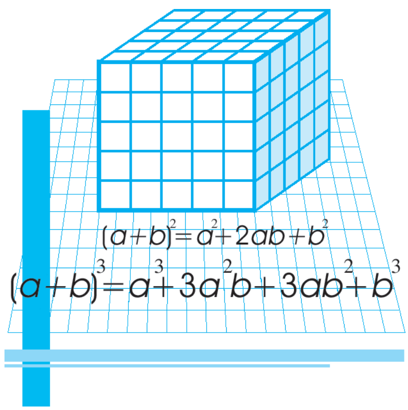
Ş. A. ALIMOW, O. R. HALMUHAMEDOW,
M. A. MIRZAAHMEDOW

ALGEBRA

**Umumy orta bilim berýän mekdepleriň
7-nji synpy üçin derslik**

Gaýtadan işlenen we doldurylan
5-nji neşir

*Özbegistan Respublikasynyň Halk bilimi
ministrligi tarapyndan tassyklanan*



„O‘QITUVCHI“ NEŞIRÝAT-ÇAPHANA DÖREDIJILIK ÖÝI
DAŞKENT — 2017

UO‘K: 512(075.3)
KBK 22.14 ya 72
A-36

Eziz okuwçylarym!

Ene ýurdumyz garaşsyz Özbegistan dünýä ylym-bilimine, medeniýetine ýüzlerçe beýik alymlary, şahyrlary, döwlet işgälerini, hudožnikleri ýetişdirip berdi. Ýatdan çykarmaň, siz olaryň haýyrly işlerini dowam etdirijilersiňiz!

Ýaşlyk bilim alynýan döwürdir.

Akyldarlaryň aýdyşy ýaly: „Ýaşlykda alnan bilim daşa oýulyp ýazylan ýazgy ýaly öçmezdir“. Algebrany, umuman, matematikany öwrenmek yhlas we tutanýerliligi, köp mesele we mysallary düşünip, akyl ýetirip çözmegi talap edýär. Meni gowuja öwrenseňiz, siziň ömürbaky dostuňyz, hemraňyz bolaryn!

Kämil edepli we ylym-bilimli bolmagyňyzy arzuw etmek bilen

„*Algebra*“ dersligiňiz.

Derslikdäki şertli belgiler:

— esasy düzgünler we häsiýetler.

○ — matematiki tassyklamany esaslandyrmak ýa-da formulany getirip çykarmagyň başlanyşy.

● — esaslandyrmak ýa-da formulany getirip çykarmak gutardy.

△ — meseläni çözmek başlandy.

▲ — meseläni çözmek gutardy.

№ — gyzykly meseleler.

25, 42, ... — çylşyrymlyrak mesele.

— synag gönükmeleri.

— esasy material boýunça bilimi barlamak üçin özbaşdak iş.

— taryhy maglumatlar.

Respublikanyň ýörite kitap gaznasynyň serişdeleriniň hasabyndan çap edildi.

ISBN 978-9943-22-103-1

5–6-njy SYNPLARDA GEÇILEN TEMALARY GAÝTALAMAK

Eziz okuwçy! Siz 5-nji – 6-njy synplarda natural sanlar, ady we onluk droblar, rasional sanlaryň üstünde dört amala degişli mysal we meseleleri çözüpdiňiz. 5-nji –6-njy synplarda matematikadan alan bilimleriňizi ýada salmak maksadynda Size birnäçe gönükmeleri hödürleýäriz.

1. „Halk bilen gepleşik we adam bähbitleri“ ýylynda gurlan döwrebap jaýlar şäherimize ýene-de görk berdi. Täze gurlan köp etažly jaýlardan biriniň öýleri 1, 2, 3, ..., 99, 100 sanlary bilen nomerlenen. Sifrleriniň jemi özara deň bolan öýler näçeden? Netijeleri jedwelde we diagrammada suratlandyryň.

2. Bir fermadaky sygyrlaryň sany 2-nji fermadaka garanda 12 % kem. Emma 1-nji fermanyň her bir sygry 2-nji fermanyň her bir sygryna garanda 7,5 % köp süýt berýär. Haýsy ferma we näçe göterim köp süýt alýar?

3. 300 kg galla mälim möhlet guradylansoň, onuň massasy 20 kg kemeldi, çyglylygy bolsa 10 % boldy. Gallanyň ilkibaşdaky çyglylygy näçe göterimdi?

4. Deňlemäni çözüň:

1) $5x+48:4=20:10+2\cdot 10;$

3) $4\frac{1}{2}x+3\frac{3}{10}\cdot 5=7\frac{6}{13}+18\frac{7}{13};$

2) $7x+32:2=(72+18):3;$

4) $6\frac{1}{2}x+3\frac{1}{2}\cdot 3=11\frac{4}{17}+5\frac{13}{17}.$

5. Ahmet welosipedde sagadyna 10,8 km tizlik bilen 1 sagat 15 minut ýol ýöredi. Soňra sagadyna 12,8 km tizlik bilen 2,5 sagat ýol ýöredi. Ahmet jemi näçe kilometr ýol ýöräpdir?

6. Gönüburçlugyň uzynlygy 8 sm-e deň. Ini uzynlygyndan 1,5 sm gysga. Gönüburçlugyň meýdanyny tapyň.

7. Gönüburçlugyň meýdany 20,25 dm^2-a, ini 3,24 dm-e deň. Şu gönüburçlugyň perimetrini tapyň.

8. Awtomobil 100 km aralyga 5 *l* benzin sarp edýär. Bu awtomobil: 50 km; 60 km; 70 km; 80 km; 120 km; 250 km; 360 km ýola näçe benzin sarp edýär?

9. Syýahatçy ýoluň $\frac{2}{7}$ bölegini geçdi. Hasaplap görse, ýoluň ýarysyna ýetmegi üçin ýene 9 km ýöremeli eken. Syýahatçy jemi näçe kilometr ýol ýöremekçi?

10. Bir awtomobil 100 km aralyga 8 *l*, ikinji awtomobil bolsa şonça aralyga 10 *l* benzin sarp edýär. Eger her bir awtomobiliň bakynda 32 *l*-den benzin bolsa, bu ýangyç olar üçin näçe kilometr ýola ýeter?

11. 1) Matanyň bahasy 20 % arzaladyldy. Mälim wagtdan soň, täze nyrh hem 25 % arzanladyldy. Matanyň bahasy jemi näçe göterim arzanlapdyr?
2) Matanyň bahasy 20 % artdy. Mälim wagtdan soň, täze nyrh ham 25 % artdy. Matanyň nyrhy jemi näçe göterim artypdyr?

12. Bugdaýyň çyglylygy 23 % -di. Ol guradylansoň, çyglylygy 12 % boldy. Bugdaýyň massasy näçe göterim kemeldi?

13. Telekeçi 1-nji we 2-nji sort harytlary satyp, jemi 54 000 som peýda aldy. 1-nji sort harydyň bahasy 120 000 somdy, telekeçi ony 15 % peýdasyna satdy. 2-nji sort harytdan 20 % peýda aldy. 2-nji sort harydyň nyrhy näçe? Iki sort harydy satyp, telekeçi näçe göterim peýda aldy?

14. Gönüburçlugyň esasynyň uzynlygy 20 %, beýikligi 25 % artdyrylsa, onuň meýdany näçe göterim artar?

15. Gönüburçlugyň esasynyň uzynlygy 10 %, beýikligi 20 % kemeldilse, onuň meýdany näçe göterim kemeler?

16. Amallary ýerine ýetiriň:

1) $(-120):((-8)\cdot(-3)+12:(-3))-(-48):(-16);$

2) $(-75)\cdot 4-204:(-3)+(-210):(-7);$

3) $(-20,25):(-3,6)+90,72:(-4,5)-7,5\cdot 3,2;$

4) $5\frac{5}{19}\cdot(-0,95)+2\frac{16}{17}\cdot(-0,34)-8\frac{4}{7}:2\frac{1}{7}.$

17. Deňlemäni çözüň:

1) $3x+2x=17+(-27);$

2) $6x-7x=3,5\cdot(-1)+4;$

3) $1,3x-3,5x=11\cdot(-0,5);$

4) $4x-2\frac{1}{3}x=3\frac{1}{3}:(-2).$

18. 5 sanyň orta arifmetigi 18,4-e deň. Bu sanlara ýene bir san goşup, orta arifmetik baha hasaplanypdy, ol 20-ä deň boldy. Goşulan sany tapyň.

19. Kerim ata 90 ýaşda. Onuň agtyklarynyň ortaça ýaşy 20-de. Agtyklaryň ýaşlaryna Kerim atanyň ýaşyny hem goşup, orta arifmetik baha hasaplanypdy, ol 22-ä deň boldy. Kerim atanyň näçe agtygy bar?

20. Awtomobil 72 km/sagat tizlik bilen 3,5 sagat, 60 km/sagat tizlik bilen 2,5 sagat ýöredi. Awtomobil jemi näçe kilometr ýol ýöräpdir? Bu aralygy ol nähili ortaça tizlik bilen geçipdir?

21. Proporsiýanyň näbelli agzasyny tapyň:

1) $3,5:x=2,4:4,8;$

2) $x:2\frac{1}{3}=9,2:2,3;$

3) $7,2:2,4=x:4\frac{1}{3};$

4) $4\frac{2}{7}:2\frac{1}{7}=3,2:x.$

I BAP

ALGEBRAIK AŇLATMALAR

1- § Sanly aňlatmalar

Algebra sözi beýik özbek matematigi we astronomy, watandaşymyz Abu Abdullah Muhammet ibn Musa al-Horezminiň „Kitob al-muhtasar fi hisob al-jabr wal-mukabala“ („Al-jabr wal-mukabala“) eserindäki *al-jabr* (latynça *algebra*) sözünden alnan. Bu eserde al-Horezmi dünýäde ilkinji gezek algebra ylmyny yzygiderlik bilen beýan edipdir.

Algebranyň esasy meselesi algebraik aňlatmalaryň üstünde matematik amallary öwrenmekdir. Algebraik aňlatmalaryň iň ýönekeý görnüşi bolan sanly aňlatmalar 5—6-njy synp matematika kurslarynda garalypdy.

Sanly aňlatma sanlardan düzülip, amal belgileri bilen birleşdirilen ýazuwdygyny ýatladyp geçýäris. Meselem, $2\cdot3+7$; $10:2-3$; $\frac{4\cdot0,5+3}{5}$; $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$ ýazuwlar sanly aňlatmalardyr.

***Sanly aňlatmanyň bahasy** diýip, şu sanly aňlatmada görkezilen amallary ýerine ýetirmek netijesinde alnan sana aýdylýar.*

Meselem, $2\cdot3+7$ sanly aňlatmanyň bahasy 13 sany, $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$ sanly aňlatmanyň bahasy $-\frac{1}{6}$ sanydyr.

Sanly aňlatma bir sandan ybarat bolmagy-da mümkin. Onuň bahasy şu sanyň özi bolýar.

Käte sanly aňlatmada sanlar we amal belgilerinden daşary amallaryň mälim tertipde ýerine ýetirilişini görkezýän ýaýlardan peýdalanylýar. Meselem, $(2,5+3,5)\cdot2,1$ sanly aňlatmanyň bahasyny hasaplamakda ilki ýaýyň içindäki goşmak amaly, soňra köpeltmek amaly ýerine ýetirilýär.

Abu Abdullah Muhammet ibn Musa al-Horezmi (783—850) — beýik özbek matematigi we astronomy.

$(2{,}5 + 3{,}5) \cdot 2{,}1$ aňlatmanyň bahasyny hasaplap, 12,6 sanyny alýarys. Şonuň üçin $(2{,}5 + 3{,}5) \cdot 2{,}1 = 12{,}6$ deňligi ýazmak bolar.

„=“ belgisi bilen birleşdirilen iki sanly aňlatma sanly deňligi düzýär.

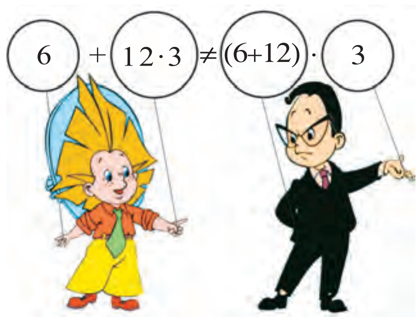
*Eger deňligiň çep we sag bölekleriniň bahalary birmeňzeş san bolsa, onda deňlige **dogry deňlik** diýilýär.*

Meselem, $\frac{15-1}{2} = 8-1$ dogry deňlik, çünki onuň iki böleginiň hem bahasy 7-ä deň.

Sanly aňlatmalar we sanly deňliklerden, hasaplamalar bilen bir hatarda, sanlaryň häsiýetlerini ýazmakda-da peýdalanylýar.

Meselem, $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ deňlik droblaryň esasy häsiýetini, $35 + 21 = 21 + 35$ deňlik bolsa goşmagyň orun çalyşma düzgünini aňladýar.

Indi $6 + 12 \cdot 3$ sanly aňlatma garalyň. $6 + 12 \cdot 3 = 6 + 36 = 42$-den ybarat bolan dogry netije amallary diňe kabul edilen ýerine ýetirmegiň tertibi berjaý edilende alynýar.



Eger kabul edilen hasaplama yzygiderligi bozulsa we ilki 6-a 12-ni goşup, soňra alnan jem 3-e köpeldilse, onda 54-den ybarat nädogry netije alynýar. Bu netije ilkibaşdaky aňlatma $(6 + 12) \cdot 3$ ýaly ýazylsa, dogry bolardy.

Diýmek, hasaplamanyň dogrudygy sanly aňlatmadaky amallary ýerine ýetirmegiň tertibine bagly eken.

Sanlaryň üstünde amallary ýerine ýetirmegiň tertibi algebraik aňlatmalaryň san bahalaryny tapmaga degişli meseleler ýerine ýetirilende-de saklanyp galýar.

Goşmak we aýyrmak *birinji basgançak amallar*, köpeltmek we bölmek bolsa *ikinji basgançak amallar* diýilýändigini ýatladyp geçýäris. Kwadrata we kuba götermäge *üçünji basgançak amallar* diýilýär.

Sanly aňlatmanyň san bahasyny tapmakda amallary ýerine ýetirmegiň aşakdaky tertibi kabul edilen:

1) Eger aňlatmada ýaýlar bolmasa, onda ilki üçünji basgançak amallar, soňra ikinji basgançak amallar we, ahyrynda, birinji basgançak amallar ýerine ýetirilýär, şonuň bilen birlikde, meňzeş basgançak amallary olar nähili yzygiderlikde ýazylan bolsa, edil şu yzygiderlikde ýerine ýetirilýär.

Meselem,

$$3\cdot5^2\cdot4-5\cdot4+7=3\cdot25\cdot4-5\cdot4+7=300-20+7=280+7=287.$$

2) Eger aňlatmada ýaýlar bolsa, onda ilki ýaýlaryň içindäki sanlaryň üstünde ähli amallar, soňra bolsa galan ähli amallar ýerine ýetirilýär, munda ýaýyň içindäki we ondan daşardaky ähli amallar 1-nji bentde görkezilen yzygiderlikde ýerine ýetirilýär.

Meselem,

$$(2^3\cdot4-5)\cdot6+(2+2\cdot4)=(8\cdot4-5)\cdot6+(2+2\cdot4)=$$
$$=(32-5)\cdot6+(2+8)=27\cdot6+10=162+10=172.$$

3) Eger drob görnüşindäki aňlatmanyň bahasy hasaplanýan bolsa, onda drobuň sanawjysyndaky we maýdalawjysyndaky amallar ýerine ýetirilýär, soňra birinji netije ikinjisine bölünýär.

Meselem,

$$\frac{2\cdot3^3-3\cdot5}{3+5^2}=\frac{2\cdot27-3\cdot5}{3+25}=\frac{54-15}{28}=\frac{39}{28}=1\frac{11}{28}.$$

4) Eger aňlatmada ýaýlaryň içinde başga ýaýlar bolsa, onda ilki iň içerki ýaýlaryň içindäki amallar ýerine ýetirilýär.

Meselem,

$$2\cdot(8-(5^2-4))=2\cdot(8-(25-4))=2\cdot(8-21)=2\cdot(-13)=-26.$$

Gönükmeler

1. Amallary ýerine ýetiriň:

1) $2,17+(3,2-0,17)$;
3) $13\frac{7}{9}-\left(2,64+2\frac{7}{9}\right)$;
2) $9,49-(1,5+0,99)$;
4) $6\frac{7}{8}-\left(3,14-2\frac{1}{8}\right)$.

2. Sanly aňlatmanyň bahasyny tapyň:

1) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\right)$;
3) $\left(0,3-\frac{1}{20}\right):\left(\frac{3}{4}-1,25\right)$;
2) $\left(\frac{2}{7}-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{2}{13}-\frac{1}{2}\right)$;
4) $\left(2,7-\frac{1}{5}\right):\left(\frac{1}{2}+4,5\right)$.

3. Bahasy: 1) 8; 2) 0; 3) 1; 4) –14-e deň birnäçe sanly aňlatma ýazyň.

4. Deňlik dogrumy:

1) $\frac{12,5-4,1}{4}=1,7+0,4$;
3) $\frac{2,13+4,33}{7,58-4,35}=1\frac{5}{12}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$;
2) $\frac{0,75-0,15}{2}=0,15+0,25$;
4) $\frac{8,92-6,61}{5,38-1,55}=2\frac{1}{9}-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$?

Sanly deňlik görnüşinde ýazyň **(5—6):**

5. 1) $\frac{1}{3}$ we $\frac{1}{5}$ sanlarynyň jemi $\frac{2}{3}$ we $\frac{2}{15}$ sanlarynyň tapawudyna deň;
2) 40 we 0,03 sanlarynyň köpeltmek hasyly 6 sanynyň 5-e bölünmegine deň.

6. 1) 10 we – 2 sanlarynyň tapawudynyň ikeldileni şu sanlaryň jeminden üç esse uly;
2) 2 we 6 sanlarynyň jeminiň üçeldileni şu sanlaryň köpeltmek hasylyndan iki esse artyk.

7. Amallaryň yzygiderligini görkeziň we hasaplaň:

1) $1,7\cdot3^2+\frac{2}{3}\cdot12-15$;
3) $48\cdot0,05-\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot54+1,7$;
2) $27,7-\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot100+6,4:0,8$;
4) $(2,5)^2+15\cdot\frac{3}{5}-0,24:0,6$.

8. Sanly aňlatmanyň bahasyny tapyň:

1) $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right)$; 3) $4\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\cdot\left(1\frac{7}{9}-\frac{1}{9}\right)$;

2) $\left(\frac{4}{7}-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{13}-\frac{1}{4}\right)$; 4) $5\frac{1}{7}-\frac{1}{7}\cdot\left(1\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)$.

9. Amallary ýerine ýetiriň:

1) $\frac{0,3\cdot 5^2-15}{3,5+2^2}$; 3) $13\frac{1}{3}\cdot(18,1-(3^2+6,1))$;

2) $\frac{4,2:6-3\frac{1}{3}\cdot 0,3}{7,5:0,5}$; 4) $((7,8:0,3-3^3)+3,1):0,7$.

2-§ *Algebraik aňlatmalar*

Aşakdaky meselä garaýarys.

1-nji mesele. Käbir san oýlaň, ony 3-e köpeldiň, alnan netijä 6-ny goşuň, tapylan jemi 3-e bölüň we oýlanan sany aýryň. Nähili san alnar?

△ Aýdaly, oýlanan san 8 bolsun. Ähli amallary meseläniň şertinde görkezilen yzygiderlikde ýerine ýetirýäris:

1) $8\cdot 3=24$; 2) $24+6=30$; 3) $30:3=10$; 4) $10-8=2$.

2 sany alyndy.

Bu çözüwi bahasy 2-ä deň bolan $(8\cdot 3+6):3-8$ sanly aňlatma görnüşinde ýazmak bolar.

Eger-de, 5 sany oýlanan bolsa, onda bahasy ýene 2-ä deň bolan $(5\cdot 3+6):3-5$ sanly aňlatma alnan bolardy.

Biz nähili sany oýlasak-da, netijede 2 sany emele gelibirýän eken, diýen pikir döreýär. Muny barlap görýäris. Oýlanan sany a harpy bilen belgileýäris we amallary ýene meseläniň şertinde görkezilen yzygiderlikde ýazýarys:

$$(a\cdot 3+6):3-a.$$

Arifmetik amallaryň bize mälim bolan häsiýetlerinden peýdalanyp, bu aňlatmany ýönekeýleşdirýäris:

$$(a\cdot 3+6):3-a=a+2-a=2. \blacktriangle$$

Meseläni çözende islendik sany aňladýan a harpy, 3 we 6 sanlaryndan, amal belgilerinden we ýaýlardan ybarat $(a \cdot 3+6):3-a$ aňlatma alyndy. Bu algebraik aňlatma mysaldyr we ol meseläniň şertini matematik dile geçirmegiň nusgasydyr.

Ýene algebraik aňlatmalara mysallar getirýäris:

$$2(m+n), \quad 3a+2ab-7, \quad (a+b)(a-b), \quad \frac{x+y}{a}.$$

Algebraik aňlatma sanlardan we harplardan düzülip, amal belgileri bilen birleşdirilen aňlatmadyr.

Eger algebraik aňlatma girýän harplaryň ýerine käbir san goýulsa we görkezilen amallar ýerine ýetirilse, netijede, alnan sana *berlen algebraik aňlatmanyň san bahasy* diýilýär.

Meselem, $a=2$, $b=3$ bolanda

$$3a+2b-7$$

algebraik aňlatmanyň bahasy 5-e deň, çünki $3 \cdot 2+2 \cdot 3-7=5$; şu algebraik aňlatmanyň bahasy $a=1$; $b=0$ bolanda - 4-e deň, çünki

$$3 \cdot 1+2 \cdot 0-7=-4.$$

a-nyň islendik bahasynda

$$(a \cdot 3+6):3-a$$

algebraik aňlatmanyň bahasy 2-ä deň.

2-nji mesele. $\frac{(3a+7)b}{a-b}$ aňlatmanyň bahasyny $a=10$, $b=5$ bolanda tapyň.

$$\triangle \quad \frac{(3 \cdot 10+7) \cdot 5}{10-5}=\frac{37 \cdot 5}{5}=37. \quad \blacktriangle$$

Gönükmeler

10. Algebraik aňlatmanyň bahasyny tapyň:

1) $3a-2b$, munda $a=\frac{1}{3}$, $b=1$;
2) $2a+3b$, munda $a=3$, $b=-2$;
3) $0,25a-4c^2$, munda $a=4$, $c=3$;
4) $\left(2a^2-\frac{1}{3}b\right)$, munda $a=2$, $b=9$.

11. Algebraik aňlatmanyň bahasyny tapyň:

1) $\frac{1}{4}x-\frac{3}{7}y$, munda $x=8, y=-14$;

2) $\frac{2}{3}x+\frac{4}{5}y$, munda $x=9,\ y=-10$;

3) $\frac{a-3b}{a+3b}$, munda $a=4,\ b=-2$;

4) $\frac{a+3c}{2a-c}$, munda $a=3,\ c=-1$.

12. Nebit turbasyndan 1 sagatda 7 t nebit akýar, m sagatda turbadan näçe tonna nebit akyp geçýär? Bir sutkada näçe?

13. 1) m sagatda; 2) p sekuntda; 3) m sagat l minut we p sekuntda näçe minut bar?

14. x we y sanlaryň tapawudynyň üçeldilenini ýazyň. Şu aňlatmanyň:

1) $x=-0,37,\ y=-0,42$; 2) $x=-2,98,\ y=-4,48$;

3) $x=-\frac{5}{6},\ y=-\frac{9}{4}$; 4) $x=\frac{2}{15},\ y=-0,7$

bolandaky san bahasyny tapyň.

15. x we y sanlaryň jemi bilen olaryň tapawudynyň köpeltmek hasylyny ýazyň. Alnan algebraik aňlatmanyň:

1) $x=-\frac{1}{8},\ y=\frac{1}{4}$; 2) $x=-\frac{5}{8}, y=\frac{3}{4}$;

3) $x=0,15,\ y=-0,75$; 4) $x=1,32,\ y=-1,28$

bolandaky san bahasyny tapyň.

Algebraik aňlatmalaryň san bahasyny tapyň **(16—17):**

16. 1) $\frac{2mn(n+k)}{n-k}$, munda $m=k=\frac{1}{3},\ n=\frac{1}{2}$;

2) $\frac{(3p+1)\cdot 2p}{p-l}+\frac{1}{3}$, munda $p=\frac{1}{3},\ l=1$.

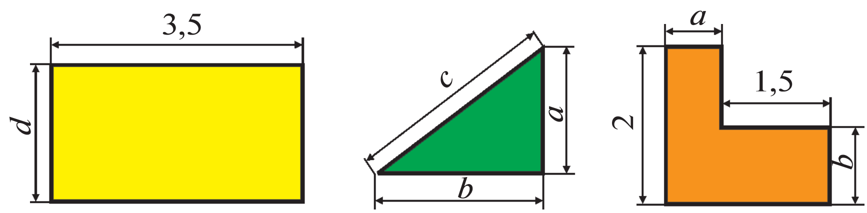
17. 1) $\frac{3(x-y)}{2p+q}$, munda $x=8,31;\ y=2,29;\ p=2,01;\ q=2$;

2) $\frac{5(bc+m)}{2q+4\frac{1}{4}}$, munda $b=\frac{2}{3};\ c=6;\ q=\frac{1}{2},\ m=\frac{1}{5}$.

18. Täk sanyň formulasy $n = 2k + 1$-den peýdalanyp, $k = 0$, $k = 1$, $k = 7$, $k = 10$ bolanda n-iň bahasyny tapyň.

19. Algebraik aňlatma görnüşinde ýazyň:
1) kiçisi n-e deň bolan iki yzygider natural sanyň jemi; 2) ulusy m-e deň bolan iki yzygider natural sanyň köpeltmek hasyly; 3) kiçisi $2k$-ga deň bolan üç yzygider jübüt natural sanyň jemi; 4) kiçisi $2p + 1$-e deň bolan üç yzygider täk natural sanyň köpeltmek hasyly.

20. Şekilleriň perimetrini we meýdanyny algebraik aňlatma görnüşinde ýazyň (1-nji surat):



1-nji surat.

21. Öýi ýylatmak üçin p tonna kömür alyp goýuldy; şu gordan q tonna sarp edildi. Näçe tonna kömür galdy? 1) $p = 20$, $q = 15$ bolanda hasaplaň; 2) q san p sandan uly bolmagy mümkinmi? p-ge deň bolmagy näme?

22. Göreş ýaryşynda hersi 400 somdan n sany bilet we hersi 500 somdan m sany bilet satyldy. Ähli bilet ler üçin näçe pul alnypdyr? $n = 200$, $m = 150$; $n = 100$, $m = 230$ bolanda hasaplaň.

23. Bir albomyň bahasy 200 som, bir depderiň bahasy 40 som, bir ruçkanyň bahasy 60 som. c sany albomyň, a sany depderiň we b sany ruçkanyň umumy (somlardaky) bahasyny p harpy bilen belgiläp, ony formula görnüşinde ýazyň. Eger $c = 9$, $a = 21$, $b = 4$ bolsa, bu formula boýunça p-ni hasaplaň.

24. Ýylylyk geçiriji stansiýa üçin niýetlenen gaz turbasy arkaly her minutda 26 m^3 gaz geçýär. 5 sutkada; m sutkada turbadan näçe kub metr gaz geçer?

25. Geologlar öz ugry boýunça hereket edip, atda sagadyna c kilometr tizlik bilen 3 sagat 10 minut ýörediler; akymynyň tizligi sagadyna a kilometr bolan derýada akym boýunça 1 sagat 40 minut salda ýüzdüler we sagadyna b kilometr tizlik bilen 2 sagat 30 minut pyýada ýörediler. Ugruň (km-lerdäki) uzynlygyny s harpy bilen belgiläp, geologlaryň geçen ýolunyň formulasyny ýazyň. Eger $a =$ $= 3{,}3$ km/sagat, $b = 5{,}7$ km/sagat, $c = 10{,}5$ km/sagat bolsa, ugruň uzynlygyny hasaplaň.

3-§ Algebraik deňlikler, formulalar

Enḉeme amaly meseleler çözülende sanlary belgilemek üçin harplardan peýdalanmak amatlydyr.

Meselem, eger a we b gönüburçlugyň taraplarynyň uzynlyklary bolsa, onda $a \cdot b$ — onuň meýdany, $2 \cdot (a + b)$ —onuň perimetri. Bu ýerde a we b harplary bilen položitel sanlar — gönüburçlugyň taraplarynyň uzynlyklary belgilenen. Eger gönüburçlugyň meýdanyny S harpy bilen, perimetrini bolsa P bilen belgilesek, onda aşakdaky formulalary alarys:

$$S = a \cdot b, \quad P = 2 \cdot (a + b).$$

Eger taraplaryň uzynlyklary santimetrlerde ölçelen bolsa, onda S meýdan kwadrat santimetrlerde, P perimetr bolsa santimetrlerde aňladylýar.

Ýazgyny gysgaltmak üçin köpeltmek belgisi —„nokat“ köplenç düşürlip galdyrylýar. Meselem, $S = ab$, $P = 2(a + b)$ diýlip ýazylýar.

Harplar bilen, şonuň ýaly-da, deňlemelerdäki näbelli sanlar hem belgilenýär. Meselem: $x + 12{,}3 = 95{,}1$ deňlemedäki näbelli san x harpy bilen belgilenen, $2y + 3 = 7$ deňlemedäki näbelli san bolsa y harpy bilen belgilenen.

Harplar bilen arifmetik amallaryň düzgünlerini we häsiýetlerini ýazmak hem amatlydyr. Meselem:

$$a-(b+c)=(a-b)-c=a-b-c, \qquad (1)$$
$$(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c, \qquad (2)$$
$$(a+b):c=a:c+b:c. \qquad (3)$$

XVI asyryň görnükli matematigi Fransua Wiýet (1540—1603) algebra harply belgini girizmegiň esaslandyryjysy hasaplanýar.

Algebrada diňe harpyň özi her hili sanly bahalary kabul etmegi mümkin. Şol sanda, (1) we (2) deňliklerde *a, b, c* — erkin sanlar; (3) deňlikde bolsa *a, b* — islendik sanlar, ýöne $c \neq 0$, çünki nola bölmek mümkin däl.

Harplaryň kömeginde jübüt we täk natural sanlaryň formulasyny ýazmak bolar.

Eger *a* jübüt san bolsa, onda bu san 2-ä bölünýär we ony şeýle ýazmak bolar:

$$\boxed{a = 2n,}$$

bu ýerde *n* — natural san.

Eger *b* täk san bolsa, onda ony 2-ä bölendäki galyndy 1-e deň, şeýlelikde, *b* sany şeýle ýazmak bolar:

$$\boxed{b = 2n + 1,}$$

bu ýerde *n* — natural san ýa-da nol.

Käte, täk natural sanlaryň formulasyny aşakdaky ýaly hem ýazýarlar:

$$\boxed{b = 2k - 1,}$$

bu ýerde *k* — natural san.

Formulalar başga ylymlarda hem bar. H_2O — suwuň, Og_{3+3} $Ç_{3+3}$ $U_{(3)}$ çigildem gülüniň formulasydygyny himiýa, botanika derslerinde öwrenensiňiz.

