пайдалануға берілген оқулықтың жағдайын көрсететін кесте

№	Оқушының аты, фамилиясы	Оқу жылы	Оқулықтың пайдалануға берілгендегі жағдайы	Сынып жетекшісінің қолы	Оқулықты тапсырған-дағы жағдайы	Сынып жетекшісінің қолы
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

Пайдалануға берілген оқулық оқу жылы аяқталғанда қайта тапсырылады. Жоғарыдағы кестені сынып жетекшісі төмендегі бағалау мөлшерлері негізінде толтырады:

Жаңа	Оқулықтың алғаш рет пайдалануға берілгендегі жағдайы.
Жақсы	Мұқаба бүтін, оқулықтың негізгі бөлігінен ажырамаған. Барлық парақтары бар, жыртылмаған, беттеріне жазбаған және сызбаған.
Орташа	Мұқаба езілген, аздап қана сызылған, шеттері мүжілген, оқулықтың негізгі бөлігінен ажыраған жерлері бар. Пайдаланушы жағынан қанағаттанарлық жөнделген. Жұлынған, кейбір беттері сызылған.
Нашар	Мұқаба былынған, сызылған, жыртылған, негізгі бөлігінен ажыраған немесе мүлдем жоқ, қанағаттанарлық емес. Беттері жыртылған, парақтары жетіспейді, сызып, бояп тасталған. Оқулық қалпына келтіруге жарамайды.