Harplardan peýdalanmak birmeňzeş taýpadaky ençeme meseleleri çözmegiň ýoluny ýazmaga mümkinçilik berýär. Şuňa degişli meselelere garalyň.

1-nji mesele. Fermeriň bagy gönüburçluk görnüşinde bolup, onuň uzynlygy *a* kilometre, ini bolsa *b* kilometre deň.

Täze ýer özleşdirilenden soň bagyň meýdany 0,88 km^2-a artdy. Bagyň meýdany näçe boldy? Hasaplamalary: 1) $a = 2{,}2$ we $b = 0{,}8$; 2) $a = 1{,}4$ we $b = 4{,}3$ üçin ýerine ýetiriň.

△ Ilki bagyň meýdany $a \cdot b$ km^2-a deňdi, täze ýer açylandan soň ol $(ab + 0{,}88)$ km^2-a deň boldy.

1) $a = 2{,}2$ we $b = 0{,}8$ bolanda, $2{,}2 \cdot 0{,}8 + 0{,}88 = 2{,}64$.

2) $a = 1{,}4$ we $b = 4{,}3$ bolanda, $1{,}4 \cdot 4{,}3 + 0{,}88 = 6{,}9$. ▲

2-nji mesele. Syýahatçy obadan çykyp, şähere tarap ugrady. Ol a kilometr pyýada ýöränden soň awtobusa mün-di we awtobusda t sagatda şähere ýetip geldi. Eger awtobus 60 km/sagat tizlik bilen hereket eden bolsa: 1) $a = 5$ we $t = 0{,}5$ bolanda oba bilen şäheriň arasyndaky s aralygy hasaplaň; 2) $s = 70$, $a = 10$ bolanda t-ni tapyň.

△ Syýahatçy awtobusda t sagatda $60t$ kilometr ýol geçipdir. Şonuň üçin oba bilen şäheriň arasyndaky aralyk

$$s = a + 60t$$

formula bilen aňladylýar.

1) $a = 5$ we $t = 0{,}5$ bolanda, $s = 5 + 60 \cdot 0{,}5 = 35$ km bolýar;

2) $s = a + 60t$ formuladan t-ni tapýarys: $t = \frac{s - a}{60}$. Bu ýerden $s = 70$, $a = 10$ bolanda, $t = \frac{70 - 10}{60} = 1$ sagat.▲

Gönükmeler

26. Jümleleri matematik dilde ýazyň:

1) m we n sanlaryň jemini;
2) a we b sanlaryň tapawudyny;
3) a we b sanlar tapawudynyň ikeldilenini;
4) m we n sanlar köpeltmek hasylynyň ikeldilenini;
5) n we m sanlar jeminiň olaryň tapawudyna paýyny;
6) a we b sanlar jeminiň olaryň tapawudyna köpeltmek hasylyny.

27. Aşakdaky aňlatmalarda harplar nähili sanlary aňlatmagy mümkin:

1) arakesme n minut dowam edýär;
2) synpymyzda y sany okuwçy bar;

3) 7-nji synpda x sany okuw predmeti okadylýar;
4) bir aýda k gün bar?

28. Ýeriň emeli hemrasy 9 km/s tizlik bilen hereket edýär. Şu jedweli dolduryň:

Geçilen uzaklyk, km	45 000	1 350 000
Hereket wagty, s		

29. „Spark“ awtomobili 100 km ýola a litr ýangyç sarp edýär. Şu jedweli dolduryň:

Geçilen aralyk, km	300	800	1000			s
Ýangyç sarpy, l				$5a$	$4a$	

30. Birinji haltada m kilogram, ikinji haltada bolsa birinji haltadakydan n kilogram kem un bar. Ikinji haltada näçe kilogram un bar? Meseläni 1) $m = 50$ we $n = 12$; 2) $m = 45$ we $n = 15$ ýagdaýlar üçin çözüň.

31. Pyýada 1 sagatda 5 km ýol geçýär. Ol: 1) 3 sagatda näçe kilo metr ýol geçer? 2) k sagatda näçe?

32. Dükana hersinde 50 kg-dan un bolan a sany halta getirildi. Dükana näçe kilogram un getirilipdir?

33. Bagbanlar 1 günde 15 gektar bagy işläp bejergilediler. Olar a günde näçe gektar bagy işläp bejeripdirler?

34. Hersi x somdan 6 depder we hersi y somdan 3 daňy kagyz satyn alyndy. Ähli harydyň bahasy näçe?

35. Ýük maşyny dükana ammardan hersi a kilogramdan 15 ýaşik garaly we hersi b kilogramdan 20 ýaşik alma getirdi. Dükana näçe kilogram miwe getirilipdir?

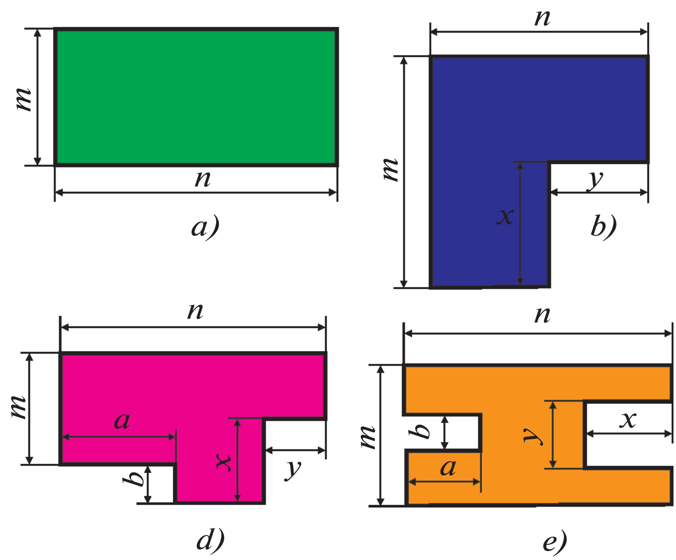
36. Maşyna hersi m kilogramdan k halta bugdaý we her biri n kilogramdan c halta arpa ýüklendi. Maşyna näçe kilogram däne ýüklenipdir?

37. Gönüburçluk görnüşindäki tejribe uçastogunyň uzynlygy a metre deň, ini bolsa uzynlygyndan b metr gysga. Şu uçastoguň S meýdanynyň formulasyny ýazyň.

38. Kinoteatrda hersi n sany ýere eýe bolan m sany hatar we ýene k sany goşmaça ýer bar. Kinoteatrda jemi näçe ýer bar? Meseläni çözmegiň formulasyny düzüň we $m = 30$, $n = 25$, $k = 60$ bolanda hasaplamalary ýerine ýetiriň.

39. Dersiň jedwelinde 5 ders, iki 15 minutlik we iki 10 minutlik arakesme bolan güni okuwçy mekdepde näçe sagat bolýar? (1 ders — 45 minut.)

40. Ölçegleri 2-nji suratda görkezilen şekilleriň perimetrlerini we meýdanlaryny hasaplamak üçin formulalar ýazyň:



2-nji surat.

41. Gönüburçlugyň uzynlygy kwadratyň tarapyndan 8 m uzyn, ini bolsa şu kwadratyň tarapyndan 4 m gysga. Kwadratyň tarapyny käbir harp bilen belgiläp, gönüburçluk üçin: 1) taraplaryň uzynlygyny; 2) perimetrini; 3) meýdanyny ýazyň.

42. Awtobus t sagatda s kilometr ýol geçýär. Awtomobil edil şu ýoly awtobusdan 1 sagat öň geçmek üçin nähili tizlige eýe bolmaly?

43. $x = 2a + 3b$ (km) formula awtobusyň hereketi baradaky meseläniň çözülişini aňladýar. Mesele şertini düzüň.

44. Mekdep tejribe uçastogy a kwadrat metr meýdana eýe. Bag 1500 m^2 meýdany eýeleýär, galan ýer 20 sany birmeňzeş uçastoga bölünen. Şu uçastoklaryň hersiniň meýdany nähili?

45. Banka 50 000 som pul goýuldy. Bir ýyldan soň amanat p % köpeldi. Bir ýyldan soňra amanadyň mukdary näçe soma ýetdi?

46. Esasy a desimetr, perimetri bolsa 42 dm bolan gönüburçlugyň meýdanyny hasaplamak üçin aňlatma düzüň. a-nyň şu jedwelde getirilen bahalary üçin gönüburçlugyň S meýdanynyň bahasyny (dm^2 larda) hasaplaň:

a	5	6	7,5	10	12	12,5	15
S							

№ 1 *Diňe 4 sany 9 we arifmetik amal belgileriniň kömeginde bahasy 100-e deň bolan sanly aňlatma düzüň.*

47. Welosipedçi sagadyna v kilometr tizlik bilen hereketlenýär. Ol ugraýan ýerinden s kilometr uzaklykda bolan oba barmaly. Eger ol 3 km ýoly geçen bolsa, oňa oba ýetip barmak üçin ýene näçe wagt talap edilýär? Eger ol 3 km ýörän we $s = 36$ km, $v = 12$ km/sagat bolsa, oba 2,5 sagatda ýetip bilermi?

48. Bir awtomobil 100 km ýola ortaça 5 l, ikinji awtomobil bolsa 100 km ýola ortaça 10 l benzin sarp edýär. Her bir awtomobiliň bakynda a litr benzin bolsa, olar nähili aralyga baryp bilerler? Eger $a = 20$ l we awtomobiller Daşkentden bir wagtda Samarkanda tarap ýola çykan bolsalar, haýsy maşyn Samarkanda ýetip geler? (Daşkent bilen Samarkant şäherleriniň arasyndaky aralyk 300 km.)

4-§ *Arifmetik amallaryň häsiýetleri*

Algebrany pugta öwrenmek üçin arifmetik amallaryň häsiýetlerini gowy bilmek gerek. Ýatladyp geçýäris, arifmetik amallar diýip goşmak, aýyrmak, köpeltmek we bölmek amallaryna aýdylýar. Sanlaryň üstündäki bu amallaryň häsiýetlerini gysgaça formulalar görnüşinde ýazýarys. Amallaryň esasy häsiýetleri, adatda, *düzgünler* diýlip atlandyrylýar. Düzgünlerden peýdalanyp, amallaryň başga häsiýetlerini hem esaslandyrmak mümkin.

1. Goşmak we köpeltmek.

Goşmagyň we köpeltmegiň esasy düzgünlerini sanap geçýäris.

1. Orun çalyşma düzgüni:

$$\boxed{a + b = b + a, \ ab = ba.}$$

2. Toparlama düzgüni:

$$\boxed{(a+b)+c = a+(b+c), \ \ (ab)c = a(bc).}$$

3. Paýlama düzgüni:

$$\boxed{a(b+c) = ab+ac.}$$

Bu deňliklerde *a, b, c* — erkin sanlar. Meselem:

$$1,2+3,5=3,5+1,2; \quad \frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)=\left(-\frac{2}{7}\right)\cdot\frac{3}{4};$$

$$(-8)\cdot(125+7)=(-8)\cdot125+(-8)\cdot7.$$

Goşmak we köpeltmek düzgünleriniň kömeginde amallaryň başga häsiýetlerini hem almak mümkin. Meselem:

$$\boxed{\begin{gathered} a+b+c+d=a+(b+c+d), \ (abc)d=(ab)(cd), \\ (a+b+c)d=ad+bd+cd. \end{gathered}}$$

1-nji mesele. Hasaplaň: $75 + 37 + 25 + 13$.

△ Hasaplamalary görkezilen yzygiderlikde alyp barmak mümkin: 75-e 37-ni goşup, netijä 25-i goşmak we ahyrky netijä 13-i goşmak. Ýöne goşmagyň häsiýetlerinden peýdalanyp, hasaplamalary ýönekeýleşdirmek hem mümkin:

$$75+37+25+13=(75+25)+(37+13)=100+50=150. \ ▲$$

Şu mysaldan görnüşi ýaly, amallaryň häsiýetlerinden peýdalanyp, hasaplamalary iň ýönekeý (akylly) usulda ýerine ýetirmek mümkin.

Amallaryň häsiýetleri algebraik aňlatmalary ýönekeýleşdirmek maksadynda ýerine ýetirilýän çalşyrmalarda-da ulanylýar.

2-nji mesele. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň:

$$3(2a+4b)+5(7a+b).$$

△ $3(2a+4b)+5(7a+b)=3\cdot 2a+3\cdot 4b+5\cdot 7a+5\cdot b=6a+12b+35a+5b=$
$=(6a+35a)+(12b+5b)=(6+35)a+(12+5)b=41a+17b.$ ▲

Bu mesele çözülende aşakdaky aňlatma alyndy:

$$6a+12b+35a+5b.$$

Bu aňlatmada $6a$ we $35a$ goşulyjylar meňzeşdir, çünki olar bir-birinden diňe koeffisiýentleri bilen tapawutlanýar. $12\,b$ we $5b$ goşulyjylar hem meňzeş. Şu sebäpli $6a + 12b + 35a + 5b$ aňlatmanyň ýerine $41a + 17b$ aňlatmany ýazmak, ýagny meňzeş agzalary ykjamlamak mümkin bolýar.

Aralyk hasaplamalary ýatdan ýerine ýetirip, çalşyrma ýazgylaryny gysgaltmak mümkin. Meselem,

$$6(3x+4)+2(x+1)=18x+24+2x+2=20x+26.$$

2. Aýyrmak.

3-nji mesele. Daşkent bilen Samarkant şäherleriniň arasynda Jyzzak şäheri ýerleşýär. Daşkentden Samarkanda çenli bolan aralyk 300 km, Daşkentden Jyzzaga çenli bolan aralyk bolsa 180 km. Jyzzakdan Samarkanda çenli bolan aralygy tapyň.

△ Jyzzakdan Samarkanda çenli bolan aralyk x kilometr bolsun. Onda

$180+x=300$, bu ýerden $x=300-180=120$.

Jogaby: 120 km. ▲

$180+x=300$ deňlikden x goşmak amalyna ters diýlip atlandyrylýan aýyrmak amalynyň kömeginde tapylýar.

a sandan b sany aýyrmak üçin a sana b sana garşylykly bolan sany goşmak ýeterli:

$$\boxed{a-b=a+(-b).}$$

Şu sebäpli aýyrmak amalynyň häsiýetlerini goşmak amalynyň häsiýetleri arkaly esaslandyrmak mümkin. Meselem:

$$251+(49-13)=251+49-13=287, \qquad a+(b-c)=a+b-c,$$
$$123-(23+39)=123-23-39=61, \qquad a-(b+c)=a-b-c,$$
$$123-(83-77)=123-83+77=117, \qquad a-(b-c)=a-b+c.$$

4-nji mesele. Aňlatmanyň bahasyny hasaplaň:

$$4(3x-5y)+6(x-y),$$

munda $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{13}$.

△ Ilki berlen aňlatmany ýönekeýleşdirýäris:

$$4(3x-5y)+6(x-y)=12x-20y+6x-6y=18x-26y.$$

Alnan aňlatmanyň $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{13}$ daky bahasyny hasaplaýarys:

$$18\cdot\frac{1}{2}-26\cdot\frac{1}{13}=9-2=7.$$ ▲

Amallaryň häsiýetlerinden peýdalanmak algebraik aňlatmany ilki ýönekeýleşdirip, soňra onuň bahasyny aňsat ýol bilen hasaplamaga mümkinçilik berýär.

3. Bölmek.

5-nji mesele. Gönüburçlugyň meýdany 380 sm^2, taraplaryndan biri 95 sm. Gönüburçlugyň ikinji tarapynyň uzynlygyny tapyň.

△ $S=ab$ formuladan $b=\frac{S}{a}$-ni tapýarys. $S=380\ sm^2$, $a=95$ sm bolany üçin

$$b=\frac{380\,sm^2}{95\,sm}=4\,sm.$$

Jogaby: 4 sm. ▲

$ab = S$ deňlikden b köpeltmek amalyna ters diýlip atlandyrylýan bölmek amalynyň kömeginde tapylýar.

a sany b sana bölmek üçin a sany b sanyna ters bolan sana köpeltmeli:

$$\boxed{\frac{a}{b} = a : b = a \cdot \frac{1}{b}.}$$

Şu sebäpli bölmek amalynyň häsiýetlerini köpeltmegiň häsiýetlerinden getirip çykarmak mümkin.

6-njy mesele. Deňligi subut ediň:

$$\boxed{\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c},}$$

bu ýerde $c \neq 0$.

○ Bölmegi köpeltmek bilen çalşyryp, aşakdakyny alýarys:

$$\frac{a+b}{c} = (a+b) \cdot \frac{1}{c}.$$

Paýlama düzgünini ulanyp,

$$(a+b) \cdot \frac{1}{c} = a \cdot \frac{1}{c} + b \cdot \frac{1}{c}$$

ni tapýarys. Köpeltmegi bölmek bilen çalşyryp,

$$a \cdot \frac{1}{c} + b \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

ni alýarys. ●

Gönükmeler

49. Arifmetik amallaryň düzgünlerini we häsiýetlerini ulanyp, sanly aňlatmanyň bahasyny tapyň:

1) $29 \cdot 0,45 + 0,45 \cdot 11;$

2) $(51,8 + 44,3 + 48,2 - 24,3) \cdot \frac{1}{3};$

3) $4,07 - 5,49 + 8,93 - 1,51;$

4) $-11,401 - 23,17 + 4,401 - 10,83.$

50. Meňzeş agzalary gysgaldyň:

1) $4a+2b+a-b$;
2) $x-2y-3x+5y$;
3) $0,1c-0,3+d-c-2,1d$;
4) $8,7-2m+n-\frac{1}{3}m+\frac{2}{3}n$.

51. Meňzeş agzalary gysgaldyň:

1) $2,3a-0,7a+3,6a-1$;
2) $0,48b+3+0,52b-3,7b$;
3) $\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}a-\frac{5}{6}a+2$;
4) $\frac{5}{6}y-\frac{1}{3}b-\frac{1}{6}y+\frac{2}{3}b-3$;
5) $2,1m+n-3,2n+2m+1,1m-n$;
6) $5,7p-2,7q+0,3p+0,8q+1,9q-p$.

52. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň:

1) $3(2x+1)+5(1+3x)$;
2) $4(2+x)-3(1+x)$;
3) $10(n+m)-4(2m+7n)$;
4) $11(5c+d)+3(d+c)$.

53. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň we san bahasyny tapyň:

1) $5(3x-7)+2(1-x)$, munda $x=\frac{1}{26}$;
2) $7(10-x)+3(2x-1)$, munda $x=-0,048$;
3) $\frac{1}{3}(6x-3)+\frac{2}{5}(5x-15)$, munda $x=3,01$;
4) $0,01(2,2x-0,1)+0,1(x-100)$, munda $x=-10$.

54. Arifmetik amallaryň häsiýetlerinden peýdalanyp hasaplaň:

1) $\frac{1}{7}(0,14+2,1-3,5)$;
2) $\frac{1}{12}(4,8-0,24-1,2)$;
3) $(18\frac{6}{7}+21\frac{3}{4}):3$;
4) $(15\frac{5}{7}+20\frac{15}{16})\cdot\frac{1}{5}$.

5- § *Ýaýlary açmagyň düzgünleri*

1. Algebraik jem.

1-nji mesele. Ýigrimi etažly binada lift işleýär. Ol 8-nji etaždan 6 etaž aşak düşdi, soňra 12 etaž ýokary göterildi, 4 etaž aşak düşdi, 7 etaž ýokary göterildi, 13 etaž aşak düşdi. Lift haýsy etažda dur?

△ Liftiň haýsy etažda durandygyny tapmak üçin $8 - 6 + 12 - 4 + 7 - 13$ aňlatmanyň bahasyny hasaplamaly. Bu baha 4-e deň. Diýmek, lift 4-nji etažda dur. ▲

Siz 6-njy synpyň matematika kursundan

$$8 - 6 + 12 - 4 + 7 - 13$$

aňlatma algebraik jem diýlip atlandyrylýandygyny bilýärsiňiz, çünki ony jem görnüşinde şeýle ýazmak bolýar:

$$8 + (-6) + 12 + (-4) + 7 + (-13).$$

Algebraik jemlere degişli ýene mysallar getirýäris:

$$3-(-7)+(-2), \quad a-b+c-d, \quad a+(-b)-(-c).$$

$(-c)$ sany aýyrmak $(-c)$ sana garşylykly sany, ýagny c sany goşmagy aňladýandygyny ýatladyp geçýäris. Şonuň üçin ahyrky algebraik jemi şeýle ýazmak bolýar:

$$a+(-b)+c.$$

Algebraik jem — bu „+“ we „–“ alamatlary bilen birleşdirilen birnäçe algebraik aňlatmalardan düzülen ýazgydyr.

Adatda, $3-(-7)+(-2)$, $a+(-b)-(-c)$ görnüşindäki algebraik jemler gysgaça şeýle ýazylýar:

$$3-(-7)+(-2)=3+7-2; \quad a+(-b)-(-c)=a-b+c.$$

$3 + 7 - 2$ algebraik jemde goşulyjylar 3, 7 we –2 sanlary bolýar, çünki $3 + 7 - 2 = 3 + 7 + (-2)$; $a-b+c$ algebraik jemde goşulyjylar a, $-b$, c sanlar bolýar, çünki $a-b+c=a+(-b)+c$.

2. Ýaýlary açmak we ýaýyň içine almak.

$a + (b+c)$ aňlatma garaýarys: goşmagyň toparlama düzgünini ulanyp, ony şeýle ýazmak bolýar:

$$\boxed{a+(b+c)=a+b+c.}$$

Bu deňlikde c-ni $-d$ bilen çalşyrýarys:

$$\boxed{a+(b-d)=a+b-d.}$$

Ýaýyň öňünde „+“ alamaty duran aňlatmalarda çalşyrmalary ýerine ýetirmek şu deňliklere esaslanandyr. Bu deňlikler ýaýlary açmagyň aşakdaky birinji düzgünine getirýär:

Eger algebraik aňlatma ýaýyň içine alnan algebraik jem goşulýan bolsa, onda şu algebraik jemdäki her bir goşulyjynyň alamatyny saklamak bilen ýaýlary düşürip galdyrmak mümkin.

Meselem:

1) $14+(7-13+2)=14+7-13+2;$
2) $a+(b+c-d)=a+b+c-d;$
3) $(a-b)+c=a-b+c.$

Ýaýyň öňünde „–“ alamaty duran aňlatmalarda çalşyrmalary ýerine ýetirmek aýyrmak amalynyň aşakdaky häsiýetlerine esaslanýar:

$$-(-a)=a, \quad -(a+b)=-a-b,$$
$$a-(b+c)=a-b-c,$$
$$a-(b-c)=a-b+c.$$

Bu deňliklerden *ýaýlary açmagyň* aşakdaky *ikinji düzgüni* gelip çykýar:

Eger algebraik aňlatmadan ýaýyň içine alnan algebraik jem aýrylsa, onda şu algebraik jemdäki her bir goşulyjynyň alamatyny garşylyklysyna üýtgedip, ýaýlary düşürip galdyrmak mümkin.

Meselem:

1) $14-(7-13+2)=14-7+13-2;$
2) $a-(b+c-d)=a-b-c+d;$
3) $-(a-b)+c=-a+b+c.$

2-nji mesele. Ýaýlary açyp ýönekeýleşdiriň:

$$3x+(5-(8x+3)).$$

△ $3x+(5-(8x+3))=3x+5-(8x+3)=3x+5-8x-3=2-5x.$ ▲

Käte birnäçe goşulyjyny ýaýyň içine almak peýdalydyr. Meselem:

1) $108-137+37=108-(137-37)=108-100=8;$

2) $\boxed{a+b-c+d=a+(b-c+d).}$

Bu ýerde ýaýyň öňüne „+“ belgisi goýlan, şonuň üçin ýaýyň içindäki ähli goşulyjylaryň alamatlary saklanyp galýar.

3) $\boxed{a-b-c+d=a-(b+c-d).}$

Bu ýerde ýaý öňüne „–“ belgisi goýlan, şonuň üçin ýaý içine alnan ähli goşulyjylaryň alamatlary garşylyklysyna üýtgedildi.

Gönükmeler

55. Algebraik jemi ýaýlarsyz ýazyň:

1) $(+4)+(-3)-(+7);$
2) $(-4)+(-9)-(-11);$
3) $(-a)+(-7b)+\frac{1}{3}c;$
4) $2a+(-3b)-4c.$

56. Algebraik jemiň goşulyjylaryny aýdyň:

1) $15-c;$ 2) $m-7;$ 3) $-a+47;$ 4) $-13-b.$

57. Algebraik jem görnüşinde ýazyň:

1) $a-b+c;$ 2) $2+b-c;$ 3) $a-2-b;$ 4) $3+a-b-c.$

Ýaýlary açyň **(58—59)**:

58. 1) $a+(2b-3c);$
2) $a-(2b-3c);$
3) $a-(2b+3c);$
4) $-(a-2b+3c).$

59. 1) $a+(b-(c-d));$
2) $a-(b-(c-d));$
3) $a-((b-c)-d);$
4) $a-(b+(c-(d-k))).$

60. Ýaýlary açyň we ýönekeýleşdiriň:

1) $3a-(a+2b);$
2) $5x-(2y-3x);$
3) $3m-(5m-(2m-1));$
4) $4a+(2a-(3a+3)).$

61. m ýa-da ($-m$) sanlaryndan başlap, ähli goşulyjylary ýaý öňüne „+“ alamatyny goýmak bilen ýaý içine olyň:

1) $a+2b+m-c$;
3) $a-m+3c+4d$;
2) $a-2b+m+c$;
4) $a-m+3b^2-2a^3$.

62. m ýa-da ($-m$) sanlaryndan başlap, ähli goşulyjylary ýaýyň öňüne „–“ alamatyny goýmak bilen ýaý içine olyň:

1) $2a+3b+m-c$;
3) $c-m-2a+3b^2$;
2) $2a+b+m+3c$;
4) $a-m+3b^2-2a^3$.

63. 1) $a+b-1$ aňlatmany biri a-ga deň bolan iki goşulyjynyň jemi görnüşinde ýazyň;
2) $a-b+1$ aňlatmany kemelijisi a bolan tapawut görnüşinde ýazyň;
3) $2a-b+4$ aňlatmany kemelijisi $2a$ bolan tapawut görnüşinde ýazyň;
4) $a-2b+8$ aňlatmany biri 8-e deň bolan iki goşulyjynyň jemi görnüşinde ýazyň.

64. Deňlikleriň çep bölekleri birmeňzeş. Näme üçin sag bölekleri her hili? Nähili şertlerde deňlik ýerlikli bolýar?

1) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 2330$;
2) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 90$;
3) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 2430$;
4) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 2310$;
5) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 7210$;
6) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 2407$;
7) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 510$.

65. Köp nokatlaryň ýerine „+“ we „–“ alamatlaryny netijede dogry deňlik alnar ýaly edip goýuşdyryň:

1) $a-(b+c)=a+(\ldots b \ldots c)$;
3) $m-(n-a)=m+(\ldots n \ldots a)$;
2) $c-(a-b)=c+(\ldots a \ldots b)$;
4) $n-(d-l)=n+(\ldots d \ldots l)$.

Özüňizi synaň!

1. Hasaplaň:

1) $(17{,}2\cdot 4{,}01+4{,}01\cdot 32{,}8):1\frac{2}{3}$;

2) $\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot 2\left(\frac{2}{3}\right)-25\cdot 0{,}03\cdot 4$.

2. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň we $x=-\frac{2}{9}$, $y=0{,}25$ bolanda onuň san bahasyny tapyň:

$3(2y-x)-2(y-3x)$.

3. Çagalaryň dynç alyş mesgeni üçin 10 sany küşt we 15 sany pökgi satyn aldylar. Bir küştüň bahasy *a* som, bir pökginiň bahasy *b* som. Jemi haryt üçin näçe pul tölenipdir?

66. Ýönekeýleşdiriň:

1) $(5a-2b)-(3b-5a)$;
2) $(6a-b)-(2a+3b)$;
3) $7x+3y-(-3x+3y)$;
4) $8x-(3x-2y)-5y$.

67. Deňlemäni çözüň:

1) $(2x+1)+3x=16$;
2) $(x-4)+(x+6)=4$;
3) $(x-5)-(5-3x)=2$;
4) $23-(x+5)=13$.

68. Aňlatmany ilki ýönekeýleşdirip, soňra onuň san bahasyny tapyň:

1) $(2c+5d)-(c+4d)$, munda $c=0{,}4$, $d=0{,}6$;
2) $(3a-4b)-(2a-3b)$, munda $a=0{,}12$, $b=1{,}28$;
3) $(7x+8y)-(5x-2y)$, munda $x=-\frac{3}{4}$, $y=0{,}025$;
4) $(5c-6b)-(3c-5b)$, munda $c=-0{,}25$, $b=2\frac{1}{2}$.

I baba degişli gönükmeler

Algebraik aňlatmanyň san bahasyny hasaplaň **(69—75)**:

69. 1) $a+bc$, munda $a=-1$, $b=3$, $c=0$
2) $a-bc$, munda $a=2$, $b=-1$, $c=-3$;
3) $(a+b)c$, munda $a=1$, $b=-3$, $c=2$;
4) $(a-b)c$, munda $a=3$, $b=1{,}2$, $c=5$;
5) $(a-b)+(c-d)$, munda $a=4$, $b=2$, $c=3$, $d=-1$;
6) $(a-b)-(c-d)$, munda $a=0$, $b=-4$, $c=-2$, $d=3$;
7) $a-(b-c)$, munda $a=0{,}5$, $b=\frac{1}{2}$, $c=-1{,}2$;
8) $a-(b-c)-d$, munda $a=5{,}2$, $b=1{,}3$, $c=2{,}8$, $d=2{,}8$.

70. 1) $5(x-y)^2$; 2) $3(x+y)^2$; 3) $(5x-y)^2$; 4) $(3x+y)^2$, munda $x=2{,}5$, $y=4{,}5$.

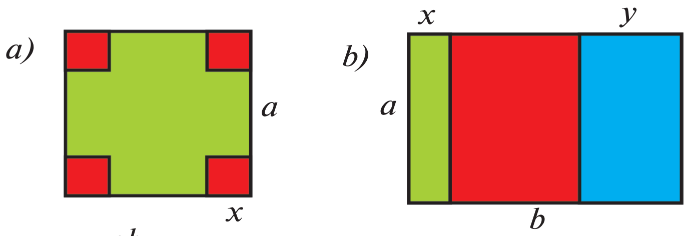
71. 1) $2((a-b)^2+1)$; 3) $((a-b)a-8):2$;
2) $4(3-(a-b)^2)$; 4) $(5a-(a+b)):3$, munda $a=5$, $b=-1$.

72. 1) $3(a+b)-2ab$; 3) $3(a-b)+2ab$;
2) $3a+b-2ab$; 4) $3a-b+2ab$, munda $a=1{,}2$, $b=1{,}8$.

73. 1) $\frac{1}{2}b^3-3c^2$, munda $b=-2$, $c=-\frac{1}{3}$;
2) $-0{,}75a^2+1\frac{2}{3}b^2$, munda $a=-2$, $b=3$;
3) $(a^2-26)^2$, munda $a=-5$;
4) $(a^3+26)^3$, munda $a=-3$.

74. Aňlatmalaryň geometrik manysyny düşündiriň.
1) $a\cdot b$, munda a we b – gönüburçlugyň taraplary;
2) a^2, munda a – kwadratyň tarapynyň uzynlygy;
3) $2(a+b)$, munda a we b – gönüburçlugyň taraplarynyň uzynlygy;
4) $4a$, munda a – kwadratyň tarapy.

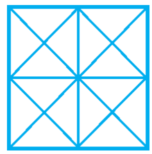
75. 1) a^2-4x^2, munda a – uly kwadratyň tarapy, x – her bir kiçi kwadratjygyň tarapynyň uzynlygy (3-nji *a* surat);



3-nji surat.

2) $\frac{ab}{ax+ay}$, munda a we b uly gönüburçlugyň, x we y bolsa kiçi gönüburçluklaryň taraplary (3-nji b surat).

№ 2 | *4-nji suratda näçe sany üçburçluk, kwadrat we gönüburçluk bar?*

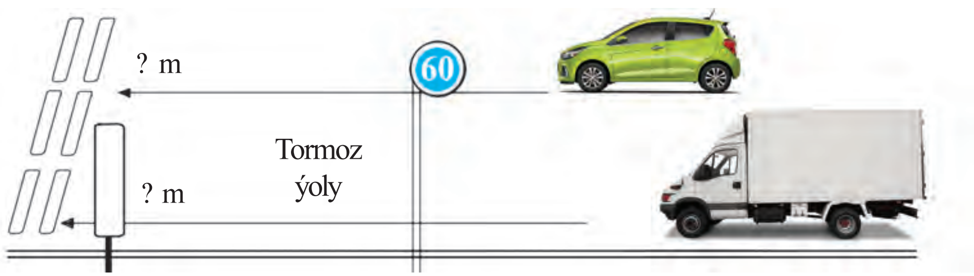


4-nji surat.

76. Bir gektar otluk meýdan bir ýylyň dowamynda howany 70 t tozandan arassalaýar. 10 ga; 100 ga; m gektar otluk meýdan bir ýylda howany näçe tonna tozandan arassalar? Umumy meýdany 16 000 ga bolan otluk meýdan howany näçe tonna tozandan arassalar?

77. Awtomobiliň hereket tezligi iki esse atmagy bilen onuň tormozlanma ýolunyň dört esse artýandygy mälim. Hereket tizligi 30 km/sagat bolanda, tormozlanma ýolunyň uzynlygy jedwelde berlen. Tizlik 60 km/sagat bolanda, tormozlanma ýolunyň uzynlygy näçe bolar (5-nji surat.):

Ýük maşyny üçin		Ýeňil maşyny üçin	
v (km/sagat)	s (m)	v (km/sagat)	s (m)
30	9,5	30	7,25



5-nji surat.

78. *(Abu Reýhan Birunynyň meselesi.)* Eger 10 dirhem pul iki aýda 5 dirhem peýda getiren bolsa, 8 dirhem puldan uç aýda näçe peýda gazanmak mümkin?

I baba degişli synag gönükmeleri — testler

1. $a=5{,}1$, $b=4{,}7$ bolsa, $P=2(a+b)$ aňlatmanyň san bahasyny tapyň.

A) 196; B) 19,6; C) 1,96; D) 18,16.

2. Gönüburçlugyň meýdany S-e, esasy a-ga deň. Onuň perimetrini tapmak üçin aňlatma düzüň.

A) $\frac{S}{2a}+a$; B) $\frac{S}{a}+2a$; C) $2\left(\frac{S}{a}+a\right)$; D) $\frac{S}{a}+a$.

3. Deňýanly üçburçlugyň perimetri P-e, esasynyň uzynlygy a-ga deň. Üçburçlugyň gapdal tarapynyň uzynlygyny tapmak üçin aňlatma düzüň.

A) $2a-P$; B) $2P-a$; C) $P-a$; D) $\frac{1}{2}(P-a)$.

4. $a=2{,}5$, $b=2{,}4$ we $c=3{,}5$ bolsa, $V=abc$ aňlatmanyň san bahasyny tapyň.

A) 18,3; B) 21; C) 2,1; D) 12,1.

5. $a=5$, $b=6{,}4$, $c=4{,}5$ bolsa, $S=2(ab+ac+bc)$ aňlatmanyň san bahasyny tapyň.

A) 50,45; B) 83,3; C) 166,6; D) 109.

6. Enesi perzentleri üçin a somdan 8 sany surat depder, b somdan 5 sany ruçka, c somdan 20 sany depder satyn aldy. Jemi harydy hasaplamak üçin aňlatma düzüň.

A) $8a+5b+20c$; B) $8a+25(b+c)$; C) $800abc$; D) $8a+100ba$.

7. Ýaýlary açyň we ýönekeýleşdiriň: $5a+(3a-(4a+3))$.

A) $8a+3$; B) $4a-3$; C) $-4a-3$; D) $3-4a$.

8. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň we onuň $a = 2,4; b = 1,5$ bolandaky bahasyny tapyň: $0,5 \cdot (2a - 3b) - (4b + 2,5a)$.

A) 17,4; B) −17,4; C) −1,4; D) −11,85.

9. Gönüburçlugyň perimetri p-ge, esasy a-ga deň. Onuň beýikligini hasaplamak üçin aňlatma düzüň.

A) $\frac{p-2a}{2}$; B) $2 - ap$; C) $\frac{2a-p}{2}$; D) $p - 2a$.

10. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň we onuň $a = 2,7$, $b = 4,2$ bolandaky san bahasyny tapyň: $3(2a - b) - 2(a - 2b)$.

A) 24,36; B) 27,6; C) 8,7; D) 15.

11. Üçburçlugyň bir tarapynyň uzynlygy a-ga deň. Ikinji tarapynyň uzynlygy bu tarapyň 80 %-ini düzýär. Üçünji tarapy bolsa birinji we ikinji taraplaryň jeminiň ýarysyna deň bolsa, şu üçburçlugyň perimetrini tapyň.

A) $1,8a$; B) $2,7a$; C) $3a$; D) $3a + 0,8$.

12. Eger $h = 6$, $r = 2$, $R = 4$ bolsa, $V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$ aňlatmanyň san bahasyny tapyň.

A) 56π; B) 55π; C) 84π; D) 28π.

13. Eger $R = 4,5$, we $H = 6,5$ bolsa, $S = 2\pi \ R(R + H)$ aňlatmanyň san bahasyny tapyň.

A) 100π; B) 98π; C) 99π; D) $98,5\pi$.

14. Üçburçlugyň bir tarapynyň uzynlygy a-ga deň bolup, ol ikinji tarapyndan 2 sm gysga, üçünji tarapyndan bolsa 3 sm uzyn. Şu üçburçlugyň perimetrini hasaplamak üçin aňlatma düzüň.

A) $3a - 1$; B) $3a - 5$; C) $3a + 5$; D) $1 - 3a$.

Taryhy maglumatlar

Ýurtdaşymyz beýik matematik we astronom alym Abu Abdullah Muhammet ibn Musa al-Horezminiň (783—850) arifmetik („Algorizmi hind hasaby hakynda“) we algebraik („Al-jabr wal-mkabala“) eserleri matematikanyň ösüşine iňňän güýçli täsir edipdir. Bu eserler köp dillere terjime edildi, asyrlaryň dowamynda matematikadan esasy gollanma bolup hyzmat etdi.

„Algorizmi hind hasaby hakynda“ eseriniň XII asyryň başyndaky latynça terjimesi Angliýanyň Kembrij uniwersitetinde saklanýar. Al-Horezminiň bu eseri sebäpli Ýewropa onluk hasaplama sistemasy girip gelipdir.

„Muhammet Musa Horezminiň onlik hasaplama sistemasyny, algoritm we algebra düşünjelerini dünýäde birinji bolup ylma girizendigi we şu esasda takyk ylymlaryň ilerlemegi üçin öz wagtynda berk esas döredendigi umumadamzat ösüşiniň ilerlemeginde nähili uly ähmiýete eýe bolandygyny ählimiz gowy bilýäris“, – diýip ýazypdy Özbegistan Respublikasynyň birinji Prezidenti I. A. Karimow özüniň „Belent ruh – ýeňilmez güýç“ eserinde.

Horezminiň algebrasy — „Al-jabr wal-mukabala hasaby hakynda gysgaça kitap“ eseriniň arapça nusgasy Oksford uniwersitetiniň Bodleýan kitaphanasynda saklanýar. Eser üç bölümden ybarat:

1) algebraik bölüm; 2) geometrik bölüm; 3) wesýetler baradaky bölüm (Horezmi ony „Wesýetler kitaby“ diýip atlandyrypdyr). Al-Horezminiň eserinde ähli meseleleriň beýany we çözüwleri sözler bilen berilýär, hiç hili belgilemesiz, harply aňlatmalar ulanylmaýar. Al-Horezmi şeýle ýazypdyr: „... Men arifmetikanyň ýönekeý we çylşyrymly meselelerini öz içine alýan „Al-jabr wal-mukabala hasaby hakynda gysgaça kitaby“ ýazyp galdyrdym, çünki miras paýlanda, wesýetnama düzende, baýlyk baýlananda we adalat işlerinde, söwdada we islendik ylalaşyklarda we şonuň ýaly-da, ýer ölçemekde, ýap gazmakda, inženerlikde we başga şuňa meňzeş dürli işlerde adamlar üçin bu zerurdyr“. Diýmek, alym özüniň bu eserini gündelik durmuş talaby we zerurlyklaryny hasaba alyp ýazypdyr.

II BAP
BIR NÄBELLILI BIRINJI DEREJELI DEŇLEMELER

6 -§ Deňleme we onuň çözüwleri

Şu meseläni çözeliň.

Mesele. Galam bilen çyzgyjyň bilelikdäki bahasy 370 som. Galam çyzgyçdan 90 som arzan. Çyzgyjyň bahasyny tapyň.

△ Aýdaly, çyzgyjyň bahasy x som bolsun, onda galamyň bahasy $(x-90)$ som . Meseläniň şertine görä

$$x+(x-90)=370,$$

mundan $2x-90=370$, $2x=460$, $x=230$.

Jogaby: Çyzgyjyň bahasy 230 som. ▲

$x+(x-90)=370$ deňlikde x harpy näbelli sany ýa-da gysgaça näbellini aňladýar.

*Harp bilen belgilenen näbelli san gatnaşýan deňlik **deňleme** diýilýär.*

Deňlik belgisinden çep we sagda durýan aňlatmalar deňlemäniň çep we sag bölekleri diýilýär. Deňlemäniň çep ýa-da sag bölegindäki her bir goşulyjy deňlemäniň agzasy diýilýär.

$2x-90=370$ deňlemede çep bölek $2x-90$, sag bölek bolsa 370. Soňra $x=230$ bolanda şu deňlemäniň çep bölegi 370-e deň, çünki $2 \cdot 230-90=370$; sag bölegi hem 370-e deň. Diýmek, $x=230$ bolanda bu deňleme dogry deňlige öwrülýär: $2 \cdot 230-90=370$. Şu 230 sana berlen *deňlemäniň köki* diýilýär.

***Deňlemäniň köki** diýip, näbelliniň şu deňlemäni dogry deňlige öwürýän bahasyna aýdylýar.*

Meselem, 1 sany

$$2x+3=5$$

deňlemäniň köki, çünki $2\cdot 1+3=5$ — dogry deňlik.

Deňleme iki, üç we başga köklere eýe bolmagy mümkin. Meselem,

$$(x-1)(x-2)=0$$

deňleme iki köke eýe: 1 we 2, çünki $x=1$ we $x=2$-de deňleme dogry deňlige öwrülýär.

$$(x-3)(x+4)(x-5)=0$$

deňleme bolsa üç köke eýe: 3, -4 we 5.

Deňlemäniň kökleriniň sany çäksiz köp bolmagy mümkin. Meselem,

$$2(x-1)=2x-2$$

deňlemäniň kökleriniň sany çäksiz köp: x-iň islendik bahasy deňlemäniň köki bolýar, çünki her bir x-da deňlemäniň çep bölegi sag bölegine deň.

Deňleme kökleri bolmazlygy-da mümkin. Meselem, $2x+5=2x+3$ deňlemäniň kökleri ýok, çünki x-iň islendik bahasynda bu deňlemäniň çep bölegi sag böleginden uly bolýar.

Deňlemäni çözmek — onuň ähli köklerini tapmak ýa-da olaryň ýokdugyny görkezmek diýmekdir.

Ýönekeý ýagdaýlarda x-iň deňlemäniň köki bolýan bahasyny saýlamak aňsat bolýar. Meselem, $2x+1=3$ deňlemäniň köki 1 sanydygyny aňsatja görmek mümkin. Ýöne çylşyrymly ýagdaýda köki çalt tapmak aňsat bolmaýar. Meselem,

$$\frac{x-6}{5}+\frac{4(x+3)}{2}-1=\frac{x-1}{2}+3x-\frac{7x-1}{10}$$

deňleme $x=7$ bolanda dogry deňlige öwrülişini bilmek gaty kyn. Şonuň üçin deňleme çözmegi öwrenmek möhümdir.

Birnäçe amaly meseleleri çözmek

$$\boxed{ax = b} \qquad (1)$$

görnüşdäki deňlemä getirilýär, munda a we b — berlen sanlar, x — näbelli san. (1) deňleme *çyzykly deňleme* diýlip atlandyrylýar.

Meselem, $3x = 1$, $-2x = 3$, $\frac{3}{5}x = -\frac{1}{2}$ — çyzykly deňlemelerdir.

Gönükmeler

79. Deňlik görnüşinde ýazyň:

1) 34 sany x sandan 18 sany artyk;
2) 56 sany 14 sanydan x esse artyk;
3) x we 3 sanlaryň tapawudynyň ikeldileni 4-e deň;
4) x we 5 sanlaryň jeminiň ýarysy olaryň köpeltmek hasylyna deň.

80. 3; –2; 1 sanlaryndan haýsy biri deňlemäniň köki bolýar:

1) $3x = -6$; 3) $4x - 4 = x + 5$;
2) $x + 3 = 6$; 4) $5x - 8 = 2x + 4$?

81. (Ýatdan.) x-iň nähili bahalarynda deňleme dogry deňlige öwrülýär:

1) $x + 5 = -6$; 2) $4 - x = -1$; 3) $2x - 1 = 0$; 4) $3x + 2 = 0$?

82. -1; $\frac{1}{2}$; 1 sanlarynyň arasynda deňlemäniň köki barmy:

1) $4(x-1) = 2x - 3$; 3) $3(x+2) = 4 + 2x$;
2) $7(x+1) - 6x = 10$; 4) $5(x+1) - 4x = 4$?

83. Köki:

1) 5 sany; 2) 3 sany; 3) –6 sany; 4) –4 sany

bolan deňleme düzüň.

84. a sany şeýle saýlaň, ýagny $4x - 3 = 2x + a$ deňleme

1) $x = 1$; 2) $x = -1$; 3) $x = \frac{1}{2}$; 4) $x = 0,3$

köke eýe bolsun.

7-§ Bir näbellili birinji derejeli deňlemeleri çözmek

Al-Horezminiň „Kitap al-muhtasar fi hasap al-jabr wal-mukabala“ eserindäki al-jabr položitel agzalary dikeltmek, ýagny otrisatel agzalary deňlemäniň bir böleginden ikinji bölegine položitel edip geçirmegi, wal-mukabala bolsa deňlemäniň iki böleginden hem deň agzalary taşlap goýbermek görkezilen.

Bu bir näbellili deňlemeleri çözmek dogry deňlikleriň size mälim häsiýetlerine esaslanandygyny görkezýär. Şu häsiýetleri ýatladyp geçýäris.

Häsiýetiň söz bilen aňladylyşy	Häsiýetiň umumy görnüşde ýazylyşy	Mysal
1. Eger dogry deňligiň iki bölegine birmeňzeş san goşulsa ýa-da iki böleginden birmeňzeş san aýrylsa, onda ýene dogry deňlik alynýar.	Eger $a = b$ bolup, l erkin san bolsa, onda $a + l = b + l,\ a - l = b - l$ bolýar.	$7 = 7$ $7 + 2 = 7 + 2$ $7 - 2 = 7 - 2$
2. Eger dogry deňligiň iki bölegi nola deň bolmadyk şol bir sana köpeldilse ýa-da bölünse, onda ýene dogry deňlik alynýar.	Eger $a = b$ bolup, $m \neq 0$ bolsa, onda $a \cdot m = b \cdot m$ we $a : m = b : m$ bolýar.	$27 = 27$ $27 \cdot 3 = 27 \cdot 3$ $27 : 3 = 27 : 3$

Birinji häsiýetden goşulyjylary, olaryň alamatlaryny garşylyklysyna çalşyryp, deňligiň bir böleginden ikinji bölegine alyp geçmek mümkinligi gelip çykýar.

○ Aýdaly, $a = b + m$ bolsun, onda

$$a + (-m) = b + m + (-m);\quad a - m = b. \ \bullet$$

Deňlikleriň bu häsiýetleri deňlemeler çözülende nähili ulanylyşyna garalyň.

1-nji mesele. $9x - 23 = 5x - 11$ Deňlemäni çözüň.

△ x san berlen deňlemäniň köki, ýagny x şeýle san bolup, ony deňlemä goýanda deňleme dogry deňlige öwrülýär, diýip çak edýäris.

Näbelli gatnaşýan $5x$ agzany „–“ alamat bilen deňligiň çep bölegine, –23 agzany „+“ alamat bilen sag bölegine alyp geçýäris.

Netijede, ýene dogry deňlik alynýar:

$$9x-5x=23-11.$$

Deňlemäniň iki bölegindäki meňzeş agzalary toparlap,

$$4x=12$$

deňlemäni alýarys. Bu deňlemäniň iki bölegini hem 4-e bölüp, $x=3$ bolýandygyny tapýarys.

Şeýlelikde, deňlemäniň köki bar diýip çak edip, bu kök diňe 3 sanyna deň bolmagy mümkinligini gördük. $x=3$ hakykatdan hem berlen deňlemäniň köki bardygyny barlaýarys: $9\cdot 3-23=5\cdot 3-11$. Bu dogry deňlik, çünki onuň çep we sag bölekleri şol bir sana – 4 sanyna deň.

Diýmek, berlen deňlemäniň diňe bir köki bar: $x=3$. ▲

Barlamagyň hökman däldigini hem nygtaýarys, çünki deňligiň peýdalanylan häsiýetleri bir dogry deňligi ikinji dogry deňlik bilen çalşyrmaga mümkinçilik berýär. Çözmegiň bu usulynda hemişe dogry netije alynýar (eger hasaplamalarda ýalňyşlyk goýberilmese, elbetde).

$-3x$ $5x-7=3x+11$ $+7$ $5x-3x=11+7$	**AL-JABR:** $3x$, çepe - $3x$ bolup geçýärsiň! –7, sen saga +7 bolup geçersiň!

$\cancel{4x}-\cancel{5}+2x=\cancel{4x}+8-\cancel{5}$ $2x=8$	**WAL-MUKABALA:** çep we sag bölekdäki – 5-ler we $4x$-lar, siziň bilen hoşlaşýarys!

Deňlemäniň çözülişini ýazanda 1-nji meseläni çözmekdäki ýaly jikme-jik ýazyp düşündirmek hökman däl.

Meselem, $5x+17=2x+5$ deňlemäniň çözülişini şeýle ýazmak mümkin:

$$5x-2x=5-17,\ 3x=-12,\ x=-4.$$

Jogaby: $x=-4$.

2-nji mesele. $2(x+3)-3(x+2)=5-4(x+1)$ Deňlemäni çözüň.

△ Deňlemäniň çep we sag böleklerini ýönekeýleşdirýäris: ýaýlary açýarys we meňzeş agzalary toparlaýarys. Netijede, $2x+6-3x-6=5-4x-4$, $-x=-4x+1$ deňlemäni alýarys.

Diýmek, $3x=1$, mundan $x=\frac{1}{3}$. Jogaby: $x=\frac{1}{3}$. ▲

3-nji mesele. $\frac{5x}{2}-\frac{x-3}{3}=1+\frac{x-5}{6}$ Deňlemäni çözüň.

△ Deňlemäniň iki bölegini hem droblaryň umumy maýdalawjysyna, ýagny 6-a köpeldýäris, onda

$$\frac{5x}{2}\cdot 6-\frac{x-3}{3}\cdot 6=1\cdot 6+\frac{x-5}{6}\cdot 6; \qquad 15x-2(x-3)=6+(x-5).$$

Ýaýlary açýarys we meňzeş agzalary toparlaýarys:

$$15x-2x+6=6+x-5; \qquad 13x+6=x+1,$$

mundan $12x=-5$, $x=-\frac{5}{12}$. Jogaby: $x=-\frac{5}{12}$. ▲

Şeýlelikde, deňleme çözülende *deňlemäniň esasy häsiýetlerinden* peýdalanylýar.

1-nji häsiýet. *Deňlemäniň islendik agzasyny alamatyny garşylyklysyna özgerdip, onuň bir böleginden ikinji bölegine geçirmek mümkin.*

2-nji häsiýet. *Deňlemäniň iki bölegini hem nola deň bolmadyk birmeňzeş sana köpeltmek ýa-da bölmek mümkin.*

Bu häsiýetler bir näbellili islendik deňlemäni çözmäge mümkinçilik berýär. Munuň üçin:

1) näbelli gatnaşýan agzalary deňligiň çep bölegine, näbelli

gatnaşmaýan agzalary bolsa sag bölegine geçirmeli (1-nji häsiýet);

2) meňzeş agzalary toparlamaly;

3) deňlemäniň iki bölegini hem näbelliniň öňünde duran koeffisiýente (eger ol nola deň bolmasa) bölmeli (2-nji häsiýet).

Garalan mysallarda her bir deňleme bir köke eýe boldy. Emma käbir ýagdaýlarda bir näbellili deňleme köklere eýe bolmazlygy mümkin ýa-da çäksiz köp köke eýe bolmagy mümkin. Şeýle deňlemelere mysallar getirýäris.

4-nji mesele. $2(x+1)-1=3-(1-2x)$ deňlemäniň köküniň ýokdugyny görkeziň.

△ Deňlemäniň iki bölegini hem ýönekeýleşdirýäris:

$$2x+2-1=3-1+2x, \quad 2x+1=2+2x,$$

mundan

$$2x-2x=2-1, \quad 0\cdot x=1.$$

Bu deňlemäniň kökleri ýok, çünki onuň $0\cdot x$-dan ybarat çep bölegi nola deň, sag bölegi bolsa 1-e deň, emma $0\neq 1$.

Jogaby: deňlemäniň çözüwi ýok. ▲

5-nji mesele. $3(1-x)+2=5-3x$ deňlemäniň çäksiz köp çözüwe eýedigini görkeziň.

△ Deňlemäni ýönekeýleşdirýäris:

$$3-3x+2=5-3x; \quad 5-3x=5-3x; \quad -3x+3x=5-5, \quad 0\cdot x=0.$$

Diýmek, x-iň islendik bahasy bu deňlemäniň köki bolýar.

Jogaby: deňleme çäksiz köp çözüwe eýe.▲

Gönükmeler

Deňlemäni çözüň **(85 — 96)**:

85. 1) $11x=50$; | 2) $-9x=243$; | 3) $4x=0,24$; | 4) $7x=7,063$.

86. 1) $9x=\frac{2}{5}$; | 2) $3x=2\frac{1}{7}$; | 3) $\frac{1}{2}x=3$; | 4) $\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}$.

87. 1) $0,3x=6$; | 2) $1,3x=-1,69$; | 3) $0,7x=49$; | 4) $10x=0,5$.

88. 1) $8x=8$; | 2) $\frac{1}{4}x=16$; | 3) $3^2x=243$; | 4) $16x=16$.

89. 1) $5x=\left(\frac{5}{7}\right)^2$; | 2) $4x=-\left(\frac{4}{5}\right)^2$; | 3) $-0,1x=10^3$; | 4) $0,3x=-10^2$.

90. 1) $25x-1=9$; 3) $3x-5=10-x$;
2) $7x+8=11$; 4) $4x+4=x+5$.

91. 1) $5x+3(3x+7)=35$; 3) $8y-9-4y+5=12y-4-5y$;
2) $8x-(7x+8)=9$; 4) $4+8y+8=2y-10-7y+9$.

92. 1) $\frac{11}{7}=\frac{2-x}{5}$; 2) $\frac{3x}{5}=\frac{6+x}{3}$; 3) $\frac{x}{3}+\frac{x}{5}=8$; 4) $\frac{y}{3}+\frac{y}{4}=14$.

93. 1) $3y+5=4\left(9-\frac{y}{2}\right)$; 3) $3\left(5+\frac{x}{2}\right)=4+2x$;
2) $8\left(11-\frac{3}{4}z\right)=16z-44$; 4) $2\left(3-\frac{x}{3}\right)=5+x$.

94. 1) $0,71x+1,98=0,37x-1,76$;
2) $0,18y-7,4=0,05y-5,71$;
3) $5(5x-1)-2,7x+0,2x=6,5-0,5x$;
4) $0,36x-0,6=0,3(0,4x-1,2)$.

95. 1) $11\frac{2}{3}x-5\frac{1}{6}=3\frac{3}{4}+2\frac{3}{4}x$; 3) $\frac{6x+7}{7}=3-\frac{5x-3}{8}$;
2) $12\frac{3}{4}+\frac{3}{7}y=\frac{y}{2}-10\frac{1}{28}$; 4) $10-\frac{3x-1}{2}=\frac{6x+3}{11}$.

96. 1) $\frac{4x-51}{3}-\frac{17-3x}{4}=\frac{x+5}{2}$; 3) $\frac{9x-5}{2}-\frac{3+5x}{3}-\frac{8x-2}{4}=2$;
2) $\frac{3x-7}{4}-\frac{9x+11}{8}=\frac{3-x}{2}$; 4) $\frac{4x-3}{2}-\frac{5-2x}{3}=\frac{3x-4}{3}$.

№ 3

— Mama, agtygyňyz näçe ýaşda?
— Meniň ýaşym näçede bolsa, agtygym şonça aýlyk.
— Mama, siziň ýaşyňyz näçede?
— Agtygymyň ýaşy bilen meniň ýaşymy goşsaň, 65 çykýar. Agtygymyň ýaşyny indi özüň tapaý.

97. Deňlemäniň köküniň ýokdugyny görkeziň:

1) $28 - 20x = 2x + 25 - 16x - 12 - 6x$;

2) $25x - 17 = 4x - 5 - 13x + 14 + 34x$;

3) $\frac{x-1}{3} + \frac{5x+2}{12} = \frac{5+3x}{4}$;   4) $\frac{2x+1}{3} - \frac{7x+5}{15} = \frac{x-2}{5}$.

98. x-iň islendik bahasy deňlemäniň köki bolup bilýändigini görkeziň:

1) $10 - 4x + 3 = 9x - 2 - 6x + 9 - 7x + 6$;

2) $9x + 4 - 5x = 8 + 7x - 9 - 3x + 5$;

3) $6(1,2x - 0,5) - 1,3x = 5,9x - 3$;

4) $8(1,3x + 0,25) - 6,6x = 3,8x + 2$.

99. Deňlemäni çözüň:

1) $3(x-1) - 2(x+2) = 4x + 8$;

2) $4(x+1,5) + 3(1-x) = 10$;

3) $4(3x+2) - 7(x+1) = 3(x-1)$;

4) $2,5(2x+3) - 2(x+2,5) = 3,5 + 2x$.

100. Deňlemäni çözüň:

1) $\frac{96}{7,2} = \frac{4x+300}{21}$;   3) $4,2 : (2x-7) = 10 : 7\frac{1}{7}$;

2) $\frac{3x+14,7}{20,4} = \frac{7,5}{10}$;   4) $4\frac{1}{11} : 10 = 4,5 : (3x-1)$.

8- § Meseleleri deňlemeleriň kömeginde çözmek

Deňlemeleri ulanmak ençeme meseleleri çözmegi aňsatlaşdyrýar. Munda meseläni çözmek, adatda, iki basgançakdan ybarat bolýar:

1) meseläniň şerti boýunça deňleme düzmek;
2) alnan deňlemäni çözmek.

Şu meseläni çözeliň.

Mesele. Syýahatçylar münen gämi kenardaky duralgadan derýanyň akymy boýunça ugrap, 5 sagatdan soň gaýdyp gelmeli. Derýanyň akymynyň tizligi 3 km/sagat; gäminiň ýata suwdaky tizligi 18 km/sagat. Eger syýahatçylar gaýtmazdan öň kenarda 3 sagat dynç alan bolsalar, olar kenardaky duralgadan näçe aralyga ýüzüp barypdyrlar?

△ 1) Gözlenýän aralyk x kilometr bolsun. Gämi bu aralygy akym boýunça 18 + 3 = 21 (km/sagat) tezlik bilen geçýär we muňa $\frac{x}{21}$ sagat sarp edýär. Gämi 18 – 3 = 15 (km/sagat) tizlik bilen yzyna dolanýar we muňa $\frac{x}{15}$ sagat sarp edýär. Syýahatçylar kenarda 3 sagat dynç aldylar. Diýmek, syýahat $\left(\frac{x}{21}+\frac{x}{15}+3\right)$ sagat dowam etdi, bu bolsa meseläniň şertine görä 5 sagada deň. şeýlelikde, biz näbelli x aralygy kesgitlemek üçin aşakdaky deňlemäni aldyk:

$$\frac{x}{21}+\frac{x}{15}+3=5;$$

2) indi

$$\frac{x}{21}+\frac{x}{15}=2$$

deňlemäni çözýäris. Bu deňlemäniň iki bölegini hem 105-e (21 we 15 sanlarynyň iň kiçi umumy bölünijisine) köpeldip, $5x+7x=210$, $12x=210$ deňligi alýarys, mundan $x=17{,}5$.

Jogaby: gämi kenardaky duralgadan 17,5 km aralyga ýüzüp barýar. ▲

Meseläni çözmegiň birinji basgançagynda (ýagny deňleme düzmekde) gämi bilen derýanyň akymynyň tizlikleri akym boýunça hereketde goşulýandygyny, akyma garşy hereketde bolsa aýrylýandygyny we ýoluň tizlige görä hereket wagtydygyny bilmek zerur boldy.

Ikinji basgançakda (ýagny alnan deňlemäni çözmekde) deňlemeleriň mundan öňki paragrafda öwrenilen häsiýetlerini ulanmak talap edilýär.

Tekstli meseläniň mazmunyna laýyk deňleme düzmek – meseläniň şertini „matematika diline" geçirmek – meseläniň matematik modelini düzmek diýmekdir. Bir meseläni çözmek üçin dürli deňleme, dürli matematik model düzmek mümkin.

Gönükmeler

101. A we B şäherleriniň arasyndaky aralyk 256 km. A-dan B-ge tarap 66 km/sagat tizlik bilen ýük otlusy ýola çykdy. Aradan 20 minut geçensoň, B-den A-ga tarap 90 km/sagat tizlik bilen tiz otly ýola çykdy. Ýük otlusy ýola çykandan näçe wagtdan soň tiz otly bilen duşuşdy: Bu meseläni çözmek üçin deňlemeleri aşakdaky ýaly düzmek mümkin:

a) $66x+90\left(x-\frac{1}{3}\right)=256;$

b) $256-66\cdot\frac{1}{3}=(66+90)\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right);$

d) $\frac{x}{66}-\frac{256-x}{90}=\frac{1}{3};$

e) $256-90x=66\cdot\left(x+\frac{1}{3}\right).$

1) Her bir deňlemedäki x nämäni aňladýar?
2) Her bir deňlemede nähili mukdarlar deňleşdirilipdir?

102. 1) Bellenilen işi 15 adam 12 günde ýerine ýetirmegi mümkin. 4 gün işländen soň, bäşinji gün olara kömek bermek üçin 5 adam gelip goşuldy. Galan iş näçe günde tamamlanypdyr?

2) Işçiler bellenilen wezipäni 15 günde ýerine ýetirýärler, 5 günden soň olara ýene 8 adam goşuldy we bilelikde galan işi 6 günde tamamladylar. Işçiler ilki näçe adamdy?

3) Bir işi 10 adam 8 günde ýerine ýetirip bilýär. 2 günden soň (üçünji gün) olara kömek bermek üçin birnäçe adam gelip goşuldy we galan iş 4 günde ýerine ýetirildi. Näçe adam gelip goşulypdyr?

103. 1) Üç firmada 624 işçi bor. Ikinji firmada birinjisindäkä garanda işçiler 5 esse köp, üçünji firmada bolsa birinji we ikinji firmalarda bilelikde näçe işçi bolsa, şonça işçi bar. Firmalaryň hersinde näçeden işçi bar?

2) Üç sany kiçi kärhanada 792 önüm taýýarlandy. Ikinji kiçi kärhanada birinji kiçi kärhana garanda 3 esse köp, üçünji kiçi kärhanada bolsa ikinjisindäkiden 2 esse kem önüm taýýarlandy. Her bir kiçi kärhanada näçeden önüm taýýarlanypdyr?

104. 1) Deňýanly üçburçlugyň perimetri 25 sm-e deň. Eger onuň gapdal tarapy esasyndan 5 sm artyk bolsa, üçburçlugyň taraplarynyň uzynlyklaryny tapyň.

2) Deňýanly üçburçlukda esas gapdal tarapyň $\frac{3}{4}$ bölegini düzýär. Eger üçburçlugyň perimetri 22 sm-e deň bolsa, onuň taraplarynyň uzynlyklaryny tapyň.

105. 1) Ini 200 m bolan gönüburçluk görnüşindäki meýdanyň araçägi boýunça ýap gazyldy. Ýabyň uzynlygy 1 km. Meýdanyň uzynlygyny tapyň.

2) Uzynlygy ininden 2 esse uzyn bolan gönüburçluk görnüşindäki meýdany uzynlygy 120 m bolan germew bilen gurşadylar. Meýdanyň uzynlygyny we inini tapyň.

106. Jemi 81-e deň bolan üç sany yzygider täk sany tapyň.

107. Dört sany yzygider jübüt san berlen. Eger çetki sanlaryň jeminiň ikeldilmeginden ortadaky sanlaryň položitel tapawudynyň üçeldileni aýrylsa, 22 alynýar. Şu sanlary tapyň.

108. 1) Täze gurluş işe düşürlenden soň, ussanyň niýetlän işi ýerine ýetirmäge gidýän wagty 20 %-e kemeldi. Onuň zähmet öndürijiligi näçe göterime artypdyr?
2) Fabrige awtomat ornaşdyrylypdyr. Ol bir sagatda işçä garanda 8 sany artyk önüm öndürýär. 2 sagatdan soň awtomat işçiniň 6 sagatlyk planyny ýerine ýetirdi. Awtomat bir sagatda näçe önüm öndürýär?
3) Ussanyň zähmet öndürijiligi 20 % -e artsa, onuň iş plany ýerine ýetirmäge gidýän wagty näçe göterime gysgalar?

109. Uzynlygy 27 m bolan mis simi massasy we kese kesigi mis simiňki ýaly bolan alýumin sim bilen çalşyrmakçy bolýarlar. Siz nähili pikir edýärsiňiz, alýumin simiň uzynlygy näçe metr bolarka?

110. Birnäçe dükan alma salnan 175 ýaşigi deň bölüp almakçydylar. Emma 2 dükan almalary aljak däldigini mälim etdi. Netijede, galan her bir dükana niýetlenenden 10 ýaşik alma artyk berildi. Dükanlar näçe eken?

111. 1) Gapda näçedir litr suw bar. Eger gaba 3 *l* suw guýulsa, gabyň ýarysy dolýar. Eger 3 *l* suw döküp taşlansa, galan suw gabyň $\frac{1}{8}$ bölegini eýeleýär. Ilkibaşda gapda näçe litr suw bolupdyr?
2) Gabyň içindäki suw bilen bilelikdäki massasy 12 kg-a deň. Gapdaky suwuň $\frac{3}{5}$ bölegi güllere guýlansoň, gabyň massasy içindäki suwuň massasyndan 2 esse kemdigi anyklandy. Gabyň massasy näçe kilogram eken?

112. 1) Nebit ammarynda 6340 t benzin bardy. Ikinji güni ammar birinji gündäkiden 423 t köp, üçünji güni bolsa ikinji gündäkiden 204 t kem benzin paýlandy. Şondan soň ammarda 3196 t benzin galdy. Ammar birinji gün näçe tonna benzin paýlapdyr?

2) Dükanda üç günde 110 kg ýag satyldy. Ikinji gün birinji gündäkiniň 37,5 % bölegi ýaly, üçünji gün bolsa ilkibaşdaky iki günde näçe ýag satylan bolsa, şonça satyldy. Dükanda birinji gün näçe kilogram ýag satylypdyr?

113. 1) Ussa we ogly buýurmany 10 günde ýerine ýetirmelidi. Olar täze gurluşy ulanyp, her gün plandan daşary 27 önüm taýýarlap, 7 günde diňe bir tabşyrygy ýerine ýetirmek bilen çäklenmän, eýsem ýene 54 önüm artyk taýýarladylar. Ussa we ogly bir günde näçe önüm taýýarlapdyrlar?

2) Zawod maşyn öndürmek boýunça buýurmany 15 günde ýerine ýetirmelidi. Zawod täze tehnologiýany ornaşdyryp, her gün plandan daşary 2 sany artyk maşyn öndürip, möhletine 2 gün galanda diňe bir plany dolman, plandan artyk ýene 6 maşyn öndürdi. Zawod 15 günde plan boýunça näçe maşyn öndürmelidi?

Özüňizi synaň!

1. 1; 0; –4 sanlarynyň içinde $3(x-7)+4=7x-1$ deňlemäniň köki barmy?

2. Deňlemäni çözüň:

1) $2x-3(x-1)=4+2(x-1)$;

2) $\frac{x}{3}+\frac{x+1}{4}=2$.

3. Satyjy harydynyň 20 % ini 40 % peýda bilen satdy. Jemi satuwdan 32 % peýda almak üçin ol galan harydyny näçe göterim peýda bilen satmaly?

II baba degişli gönükmeler

114. 1) 1 kg i 200 somdan alnan üzümiň 3 kg-yndan 1 kg şerbet alnyp, 720 soma satyldy. Üzümiň bahasy 50 som arzanlady. Telekeçi öňki peýdany saklap galmakçy. Şerbetiň täze bahasy ilkibaşdakydan näçe som arzan edilmeli?

2) 20 % li şerbet almakçysyňyz. Hany, aýdyň näçe litr gaýnan suwa 200 gram şeker goşarsyňyz?

115. 1) Gapda ilkibaşda mälim mukdarda suw bardy. Eger gaba *a* litr suw guýulsa, gabyň $\frac{1}{8}$ bölegi dolýar. Eger gapdaky ilkibaşdaky suwdan *a* litr alnyp taşlansa, gabyň $\frac{3}{20}$ bölegi doly bolýar. Ilkibaşda gabyň näçe bölegi doly bolupdyr?

2) Gabyň $\frac{1}{5}$ bölegi boş. Ahmet gaby doldurmakçy. Ol gapdaky suwuň näçe bölegine çenli suw guýsa, gap dolar? Oňa kömek ediň.

116. Ýeriň birinji iki emeli hemrasynyň massasy 592,4 kg bolupdyr. Birinji emeli hemra üçünjisinden 1243,4 kg ýeňil, ikinjisi bolsa 818,2 kg ýeňil. Ýeriň birinji üç sany emeli hemrasynyň hersiniň massasyny tapyň.

117. Gaýyk derýanyň akymy boýunça 2,4 sagat we akyma garşy 3,2 sagat ýüzdi. Gaýygyň akym boýunça geçen ýoly akyma garşy geçen ýolundan 13,2 km artyk boldy. Eger derýanyň akymynyň tizligi 3,5 km/sagat bolsa, gaýygyň ýata suwdaky tizligini tapyň.

118. Bossan we Gülüstan obalarynyň arasyndaky aralyk 72 km. Bu obalardan iki syýahatçy bir wagtda ýola çykdy. Biriniň tizligi sagadyna *v* kilometr, ikinjisiniňki bolsa sagadyna *u* kilometr. 2 sagatdan soň olaryň arasyndaky aralyk näçe kilometr bolar? Ähli ýagdaýlara garaň we derňäň.

№ 4 *Syrygy 3 bölege byçgylamak üçin 12 minut gerek. Şol syrygy 4 bölege byçgylamak üçin näçe minut gerek bolar?*

119. Gabyň $\frac{1}{3}$ bölegi suw bilen doly. Bu suwuň $\frac{1}{4}$ bölegi ulanylandan soň oňa 45 litr suw salynsa, gabyň $\frac{1}{8}$ bölegi boş bolýar. Gaba jemi näçe litr suw sygýar?

120. Synagda 60 sorag berildi, her bir dogry jogap 5 balla bahalandy. 4 sany nädogry jogap üçin jerime hökmünde bir dogry jogap kabul edilmeýär. Bu synagda hemme soraglary bellik eden bir okuwçy 225 ball alan bolsa, ol näçe soraga dogry jogap beripdir?

II baba degişli synag gönükmeleri — testler

1. $\frac{5x-3}{8}=\frac{x}{2}+3+\frac{11-3x}{4}$ deňlemäniň köki x_0 bolsa, x_0^2+1 aňlatmanyň san bahasyny tapyň.

A) 50; B) 10; C) 5; D) 37.

2. $\frac{2x+1}{3}+2=\frac{3x-2}{2}+\frac{x+1}{3}$ deňlemäniň köki x_0 bolsa, $18:x_0$ aňlatmany hasaplaň:

A) 6; B) 7; C) –7; D) $46\frac{2}{7}$.

3. $(x+3):(x-2)=5:3$ deňlemäniň köki x_0 bolsa, $2x_0+61$ aňlatmanyň san bahasyny tapyň.

A) –80; B) 70; C) 80; D) 81.

4. $4:(2x+5)=2:(3x-2)$ deňlemäniň köki x_0 bolsa, $4x_0+11$ aňlatmanyň san bahasyny tapyň.

A) –18; B) –20; C) 19; D) 20.

5. $0{,}8\cdot(1{,}5x-2)-0{,}4x=0{,}3\cdot(6x-5)-2{,}6$ deňlemäniň köki x_0 bolsa, $x_0{}^2-0{,}5\,x_0$ aňlatmanyň san bahasyny tapyň.

A) 5; B) 1,25; C) 6,25; D) – 5.

6. Üç tekjede jemi 385 kitap bar. Birinji tekjede ikinjisine garanda 8 sany köp, emma üçünji tekjedäkiden 9 sany kem kitap bar. Tekjeleriň hersinde näçeden kitap bar?
A) 128; 120; 137; B) 127; 119; 139;
C) 127; 122; 136; D) 126; 134; 125.

7. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 51 sm-e deň. Esas gapdal tarapdan 6 sm uzyn. Şu üçburçlugyň gapdal tarapynyň esasyna gatnaşygyny tapyň.
A) 7 : 5; B) 5 : 7; C) 2 : 3; D) 10 : 7.

8. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 42 sm-e deň. Gapdal tarap esasyň $\frac{2}{3}$ bölegini düzýär. Şu üçburçlugyň esasy gapdal tarapyndan näçe santimetr uzyn?
A) 7,5 sm. B) 6,5 sm; C) 6 sm; D) 7 sm.

9. Ussa buýurmany 8 günde ýerine ýetirmelidi. Ol her gün plandan daşary 6 önüm taýýarlap, diňe bir buýurmany ýerine ýetirmek bilen çäklenmän, eýsem 5 günde ýene 12 önümi artyk taýýarlady. Ussa plan boýunça bir günde näçe önüm taýýarlamalydy?
A) 6; B) 4; C) 5; D) 7.

Deňlemäni çözüň **(10—11):**

10. $8(x+2)-5x=-2(x+4,5)$.
A) – 5; B) 5; C) 6; D) –4,5.

11. $6\cdot(2,3x-1)-3,5x+0,7x=0,5(x-14)$.
A) $-\frac{2}{21}$; B) 10,5; C) $\frac{2}{21}$; D) 7.

12. Üçburçlugyň bir tarapy ikinji tarapyndan 3 sm uzyn, üçünji tarapyndan bolsa 5 sm gysga. Eger üçburçlugyň perimetri 41 sm bolsa, onuň iň uzyn tarapy iň gysga tarapyndan näçe esse uzyn?
A) 2; B) 1,5; C) 1,3; D) 1,8.

13. Birinji topda 75 m, ikinji topda 120 m atlas bardy. Ikinji topdan birinjiden satylanyna garanda 3 esse köp atlas satyldy. Netijede birinji topda ikinjisine garanda 2 esse köp atlas galdy. Her bir topdan näçe metrden atlas satylypdyr?
A) 24 m; 72 m; B) 30 m; 90 m; C) 15 m 45 sm;
D) 33 m; 99 m.

14. Deňlemäni çözüň:

$$3(x+2)-2(x+3)=7-5(x+1).$$

A) $-\frac{1}{3}$; B) $\frac{1}{3}$; C) -1; D) 2.

Taryhy maglumatlar

Muhammet ibn Musa al-Horezmi „Al-jabr wal-mukabala hasaby hakynda gysgaç kitap“ eserinde girizilen „al-jabr“, „wal-mukabala“ düzgünlerini biz 7- §-da deňlemäniň esasy häsiýetleri hökmünde beýan etdik.

Algebrada üç hili sanlar bilen iş salyşylýar, diýipdir al-Horezmi. Olar:

— kök ýa-da zat (deňlemedäki näbelli san x);
— kwadrat (haryt) (näbelliniň kwadraty — x^2);
— ýönekeý san (munda natural san nazarda tutulýar).

Horezmi şu üç hili ululyklaryň arasyndaky baglanyşyklary derňeýär we aşakdaky deňlemeleri çözmegiň usullaryny görkezýär:

1) $cx^2=bx$ — kwadratlar köklere deň;
2) $cx^2=a$ — kwadratlar sanlara deň;
3) $bx=a$ — kökler sana deň;
4) $cx^2+bx=a$ — kwadratlar we kökler sanlara deň;
5) $cx^2+a=bx$ — kwadratlar we san köklere deň;
6) $bx+a=cx^2$ — kökler we san kwadratlara deň.

Biz 7-nji synpda diňe çyzykly deňlemeleri öwrenýäris [3) bentdäki $bx=a$ deňleme]. Galanlary 8-nji synpda öwrenilýär. Islendik çyzykly ýa-da kwadrat deňleme „al-jabr“, „wal-mukabala“ çalşyrmalary netijesinde ýokardaky 6 deňlemäniň birina getirilmegi mümkin.

III BAP

BIRAGZALAR WE KÖPAGZALAR

9-§ Natural görkezijili dereje

Deň sanlary goşmagy köpeltmek bilen çalşyrmak mümkin:

$$\underbrace{3+3+3+3+3}_{5\text{ esse}}=3\cdot 5 \qquad \underbrace{a+a+a+a+\ldots+a}_{n\text{ esse}}=a\cdot n$$

Birmeňzeş sanlaryň köpeltmek hasylyny hem köp ýagdaýlarda ykjam ýazuw bilen çalşyrmak maksada laýyk bolýar. Tarapynyň uzynlygy 5 birlige deň kwadrata garalyň (6-njy surat). Ol $5 \cdot 5 = 25$ sany birlik kwadratdan ybarat. Tarapynyň uzynlygy 5 birlige deň kub (7-nji surat) bolsa $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ sany birlik kuby öz içine alýar.

Size mälim bolşy ýaly, $5 \cdot 5$ köpeltmek hasyly 5^2 (okalyşy: „bäşiň kwadraty“); $5 \cdot 5 \cdot 5$ köpeltmek hasyly bolsa 5^3 (okalyşy: „bäşiň kuby“) ýaly belgilenýär:

$$5 \cdot 5 = 5^2, \quad 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3.$$

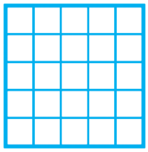
Edil şunuň ýaly, köpeldijileri birmeňzeş sanlardan ybarat köpeltmek hasylyny täze amal — *derejä götermek* amaly bilen çalşyrmak mümkin:

$$\underbrace{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}_{5\text{ esse}}=3^5, \qquad \underbrace{\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{7}}_{9\text{ esse}}=\left(\frac{1}{7}\right)^9,$$

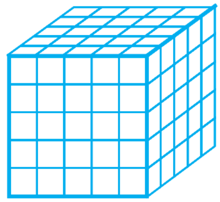
$$0{,}4 = (0{,}4)^1.$$

Umuman, n sany deň köpeldijiniň köpeltmek hasylyny belgilemek üçin a^n ýazuwyndan peýdalanylýar:

$$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\text{ esse}}=a^n.$$



6-njy surat.



7-nji surat.

Ol şeýle okalýar: „*a* sanyň *n* görkezijili derejesi“. Adatda, gysgaça edip: „*a*-nyň *n*- derejesi“ diýilýär.

a sanyň n natural görkezijili derejesi diýip, her biri a-ga deň bolan n sany köpeldijiniň köpeltmek hasylyna aýdylýar:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ esse}}$$

a san (gaýtalanýan köpeldiji) *derejäniň esasy, n* san (köpeldiji näçe gezek gaýtalanýandygyny görkezýän san) *dereje görkezijisi* diýilýär.

Meselem,

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81,$$

bu ýerde 3 — derejäniň esasy, 4 — dereje görkezijisi, 81 bolsa 3^4— derejäniň bahasy.

Hususan-da, sanyň birinji derejesi diýip, şu sanyň özüne aýdylýar:

$$a^1 = a.$$

Meselem, $5^1 = 5, \quad 25^1 = 25, \quad \left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7}.$

Derejäniň esasy islendik san bolmagy mümkindigini aýdyp geçýäris, meselem,

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32; \qquad \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{125};$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32;$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{16}{81};$$

$$0,2^3 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008;$$

$$(-1)^6 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1;$$

$$0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0; \quad 10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000.$$

Derejä götermek amaly – üçünji basgançak amal. Eger aňlatmada ýaýlar bolmasa, onda ilki üçünji basgançak amallar, soň ikinji basgançak amallar (köpeltmek we bölmek), we ahyrynda, birinji basgançak amallar (goşmak we aýyrmak) ýerine ýetirilýändigini ýatladyp geçýäris.

Mesele. Hasaplaň: $7 \cdot 2^4 - 5 \cdot 3^2$.

$$7 \cdot 2^4 - 5 \cdot 3^2 = 7 \cdot 16 - 5 \cdot 9 = 112 - 45 = 67.$$

Sanlary derejäniň kömeginde ýazmakdan juda köp ýagdaýlarda, meselem, natural sanlary öýjük goşulyjylarynyň jemi görnüşinde ýazmak üçin peýdalanylýar:

$$\triangle\ 3245 = 3 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 = 3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 5.\ \blacktriangle$$

Uly sanlary ýazmak üçin köplenç 10 sanynyň derejeleri ulanylýar. Meselem, Ýerden Güne çenli bolan aralyk takmynan 150 mln km-e deň bolup, ol $1{,}5 \cdot 10^8$ km görnüşinde ýazylýar: Ýer şarynyň radiusy takmynan 6,37 mln m-e deň, ol $6{,}37 \cdot 10^6$ m ýaly ýazylýar; Ýerden iň ýakyn ýyldyza (Sentawryň a sy)çenli bolan aralyk $4 \cdot 10^{13}$ km görnüşinde ýazylýar.

10-dan uly bolan her bir sany $a \cdot 10^n$ görnüşinde ýazmak mümkin, munda $1 \le a < 10$ we n – natural san. Şeýle ýazuwa *sanyň standart görnüşi* diýilýär.

Meselem,

$$4578 = 4{,}578 \cdot 10^3, \quad 45{,}78 = 4{,}578 \cdot 10, \quad 103000 = 1{,}03 \cdot 10^5.$$

Fizika we himiýa ylymlary öwrenilende, mikrokalkulýatorda hasaplamalarda we başga köp ýagdaýlarda sanyň standart görnüşdäki ýazuwiyndan peýdalanylýar.

Gönükmeler

Jemi köpeltmek hasyly görnüşinde ýazyň **(121—122):**

121. 1) $4+4+4+4+4$; 3) $c+c+c$;
2) $6+6+6+6$; 4) $a+a+a+a+a$.

122. 1) $2m+2m+2m$;
2) $17ab+17ab+17ab$;
3) $(c-2d)+(c-2d)$;
4) $(3b-a)+(3b-a)+(3b-a)$;
5) $\underbrace{3+3+\ldots+3}_{21 \text{ esse}}$;
6) $\underbrace{5+5+\ldots+5}_{17 \text{ esse}}$;
7) $\underbrace{m+m+\ldots+m}_{n \text{ esse}}$;
8) $\underbrace{b+b+\ldots+b}_{k \text{ esse}}$.

Köpeltmek hasylyny dereje görnüşinde ýazyň **(123—125):**

123. 1) $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$; 2) $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}$; 3) $\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}\right)$;
4) $(-2{,}7)\cdot(-2{,}7)\cdot(-2{,}7)\cdot(-2{,}7)$.

124. 1) $x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x$; 3) $(2a)\cdot(2a)\cdot(2a)$;
2) $m\cdot m\cdot m\cdot m\cdot m$; 4) $(-3b)\cdot(-3b)\cdot(-3b)\cdot(-3b)$.

125. 1) $(x-y)\cdot(x-y)\cdot(x-y)$; 3) $\frac{3x}{2}\cdot\frac{3x}{2}$;
2) $(a+b)\cdot(a+b)$; 4) $\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}$.

Köpeltmek hasylynyň dereje görnüşindäki ýazuwyndan peýdalanyp, aňlatmany ýönekeýleşdiriň **(126—128):**

126. 1) $2\cdot2\cdot2\cdot15$; 3) $5\cdot5\cdot8\cdot8\cdot8\cdot2\cdot2$;
2) $4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot21$; 4) $6\cdot6\cdot7\cdot7\cdot3\cdot3\cdot3$.

127. 1) $1{,}2\cdot1{,}2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5$; 2) $0{,}5\cdot0{,}5\cdot0{,}5\cdot2\cdot2\cdot4\cdot4$;
3) $0{,}3\cdot0{,}3\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}$; 4) $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot2{,}3\cdot2{,}3$.

128. 1) $9\cdot9\cdot9\cdot a\cdot a\cdot a$; 3) $\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}(x-y)\cdot(x-y)$;
2) $x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot3\cdot3$; 4) $\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot(8a-b)\cdot(8a-b)\cdot(8a-b)$.

Aňlatmany ýönekeýleşdiriň **(129—130):**

129. 1) $p\cdot p\cdot p\cdot p+q\cdot q$; 3) $a\cdot a+a\cdot a+a\cdot a$;
2) $a\cdot a+b\cdot b\cdot b\cdot b$; 4) $x\cdot x\cdot x+x\cdot x\cdot x$.

130. 1) $\underbrace{c\cdot c+c\cdot c+\ldots+c\cdot c}_{k\ \text{esse}}$; 3) $\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\ \text{esse}}+\underbrace{b\cdot b\cdot\ldots\cdot b}_{m\ \text{esse}}$;

2) $\underbrace{a\cdot a\cdot a+a\cdot a\cdot a+\ldots+a\cdot a\cdot a}_{n\ \text{esse}}$; 4) $\underbrace{5\cdot 5\cdot\ldots\cdot 5}_{k\ \text{esse}}+\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{17\ \text{esse}}$.

131. Aňlatmany okaň, derejäniň esasyny, dereje görkezijisini aýdyň:

1) 3^2; 3) $\left(-\frac{2}{9}\right)^{41}$; 5) $(4m+n)^{15}$;

2) $\left(1\frac{3}{8}\right)^3$; 4) $(-1,2)^{39}$; 6) $\left(\frac{2a}{3b}\right)^7$.

Hasaplaň **(132—139)**:

132. 1) 2^3; 2) 3^2; 3) 4^4; 4) 5^3.

133. 1) 1^5; 2) $(-1)^7$; 3) 0^{15}; 4) 0^5.

134. 1) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; 2) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$; 3) $\left(1\frac{2}{7}\right)^2$; 4) $\left(2\frac{1}{3}\right)^3$.

135. 1) $(2,5)^2$; 2) $(1,7)^2$; 3) $(-0,2)^3$; 4) $(-0,2)^4$.

136. 1) $(-5)^3$; 2) -5^3; 3) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^2$; 4) $-\left(2\frac{1}{4}\right)^2$.

137. 1) $\frac{(-0,2)^4}{(0,1)^5}$; 2) $\frac{(0,3)^3}{(-0,1)^4}$; 3) $\frac{(3,2)^2}{(1,6)^2}$; 4) $\frac{(2,6)^2}{(1,3)^2}$.

138. 1) $2\cdot(-3)^2$; 2) $-5\cdot(-2)^3$;

3) $-\frac{1}{2}\cdot(-4)^2$; 4) $-\frac{2}{3}\cdot(-3)^2$.

139. 1) $(-5)^2\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)$; 2) $(-3)^3\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$;

3) $-(-3)^2\cdot 2^3$; 4) $-(-3)^2\cdot(-2)^3$.

140. $-x^2; (-x)^2; (-x)^3$ aňlatmanyň bahasyny $x=1\frac{1}{2};\ -5$ bolanda tapyň.

141. x^2 aňlatmanyň bahasyny x-iň jedwelde getirilen bahalary üçin hasaplaň:

x	0	1	–1	2	–2	3	–3	4	–4	5	–5	6	–6
x^2													

142. x^3 aňlatmanyň bahasyny x-iň jedwelde görkezilen bahalary üçin hasaplaň:

x	0	1	–1	2	–2	3	–3	4	–4	5	–5	6	–6
x^3													

143. Aşakdaky dawalaryň haýsy biri dogry, haýsysy nädogry? Sebäbini düşündiriň. Dawa nädogry diýip aýtsaňyz, ony ret edýän mysal tapyň.

1) iki sanyň kwadratlary deň bolsa, bu sanlaryň özleri-de deň;
2) iki sanyň kublary deň bolsa, bu sanlaryň özleri-de deň;
3) eger otrisatel sana onuň kwadraty goşulsa, položitel san alynýar;
4) eger otrisatel sandan onuň kwadraty aýrylsa, otrisatel san alynýar;
5) eger položitel sandan onuň kwadraty aýrylsa, položitel san alynýar.

Aşakdaky dawalaryň haýsysy dogry, haýsysy nädogry? Sebäbini düşündiriň. Degişli mysallar düzüň **(144—145):**

144. 1) natural sanyň kwadraty islendik sifr bilen gutarmagy mümkin;
2) natural sanyň kuby islendik sifr bilen gutarmagy mümkin.

145. 1) natural sanyň dördünji derejesi diňe 0; 1; 5; 6 sifrlerinden biri bilen gutarmagy mümkin.
2) natural sanyň bäşinji derejesi şu san haýsy sifr bilen gutaran bolsa, şol sifr bilen gutarýar.

10-§ Natural görkezijili derejäniň häsiýetleri

Derejä götermek birnäçe möhüm häsiýetlere eýe.

1-nji häsiýet.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Birmeňzeş esasly derejeleri köpeltmekde esas üýtgewsiz galýar, dereje görkezijileri bolsa goşulýar.

○ Natural görkezijili derejäniň kesgitlemesine görä

$2^2 \cdot 2^3 = \underbrace{(2 \cdot 2)}_{2\text{ esse}} \cdot \underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2)}_{3\text{ esse}} =$ | $a^m \cdot a^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{m\text{ esse}} \times \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{n\text{ esse}} =$

köpeltmegiň toparlama düzgünine görä

$= \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5\text{ esse}} =$ | $= \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{(m+n)\text{ esse}} =$

natural görkezijili derejäniň kesgitlemesine görä

$= 2^5.$ | $= a^{m+n}.$

Şeýdip,

$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3}.$ | $a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$ ●

2-nji häsiýet.

$$a^m : a^n = a^{m-n},\ m > n,\ a \neq 0.$$

Birmeňzeş esasly derejeleri bölmekde esas üýtgewsiz galýar, dereje görkezijileri bolsa aýrylýar.

○ Şerte görä

$5 > 3.$ | $m > n,\ a \neq 0.$

Derejäniň birinji häsiýetine görä

$2^{5-3} \cdot 2^3 = 2^5.$ | $a^{m-n} \cdot a^n = a^m.$

Şonuň üçin

$2^{5-3} = 2^5 : 2^3.$ | $a^{m-n} = a^m : a^n.$

Şeýdip,

$2^5 : 2^3 = 2^{5-3}$. | $a^m : a^n = a^{m-n}$, $m > n$, $a \neq 0$.

$\frac{a^n}{a^n} = 1$, $a \neq 0$ bolýandygyny nygtaýarys.

3-nji häsiýet.

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

Derejäni derejä göterende esas üýtgewsiz galýar, dereje görkezijiler bolsa özara köpeldilýär.

Natural görkezijili derejäniň kesgitlemesine görä

$(2^3)^2 = 2^3 \cdot 2^3 =$ | $(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot a^m \cdot \ldots \cdot a^m}_{n \text{ esse}} =$

derejäniň birinji häsiýetine görä

$= 2^{3+3} =$ | $= a^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n \text{ esse}}} =$

köpeltmegiň kesgitlemesine görä

$= 2^{3 \cdot 2}$. | $= a^{mn}$.

Şeýdip,

$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2}$. | $(a^m)^n = a^{mn}$.

4-nji häsiýet.

$$(ab)^n = a^n b^n.$$

Köpeltmek hasylyny derejä göterende her bir köpeldiji şu derejä göterilýär.

$(2 \cdot 3)^3 = \underbrace{(2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3)}_{3 \text{ esse}} =$ | $(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)\ldots(ab)}_{n \text{ esse}} =$

köpeltmegiň toparlama we orun çalyşma düzgünine görä

$= \underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2)}_{3 \text{ esse}} \cdot \underbrace{(3 \cdot 3 \cdot 3)}_{3 \text{ esse}} =$ | $= \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{n \text{ esse}} \underbrace{(b \cdot b \cdot \ldots \cdot b)}_{n \text{ esse}} =$

natural görkezijili derejäniň kesgitlemesine görä

$= 2^3 \cdot 3^3$. | $= a^n \cdot b^n$.

Şeýdip,

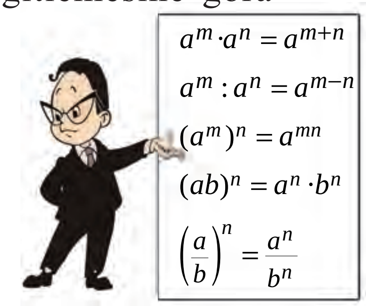
$(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$. | $(ab)^n = a^n b^n$.

5-nji häsiýet.
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n};\quad b \neq 0.$$

Droby derejä götermekde onuň sanawjy we maýdalawjysy edil şu derejä göterilýär.

○ Natural görkezijili derejäniň kesgitlemesine görä

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \underbrace{\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\right)}_{3\ \text{esse}} = \qquad \Big| \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdots\frac{a}{b}\right)}_{n\ \text{esse}} =$$



droblary köpeltmek düzgünine görä

$$= \frac{\overbrace{2\cdot2\cdot2}^{3\ \text{esse}}}{\underbrace{3\cdot3\cdot3}_{3\ \text{esse}}} = \qquad \Big| \qquad = \frac{\overbrace{a\cdot a\ldots\cdot a}^{n\ \text{esse}}}{\underbrace{b\cdot b\ldots\cdot b}_{n\ \text{esse}}} =$$

natural görkezijili derejäniň kesgitlemesine görä

$$= \frac{2^3}{3^3}. \qquad \Big| \qquad = \frac{a^n}{b^n}.$$

Şeýdip,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}. \qquad \Big| \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n},\quad b \neq 0.$$ ●

1-nji mesele. Hasaplaň: $\frac{11^7 \cdot 7^3 \cdot 3^4}{11^6 \cdot 7 \cdot 3^4}$.

△ $$\frac{11^7 \cdot 7^3 \cdot 3^4}{11^6 \cdot 7 \cdot 3^4} = 11^{7-6} \cdot 7^{3-1} \cdot 1 = 11 \cdot 49 = 539.$$ ▲

2-nji mesele. Ýagtylygyň ýaýrama tizligi $3 \cdot 10^8$ m/s-a ýakyn, Ýerden Güne çenli bolan ortaça aralyk $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m. Ýagtylyk şöhlesi Günden Ýerçe enli bolan aralygy näçe wagtda geçýär?

△ Tekis hereketde geçilen ýoluň $s = vt$ formulasyna esasan:

$$1{,}5 \cdot 10^{11} = 3 \cdot 10^8 \cdot t,$$

bu ýerden $t = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 0{,}5 \cdot 10^3 = 500$ (s).

Jogaby: 500 s = 8 min 20 s. ▲

Gönükmeler

Köpeltmek hasylyny dereje görnüşinde ýazyň **(146—152):**

146. 1) $3^5 \cdot 3^4$; 2) $7^2 \cdot 7^4$; 3) $6^3 \cdot 6$; 4) $5 \cdot 5^5$.

147. 1) $c^3 c^2$; 2) $a^3 a^4$; 3) $\left(\frac{1}{2}a\right)^7 \left(\frac{1}{2}a\right)$; 4) $(3b)(3b)^6$.

148. 1) $(-2)^2 \cdot (-2)^3$; 3) $(-0{,}5)^4 \cdot (-0{,}5)^2$;
2) $(-3)^2 \cdot (-3)^2$; 4) $(-1{,}2)^3 \cdot (-1{,}2)^4$.

149. 1) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^4$; 3) $(-5)^6 \cdot (-5)^3 \cdot (-5)^4$;
2) $3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^3$; 4) $(-6)^3 \cdot (-6)^2 \cdot (-6)^7$.

150. 1) $(1{,}3)^2 \cdot (1{,}3) \cdot (1{,}3)^5$; 3) $y^4 y^3 y^7$;
2) $\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$; 4) $b^6 b^8 b$.

151. 1) $(-2{,}5a)^3(-2{,}5a)^8$; 3) $(x-a)^7(x-a)^{10}$;
2) $\left(-\frac{5x}{6}\right)^5 \left(-\frac{5x}{6}\right)^7$; 4) $(n+m)^{15}(n+m)^5$.

152. 1) $4^4 \cdot 4^5$; 2) $3^8 \cdot 3^n$;
3) $c^{28} c^n$; 4) $a^n a^{13}$(n — natural san).

153. Derejäni birmeňzeş esasly iki derejäniň köpeltmek hasyly görnüşinde ýazyň:

1) 3^4; | 2) $\left(\frac{5}{9}\right)^5$; | 3) y^3; | 4) c^{10}; | 5) $(-x)^{17}$; | 6) $(-11b)^{43}$.

Sanlary esasy 2 bolan dereje görnüşinde ýazyň **(154—157):**

154. 1) 32; 2) 4; 3) 2; 4) 128.

155. 1) 16; 2) 64; 3) 256; 4) 1024.

156. 1) $2 \cdot 2^6$; 2) $2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^7$; 3) $8 \cdot 2^7$; 4) $16 \cdot 2^5$.

157. 1) $2^7 \cdot 128$; 3) $2^n \cdot 8$;
2) $2^{10} \cdot 32 \cdot 256$; 4) $16 \cdot 2^n$ (n — natural san).

Sanlary esasy 3 bolan dereje görnüşinde ýazyň **(158—161):**

158. 1) 9; 2) 3; 3) 27; 4) 81.

159. 1) 729; 2) 243; 3) $3 \cdot 3^4$; 4) $3^6 \cdot 3$.

№ 5 | *Sanyň onluk ýazuwundaky ahyrky sifr näçä deň:* 1) 846^{847}; 2) 1987^{1987}; 3) 1998^{1998}; 4) 2009^{2009}?

160. 1) $3^5 \cdot 3^{17} \cdot 3$; 2) $3^2 \cdot 3^{11} \cdot 3^5$; 3) $3^5 \cdot 27$; 4) $81 \cdot 3^2$.

161. 1) $3^n \cdot 3^2$; 3) $3^{n+1} \cdot 81$;
2) $3 \cdot 3^n$; 4) $27 \cdot 3^n$ (n – natural san).

Paýy dereje görnüşinde ýazyň **(162—164):**

162. 1) $7^{10} : 7^8$; 2) $4^3 : 4$; 3) $(0{,}2)^4 : (0{,}2)^3$; 4) $10^{12} : 10^4$.

163. 1) $\left(-\frac{9}{7}\right)^8 : \left(-\frac{9}{7}\right)^5$; 2) $\left(\frac{1}{17}\right)^{18} : \left(\frac{1}{17}\right)^{17}$; 3) $x^{21} : x^7$; 4) $d^{24} : d^{12}$.

164. 1) $\left(\frac{3y}{4}\right)^6 : \left(\frac{3y}{4}\right)^2$; 3) $(a-b)^7 : (a-b)^5$;
2) $(2a)^5 : (2a)^3$; 4) $(m+n)^{10} : (m+n)^5$.

Sanlary esasy 2 bolan dereje görnüşinde ýazyň **(165—166):**

165. 1) $2^3 : 2$; 2) $2^4 : 4$; 3) $64 : 4$; 4) $32 : 2^3$.

166. 1) $8 : 2^2$; 2) $256 : 32$; 3) $\frac{2^7}{2^5}$; 4) $\frac{2^{10}}{2}$.

Sanlary esasy 3 bolan dereje görnüşinde ýazyň **(167—168):**

167. 1) $3^5 : 3^2$; 2) $3^4 : 3$; 3) $3^4 : 9$; 4) $27 : 3^2$.

168. 1) $243 : 27$; 2) $81 : 9$; 3) $\frac{3^{15}}{3}$; 4) $\frac{3^8}{3^4}$.

Hasaplaň **(169—171):**

169. 1) $\frac{2 \cdot 3^3}{3^2}$; 2) $\frac{2^4 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 3}$; 3) $\frac{3^5 \cdot 3^{10}}{3^6 \cdot 3^7}$; 4) $\frac{5^8 \cdot 5^7}{5^4 \cdot 5^9}$.

170. 1) $\frac{8\cdot 3^3}{2\cdot 3^2}$; 2) $\frac{11^3\cdot 4^2}{11^2\cdot 4}$; 3) $\frac{2^4\cdot 2^6\cdot 2^3}{2^5\cdot 2^7}$; 4) $\frac{3^6\cdot 3^3}{3^5\cdot 3\cdot 3}$.

171. 1) $\frac{(-5)^9}{5^7}$; 2) $\frac{6^8}{(-6)^7}$; 3) $\frac{6^6}{3^4\cdot 2^3}$; 4) $\frac{3^6\cdot 2^7}{6^5}$.

Deňlemäni çözüň **(172—174):**

172. 1) $x : 3^2 = 3^3$; | 2) $x : 2^4 = 2^2$; | 3) $x\cdot 2^6 = 2^8$; | 4) $x\cdot 3^5 = 3^8$.

173. 1) $5^5x = 5^7$; 2) $4^6x = 4^8$; 3) $3^8 : x = 3^8$; 4) $2^{11} : x = 2^9$.

174. 1) $\frac{x}{2^3} = 2^2$; 2) $\frac{x}{3^2} = 3^3$; 3) $\frac{2^8}{x} = 2^5$; 4) $\frac{3^9}{x} = 3^7$.

Aňlatmany esasy a bolan dereje görnüşinde ýazyň **(175—177):**

175. 1) $(a^5)^6$; 2) $(a^8)^7$; 3) $(a^2)^5a^8$; 4) $a^5(a^2)^8$.

176. 1) $a^7\, a^5\, (a^2)^4$; | 2) $a^3\, (a^3)^3\, a^3$; | 3) $(a^3)^2\, a^4\, (a^4)^3$; | 4) $a^5\, (a^3)^4\, (a^2)^3$.

177. 1) $(a^7)^5 : (a^3)^4$; 2) $(a^6)^4 : (a^3)^5$; 3) $\frac{(a^3)^5 a^4}{a^{12}}$; 4) $\frac{a^8 (a^4)^4}{(a^3)^4}$.

178. n-iň nähili bahasynda deňlik dogry bolýar:

1) $3^n = 9$; 2) $128 = 2^n$; 3) $(2^2)^n = 16$; 4) $(3^n)^2 = 81$?

Sanlary görkezijisi 2 bolan dereje görnüşinde ýazyň **(179—181):**

179. 1) 0,01; 2) $\frac{25}{36}$; 3) $1\frac{9}{16}$; 4) 0,0004.

180. 1) 5^4; 2) 7^6; 3) $(-0{,}7)^{14}$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{24}$.

181. 1) a^4; 2) b^6; 3) c^{10}; 4) x^{20}.

Köpeltmek hasylyny derejä göteriň **(182—187):**

182. 1) $(3\cdot 5)^4$; 2) $(7\cdot 6)^5$; 3) $(1{,}3\cdot 8)^5$; 4) $\left(4\cdot\frac{1}{7}\right)^3$.

183. 1) $(2a)^3$; 2) $(3x)^4$; 3) $(-4x)^5$; 4) $(-8b)^2$.

184. 1) $(ax)^7$; 2) $(6y)^6$; 3) $(2{,}5cd)^2$; 4) $(3nm)^3$.

185. 1) $(abc)^4$; 2) $(xyz)^7$; 3) $(3\cdot 5\cdot 11)^8$; 4) $(2\cdot 4\cdot 9)^9$.

186. 1) $(xy^3)^2$; 2) $(a^2b)^3$; 3) $(2b^4)^5$; 4) $(0{,}1c^3)^2$.

187. 1) $(10n^2m^3)^3$; | 2) $(8a^4b^7)^3$; | 3) $(-2{,}3a^3b^4)^2$; | 4) $(-2nm^3)^4$.

Köpeltmek hasylyny $3^2b^2 = (3b)^2$ nusga garap dereje görnüşinde ýazyň **(188—190):**

188. 1) 4^5x^5; 2) 2^3a^3; 3) $5^4 \cdot 7^4$; 4) $2^5 \cdot 3^5$.

189. 1) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 a^2$; 2) $(3{,}4)^4b^4$; 3) $(-1{,}2)^3y^3$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 a^2$.

190. 1) $16a^2$; 2) $81r^2$; 3) $9^7n^7m^7$; 4) $15^3a^3b^3$.

Aňlatmany görkezijisi 2 bolan dereje görnüşinde ýazyň **(191—193):**

191. 1) c^2d^{10}; 2) a^4b^6; 3) $25a^4$; 4) $81m^2$.

192. 1) $a^4b^6c^2$; 2) $x^2y^4z^8$; 3) $49x^8y^6$; 4) $100c^8x^6$.

193. 1) $0{,}25a^{10}b^6$; | 2) $0{,}49n^2m^{10}$; | 3) $\frac{49}{81}x^{12}y^{14}$; | 4) $\frac{16}{625}a^{10}b^{16}$.

Aňlatmany görkezijisi 3 bolan dereje görnüşinde ýazyň **(194—197):**

194. 1) a^6; 2) b^9; 3) 5^{15}; 4) 4^6.

195. 1) $(-0{,}2)^{12}$; 2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{15}$; 3) $-0{,}125$; 4) $-0{,}001$.

196. 1) x^3y^9; 2) a^6b^3; 3) $b^9c^{12}d^3$; 4) $x^{12}y^9z^6$.

197. 1) $-27a^3$; | 2) $-1000b^6$; | 3) $-125n^6m^6$; | 4) $-0{,}008x^3y^9$.

Hasaplaň **(198—202)**:

198. 1) $(0{,}25)^7 \cdot 4^7$; 2) $\left(\frac{4}{5}\right)^{17} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{17}$;

3) $(-0{,}125)^{11} \cdot 8^{11}$; 4) $(-0{,}2)^5 \cdot 5^5$.

199. 1) $(-0{,}25)^9 \cdot (-4)^9$; 3) $\left(\frac{6}{11}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{11}\right)^3$;

2) $\left(-\frac{2}{7}\right)^7 \cdot (-3{,}5)^7$; 4) $\left(\frac{1}{9}\right)^5 \cdot (4{,}5)^5$.

200. 1) $\dfrac{2^8 \cdot 3^8}{6^5}$; 2) $\dfrac{4^5 \cdot 3^5}{12^3}$; 3) $\dfrac{10^5}{2^5 \cdot 5^5}$; 4) $\dfrac{14^4}{2^3 \cdot 7^3}$.

201. 1) $\dfrac{6^{12} \cdot 4^{12}}{3^{12} \cdot 8^{12}}$; 2) $\dfrac{4^{10} \cdot 3^{10}}{2^{10} \cdot 6^{10}}$; 3) $\dfrac{15^4}{3^4 \cdot 5^2 \cdot 25}$; 4) $\dfrac{4^{16}}{8^{10}}$.

202. 1) $\dfrac{8 \cdot 27^3}{3^8}$; 2) $\dfrac{2^8 \cdot (7^2)^4}{14^7}$; 3) $\dfrac{16^2 \cdot 3^5}{12^4}$; 4) $\dfrac{2^9 \cdot (2^2)^5}{(2^5)^3}$.

Droby dereja göteriň **(203—206):**

203. 1) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2$; 2) $\left(\dfrac{5}{7}\right)^2$; 3) $\left(\dfrac{3}{a}\right)^2$; 4) $\left(\dfrac{b}{8}\right)^3$.

204. 1) $\left(-\dfrac{m}{11}\right)^2$; 2) $\left(-\dfrac{13}{n}\right)^2$; 3) $\left(\dfrac{d}{-2}\right)^3$; 4) $\left(\dfrac{-4}{c}\right)^3$.

205. 1) $\left(\dfrac{a}{2b}\right)^4$; 2) $\left(\dfrac{3b}{5c}\right)^4$; 3) $\left(\dfrac{2^3}{3^2}\right)^7$; 4) $\left(\dfrac{5^2}{7^4}\right)^3$.

206. 1) $\left(\dfrac{a+b}{3}\right)^3$; 2) $\left(\dfrac{7}{2+c}\right)^2$; 3) $\left(\dfrac{m+n}{m-n}\right)^5$; 4) $\left(\dfrac{a+b}{a-b}\right)^7$.

Droby dereje görnüşinde ýazyň **(207—209)**:

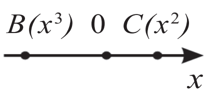
207. 1) $\dfrac{3^7}{4^7}$; 2) $\dfrac{2^5}{5^5}$; 3) $\dfrac{m^3}{2^3}$; 4) $\dfrac{5^7}{a^7}$.

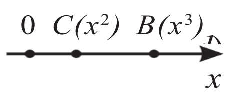
208. 1) $\dfrac{x^6}{y^6}$; 2) $\dfrac{a^3}{b^3}$; 3) $\dfrac{25}{36}$; 4) $\dfrac{49}{100}$.

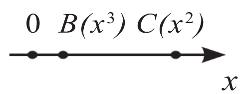
209. 1) $\dfrac{(2b)^2}{(3b)^2}$; 2) $\dfrac{(4x)^4}{(3y)^4}$; 3) $\dfrac{1}{-8}$; 4) $\dfrac{-1}{27}$.

Hasaplaň **(210—211):**

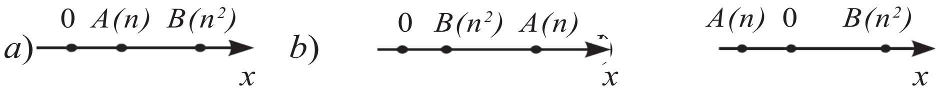
210. $A\,(x)$ nokat koordinatalar okunyň niresinde bolýandygyny çen bilen görkeziň:

a) 

b) 



211. $C\,(n^3)$ nokat koordinatalar okunyň niresinde bolýandygyny çen bilen görkeziň:



212. 1) Ýeriň massasy $6 \cdot 10^{24}$ kg-a deň. Günüň massasy $2 \cdot 10^{30}$ kg. Ýeriň massasy Günüň massasyndan näçe esse kem?
2) Ýerden Sirius diýip atlandyrylýan ýyldyza çenli bolan aralyk 83 000 000 000 000 km. Ýagtylyk şöhlesi Ýerden Siriusa çenli näçe ýylda ýetip barýandygyny takmynan hasaplaň.

213. Aňlatmanyň san bahasyny tapyň:

1) $\frac{2-b^2}{2b}$, munda $b=-2$; 2) $\frac{3a}{a^3-3}$, munda $a=-3$.

214. Aňlatmany dereje görnüşinde ýazyň:

1) $5^{3n+4} \cdot 5^{2n-1} : 5^{n+2}$; 3) $\frac{a^{6n-4}a^{4n+1}}{a^{5n-2}}$;

2) $3^{4n+3} \cdot 3^{3n-2} : 3^{2n-1}$; 4) $\frac{b^{5n-3}b^{3n+2}}{b^{4n-1}}$ (n — natural san).

215. n-iň nähili bahasynda deňlik dogry bolýar:

1) $(4^4)^n=4^{12}$; 2) $(5^n)^2=5^{14}$; 3) $2^{2n}=4^5$; 4) $3(3^2)^n=3^{11}$?

216. Köpeltmek hasylyny derejä göteriň:

1) $(8a^2b^4c^3)^3$; 2) $(9x^4y^3z^7)^2$;
3) $(-1{,}2x^5y^7z^7)^2$; 4) $(-1{,}2a^3b^2c^4)^5$.

217. Aňlatmany esasy a bolan dereje görnüşinde ýazyň:

1) $\frac{a^8a^5}{a^3a^6}$; 2) $\frac{a^9a^6}{a^5a^8}$; 3) $\frac{(a^3)^4(a^4)^3}{a^6a^9}$; 4) $\frac{a^6(a^3)^5}{(a^4)^2a^9}$.

218. Sanlardan haýsy biri uly:

1) 54^4 mi ýa-da 21^{12} mi; 3) 100^{20} mi ýa-da 9000^{10} mi;
2) 10^{20} mi ýa-da 20^{10} mi; 4) 6^{20} mi ýa-da 3^{40} mi?

219. Dogry deňlik alyň. Meseläniň näçe çözüwi bar:

1) $(...)^2 \cdot (...)^3 = -4a^8b^9c^{11}$; 2) $(...)^2 \cdot (...)^3 = -8a^{11}b^5c^7$?

220. Deňlemäni çözüň:

1) $x : 1,75 = 7,125 - 3\frac{1}{8}$; 3) $18,9 : x = 0,021 \cdot 100$;

2) $\frac{5}{12} + \frac{1}{18} = \frac{17}{12}x$; 4) $754,5 : (37,1 + x) = 15$.

221. Sany standart görnüşde ýazyň:

1) 26 000; 2) 8 647 000; 3) 384 000;

4) Ýerden Güne çenli bolan aralyk 149 500 000 km.

11- § *Biragza we onuň standart görnüşi*

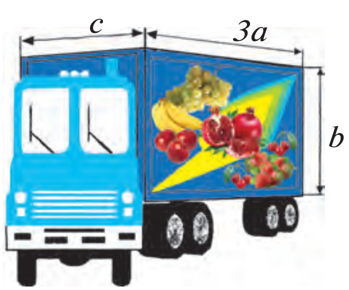
Dürli meseleler çözülende köplenç ab, $\frac{1}{2}abc$, $3a^2b$ görnüşdäki algebraik aňlatmalar duşýar. Meselem, ölçegleri 8-nji suratda görkezilen sowadyjyly maşynyň sygymy $3abc$-ge deň.

$3abc$ aňlatma birinjisi sifr bilen, galan üçüsi a, b, c harplary bilen belgilenen dört köpeldijiniň köpeltmek hasylydyr.

Sifrler bilen ýazylan köpeldijilere *sanly köpeldijiler*, harplar bilen belgilenen köpeldijilere bolsa *harply köpeldijiler* diýilýär. Sanly we harply köpeldijileriň köpeltmek hasylyndan ybarat algebraik aňlatma *biragza* diýilýär.

Meselem, şu aňlatmalar biragzalardyr:

$$abc,\ (-4)a \cdot 3ab,\ \frac{1}{4}a(-0,3)bab.$$



8-nji surat.

Deň köpeldijileriň köpeltmek hasylyny natural görkezijili dereje görnüşinde ýazmak mümkin bolanlygy üçin sanyň derejesi we sanlaryň derejeleriniň köpeltmek hasylyna-da biragzalar diýilýär. Meselem, şu aňlatmalar biragzalar bolýar:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2,\ (-7),\ c^5,\ 4a^2,\ \left(-\frac{1}{2}\right)a^2b.$$

Her bir sany şu san bilen biriň köpeltmek hasyly görnüşinde ýazmak mümkin bolany üçin a, 2, $\frac{3}{8}$ görnüşdäki aňlatmalar hem biragzalar diýlip hasaplanýar.

Mesele. Biragzanyň bahasyny hasaplaň:

$$16ac \cdot (0,5)\, a \cdot (0,25)\, b,$$

munda $a = \frac{1}{3}$, $b = 34$, $c = \frac{9}{17}$.

△ Harplaryň bahalaryny biragza goýup, onuň bahasyny tapýarys, ýagny ýedi sanyň köpeltmek hasylyny hasaplaýarys:

$$16 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{17} \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,25 \cdot 34.$$

Sanlaryň birinjisini ikinjisine, olar nähili ýazylan bolsa, edil şu tertipde köpeltmek mümkin:

$$16 \cdot \frac{1}{3} = \frac{16}{3};\ \frac{16}{3} \cdot \frac{9}{17} = \frac{48}{17};\ \frac{48}{17} \cdot 0,5 = \frac{24}{17};$$

$$\frac{24}{17} \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{17};\ \frac{8}{17} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{17};\ \frac{2}{17} \cdot 34 = 4.$$

Köpeltmegiň orun çalyşma we toparlama düzgünlerini ulanyp, hasaplamany gysgaça ýerine ýetirmek hem mümkin:

$$16ac\,(0,5)\,a\,(0,25)\,b = (16 \cdot 0,5 \cdot 0,25)\,(a \cdot a)\,bc = 2a^2bc.$$

Indi $a = \frac{1}{3}$, $b = 34$, $c = \frac{9}{17}$ bolanda $2a^2bc$ biragzanyň bahasyny tapýarys:

$$2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 34 \cdot \frac{9}{17} = \frac{2 \cdot 34 \cdot 9}{9 \cdot 17} = 4.\ ▲$$

Meseläni ikinji usul bilen çözende berlen biragza ep-esli sada görnüşde ýazylypdy: $2a^2bc$. Bu – biragzanyň *standart görnüşine* mysal.

Umuman, birinji ýerde duran diňe bir san köpeldijiden we dürli esasly harply derejelerden düzülen biragza *standart görnüşdäki biragza* diýilýär.

Islendik biragzany standart görnüşde ýazmak mümkin. Munuň üçin ähli san köpeldijileri özara köpeltmek we olaryň köpeltmek hasylyny birinji ýere ýazmaly. Soňra birmeňzeş harply köpeldijileriň köpeltmek hasylyny dereje görnüşinde ýazmaly. Harply köpeldijiler köplenç, hökman bolmasa-da, elipbiý tertibinde ýerleşdirilýär.

Biragzanyň standart görnüşinde birmeňzeş harplaryň ýokdugyny ýatladyp geçýäris.

Standart görnüşde ýazylan biragzanyň san köpeldijisine şu *biragzanyň koeffisiýenti* diýilýär.

Meselem, $2a$ biragzanyň koeffisiýenti 2-ä deň; $\frac{5}{6}ab^2$ biragzanyň koeffisiýenti $\frac{5}{6}$ -a deň, $(-7)a^2b^3c$ biragzanyň koeffisiýenti (-7) -ä deň. Ahyrky ýagdaýda biragzany ýaýsyz ýazmak mümkin:

$$(-7)\,a^2b^3c = -7a^2b^3c\,.$$

1-e deň bolan koeffisiýent, adatda, ýazylmaýar, çünki bire köpelden bilen san üýtgemeýär. Meselem, $1\cdot abc^2 = = abc^2$, ýagny abc^2 biragzanyň koeffitiyeti bire deň.

Eger koeffisiýent (-1)-e deň bolsa, bu ýagdaýda-da biri we ýaýlary ýazmazdan, diňe „–“ alamatyny galdyrmak mümkin. Meselem, $(-1)abc = -abc$, ýagny $-abc$ biragzanyň koeffisiýenti -1-e deň.

Gönükmeler

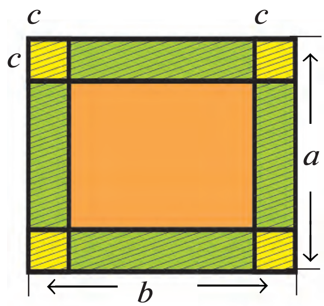
Söz arkaly aýdylan pikiri algebraik aňlatmanyň kömeginde ýazyň **(222—224):**

222. 1) a we b sanlaryň köpeltmek hasylynyň ikeldileni;
2) b we c sanlaryň köpeltmek hasylynyň üçeldileni;
3) x we y sanlaryň kwadratlarynyň köpeltmek hasyly;
4) a san bilen b sanyň kwadratynyň köpeltmek hasyly.

223. 1) m sanyň kuby bilen p sanyň köpeltmek hasyly;
2) a sanyň kwadraty bilen b san köpeltmek hasylynyň üçeldileni.

224. 1) t sagatdaky sekuntlar sany;
2) n metrdäki santimetrler sany.

225. 1) Berlen ölçegler boýunça ştrihlenen meýdany hasaplamak formulasini çykaryň (9-nji surat.);
2) $2bc + 2c(a - 2c) = 2ac + 2c(b - 2c)$ deňligiň dogrudygyny şekiliň kömeginde görkeziň;
3) Ştrihlenen meýdany iki gönüburçlugyň meýdanlarynyň tapawudy hökmünde teswirläň. Mundan peýdalanyp,
$ab - (b - 2c)(a - 2c) = 2ac + 2c \cdot (b - 2c)$ deňligi subut ediň.



9-nji surat.

226. Biragzanyň san bahasyny tapyň:

1) $\frac{3}{4}a^3$, munda $a = -2$;

2) $0,5b^2$, munda $b = -4$;

3) $3abc$, munda $a = 2$, $b = \frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{3}$;

4) $4pqr$, munda $p = \frac{1}{2}$, $q = 3$, $r = \frac{1}{6}$;

5) $\frac{1}{7}m^2(-0,2)n$, munda $m = 3$, $n = -35$;

6) $\frac{1}{9}y(-0,3)x^2$, munda $y = -15$, $x = 6$.

227. Biragzany standart görnüşde ýazyň:

1) $3m^2m$;
2) z^5z^5z;
3) $ab\,0,5$;
4) $(-m)(-m^3)$;
5) $5^2pq^2(-4)pq$;
6) $2^3qp^2(-3)^2pq$.

228. Biragzany standart görnüşde ýazyň we san bahasyny tapyň:

1) $ac12c$, munda $a = -\frac{1}{3}$, $c = 4$;

2) $\frac{1}{6}a8b^2\,\frac{3}{4}ba^3$, munda $a = -2$, $b = \frac{1}{2}$.

229. *(Gadymy mesele.)* Howza 4 sany turba geçirilen bolup, birinji turba howzy bir günde, ikinji turba iki günde, üçünji turba üç günde, dördünji turba dört günde doldurýar. Dört turba bilelikde howzy näçe wagtda doldurar?

12- § Biragzalary köpeltmek

Aşakdaky meseläni çözeliň.

Mesele. Gönüburçly parallelepipediň göwrümi $V = abc$ formula boýunça hasaplanýar, bu ýerde a — parallelepipediň uzynlygy, b — ini we c — beýikligi. Eger şu parallelepipediň uzynlygy 5 esse, ini $2n$ esse, beýikligi $3n$ esse uzaldylsa, täze parallelepipediň göwrümi nähili bolar?

△ Täze parallelepipediň ölçeglerini tapýarys: uzynlygy $5a$, ini $2nb$, beýikligi $3nc$. Bu ýagdaýda onuň göwrümi

$$V_1=(5a)\cdot(2nb)\cdot(3nc)$$

bolýar. ▲

$(5a)\cdot(2nb)\cdot(3nc)$ aňlatma aşakdaky üç biragzanyň köpeltmek hasylydyr: $5a$, $2nb$, $3nc$. Sanlary köpeltmegiň düzgünlerine görä şeýle deňligi ýazmak mümkin:

$$(5a)\cdot(2nb)\cdot(3nc) = 5a\cdot 2nb\cdot 3nc = (5\cdot 2\cdot 3)(annbc) = 30n^2abc.$$

Biragzalary köpeltmek netijesinde ýene biragza alynýar we ony standart görnüşde ýazyp, ýönekeýleşdirmeli, meselem,

$$(3a^2b^3c)\cdot(4ab^2) = 3a^2b^3c\cdot 4ab^2 = 12a^3b^5c.$$

$$(3\ \ a^2\ \ b^3\ \ c)\cdot(4\ \ a\ \ b^2) = 12\ \ a^3\ \ b^5\ \ c.$$

Iki ýa-da birnäçe birmeňzeş biragzalaryň köpeltmek hasylyna, ýagny biragzanyň derejesine garaýarys, meselem, $(5a^3b^2c)^2$. Bu biragza 5, a^3b^2c köpeldijileriň köpeltmek hasyly bolany üçin köpeltmek hasylyny derejä götermek häsiýetine görä:

$$(5a^3b^2c)^2 = 5^2(a^3)^2(b^2)^2c^2 = 25a^6b^4c^2.$$

Edil şunuň ýaly:

$$(2pq^2)^3 = 2^3p^3(q^2)^3 = 8p^3q^6.$$

Biragzany natural görkezijili derejä götermek netijesinde ýene biragza alynýar.

Gönükmeler

Biragzalary köpeldiň **(230—237):**

230. 1) $(2a)(3b)$; 2) $(3a)(2b)$; 3) $b^2(-3b^3)$; 4) $(-2a)a^2$;

231. 1) $(2p)(-3c^2)$; 3) $(4a^2)(6a^3)$;

2) $(-5m^2)(-7n)$; 4) $\left(-\frac{1}{2}b^3\right)(8b^2)$.

232. 1) $(0,3a^2)\left(\frac{1}{4}b^3\right)$; 3) $(0,2p)(-1,3q^2)$;

2) $(-8m^3)(0,25n)$; 4) $\left(-\frac{3}{7}c^2\right)\left(-\frac{5}{6}b^3\right)$.

233. 1) $(3ab)(-2a^2b)$; 3) $(8ab^2)\left(\frac{1}{4}ac^2\right)$;

2) $(-4x^2y)(-7xy^2)$; 4) $(6a^2b)\left(\frac{1}{3}bc^2\right)$.

234. 1) $(3a^2b^5c)(6a^3bc^2)$; 3) $\left(\frac{2}{3}a^2b^3x\right)\left(\frac{3}{4}a^3bx^2\right)$;

2) $(7a^5b^2c)(-3ab^4c)$; 4) $\left(-\frac{3}{2}a^3xy^3\right)\left(\frac{3}{4}ax^2y\right)$.

235. 1) $(-0,4x^5y^6z^2)(-1,2xyz^3)$; 3) $\left(-1\frac{1}{3}x^2y^3z\right)\left(-1\frac{1}{2}xy^2z^3\right)$;

2) $(-2,5n^4m^5r^2)(3nm^2r^5)$; 4) $\left(2\frac{1}{4}a^2b^5c^3\right)\left(-3\frac{1}{3}a^3b^2c^4\right)$.

236. 1) $\left(-\frac{1}{3}m^2\right)(-24n)(4mn)$; 2) $(-18n)\left(-\frac{1}{6}m^2\right)(-5mn)$;

3) $\left(\frac{1}{3}ay^3\right)\left(\frac{3}{4}x^2y\right)(0,2a^3x)$; 4) $(-13a^2bc)(-5ab^2c)(-0,4abc^3)$.

237. 1) $(-a)(3b)(4a^2b)(5ab^2)$; 3) $(-1,5ab)\left(\frac{1}{4}bc\right)(2ac)(24ab)$;

2) $(5a)(a^2b^2)(-2b)(-3a)$; 4) $(1,2a^2)\left(-\frac{1}{3}ab\right)(-5bc)(2c^2)$.

Biragzany derejä göteriň **(238—241):**

238. 1) $(2a)^3$; 2) $(5b)^2$; 3) $(3b^2)^4$; 4) $(2a^3)^2$.

239. 1) $(-3ab)^4$; 2) $(-4ab)^2$; 3) $(-abc)^5$; 4) $(-2xyz)^3$.

240. 1) $(-2a^2b)^3$; 2) $(-a^2bc)^5$; 3) $(-3x^3y)^2$; 4) $(-2x^2y^3)^4$.

241. 1) $\left(\frac{1}{2}nm^2\right)^3$; 2) $\left(\frac{1}{3}n^2m^2\right)^4$; 3) $(-0{,}1a^3b^3)^3$; 4) $(0{,}4a^3b^2)^2$.

Amallary ýerine ýetiriň **(242—243):**

242. 1) $(-2a)^3(-3a)$; 3) $(-0{,}2bc^2)^2(20cx^2)$;

2) $(-a)^3(2a)$; 4) $(-0{,}1ab^2c)^2(100by^2)$.

243. 1) $\left(-1\frac{3}{5}x^3y^2\right)\left(-\frac{1}{2}c^2x^2\right)^3$; 3) $(-3bc^2)^3(2ab^2)^2$;

2) $\left(2\frac{1}{4}x^3y\right)\left(\frac{2}{3}xy^2\right)^2$; 4) $(-2a^2b)^2(-a^2b^3)^3$.

244. Biragzany başga biragzanyň kwadraty görnüşinde ýazyň:

1) $9a^2$; 2) $16x^4$; 3) $25a^2b^4$;

4) $81x^6y^2$; 5) $36x^{10}y^4$; 6) $1{,}21a^8b^4$.

245. Biragzalary köpeldiň we alnan aňlatmanyň bahasyny tapyň:

1) $\frac{1}{3}a^2 \cdot 3a^2b$, munda $a=-2$, $b=\frac{5}{7}$;

2) $\frac{2}{5}mn \cdot 10n^2$, munda $m=0{,}8$, $n=4$;

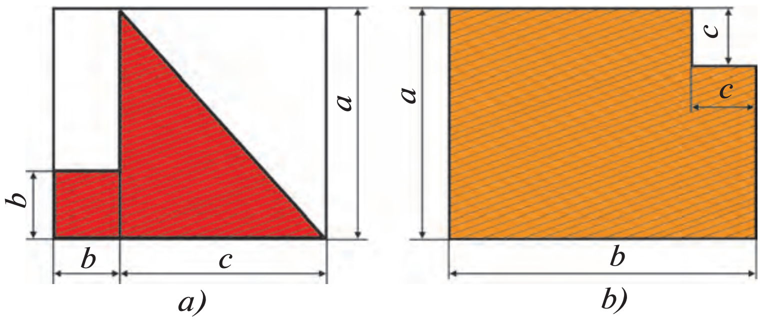
3) $4a \cdot \frac{1}{16}a^2b^2c$, munda $a=4$, $b=\frac{1}{4}$; $c=3$;

4) $0{,}7m^2n \cdot 100np$, munda $m=0{,}3$, $n=-0{,}2$, $p=4$.

246. *(Gadymy mesele.)* Balygyň üçden bir bölegi laýda, dörtden bir bölegi suwuň aşagynda we üç garyşy suwuň üstünde. Balygyň uzynlygy näçe garyş?

13-§ Köpagzalar

Algebrada köplenç biragzalaryň jemi ýa-da tapawudyndan ybarat bolan algebraik aňlatmalar garalýar. Meselem, 10-njy *a* suratda görkezilen şekiliň ştrihlenen böleginiň meýdany $\frac{1}{2}ac+b^2$ -a deň, 10-njy *b* suratda görkezilen şekiliň meýdany bolsa $ab-c^2$ -a deň. $\frac{1}{2}ac+b^2$ aňlatma şu iki biragzanyň jemi: $\frac{1}{2}ac$ we b^2; $ab-c^2$ aňlatma ab we c^2 biragzalaryň tapawudyý a-da ab we $(-c^2)$ biragzalaryň jemi. Bu aňlatmalar biragzalaryň algebraik jemi bolýar. Şeýle aňlatmalara *köpagzalar* diýilýär.



10-njy surat.

Birnäçe biragzanyň algebraik jemine köpagza diýilýär.

Köpagzany düzýän biragzalara şu *köpagzanyň agzalary* diýilýär.

Meselem, $5nm^2-3m^2k-7nk^2+4nm$ köpagzanyň agzalary $5nm^2$, $-3m^2k$, $-7nk$, $4nm$ bolýar.

Iki agzadan düzülen köpagza *ikiagza* diýilýär, üç agzadan düzülen köpagza *üçagza* diýilýär we ş.m.

Ikiagzaga mysallar: a^2-b^2, $5ab+4c$.

Üçagzaga mysallar: $a+2b-3c$, $\frac{1}{2}-bc+3ab$.

Biragzany hem köpagza diýip hasaplaýarys.

Eger köpagzanyň käbir agzalary standart görnüşde ýazylmadyk bolsa, onda şu köpagzanyň ähli agzalaryny standart görnüşde ýazyp, ony ýönekeýleşdirmek mümkin.

Mesele. $2a4b-5abac+9bc\frac{1}{3}c$ köpagzany ýönekeýleşdiriň.

△ Berlen köpagzanyň ähli agzalaryny standart görnüşde ýazýarys:

$$2a4b=8ab;\ -5abac=-5a^2bc;\ 9bc\frac{1}{3}c=3bc^2.$$

Diýmek, $2a4b-5abac+9bc\frac{1}{3}c=8ab-5a^2bc+3bc^2$. ▲

Gönükmeler

247. Köpagzany düzýän biragzalary aýdyň:

1) $-2x^2+3x-1$;
3) $7a^2-\frac{1}{3}b-\frac{2}{5}c$;
2) $4x^2-3x+6$;
4) $-3a+0,5x-2x^2$.

248. Köpagzany biragzalaryň jemi görnüşinde ýazyň:

1) $7a^4-9a^3-2a+11$;
3) $1,6a^3b-4a^2b^2+13ab^3-b^4$;
2) $-6x^5+3x^4-12x^2+5$;
4) $2,5x^4-18x^3y-16x^2y-3xy^2$.

249. Biragzalardan köpagza düzüň:

1) $6x^2$, $7x$ va 9;
4) a^5, $-a^4$ va a;
2) $2x^2$, $-11x$ va 3;
5) $8a$, $4a^2b$, $-2ab^2$ va b^3;
3) $-x^4$, x^3 va $-x$;
6) $4a^3b$, $-2a^2b^2$, $-5ab^3$.

250. Köpagzany, onuň her bir agzasyny standart görnüşe getirip, ýönekeýleşdiriň:

1) $12a^2 3ba-2ab3ab^2+11aba$;
2) $2ab^2 4ab-3a^2 8aba-2abab^2$;
3) $1,5xy^2(-4)xyz-4mnk5m^2nk$;
4) $4cc^2c\left(-\frac{1}{4}\right)bc+5xy^2xy^2$.

251. Aňlatmany, onuň her bir goşulyjysyny standart görnüşe getirip, ýönekeýleşdiriň:

1) $3aaa\left(-1\frac{2}{3}ab\right)+4xxx3xy$;

2) $1,5yyy(-4xyz)-4mnk\cdot 5m^2nk^2$;

3) $(2ab)\left(\frac{1}{4}a^2b^2\right)-(3a^2b)\left(\frac{1}{9}b\right)$;

4) $(3a)\left(\frac{1}{9}ab^2\right)-(4b^2)\left(\frac{1}{2}a^2b\right)$.

252. Köpagzanyň san bahasyny tapyň:

1) $2a^3+3ab+b^2$, munda $a=0,5$, $b=\frac{2}{3}$;

2) $2a^4-ab+2b^2$, munda $a=-1$, $b=-0,5$;

3) $x^2-2xy+y^2$, munda $x=y=-4,2$;

4) $x^2+2xy+y^2$, munda $x=1,2$, $y=-1,2$.

253. Köpagzany ýönekeýleşdiriň we onuň san bahasyny tapyň:

1) $-aba+a^2b2ab^2+4$, munda $a=2$, $b=\frac{1}{2}$;

2) $b^25ab-5a5a^2b$, munda $a=\frac{1}{5}$, $b=-2$;

3) $x^2yxy-xy\,^2xy+xy$, munda $x=-3$, $y=2$;

4) $xy\,^2x\,^2y-xyxy$, munda $x=-2$, $y=3$.

14- § *Meňzeş agzalary toparlamak*

Şu meseläni çözeliň.

1-nji mesele. Her bir sahypasynda birmeňzeş sandaky harplar bolan iki kitap bar; har bir sahypadaky setirler sany n ta we har bir setirdäki harplaryň sany m . Birinji kitap 300 sahypaly, ikinjisi 500 sahypaly. Iki kitapda jemi näçe harp bar?

1-nji usul. Her bir sahypadaky harplaryň sany mn. Birinji kitapda 300 nm sany harp, ikinjisinde 500 nm sany harp, ikisinde bolsa

$$300\,nm+500\,nm=800\,nm$$

sany harp bar.

2-nji usul. Her bir sahypadaky harplaryň sany mn-e deň. Iki kitapdaky sahypalaryň sany 300 + 500 = 800-e, olardaky harplaryň sany 800 nm-e deň.

Iki jogabyň hem dogrudygy görnüp dur, şonuň üçin

$$300\,nm + 500\,nm = 800\,nm.$$

Emma hasaplamalarda ikinji usul ep-esli amatly bolýar. Meselem, eger $n = 40$, $m = 50$ bolsa, onda $nm = 2\,000$ we $300\,nm + 500\,nm$ aňlatmany hasaplamak üçin ýene üç hasaplamany ýerine ýetirmeli:

$$300 \cdot 2000 + 500 \cdot 2000 = 600\,000 + 1\,000\,000 = 1\,600\,000.$$

$800\,nm$ aňlatmany hasaplamak üçin bolsa bary-ýogy bir amaly ýerine ýetirmeli: $800 \cdot 2000 = 1\,600\,000$.

Ynha şonuň üçin hem algebraik aňlatmalary ýönekeýleşdirmegi bilmek möhüm ähmiýete eýe.

$300\,nm+500\,nm$ ikiagza iki biragzanyň jeminden ybarat:

$$300\,nm \text{ we } 500\,nm.$$

Bu biragzalar bir-birinden diňe koeffisiýentleri bilen tapawutlanýar. Şeýle biragzalara *meňzeş biragzalar* diýilýär. Meselem, abc we $3abc$ biragzalar meňzeş, $2pq^2$ we $5q^2p$ biragzalar hem meňzeş, ýöne a^2b we ab^2 biragzalar meňzeş däl.

Birmeňzeş biragzalary hem meňzeş diýip hasaplaýarys. Meselem, $2a^2b$ we $2a^2b$ biragzalar meňzeş.

2-nji mesele. $3ab - 2bc + 4ac - ab + 3bc + 4ab$ köpagzany ýönekeýleşdiriň.

△ Meňzeş biragzalary tapawutlandyrýarys: $3ab$, $-ab$, $4ab$ biragzalar meňzeş, olaryň aşagyna bir çyzyk çyzýarys, $-2bc$ we $3bc$ meňzeş biragzalaryň aşagyny iki çyzyk çyzýarys. $4ac$ biragza meňzeş agza ýok, onuň aşagyny çyzmaýarys, ýagny

$$\underline{3ab} - \underline{\underline{2bc}} + 4ac - \underline{ab} + \underline{\underline{3bc}} + \underline{4ab}\ .$$

Köpagzanyň agzalarynyň ýerlerini meňzeş agzalar ýanaşyk duryan edip çalşyrýarys we meňzeş agzalary ýaýyň içine alýarys:

$$(3ab - ab + 4ab) + (-2bc + 3bc) + 4ac.$$

Emma

$$3ab - ab + 4ab = (3 - 1 + 4)ab = 6ab,$$
$$-2bc + 3bc = (-2 + 3)bc = bc$$

bolany üçin

$$3ab - 2bc + 4ac - ab + 3bc + 4ab = 6ab + bc + 4ac. \ \blacktriangle$$

Köpagzalary meňzeş biragzalar algebraik jemi bir biragza bilen çalşyrylýan şeýle ýönekeýleşdirmä *meňzeş agzalary toparlamak* diýilýär.

$6ab + bc + 4ac$ köpagzada her bir agza standart görnüşde ýazylan we olaryň arasynda meňzeş agzalar ýok. Köpagzanyň şeýle görnüşine *standart görnüş* diýilýär.

Islendik köpagzany standart görnüşde ýazmak mümkin. Munuň üçin ilki köpagzanyň her bir agzasyny standart görnüşde ýazmaly we soňra meňzeş agzalary toparlamaly.

3-nji mesele. Köpagzany standart görnüşe getiriň:

$$6ab\frac{1}{3}ac - 3aca - 8a^2\frac{1}{2}b + 25a^2\frac{1}{5}c + aba - a^2bc.$$

$$\triangle\ 6ab\frac{1}{3}ac - 3aca - 8a^2\frac{1}{2}b + 25a^2\frac{1}{5}c + aba - a^2bc =$$
$$= \underline{2a^2bc} - \underline{\underline{3a^2c}} - \underline{\underline{\underline{4a^2b}}} + \underline{\underline{5a^2c}} + \underline{\underline{\underline{a^2b}}} - \underline{a^2bc} =$$
$$= (2a^2bc - a^2bc) + (-3a^2c + 5a^2c) + (-4a^2b + a^2b) =$$
$$= a^2bc + 2a^2c - 3a^2b. \ \blacktriangle$$

Gönükmeler

Meňzeş agzalary toparlaň **(254—255):**

254. 1) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x;$ 3) $\frac{3}{2}y^4 - \frac{1}{16}y^4 + \frac{1}{32}y^4 - \frac{1}{4}y^4;$

2) $\frac{5}{6}y - \frac{1}{3}y - \frac{1}{6}y;$ 4) $\frac{3}{2}a^2b - \frac{5}{8}a^2b + \frac{1}{8}a^2b - \frac{3}{16}a^2b.$

255. 1) $2m + q + q - 4m;$ 3) $x^2 + 3y^2 + 4x^2 - y^2;$

2) $3a + 2b - b - a;$ 4) $5a^2 - 4b^2 - 3a^2 + b^2.$

Köpagzany standart görnüşe getiriň **(256—261):**

256. 1) $11x^2+4x-x^2-4x$; 3) $0,3c^2-0,1c^2-0,5c^3$;
2) $2y^2-3y+2y-2y^2$; 4) $1,2a^2+3,4a^2-0,8a^2$.

257. 1) $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}y+\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{3}y$; 2) $\frac{1}{5}a^2+\frac{3}{4}b^2+\frac{4}{5}a^2-\frac{3}{4}b^2$;
3) $2ab+0,7b^2-5ab+1,2b^2+8ab$;
4) $5xy-3,5y^2-2xy+1,3y^2-xy$.

258. 1) $-\frac{3}{4}xy+\frac{2}{3}x^2y+xy-\frac{5}{6}x^2y-\frac{1}{2}xy$;
2) $\frac{1}{2}ab^2-\frac{7}{8}ab^2+\frac{3}{4}a^2b-\frac{3}{8}a^2b-\frac{1}{2}ab^2$;
3) $-9,387a-3,89b+8,197a-1,11b-0,81a$;
4) $8,53x-4,73y-5,12x+2,27y+0,59x$.

259. 1) $2a^2b-8b^2+5a^2b+5c^2-3b^2+4c^2$;
2) $8xy^2+4x^3-5x^2y-3x^3+4x^2y-9xy^2$;
3) $\frac{1}{7}ab+\frac{3}{8}a^2-\frac{2}{5}b^3+\frac{6}{7}ab-\frac{3}{8}a^2+\frac{3}{5}b^3$;
4) $\frac{3}{5}ab^2-\frac{2}{3}ab+\frac{1}{4}a^3+\frac{8}{3}ab+\frac{2}{5}ab^2-\frac{3}{4}a^3+\frac{1}{2}a^3$.

260. 1) $5b3b-4c3b-5b2c-4c(-2)c$;
2) $b8b-3c8b+5cb-3c5c$;
3) $6a^2 2a^2+5b^2 2a^2-6a^2 4b^2-5b^2 4b^2$;
4) $2x^2\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}ab3a+1\frac{1}{4}y\frac{4}{5}x^2+aab$.

261. 1) $-9a^2\frac{1}{3}b+a^2b+24a^2\frac{1}{4}c$;
2) $2ab\frac{1}{3}ac-4aca-a^2bc$;
3) $4x^2\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}ab9a+4y\frac{4}{5}x^2+aba$;
4) $5a\frac{1}{2}b+\frac{2}{3}a\left(\frac{1}{4}b^2\right)-5b(0,5a)-\frac{1}{3}a^2\left(\frac{1}{15}ab\right)$.

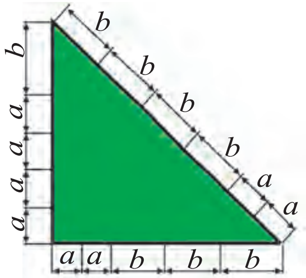
15- § Köpagzalary goşmak we aýyrmak

Ölçegleri 11-nji suratda görkezilen üçburçluga garaýarys. Onuň P perimetri taraplarynyň uzynlyklarynyň jemine deň:

$$P = (2a + 3b) + (4a + b) + (2a + 4b).$$

Bu aňlatma aşakdaky üç köpagzanyň jemidir:

$$2a + 3b, \quad 4a + b, \quad 2a + 4b.$$



11-nji surat.

Ýaýlary açmak düzgünine görä şeýle ýazmak mümkin:

$$P = 2a + 3b + 4a + b + 2a + 4b.$$

Meňzeş agzalary toparlasak,

$$P = 8a + 8b$$

deňlik alynýar.

Köpagzalaryň islendik algebraik jemi hem edil şuňa meňzeş ýönekeýleşdirilýär, meselem,

$$\left(2n^2 - m^2\right) - \left(n^2 - m^2 + 3q^2\right) = 2n^2 - m^2 - n^2 + m^2 - 3q^2 = n^2 - 3q^2;$$

$$\left(3ab - 4bc\right) + \left(bc - ab\right) - \left(ac - 3bc\right) =$$

$$= 3ab - 4bc + bc - ab - ac + 3bc = 2ab - ac.$$

Birnäçe köpagzalary goşmak we aýyrmak netijesinde ýene köpagza alynýar.

Birnäçe köpagzanyň algebraik jemini standart görnüşdäki köpagza görnüşinde ýazmak üçin ýaýlary açmaly we meňzeş agzalary toparlamaly.

Käte köpagzalaryň jemini ýa-da tapawudyny sanlary goşmaga we aýyrmaga meňzeş „sütün“ usulynda tapmak amatly bolýar. Munda meňzeş agzalar biriniň aşagyna ikinjisi durýan edip ýazylýar, meselem,

1) $+\begin{array}{r} 5a-4bc+3ac \\ 3bc-7ac \\ \hline 5a-bc-4ac \end{array}$; 2) $-\begin{array}{r} 5abc-2ab+4ac-bc \\ 3abc-3ab-ac+3bc \\ \hline 2abc+ab+5ac-4bc \end{array}$.

Gönükmeler

Köpagzalaryň algebraik jemini tapyň **(262—267):**

262. 1) $8a+(-3b+5a)$; 3) $(6a-2b)-(5a+3b)$;
2) $5x-(2x-3y)$; 4) $(4x+2)+(-x-1)$.

263. 1) $3x^2-(4x^2+2y)$; 3) $0{,}6a^2-(0{,}5a^2-0{,}4a)$;
2) $2a^2-(b^2-3a^2)$; 4) $1\frac{1}{2}b^2-\left(2b^2-1\frac{1}{4}\right)$.

264. 1) $\left(2\frac{3}{5}b-\frac{3}{4}b^2\right)+\left(\frac{1}{4}b^2-1\frac{3}{5}b\right)$;
2) $(0{,}1c-0{,}4c^2)-(0{,}1c-0{,}5c^2)$;
3) $(13x-11y+10z)-(-15x+10y-15z)$;
4) $(17a+12b-14c)-(11a-10b-14c)$.

265. 1) $(7m^2-4mn-n^2)-(2m^2-mn+n^2)$;
2) $(5a^2-11ab+8b^2)+(-2b^2-7a^2+5ab)$;
3) $(11ac+13bc+17b^2)-(10ac+10bc-3b^2)$;
4) $(41z+13az+26az^2)-(16z+13az-4az^2)$.

266. 1) $\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b\right)-\left(\frac{5}{2}a-\frac{2}{3}b\right)+(a+b)$;
2) $(0{,}3a-1{,}2b)+(a-b)-(1{,}3a-0{,}2b)$;
3) $(11p^3-2p^2)-(p^3-p^2)+(-5p^2-3p^3)$;
4) $(5x^2+6x^3)+(x^3-x^2)-(-2x^3+4x^2)$.

267. 1) $(-2x^3+xy^2)+(x^2y-1)+(x^2y-xy^2+3x^3)$;
2) $(3x^2+5xy+7x^2y)-(5xy+3x^2)-(7x^2y-3x^2)$;

3) $(8a^2-10ab-b^2)+(-6a^2+2ab-b^2)-(a^2-8ab+4b^2)$;

4) $(4a^2-2ab-b^2)-(-a^2+b^2-2ab)+(3a^2+b^2-ab)$.

268. Köpagzalaryň jemini we tapawudyny tapyň:

1) $0,1x^2+0,02y^2$ we $0,17x^2-0,08y^2$;

2) $0,1x^2-0,02y^2$ we $-0,17x^2+0,08y^2$;

3) $a^3-0,12b^3$ we $0,39a^3-b^3$;

4) $a^3+0,12b^3$ we $-0,39a^3+b^3$.

269. Köpagzalaryň jemini „sütün“ usulynda tapyň:

1) $3ab+a^2-2b^2$ we $2a^2-3ab$;

2) $3x^2+2xy-4y^2$ we $4y^2-2xy+3x^2y^2-x^3$.

270. Köpagzalaryň tapawudyny „sütün“ usulynda tapyň:

1) $3a^2+8a-4$ we $3+8a-5a^2$;

2) b^3-3b^2+4b we $b+2b^2+b^3$.

271. 1) Eger $P=5a^2+b$, $Q=-4a^2-b$ bolsa, $P+Q$ aňlatma nämä deň?

2) Eger $P=2p^2-3q^3$, $Q=2p^2-4q^3$ bolsa, $P-Q$ aňlatma nämä deň?

3) Eger $A=a^2-b^2+ab$, $B=2a^2+3ab-5b^2$, $C=-4a^2+$ $+2ab-3b^2$ bolsa, $A+B+C$-ni t-apy;

4) Eger $A=2a^2-3ab+4b^2$, $B=3a^2+4ab-b^2$, $C=a^2+$ $+2ab+3b^2$ bolsa, $A-B+C$-ni tapyň.

272. Subut ediň:

1) bäş sany yzygider natural sanyň jemi 5-e bölünýär;

2) dört sany yzygider natural sanyň jemi 4-e paýydi;

3) dört sany yzygider täk natural sanyň jemi 8-e bölünýär;

4) dört sany yzygider jübüt natural sanyň jemi 4-e bölünýär.

273. Awtobusda n sany ýolagçy bardy. Ilkinji iki duralganyň her birinde m sanydan ýolagçy awtobusdan düşdi, üçünji duralgada bolsa hiç kim düşmedi, ýöne birnäçe adam awtobusa mündi, şundan soň awtobusdaky ýolagçylaryň sany k sany boldy. Üçünji duralgada awtobusa näçe adam münüpdir?

16-§ *Köpagzany biragza köpeltmek*

12-nji surat.

Ölçegleri 12-nji suratda görkezilen gönüburçly parallelepipede garaýarys. Onuň göwrümi esasynyň meýdany bilen beýikliginiň köpeltmek hasylyna deň:

$$(a + 2b + c)(3ab).$$

Bu aňlatma $a + 2b + c$ köpagza bilen $3ab$ biragzanyň köpeltmek hasyly bolýar.

Köpeltmegiň paýlama düzgünini ulanyp, şeýle ýazmak mümkin:

$$(a + 2b + c)(3ab) = a(3ab) + 2b(3ab) + + c\,(3ab) = 3a^2b + 6ab^2 + 3abc.$$

Islendik köpagzany biragza köpeltmek hem edil şeýle ýerine ýetirilýär, meselem:

$$\left(2n^2m - 3nm^2\right)(-4nm) = \left(2n^2m\right)(-4nm) + \left(-3nm^2\right)(-4nm) = = -8n^3m^2 + 12n^2m^3;$$

$$\left(3a^2 - 4ab + 5c^2\right)(-5bc) = 3a^2(-5bc) - 4ab(-5bc) + +5c^2(-5bc) = -15a^2bc + 20ab^2c - 25bc^3.$$

Köpagzany biragza köpeltmek üçin köpagzanyň her bir agzasyny şu biragza köpeltmek we alnan köpeltmek hasyllaryny goşmaly.

Köpagzany biragza köpeltmek netijesinde ýene köpagza alynýar. Alnan köpagzany onuň ähli agzalaryny standart görnüşde ýazyp, ýönekeýleşdirmeli. Aralykdaky netijeleri ýazmazdan, biragzalary ýatdan köpeldip, derrew jogabyny ýazmak hem mümkin, meselem,

$$\left(-3ab+2a^2-4b^2\right)\left(-\frac{1}{2}ab\right)=\frac{3}{2}a^2b^2-a^3b+2ab^3.$$

$$\left(-3ab\ \boxed{+2a^2}\ -4b^2\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}ab\right)=\frac{3}{2}a^2b^2\ \boxed{-a^3b}\ +2ab^3.$$

Biragzany köpagza köpeltmek hem şuňa meňzeş ýerine ýetirilýär, çünki köpeldijileriň ornuny çalşyrmak bilen köpeltmek hasyly üýtgemeýär, meselem, $4pq\,(3p^2-q+2)=$ $=12p^3q-4pq^2+8pq$.

Gönükmeler

Köpagza bilen biragzanyň köpeltmek hasylyny tapyň **(274—278):**

274. 1) $(-5)(10+m)$; 3) $(2y-5)\left(-\frac{1}{7}\right)$;

2) $\left(-\frac{1}{2}\right)(-2+x)$; 4) $(-2m+3n)(-10)$;

275. 1) $(a-b)\,n$; 3) $-6x\,(5y-2x)$;

2) $(-5x+4y)\,2z$; 4) $\left(x^2-x+1\right)x$.

276. 1) $7ab\,(2a+3b)$; 3) $12p^2q\left(q^2p-q^2\right)$;

2) $5a^2b\,(15b+3)$; 4) $3xy^2\left(xy-2x^3\right)$.

277. 1) $17a\,(5a+6b-3ab)$; 3) $3x^2y\,(5x+6y+7z)$;

2) $8ab\left(2b-3ac+c^2\right)$; 4) $xyz\left(x^2+2y^2+3z^2\right)$.

278. 1) $\left(\frac{1}{2}a^3b^2-\frac{3}{4}ab^4\right)\frac{4}{3}a^3b$; 2) $\left(\frac{2}{3}a^2b^4+\frac{1}{2}a^3b\right)\frac{3}{2}ab^3$.

Aňlatmany ýönekeýleşdiriň **(279—281):**

279. 1) $6(2t-3n)-3(3t-2n)$; 3) $-2(3x-2y)-5(2y-3x)$;
2) $5(a-b)-4(2a-3b)$; 4) $7(4p+3)-6(5+7p)$.

280. 1) $(x^2-1)3x-(x^2-2)2x$;
2) $(4a^2-3b)2b-(3a^2-4b)3b$;
3) $2(3a+4)+3(a-7)-7(2a-7)$;
4) $3(2x-1)-5(x-3)+6(3x-4)$.

281. 1) $5(0{,}8y-0{,}1)-0{,}7(4y+1)+8(0{,}7-0{,}4y)$;
2) $3\left(\frac{1}{2}x-1\frac{1}{2}\right)+2\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}\right)$; 3) $\frac{5}{4}\left(\frac{1}{5}x-\frac{1}{5}\right)-\frac{4}{5}\left(\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}\right)$;
4) $0{,}2(5y+6)-4(0{,}25y-1{,}3)+5(0{,}1y-1{,}62)$.

282. Algebraik aňlatmanyň bahasyny tapyň:
1) $7(4a+3b)-6(5a+7b)$, munda $a=2,\ b=-3$;
2) $a(2b+1)-b(2a-1)$, munda $a=10,\ b=-5$;
3) $3ab(4a^2-b^2)+4ab(b^2-3a^2)$, munda $a=10,\ b=-5$;
4) $4a^2(5a-3b)-5a^2(4a+b)$, munda $a=-2,\ b=-3$.

17- § Köpagzany köpagza köpeltmek

Şu meselä garalyň.

Mesele. Ölçegleri 13-nji suratda görkezilen şkaflar bilen beklenen diwar üstüniň meýdanyny tapyň.

△ Şkaflar bilen örtülen diwaryň üstüniň taraplary

$$2a+c+2a=4a+c \text{ we } a+b+a=2a+b$$

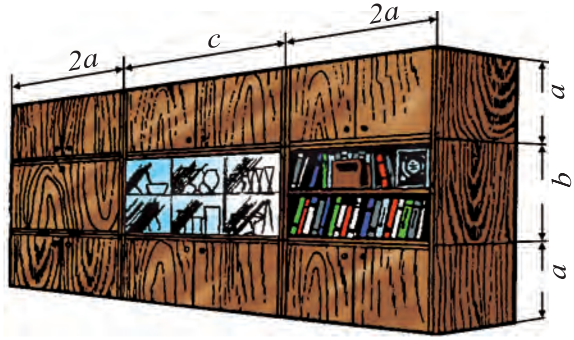
bolan gönüburçlukdan ybarat. Bu gönüburçlugyň meýdany $S=(4a+c)(2a+b)$-ge deň. ▲

$(4a+c)(2a+b)$ aňlatma $(4a+c)$ we $(2a+b)$ köpagzalaryň köpeltmek hasylydyr.

Sanlary köpeltmegiň paýlama düzgünini ulanyp,

$$S = (4a + c)(2a + b) = 4a(2a + b) + c(2a + b)$$

ýaly ýazmak mümkin. Soňra, $4a(2a + b) = 8a^2 + 4ab$ we $c(2a + b) = 2ac + bc$ bolany üçin ün $S = 8a^2 + 4ab + 2ac + bc$.



13-nji surat.

Şeýdip, şu köpagzalaryň köpeltmek hasylyny tapmak üçin $4a + c$ köpagzanyň her bir agzasyny $2a + b$ köpagzanyň her bir agzasyna köpeltmeli we netijeleri goşmaly boldy. Islendik iki köpagzany köpeltmek hem edil şeýle ýerine ýetirilýär, meselem,

$$(7n - 2m)(3n - 5m) = (7n) \cdot (3n) + (7n) \cdot (-5m) + (-2m) \cdot (3n) +$$

$$+ (-2m) \cdot (-5m) = 21n^2 - 35nm - 6mn + 10m^2 = 21n^2 - 41nm + 10m^2.$$

$$(\boxed{7n} - 2m)(3n - 5m) = \boxed{21n^2} \boxed{-35nm} - 6mn + 10m^2.$$

Köpagzany köpagza köpeltmek üçin birinji köpagzanyň her bir agzasyny ikinji köpagzanyň her bir agzasyna köpeltmeli we alnan köpeltmek hasyllaryny goşmaly.

Köpagzany köpagza köpeltmek netijesinde ýene köpagza alynýar. Alnan köpagzany standart görnüşde ýazmaly.

Meselem,

$$(2a-4b+3c)(5b-c)=10ab-2ac-20b^2+4bc+$$

$$+15bc-3c^2=10ab-2ac-20b^2+19bc-3c^2.$$

Birnäçe köpagzany köpeltmegi nobatma-nobat ýerine ýetirmeli, meselem,

$$(a+b)(a+2b)(a-3b)=(a^2+3ab+2b^2)(a-3b)=$$

$$=a^3-3a^2b+3a^2b-9ab^2+2ab^2-6b^3=a^3-7ab^2-6b^3.$$

Gönükmeler

Köpagzalary köpeldiň **(283—291):**

283. 1) $(a+2)\ (a+3)$; 3) $(m+6)\ (n-1)$;
2) $(z-1)\ (z+4)$; 4) $(b+4)\ (c+5)$.

284. 1) $(c-4)\ (d-3)$; 3) $(x+y)\ (x+1)$;
2) $(a-10)\ (-a-2)$; 4) $(-p+q)\ (-1-q)$.

285. 1) $(2x+1)\ (x+4)$; 3) $(3m-2)\ (2m-1)$;
2) $(2a+3)\ (5a-4)$; 4) $(5p-3q)\ (4p-q)$.

286. 1) $\left(\frac{1}{2}a+3b\right)\left(\frac{1}{2}a-3b\right)$; 3) $\left(\frac{1}{3}a-2b\right)\left(\frac{1}{3}a+2b\right)$;
2) $(0,3-m)\ (m+0,3)$; 4) $(0,2a+0,5x)\ (0,2a-0,5x)$.

287. 1) $(a^2+b)\ (a+b^2)$; 3) $(a^2+2b)\ (2a+b^2)$;
2) $(5x^2-6y^2)\ (6x^2-5y^2)$; 4) $(x^2+2x+1)\ (x+3)$.

288. 1) $(2a-b)\ (4a^2+2ab+b^2)$;
2) $(3a-2b)\ (9a^2+6ab+4b^2)$;
3) $(5x+3y)\ (25x^2-15xy+9y^2)$;
4) $(3a+2b)\ (9a^2-6ab+4b^2)$.

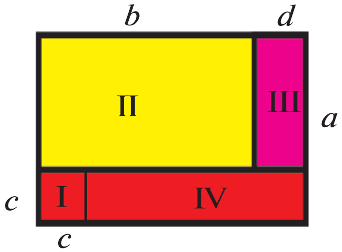
289. Nokatlaryň ýerine nähili biragzalary ýazsaňyz deňlik dogry bolar:

1) $(2a - 5b)(... - ...) = 6a^3 - 15a^2b - 14ab + ...$;
2) $(... - ...)(6x^2 - 5y^2) = 12x^3 + 42x^2y - ... - 35y^3$;
3) $(3a + 4c)(... + ...) = 20ac + 8bc + 6ab + ...$;
4) $(... + ...)(2a + 5b) = ... + 5ab + 8ac + 20b$?

290. 1) $(0,2x+0,2y-z)\,(x-y)$; 2) $(0,3x-0,3y+z)\,(x+y)$;

291. 1) $(a-b)\,(a+b)\,(a-3b)$; 3) $(x+3)\,(2x-1)\,(3x+2)$;
2) $(a+b)\,(a-b)\,(a+3b)$; 4) $(x-2)\,(3x+1)\,(4x-3)$.

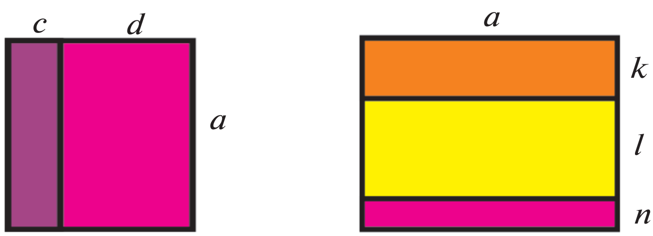
292. 1) Deňligiň dogrudygyny subut ediň:
$c^2 + b(a - c) + (b + d - c)c + d(a - c) = a(b + d)$;
2) Gönüburçlugyň meýdanyny hasaplamak üçin iki aňlatma düzüň (14-nji surat).



14-nji surat.

Gönüburçlugyň meýdany I, II, III, IV gönüburçluklaryň meýdanlarynyň jemine deňliginden peýdalanyň we 1-nji deňlige geometrik düşündiriş beriň.

293. 1) Aşakdaky şekiliň meýdanyny we perimetrini hasaplamak üçin formulalar düzüň (15-nji surat):



15-nji surat.

2) Şekiliň kömeginde:
a) $a(c + d) = ac + ad$;

b) $a \cdot (k + l + n) = ak + al + an$ deňlikleri subut ediň. Bu formulalaryň geometrik manysyny açyň.

294. 1) $ABCD$ gönüburçlugyň (16-njy surat) meýdany

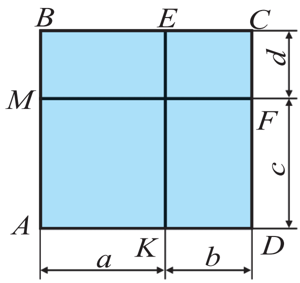
$$(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$$

bolýandygyny görkeziň.

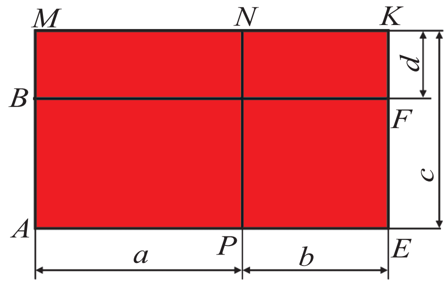
2) $ABFE$ gönüburçlugyň (17-nji surat) meýdany

$$(a+b)(c-d) = ac + bc - ad - bd$$

bolýandygyny görkeziň.



16- njy surat.



17- nji surat.

18- § Biragzany we köpagzany biragza bölmek

Birnäçe biragzany we köpagzalary goşmak, aýyrmak, köpeltmek we natural görkezijili derejä götermek netijesinde ýene köpagza alnyşy öňki paragraflarda görkezildi. Sanap geçilen bu amallaryň içinde bölmek amaly duşmady. Bölmek amalyny öz içine alýan aňlatmalara V bapda jikme-jik garalýar. Käte bölmek netijesinde hem köpagza alynýar.

1. Biragzany biragza bölmek

Mesele. $32a^3b^2$ biragzany $4a^2$ biragza bölüň.

△ Sany sanlaryň köpeltmek hasylyna bölmek häsiýetinden peýdalanýarys: sany köpeltmek hasylyna bölmekde şu sany köpeltmek hasylynyň birinji köpeldijisine bölmeli, soňra alnan netijäni ikinji köpeldijiga bölmeli we ş.m.. Netijede,

$$\left(32a^3b^2\right) : \left(4a^2\right) = \left(\left(32a^3b^2\right) : 4\right) : a^2.$$

Indi şu düzgüni ulanýarys: *köpeltmek hasylyny sana bölmekde köpeltmek hasylynyň köpeldijileriden birini şu sana bölmeli.* Onda

$$\left(32a^3b^2\right) : 4 = (32 : 4)\, a^3b^2 = 8a^3b^2;$$
$$\left(8a^3b^2\right) : a^2 = \left(8a^3 : a^2\right) b^2 = 8ab^2.$$

şeýdip,

$$\left(32a^3b^2\right) : \left(4a^2\right) = 8ab^2. \blacktriangle$$

Biragzalar başga ýagdaýlarda hem edil şeýle bölünýär, meselem,

$$4a^2b^3 : \left(4a^2b^3\right) = 1;$$
$$\left(66a^4b^2c\right) : \left(22a^2b\right) = 3a^2bc;$$
$$\left(9k^2n^2m^2\right) : \left(-3kn^2m^2\right) = -3k.$$

Bölmegiň netijesini köpeltmek bilen barlamak mümkin: *bölüniji bölüjiniň paýa köpeltmek hasylyna deň bolmaly.*

Meselem, $\left(56a^5b^3c\right) : \left(7a^2b^2c\right) = 8a^3b$ — bölmek dogry ýerine ýetirilen, çünki $56a^5b^3c = \left(7a^2b^2c\right) 8a^3b.$

2. Köpagzany biragza bölmek

Mesele. $2a^2b + 4ab^2 + 8abc$ köpagzany $2ab$ biragza bölüň.

$\triangle$ Şu düzgünden peýdalanýarys: *jemi sana bömekde her bir goşulyjyny şu sana bölmeli,* ýagny

$$\left(2a^2b + 4ab^2 + 8abc\right) : (2ab) = \left(2a^2b\right) : (2ab) +$$
$$+ \left(4ab^2\right) : (2ab) + (8abc) : (2ab) = a + 2b + 4c. \blacktriangle$$

Köpagzany biragza başga ýagdaýlarda hem edil şeýle bölünýär, meselem,

$$\left(9a^3b^2 - 3a^2b^3 + a^2b^2\right) : \left(3a^2b^2\right) =$$
$$= \left(9a^3b^2\right) : \left(3a^2b^2\right) + \left(-3a^2b^3\right) : \left(3a^2b^2\right) + \left(a^2b^2\right) : \left(3a^2b^2\right) = 3a - b + \frac{1}{3}.$$

Köpagzany biragza bölmek üçin köpagzanyň her bir agzasyny şu biragza bölmeli we alnan netijeleri goşmaly.

Köpagzany biragza bölmegiň netijesini köpeltmek bilen barlamak mümkin. Meselem,

$$\left(36n^4m^2 - 45n^2m^4\right) : \left(9n^2m^2\right) = 4n^2 - 5m^2$$

bölmek dogry ýerine ýetirilen, çünki

$$36n^4m^2 - 45n^2m^4 = \left(4n^2 - 5m^2\right)\left(9n^2m^2\right).$$

Garalan mysallarda biragzany (köpagzany) biragza bölmek netijesinde biragza (köpagza) alynýar. Şeýle ýagdaýlarda köpagza biragza galyndysyz bölünýär, diýilýär. Emma köpagzany biragza galyndysyz (bitin) bölmek elmydama mümkin bolubermeýär. Meselem, $ab + ac$ köpagza ab biragza galyndysyz (bitin) bölünmedi.

Biragzany (köpagzany) biragza bömekde harplar bölüji nola deň bolmaýan bahalary kabul edýär, diýlip çak edilýär.

Gönükmeler

Bölmegi ýerine ýetiriň **(295—305):**

295. 1) $b^5 : b^2$; 2) $y^{11} : y^7$; 3) $a^7 : a^7$; 4) $b^9 : b^9$.

296. 1) $12x : 4$; 2) $(-15a) : 5$; 3) $(-18y) : 6$; 4) $10c : (-2)$.

297. 1) $8c : (-2)$; 2) $\frac{2}{3}a : 5$; 3) $\left(-\frac{1}{2}b\right) : 2$; 4) $3c : \left(-\frac{1}{3}\right)$.

298. 1) $\frac{2}{5}x : (-2)$; 2) $(-7m) : \left(-\frac{7}{9}\right)$;

3) $\left(-\frac{3}{4}a\right) : \left(-\frac{8}{9}\right)$; 4) $\frac{16}{25}b : \left(\frac{4}{5}\right)$.

299. 1) $5a : a$; 2) $8x : x$; 3) $5a : (-a)$; 4) $(-7y) : (-y)$.

300. 1) $(-6x):(2x)$; 3) $(-6xy):(-3xy)$;
2) $15z:(5z)$; 4) $12ab:(-4ab)$.

301. 1) $3a:\left(\frac{1}{2}a\right)$; 3) $(-5c):\left(\frac{1}{3}c\right)$;
2) $\frac{2}{3}b:\left(-\frac{2}{5}b\right)$; 4) $(-1{,}69n):(1{,}3n)$.

302. 1) $8abc:(-4a)$; 3) $(-6{,}4xy):(-4x)$;
2) $(-10pq):(6q)$; 4) $(-0{,}24abc):(-0{,}6ab)$.

303. 1) $14a^5:(7a^2)$; 3) $(-0{,}2a^{10}):(-a^{10})$;
2) $(-42m^7):(6m)$; 4) $\left(-2\frac{1}{3}a^{17}\right):(-2a^{17})$.

304. 1) $\left(\frac{1}{3}m^3n^2p^2\right):\left(-\frac{2}{3}m^2n^2p^2\right)$; 3) $(28{,}9p^2q^2y^3):(-1{,}7p^2y^3)$;
2) $\left(-1\frac{1}{2}a^4b^3c^2\right):\left(-\frac{2}{3}a^3bc^2\right)$; 4) $(-6a^3b^2c):(-2a^2bc)$.

305. 1) $20m^4n^3:(-5m^2n^3)$; 3) $\left(-\frac{2}{5}a^4x^3y^2\right):\left(-\frac{1}{2}a^3xy^2\right)$;
2) $(-1{,}3a^3x^2y^3):(16{,}9a^2xy)$; 4) $\left(-\frac{3}{4}a^5b^3c\right):\left(-1\frac{1}{2}a^2b^2c\right)$.

306. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň:

1) $(4a^3b^2)^3:(2a^2b)^2$; 3) $(-abc^2)^5:(-a^2bc^3)^2$;
2) $(9x^2y)^3:(3xy)^2$; 4) $(-x^2y^3z)^4:(xyz)$.

Bölmegi ýerine ýetiriň **(307—310):**

307. 1) $(12a+6):3$; 3) $(14m-8):(-2)$;
2) $(10b-5):5$; 4) $(-6+3x):(-3)$.

308. 1) $(5mn-6np):n$; 3) $(x-xy):x$;
2) $(4a^2-3ab):a$; 4) $(cd-d):(-d)$.

309. 1) $(3a^2b-4ab^3):(5ab)$; 2) $(2c^5b^4+3c^4b^3):(-3c^4b^3)$;
3) $(-27k^4l^5+21k^3l^2):(-10k^3l^2)$; 4) $(-a^5b^3+3a^6b^2):(4a^4b^2)$.

310. 1) $(6a-8b+10):2$; 3) $(10a^2-12ab+8a):(2a)$;
2) $(8x+12y-16):(-4)$; 4) $(2ab+6a^2b^2-4b):(2b)$.

311. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň:

1) $(6a^3-3a^2):a^2+(12a^2+9a):(3a)$;

2) $(8x^3-4x^2):(2x^2)-(4x^2-3x):x$;

3) $(3x^3-2x^2y):x^2-(2xy^2+x^2y):\left(\frac{1}{3}xy\right)$;

4) $(a^2b-3ab^2):\left(\frac{1}{2}ab\right)+(6b^3-5ab^2):b^2$.

312. Mellek ýer gönüburçluk görnüşinde bolup, onuň uzynlygy ininden 1,5 esse uzyn. Kanal gazmak zerurlygy bolany üçin melleginň uzynlygyny 6 m-e kemeltdiler, inini bolsa 6 m-e uzaltdylar. Netijede, mellek ýeriniň meýdany öňki meýdana garanda 84 m^2 -a artdy. Mellek ýeriniň öňki perimetrini we meýdanyny tapyň.

Özüňizi barlap görüň!

1. Aňlatmany dereje görnüşinde ýazyň:

$5^3\cdot5^2$; $3^8:3^6$; $(2^3)^4$; $3^5\cdot2^5$.

2. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň: $(3b+c^2-d)-(c^2-2d)$.

3. Amallary ýerine ýetiriň:

$(-0,25a^3b^2c)\cdot(5abc)$; $(7m^2-20mn-10m):(10m)$.

4. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň we onuň $m=-0,25$ bolandaky san bahasyny tapyň:

$2m(m-1)+(m-2)(m+2)+2m$.

III baba degişli gönükmeler

313. Jümleleri matematik dilde ýazyň:
1) m sanyň kwadratyny;
2) a sanyň kubuny;
3) c we 3 sanlaryň jeminiň kwadratyny;
4) c we 3 sanlaryň kwadratlarynyň jemini.

314. Jümleleri matematik dilde ýazyň:
1) n we m sanlaryň tapawudynyň kwadratyny;
2) n we m sanlaryň kwadratlarynyň tapawudyny;
3) n we m sanlaryň tapawudynyň kubuny;
4) $\frac{1}{2}$ we b sanlaryň kublarynyň tapawudyny.

315. Kwadratyň tarapy c metre deň. Onuň perimetrini we meýdanyny ýazyň.

316. Gönüburçluk görnüşindäki aýnanyň uzynlygy ininden 30 sm uzyn. Ony äpişgäniň ramyna üçin uzynlygyndan we ininden 10 sm-den kesdiler. Aýnanyň kesip taşlanan bölekleriniň meýdany 1400 sm^2-a deň. Aýnanyň ilkinji ölçeglerini tapyň.

317. Bir tarapy ikinji tarapyndan 3 esse uly bolan gönüburçlugyň bir tarapyny x bilen belgiläp, onuň meýdanynyň formulasyny ýazyň.

318. Gyraňy 1 m bolan kub gyraňy 1 sm bolan kublara bölünse we olar üstme-üst goýulsa, nähili beýiklikdäki sütün alynýar?

319. Eger adamyň ýüregi 1 minutda ortaça 75 esse ursa, onuň ýüregi bir sutkanyň dowamynda näçe gezek urýar?

320. Okuwçy 1 m^3 gabygy göterip bilermi? (1 sm^3 gabygyň massasy 0,2 g).

321. Aşakdaky sanlary standart görnüşde ýazyň:
1) 0° C we 760 mm sim. süt. basyşly 1 sm^3 gazdaky molekulalaryň sany 27 000 000 000 000 000-a deň;

2) parsek (astronomiýada kabul edilen uzynlyk birligi) 30 800 000 000 000 km-e deň;

3) elektron hasaplaýyş maşyny 1 sekuntda 1 000 000 sany amaly ýerine ýetirmegi mümkin.

322. Ýer şarynyň üsti 510 mln km^2-dan artyk. Ýeriň göwrümi 1000 mlrd km^3 dan artyk. Bu sanlary standart görnüşde ýazyň.

323. 1 l deňiz suwunda ortaça 0,00001 mg altyn bar. 1 km^3 deňiz suwunda näçe altyn bar?

324. Köpagzany standart görnüşe getiriň:

1) $(2m)(4n)-3a(2b)-(0,2n)(5m)+b(5a)-5nm+8ab$;

2) $13ab-0,2xy-(2a)(5b)+(6x)(0,2y)+a(-3)b$;

3) $2abc5a+1\frac{5}{7}a^2\frac{7}{12}bc-2\frac{2}{3}ab\left(-\frac{3}{8}\right)a$;

4) $3nmk4n-\frac{3}{8}nm\,2\frac{2}{3}nk+\frac{2}{9}n^2m\left(-4\frac{1}{2}\right)k$.

325. Köpagzanyň bahasyny tapyň:

1) $-0,08x+73xy^2+27xy^2$, munda $x=4, y=0,2$;

2) $-2a^2b+4b+11a^2b$, munda $a=-\frac{1}{3}, b=2\frac{3}{4}$;

3) $5p^3-3p^2+11p-7p-6p^2-7p^2+p$, munda $p=-1$;

4) $8x^2-7x^3+6x-5x^2+2x^3+3x^2-8x$, munda $x=1$.

326. Köpagzalaryň algebraik jemini tapyň:

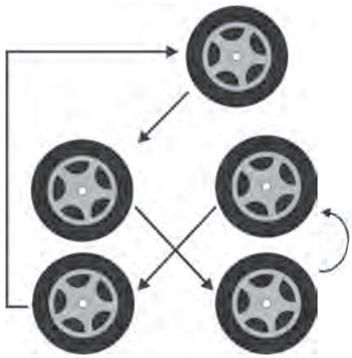
1) $(-2x^3+xy^2)+(x^2y-1)+(x^2y-xy^2+3x^3)$;

2) $(3x^2+5xy+7x^2y)-(5xy+3x^2)-(7x^2y-3x^2)$;

3) $(8a^2-10ab-b^2)+(-6a^2+2ab-b^2)-(a^2-8ab+4b^2)$;

4) $(4a^2-2ab+b^2)-(-a^2+b^2-2ab)+(3a^2+b^2-ab)$.

№ 6 *Täze „Spark“ awtomobiliniň eýesi ýöräp duran we sapasdaky tigirleri suratda görkezilen tertipde çalşyryp durdy. 30 000 km ýol ýörän-soň, hemme tigirleriň birmeňzeş sürtülendigi mälim boldy. Her bir tigir näçe kilometr ýol geçipdir (18-nji surat)?*



18-nji surat.

Köpagzalary köpeldiň **(327—328):**

327. 1) $(0,3x+0,3y-z)(x-z)$; 3) $\left(\frac{1}{4}m-\frac{1}{4}n+\frac{1}{5}p\right)(20m+8)$;

2) $(0,5x-0,5y+z)(x+y)$; 4) $(0,2a^2-0,4a+1)(5a^2-10)$;

328. 1) $(a-b)(a+b)(2a-3b)$; 3) $(x+2)(3x+1)(2x-1)$;

2) $(a+b)(a-b)(2a+3b)$; 4) $(x-3)(2x+1)(3x-1)$.

329. Bölmegi ýerine ýetiriň:

1) $(0,01a^4-0,2a^3+0,04a^2+0,002a):(0,01a)$;

2) $(-0,05x^5-0,08x^4-0,09x^3+0,01x^2):(-0,01x^2)$;

3) $\left(-4m^5n^2-\frac{4}{9}m^4n^5+\frac{2}{3}m^3n^6\right):\left(\frac{2}{3}m^3n^2\right)$;

4) $\left(\frac{3}{4}a^6x^3+\frac{6}{5}a^3x^4-\frac{9}{10}ax^5\right):\left(\frac{3}{5}ax^3\right)$.

III baba degişli synag gönükmeleri — testler

1. Hasaplaň: $(3^3\cdot 9^5):81^3$.

A) 3; B) $\frac{1}{3}$; C) $\frac{1}{9}$; D) $\frac{1}{27}$.

2. Hasaplaň: $\dfrac{a^8(b^4)^4}{(b^2)^6\cdot(a^2)^3\cdot(ab)^2}$.

A) a^2b^2; B) b^2; C) a^2; D) $\dfrac{1}{b^2}$.

3. Biragzanyň san bahasyny tapyň:

$\dfrac{1}{5}a^2b^3c$, munda $a=-2$, $b=-1$, $c=10$.

A) $-\dfrac{4}{5}$; B) $\dfrac{4}{5}$; C) -8; D) 8.

4. Biragzany standart görnüşde ýazyň: $2^4ab^2\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3a^2b$.

A) $-2a^3b^3$; B) $\dfrac{4}{3}a^3b^3$; C) $-\dfrac{4}{3}b^3a^3$; D) $4a^3b^3$.

5. Biragzalary köpeldiň: $\left(-\dfrac{7}{15}a^3b^2c^3\right)\left(\dfrac{9}{14}ab^2c\right)$.

A) $0,3a^3b^4c^4$; B) $-0,3(abc)^4$;

C) $-\dfrac{9}{15}a^4b^2c^3b^2$; D) $\dfrac{9}{15}a^4c^4b^3$.

6. Köpagzany onuň her bir agzasyny standart görnüşe getirip, ýönekeýleşdiriň: $3b^2a5ab-6b^24aba+ab4ab^2$.

A) $43\ a^3b^3$; B) $43a^2b^3$; C) $-5a^3b^2$; D) $-5a^2b^3$.

7. Köpagzalaryň algebraik jemini tapyň:

$\left(0,5a+\dfrac{2}{3}b\right)-\left(\dfrac{7}{2}a-\dfrac{1}{3}b\right)+2(a+b)$.

A) $a+3b$; B) $-a+3b$; C) $-a-3b$; D) $a-3b$.

8. Köpagzany biragza köpeldiň: $\left(4a-\dfrac{1}{3}x\right)\cdot(-3x)$.

A) $-12ax-3x^2$; B) $3x^2-12ax$; C) $3x^2+12ax$;
D) x^2-12ax.

9. Ýönekeýleşdiriň: $5a(0,4a-b)-4a\left(\dfrac{1}{4}a-b\right)$.

A) $a(a-b)$; B) $a(a+b)$; C) a^2+9ab; D) $3a^2+9ab$.

10. Köpagzalary köpeldiň: $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$.

A) a^3-b^4; B) a^4+b^3; C) a^3-b^3; D) a^4-b^4.

11. Bölmegi ýerine ýetiriň: $(16a^3b^2-4a^2b^3+a^2b^2):(4a^2b^2)$.

A) $4a-b+\frac{1}{4}$; B) $4a+b+4$;

C) $4ab-\frac{1}{6}+4$; D) $4a-4b+4$.

12. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň: $\left(18a^4+21a^2\right):\left(3a^2\right)-5a\left(2a+\frac{1}{a}\right)$.

A) $4a^2+2$; B) $16a^2+12$; C) $-4a^2+2$; D) $16a^2+2$.

13. Köpagzalary köpeldiň: $(a+2b)(a-2b)(a^2+4b^2)$.

A) a^4-16b^4; B) a^4-8b^3; C) a^3-8b^3; D) a^4+16b^4.

Hasaplaň: **(14—16):**

14. $(-0,2)^5:(-0,1)^4$.

A) –3,2; B) 3,2; C) 0,00032; D) –0,00032.

15. $-(-3)^3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^2$.

A) –3; B) 3; C) –2,7; D) $\frac{1}{9}$.

16. $(5,2)^3:(1,3)^2$.

A) 832; B) 8,32; C) 83,2; D) 5,2.

17. Köpagzany biragza köpeldiň:

$\left(\frac{18}{35}a^2-\frac{2}{7}ab+0,6b^2\right)\cdot(-35ab)$.

A) $-18a^3b+10a^2b^2-21ab^3$; B) $-18a^3b-10a^2b^2+21ab^3$;

C) $35a^3b-10ab-28ab^3$; D) $-18a^3-10ab+21a^2b^3$.

18. Hasaplaň: $\frac{(1,3)^6}{(1,69)^4} \cdot \frac{(5,2)^8}{(2,6)^6 \cdot 2^{10}}$.

A) 4; B) 2,6; C) 1; D) 1,69.

Taryhy maglumatlar

Näbelli ululyklary harplar bilen belgilemek meşhur grek matematigi Diofantyň (III asyr) eserlerinde duşýar. Koeffisiýentleri hem, mälim mukdarlary hem harplar bilen belgilemegi F. Wiýet (1540—1603) birinjilerden bolup ulanypdyr. Algebraik deňlemeleri umumy ýagdaýda öwrenmek diňe harply koeffisiýentler girizilenden soň mümkin boldy. F. Wiýet çekimsiz baş latyn harplary — *B, G, D,* ... bilen koeffisiýentleri, çekimli harplary — *A, E, I,* ... bilen bolsa näbellileri belgiläpdir. Meşhur fransuz matematigi we filosofy R. Dekart (1596—1650) koeffisiýentleri belgilemek üçin latyn elipbiýiniň ilkinji (kiçi) harplary *a, b, c, d*, ... dan, näbellileri belgilemek üçin bolsa elipbiýiň ahyrky harplary *x, y, z* lerden peýdalanypdyr. Derejäniň häzirki döwrebap belgilenişi a^2, a^3, ..., a^n (n — natural sany) hem Dekart girizipdir (1637-nji ýyl).

„Al-jabr wal mukabala“ eseriniň „Köpeltmek hakynda babynda“ al-Horezmi biragzalary köpeltmäge, ikiagzany ikiagza köpeltmäge hem-de ýönekeýleşdirmäge degişli mysallara garaýar. Al-Horezminiň mysallaryndan käbirlerini getirýäris:

1) $(10-x)x$;

2) $(10+x)(10+x)$;

3) $(10-x)(10-x)$;

4) $(10-x)(10+x)$;

5) $\left(10+\frac{x}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-5x\right)$;

6) $(10+x)(x-10)$;

7) $(100+x^2-20x)-(50+10x-2x^2)$;

8) $(100+x^2-20x)+(50+10x-2x^2)$.

Al-Horezmi, Ahmet Fergany, Biruny, al-Koşynyň eserlerinde algebraik simwolika bolmndyr. Matematik Abu Hasan Ali ibn Muhammet al-Kalasadi (XV asyr) eserinde algebraik simwolika elementlerine duşmak mümkin. Al-Kalasadi deňlemelerde näbelliniň birinji derejesini „şaý“ sözüniň birinji harpy bilen, kwadratyny „mal“ sözüniň, kubuny „ka’b“ sözüniň birinji harplary bilen belgiläpdir. Deňlik „=“ belgisi ýerine „adala“ (deňlik) sözündäki *a* harpyny ulanypdyr. Biz öwrenýän „Algebra“ kursunyň simwolikasy (belgileme ulgamy) XIV—XVII asyrlarda şekillenipdir.

Al-Horezminiň deňlemelerini çözüň:

1) $110-x+\frac{1}{3}\cdot(20+x)-x=4x$;

2) $300-x+\frac{4}{11}\cdot(100-10-x)-20=2x$;

3) $500-x+100-\frac{x}{5}-\frac{3}{4}x=2\cdot\left(100+x+\frac{3}{4}x\right)$;

4) $300-x-\frac{x}{3}+100-\frac{x}{3}x-\frac{x}{3}=4\cdot\left(x+\frac{x}{3}\right)$.

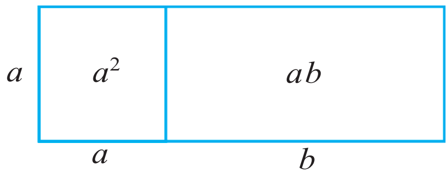
IV BAP

KÖPAGZANY KÖPELDIJILERE DAGYTMAK

19-§ Umumy köpeldijini ýaýdan daşary çykarmak

1-nji mesele. 1-nji bagyň tarapy 427 m bolan kwadrat görnüşinde. Oňa utgaşýan 2-nji bag gönüburçluk görnüşinde bolup, onuň ini 427 m, uzynlygy bolsa 573 m. Baglaryň meýdany bilelikde näçe gektar (19-njy surat)?

△ Eger a=427 m, b=573 m belgileme girizsek, gözlenýän meýdan $S=a^2+ab$ (m²) bolýar.



19-njy surat.

Bu aňlatma a we b-niň bahalaryny goýup hasaplamak köp wagt talap edýär. Emma iki bagyň bilelikdäki S meýdanyny $a \cdot (a+b)$ köpeltmek hasyly hem aňladýar, ýagny $a^2+ab = a \cdot (a+b)$ (surata garaň). a^2+ab aňlatma oňa deň bolan $a \cdot (a+b)$ aňlatma çalşyrylsa, hasaplamak işi ep-esli ýönekeýleşýär. Hakykatdan hem, $a^2+ab=a\cdot(a+b)=427\cdot(427+573) = 427\,000$ (m²) = 42,7 (ga).

Jogaby: 42,7 ga.▲

Hasaplamalary ýönekeýleşdirmek üçin a^2+ab köpagza $a\cdot(a+ab)$ köpeltmek hasyly bilen çalşyryldy.

Köpagzany iki ýa-da birnäçe köpagzalar köpeltmek hasyly görnüşinde aňlatmaga *köpagzany köpeldijilere dagytmak (ýaýmak)* diýilýär.

Köpagzany köpeldijilere dagytmak algebraik aňlatmalaryň üstünde amallary ýerine ýetirmekde hem giňden ulanylýar.

2-nji mesele. $ab + ac - ad$ aňlatmanyň $a = 43$, $b = 26$, $c = 17$, $d = 23$ bolanda, san bahasyny tapyň.

△ Hasaplamalary aşakdaky ýaly alyp barýarys:

$$43 \cdot 26 + 43 \cdot 17 - 43 \cdot 23 = 43 \cdot (26 + 17 - 23) = 43 \cdot 20 = 860. \blacktriangle$$

Bu ýerde köpeltmegiň paýlama düzgüni ulanylan:

$$ab + ac - ad = a(b + c - d).$$

$43 \cdot 26 + 43 \cdot 17 - 43 \cdot 23$ sanly aňlatmada umumy köpeldiji 43 sany bolýar; $ab + ac - ad$ algebraik aňlatmada bolsa umumy köpeldiji a bolýar.

Eger köpagzanyň ähli (san ýa-da harply) agzalary umumy köpeldijä eýe bolsa, onda şu köpeldijini ýaýdan daşary çykarmak mümkin.

Ýaýyň içinde berlen köpagzany şu umumy köpeldijä bölmek netijesinde alynýan köpagza galýar.

3-nji mesele. Şu köpagzany köpeldijilere dagydyň:

$$6ab + 3b - 12bc.$$

△ Berlen köpagzanyň ähli agzalary $3b$ umumy köpeldijä eýe, çünki

$$6ab = 3b \cdot 2a,\ 3b = 3b \cdot 1,\ -12bc = 3b \cdot (4c).$$

Diýmek, $6ab + 3b - 12bc = 3b(2a + 1 - 4c)$. ▲

Köpagzanyň umumy agzasyny meseläniň mazmunyna garap, ýaýdan daşary „+“ alamaty bilen hem, „ – “ alamaty bilen hem çykarmak mümkin. Mysallar getirýäris:

1) $ab - b = b(a - 1) = - b(1 - a)$;
2) $4a^2b^3 - 6a^3b^2 = 2a^2b^2\ (2b - 3a)$ ýa-da
$4a^2b^3 - 6a^3b^2 = - 2a^2b^2\ (-2b + 3a) = - 2a^2b^2\ (3a - 2b)$.

Köpagzany umumy köpeldijini ýaýdan daşary çykarmak ýoly bilen köpeldijilere dagytmak üçin:

1) şu umumy köpeldijini tapmak;

2) ony ýaýdan daşary çykarmaly.

Eger köpagzanyň agzalarynyň koeffisiýentleri natural sanlar bolsa, onda umumy köpeldijini tapmak üçin köpagzanyň agzalarynyň koeffisiýentleriniň iň uly umumy bölüjisini tapmaly, birmeňzeş esasly derejeleriň arasyndan bolsa iň kiçi görkezijili derejäni tapmalydygyny nygtap geçýäris. Meselem, $28x^2b^3 - 21x^3b^2$ köpagzany köpeldijilere dagydyp, aşakdakyny alýarys:

$$7x^2b^2\ (4b - 3x).$$

Bu ýerde 7 sany 28 we 21 sanlarynyň iň uly umumy bölüjisi, x^2 we b^2 bolsa x we b-niň iň kiçi görkezijili derejeleridir.

Köpagzany köpeldijilere dagydylandygynyň dogrudygyny alnan köpagzalary köpeltmek ýoly bilen barlamak mümkin. Meselem, köpeltmegi ýerine ýetirip, alýarys:

$$7x^2b^2(4b - 3x) = 28x^2b^3 - 21x^3b^2.$$

Umumy köpeldiji köpagza bolmagy-da mümkin, meselem:

1) $5(a + b) + x(a + b) = (a + b)(5 + x)$;
2) $3x(a - 2b) + 5y(a - 2b) + 2(a - 2b) = (a - 2b)(3x + 5y + 2)$.

Käte umumy köpeldijini ýaýdan daşary çykarmazdan öň $a - b = -(b - a)$ deňligi ulanmak peýdaly bolýar, meselem:

1) $(a - 3)x - (3 - a)y = (a - 3)x + (a - 3)y = (a - 3)(x + y)$;
2) $15a^2b(x^2 - y) - 20ab^2(x^2 - y) + 25ab(y - x^2) = 15a^2b(x^2 - y) - 20ab^2(x^2 - y) - 25ab(x^2 - y) = 5ab(x^2 - y)(3a - 4b - 5)$.

Gönükmeler

330. Sanlary düýp köpeldijilere dagydyň: 70, 121, 240, 168, 225.

331. Droblary gysgaldyň: $\frac{45}{60}$; $\frac{18}{24}$; $\frac{75\cdot 15}{25\cdot 24}$; $\frac{40\cdot 14}{7\cdot 15}$.

332. Köpeltmegiň paýlama düzgünini ulanyň we hasaplaň:

1) $81\cdot 17 - 15\cdot 81$;
2) $24\cdot 2,78 + 41\cdot 2,78$;
3) $15\cdot 17 + 15\cdot 67$;
4) $14\frac{3}{8}\cdot 1\frac{1}{4} - 4\frac{3}{8}\cdot 1\frac{1}{4}$.

333. Köpeltmek hasylyny köpagza görnüşinde ýazyň:

1) $(a+2)(a+3)$; 3) $3c^3(2c^3-5)$;

2) $2x(x-1)$; 4) $(a^2+b)(a-b^2)$.

334. A duralgadan B duralga tarap motorly gaýyk 20 km/sagat tizlik bilen ugrady. Aradan iki sagat geçenden soň A-dan B-ga tarap ikinji motorly gaýyk 24 km/sagat tizlik bilen ýolga çykdy. Iki gaýyk hem B-ge bir wagtda ýetip geldi. A-dan B çenli bolan aralygy tapyň.

335. 1) 3^6+3^4 aňlatmanyň 30-a; 90-a;
2) 7^8+7^6 aňlatmanyň 49-a; 350-ä;
3) 11^8-11^6 aňlatmanyň 24-e; 60-a
kratnylydygyny subut ediň.

Umumy köpeldijini ýaýdan daşary çykaryň **(336 — 344)**:

336. 1) $2m+2n$; 2) $3a-3x$; 3) $8-4x$; 4) $6a+12$.

337. 1) $9a+12b+3$; 3) $-10x+15y-5z$;

2) $8a-4b-2$; 4) $9x-3y+12z$.

338. 1) $ax-ay$; 2) $cd+bc$; 3) $xy+2x$; 4) $3x-xy$.

339. 1) $9mn+9n$; 2) $3bd-3ab$; 3) $11z-33yz$; 4) $6pk-3p$.

340. 1) $ab-ac+a^2$; 3) $6a^2-3a+12ba$;

2) $xy-x^2+xz$; 4) $4b^2+8ab-12a^2b$.

341. 1) a^4+2a^2; 3) $a^4b^2+ab^3$;

2) a^4-3a^3; 4) $x^2y^3-x^3y^2$.

342. 1) $18y^7+12y^4$; 3) $15x^5-5x^3$;

2) $6x^4-24x^2$; 4) $6a^5+3a^2$.

343. 1) $9a^2b^2-12ab^3$; 3) $7a^2bc+14ab^2c$;

2) $20x^3y^2+4x^2y$; 4) $9xyz^2-12xy^2z$.

344. 1) $6y^5+12y^4-3y^3$; 3) $4a^2b^2+36a^2b^3+6ab^4$;
2) $20a^4-5a^3+15a^5$; 4) $2x^2y^4-2x^4y^2+6x^3y^3$.

345. Hasaplaň:
1) $137^2+137\cdot 63$; 3) $0,7^3+0,7\cdot 9,51$;
2) $187^2-187\cdot 87$; 4) $0,9^3-0,81\cdot 2,9$.

Köpeldijilere dagydyň **(346—349):**

346. 1) $a(m+n)+b(m+n)$; 3) $a(b-5)-(b-5)$;
2) $b(a+5)-c(a+5)$; 4) $(y-3)+b(y-3)$.

347. 1) $2a(a-b)+3b(a-b)$; 3) $5a(x+y)-4b(x+y)$;
2) $3n(m-3)+5m(m-3)$; 4) $7a(c-d)-2b(c-d)$.

348. 1) $a^2(x-y)+b^2(x-y)$; 3) $a(x^2+y^2)-b(x^2+y^2)$;
2) $a^2(x+y)-b^2(x+y)$; 4) $x(a^2-2b^2)+y(a^2-2b^2)$.

349. 1) $2b(x-1)-3a(x-1)+c(x-1)$;
2) $c(p-q)-a(p-q)+d(p-q)$;
3) $x(a^2+b^2)+y(a^2+b^2)-z(a^2+b^2)$;
4) $m(x^2+1)-n(x^2+1)-l(x^2+1)$.

Köpeldijilere dagydyň **(350—352):**

350. 1) $c(a-b)+b(b-a)$; 3) $(x-y)+b(y-x)$;
2) $a(b-c)-c(c-b)$; 4) $2b(x-y)-(y-x)$.

351. 1) $7(y-3)-a(3-y)$; 3) $b^2(a-1)-c(1-a)$;
2) $6(a-2)+a(2-a)$; 4) $a^2(m-2)+b(2-m)$.

352. 1) $a(b-c)+b^2(b-c)-7(c-b)$;
2) $x(x-y)+y(y-x)-3(x-y)$;
3) $x(a-2)+y(2-a)+(2-a)$;
4) $a(b-3)+(3-b)-b(3-b)$.

353. Deňlemäni çözüň:

1) $8-(x-3)(x+3)=10-(x-1)^2$;   3) $x:15=2\frac{1}{12}:14,5$;

2) $(2x+1)^2-(2x-3)^2=4(7x-5)$;   4) $\frac{x}{2,3}=\frac{2,1}{9\frac{6}{7}}$.

354. It tilkiniň yzyndan kowdy. It sekundyna 8 m, tilki bolsa 6 m tizlik bilen ylgaýar. Olaryň arasyndaky aralyk ilki 360 m bolan, tilkiniň öz hinine ýetip barmagy üçin bolsa 1 km galypdy. Tilki öz hinine baryp ýetişermi?

20- § *Toparlama usuly*

Toparlama usuly hemme agzalary üçin umumy köpeldiji bar bolmadyk köpagzalara ulanylýar.

Käte, berlen köpagzanyň birnäçe agzalaryny ýaýyň içine alyp, umumy köpeldijini kesgitlemek mümkin. Köpagzany toparlamak usuly goşmak we köpeltmegiň toparlama, orun çalyşma we paýlama düzgünlerine esaslanandyr.

Mysallara garaýarys:

1) $a(b+c)+b+c=a(b+c)+(b+c)=(b+c)(a+1)$;

2) $a(b-c)-b+c=a(b-c)-(b-c)=(b-c)(a-1)$.

Birinji mysalda köpagzanyň ahyrky iki agzasyny „ + “ alamaty bilen, ikinji mysalda köpagzanyň ahyrky iki agzasyny „ – “ alamaty bilen ýaýyň içine almak ýeterli boldy.

3) $m(3x-y)+3nx-ny=m(3x-y)+(3nx-ny)=$
$=m(3x-y)+n(3x-y)=(3x-y)(m+n)$;

4) $-mx^2-my^2+n(x^2+y^2)=(-mx^2-my^2)+n(x^2+y^2)=$
$=-m(x^2+y^2)+n(x^2+y^2)=(x^2+y^2)(n-m)$.

Üçünji we dördünji mysallarda köpagzanyň iki agzasyny ýaýyň içine almakdan daşary alnan her bir toparda umumy köpeldiji ýaýdan daşary: birinji ýagdaýda „ + “ alamaty bilen, ikinjisinde bolsa „ – “ alamaty bilen çykaryldy.

Käte köpagza agzalaryny dürli usullar bilen toparlamak mümkin. Meselem, $2am + 2an - 3bm - 3bn$ köpagzany köpeldijilere iki usul bilen dagytmak mümkin:

I usul

$$2am + 2an - 3bm - 3bn =$$
$$= (2am + 2an) - (3bm + 3bn) =$$
$$= 2a(m + n) - 3b(m + n) =$$
$$= (m + n)(2a - 3b).$$

II usul

$$2am + 2an - 3bm - 3bn =$$
$$= (2am - 3bm) + (2an - 3bn) =$$
$$= m(2a - 3b) + n(2a - 3b) =$$
$$= (2a - 3b)(m + n).$$

Alty agzadan ybarat köpagzany köpeldijilere dagytmaga degişli mysala garaýarys:

$$ax + bx - ay - by + az + bz = (ax + bx) - (ay + by) + (az + bz) =$$
$$= x(a + b) - y(a + b) + z(a + b) = (a + b)(x - y + z).$$

Bu ýerde köpagzalar ikiden toparlara dagydylan; olary üç-üçden toparlamak hem mümkindi:

$$ax + bx - ay - by + az + bz = (ax - ay + az) + (bx - by + bz) =$$
$$= a(x - y + z) + b(x - y + z) = (a + b)(x - y + z).$$

Köpagzany toparlama usuly bilen köpeldijilere dagytmak üçin:

1) köpagzanyň agzalaryny, olar köpagza görnüşindäki umumy köpeldijä eýe bolýan edip, toparlara birleşdirilýär;

2) bu umumy köpeldiji ýaýdan daşary çykarylýar.

Köpeldijilere dagydyň **(355—360)**:

355. 1) $a+b+c(a+b)$; 3) $x+3a(x+y)+y$;
2) $m-n+p(m-n)$; 4) $x+2a(x-y)-y$.

356. 1) $(x+y)+(x+y)^{2;}$ 3) $2m(m-n)+(m-n)^2$;
2) $(a-b)^2+a-b$; 4) $4q(p-1)+(p-1)^2$.

357. 1) $2m(m-n)+m-n$; 3) $2m(m-n)-n+m$;
2) $4q(p-1)+p-1$; 4) $4q(p-1)+1-p$.

358. 1) $a(x-c)+bc-bx$; 3) $3a(2b+c)+8b+4c$;
2) $a(b+c)+db+dc$; 4) $2x(3x-4y)-6x+8y$.

359. 1) $ac+bc-2ad-2bd$; 3) $2bx-3ay-6by+ax$;
2) $ac-3bd+ad-3bc$; 4) $5ay-3bx+ax-15by$.

360. 1) $xy^2-by^2-ax+ab+y^2-a$;
2) $ax^2-ay-bx^2+cy+by-cx^2$.

361. Hasaplaň:

1) $139\cdot15+18\cdot139+15\cdot261+18\cdot261$;
2) $125\cdot48-31\cdot82-31\cdot43+125\cdot83$;
3) $14,7\cdot13-2\cdot14,7+13\cdot5,3-2\cdot5,3$;
4) $3\frac{1}{3}\cdot4\frac{1}{5}+4,2\cdot\frac{2}{3}+3\frac{1}{3}\cdot2\frac{4}{5}+2,8\cdot\frac{2}{3}$.

362. Aňlatmanyň san bahasyny tapyň:

1) $5a^2-5ax-7a+7x$, munda $x=-3$, $a=4$;
2) $m^2-mn-3m+3n$, munda $m=0,5$, $n=0,25$;
3) $a^2+ab-5a-5b$, munda $a=6,6$, $b=0,4$;
4) $a^2-ab-2a+2b$, munda $a=\frac{7}{20}$, $b=0,15$.

363. Hasaplaň:

1) $287^2 - 287 \cdot 48 + 239 \cdot 713$;
2) $73,4^2 + 73,4 \cdot 17,2 - 90,6 \cdot 63,4$.

364. Deňlemäni çözüň:

1) $x(x-4) + x - 4 = 0$; 2) $t(t+7) - 4t - 28 = 0$.

№ 7 *Aly bilen Weliniň massasy bilelikde 5 sany garpyzyň massasyna deň. Weliniň massasy 1 gawunyň massasyndan 4 esse köp. Weli bilen 2 gawunyň bilelikdäki massasy 3 garpyzyň massasyna deň. Alynyň massasy näçe gawunyň massasyna deň?*

21-§ *Jemiň kwadraty. Tapawudyň kwadraty*

Iki sanyň jeminiň kwadraty $(a+b)^2$ garaýarys. Köpagzany köpagza köpeltmek düzgüninden peýdalanyp, alýarys:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

ýagny

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.} \qquad (1)$$

Iki sanyň jeminiň kwadraty — birinji sanyň kwadratyna, birinji san bilen ikinji sanyň köpeltmek hasylynyň ikeldilenini we ikinji sanyň kwadratynyň goşulmagyna deň.

(1) formulany 20-nji suratda görkezilen kwadratyň meýdanyny gözden geçirip, aňsatja almak mümkinligini aýdyp geçýäris.

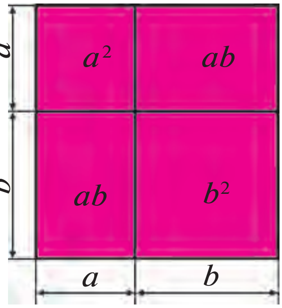
Indi iki san tapawudynyň kwadratyna garaýarys:

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

ýagny

$$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.} \qquad (2)$$

Iki sanyň tapawudynyň kwadraty — birinji sanyň kwadraty, aýyrmak birinji san bilen ikinji sanyň köpeltmek hasylynyň ikeldileni, goşmak ikinji sanyň kwadratyna deň.



20- nji surat.

(1) we (2) deňliklerde a we b islendik sanlar ýa-da algebraik aňlatmalardyr.

(1) we (2) formulalary ulanmaga degişli mysallar:

1) $(2m+3k)^2=(2m)^2+2\cdot 2m\cdot 3k+(3k)^2=4m^2+12mk+9k^2$;

2) $(5a^2-3)^2=(5a^2)^2-2\cdot 5a^2\cdot 3+3^2=25a^4-30a^2+9$;

3) $(-a-3b)^2=((-1)\ (a+3b))^2=(-1)^2\,(a+3b)^2=$
$=(a+3b)^2=a^2+2a\cdot 3b+(3b)^2=a^2+6ab+9b^2$.

Zerur hasaplamalary ýatdan ýerine ýetirip, aralyk netijeleri ýazmak hökman däl. Meselem, birbada şeýle ýazmak mümkin:

$$(5a^2-7b^2)^2=25a^4-70a^2b^2+49b^4.$$

Jemiň ýa-da tapawudyň kwadratynyň formulalaryna *gysga köpeltmek formulalary* diýilýär we kä halatlarda hasaplamalary ýönekeýleşdirmek üçin ulanylýar. Meselem:

1) $99^2=(100-1)^2=10\,000-200+1=9801$;

2) $52^2=(50+2)^2=2500+200+4=2704$.

(1) formula $(1+a)^2$ aňlatmanyň bahalaryny takmyny hasaplamakda hem ulanylýar. a san položitel ýa-da otrisatel san bolup, onuň moduly 1 -e görä kiçi bolsa (meselem, $a=0{,}0032$ ýa-da $a=-0{,}0021$), onda a^2 san ýene kiçi bolýar we şu sebäpli

$$(1+a)^2=1+2ŕ+ŕ^2$$

deňligi $(1+a)^2\approx 1+2a$ ýakynlaşan deňlik bilen çalşyrmak mümkin. Meselem:

1) $(1{,}002)^2 = (1 + 0{,}002)^2 » 1 + 2 \cdot 0{,}002 = 1{,}004;$
2) $(0{,}997)^2 = (1 - 0{,}003)^2 » 1 - 2 \cdot 0{,}003 = 0{,}994.$

Jemiň kwadratynyň we tapawudyň kwadratynyň formulalary köpagzany köpeldijilere dagytmakda hem ulanylýar, meselem:

1) $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + 5^2 = (x+5)^2;$
2) $a^4 - 8a^2b^3 + 16b^6 = (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 4b^3 + (4b^3)^2 = (a^2 - 4b^3)^2.$

Mesele. Formulany subut ediň:

$$\boxed{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.} \qquad (3)$$

○ $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2) =$
$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$ ●

Edil şoňa meňzeş,

$$\boxed{(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3} \qquad (4)$$

formulany hem subut etmek mümkin.

(3) we (4) formulalara, degişlilikde, *jemiň kubunyň we tapawudyň kubunyň formulalary* diýilýär.

(3) we (4) formulalar hem *gysga köpeltmek formulalary* hasaplanýar.

Gönükmeler

Aşakdaky gönükmelerde ikagzanyň kwadratyny köpagza görnüşinde ýazyň **(365—372)**:

365. 1) $(c+d)^2$; 3) $(2+x)^2$; 5) $(y+3)^2$;
2) $(x-y)^2$; 4) $(x+1)^2$; 6) $(7+m)^2$.

366. 1) $(m-2)^2$; 3) $(7-m)^2$; 5) $\left(a+\frac{1}{3}\right)^2$;
2) $(x-3)^2$; 4) $(y-6)^2$; 6) $\left(b+\frac{1}{2}\right)^2$.

367. 1) $(q+2p)^2$; 2) $(3x+2y)^2$; 3) $(6a-4b)^2$; 4) $(5z-t)^2$.

368. 1) $(3a^2+1)^2$; 2) $(a^2+1)^2$; 3) $(2x^2+3n^2)^2$; 4) $(x^2+y^2)^2$.

369. 1) $\left(m-\frac{1}{5}\right)^2$; 2) $\left(a-\frac{1}{3}\right)^2$; 3) $\left(\frac{a}{2}-\frac{b}{3}\right)^2$; 4) $\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{4}\right)^2$.

370. 1) $(0{,}2x+0{,}3y)^2$; 3) $\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{4}\right)^2$;

2) $(0{,}4b-0{,}5c)^2$; 4) $\left(\frac{1}{4}a^3-\frac{4}{5}\right)^2$.

371. $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ formula nähili geometrik many berip bilersiňiz?
Nokatlaryň ýerine degişli sözleri goýuň:
Gyraňynyň uzynlygy a we b bolan ... gurýarys. Ölçegleri $a\times a\times b$ we $a\times b\times b$ bolan ... gurýarys. Olary ... alnar ýaly edip ýerleşdiriň.

372. 1) $(-4ab-5a^2)^2$; 3) $(0{,}2x^2+5xy)^2$;

2) $(-3b^2-2ab)^2$; 4) $(4xy+0{,}5y^2)^2$.

Gysga köpeltmek formulalaryndan peýdalanyp, amallary ýerine ýetiriň **(373—375)**:

373. 1) $(90-1)^2$; 2) $(40+1)^2$; 3) 101^2; 4) 98^2.

374. 1) 999^2; 2) 1003^2; 3) 51^2; 4) 39^2.

375. 1) 72^2; 2) 57^2; 3) 997^2; 4) 1001^2.

Aňlatmany ýönekeýleşdiriň **(376—377):**

376. 1) $(x-y)^2+(x+y)^2$; 3) $(2a+b)^2-(2a-b)^2$;

2) $(x+y)^2-(x-y)^2$; 4) $(2a+b)^2+(2a-b)^2$.

377. 1) $(a+b)^3+(a-b)^3$; 2) $3(2-a)^2+4(a-5)^2$;

3) $(x-1)^3-(x+1)^3$; 4) $-(3+x)^2+5(1-x)^2$.

Deňlemäni çözüň **(378—379):**

378. 1) $16x^2-(4x-5)^2=15$; 3) $-5x(x-3)+5(x-1)^2=-20$;

2) $64x^2-(3-8x)^2=87$; 4) $(2x-3)^2-(2x+3)^2=12$.

379. 1) $(3x-1)^2-(3x-2)^2=0$;

2) $(y-2)(y+3)-(y-2)^2=5$;

3) $(x+3)(x+7)-(x+4)^2=0$;

4) $(y+8)^2-(y+9)(y-5)=117$.

380. Aňlatmanyň bahasyny tapyň:

1) $9a^3-a(3a+2)^2+4a(3a+7)$, munda $a=-1\frac{1}{6}$;

2) $(2y-5)^2-4(y-3)^2-4y$, munda $y=-\frac{2}{7}$;

3) $25m(m-1)-(5m-3)^2-6m$, munda $m=-0,3$;

4) $24x^2-(7x-2)^2+(5x-3)(5x+1)$, munda $x=-\frac{5}{9}$.

381. Netijede deňlik ýerine ýetiriler ýaly, x-i biragza çalşyryň:

1) $(x-4b^7)^2=25a^4b^2-40a^2b^8+16b^{14}$;

2) $(x+7c)^2=25b^6+70b^3c+49c^2$;

3) $(2a+x)^3=8a^3+12a^2b+6ab^2+b^3$;

4) $(5b^2-x)^2=25b^4-30a^2b^3+9a^4b^2$.

382. Aňlatmany ikagzanyň kwadraty görnüşinde ýazyň:

1) $a^2-10ab+25b^2$; 3) k^4+2k^2+1;

2) $25+10x+x^2$; 4) $p^2-1,6p+0,64$.

383. Netijede ikagzanyň kwadraty alnar ýaly, x-i biragza çalşyryň:

1) a^2+4a+x;
3) $36a^2-x+49b^2$;
2) $p^2-0{,}5p+x$;
4) $a^2-6ab+x$.

384. a-nyň nähili bahalarynda aňlatmany ikagzanyň kwadraty görnüşinde ýazmak mümkin:

1) $(3x-5)^2+(4x+12)^2+ax$;

2) $(17x+10)^2-(15x-8)^2+ax$?

385. Subut ediň:

1) $(a-b)^2=(b-a)^2$;
4) $(a-b)^3=-(b-a)^3$;
2) $(-a-b)^2=(b+a)^2$;
5) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$;
3) $(-a-b)\,(a+b)=-(a+b)^2$;
6) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

22- § *Kwadratlaryň tapawudynyň formulasy*

Iki sanyň jemini olaryň tapawudyna köpeldýäris:

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2,$$

ýagny

$$\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2.} \qquad (1)$$

$$\boxed{a^2-b^2=(a-b)(a+b).} \qquad (2)$$

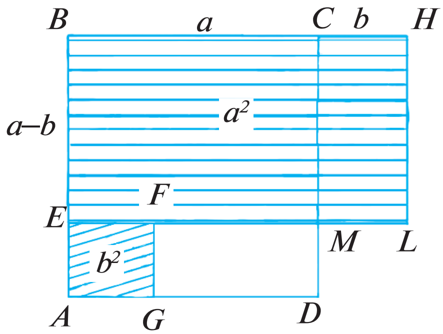
Iki sanyň kwadratlarynyň tapawudy şu sanlaryň tapawudy bilen olaryň jeminiň köpeltmek hasylyna deň.

(1) we (2) deňlikde a, b islendik sanlar ýa-da algebraik aňlatmalardyr, meselem:

1) $(nm+3k)(nm-3k)=n^2m^2-9k^2$;

2) $4a^4b^2-25a^2b^4=\left(2a^2b+5ab^2\right)\left(2a^2b-5ab^2\right)$;

3) $(a+b)^2-16=(a+b-4)(a+b+4)$.



$S_{ABCD} = a^2;$

$S_{AEFG} = b^2;$

$S_{GFEBCD} = S_{EBHL};$

$S_{GFEBCD} = a^2 - b^2;$

$S_{EBHL} = (a - b)(a + b).$

(2) formulanyň geometrik düşündirişi.

(1) formula hem *gysga köpeltmek formulasy* diýilýär. Ol hasaplamalary ýönekeýleşdirmek üçin ulanylýar.

Meselem:

1) $63 \cdot 57 = (60+3)(60-3) = 3\,600 - 9 = 3\,591;$

2) $98 \cdot 102 = (100-2)(100+2) = 100^2 - 2^2 = 10\,000 - 4 = 9\,996.$

(2) deňlige *kwadratlaryň tapawudynyň formulasy* diýilýär. Ol köpagzalary köpeldijilere dagytmakda ulanylýar.

Meselem:

1) $a^2 - 9 = a^2 - 3^2 = (a-3)\,(a+3);$

2) $4b^4 - 0{,}64c^2 = (2b^2)^2 - (0{,}8c)^2 = (2b^2 - 0{,}8c)\,(2b^2 + 0{,}8c);$

3) $(a-b)^2 - 1 = (a-b-1)\,(a-b+1);$

4) $(a+b)^2 - (a-c)^2 = (a+b-a+c)(a+b+a-c) =$

$= (b+c)(2a+b-c).$

Gönükmeler

(1) formuladan peýdalanyp, köpeltmegi ýerine ýetiriň **(386—394):**

386. 1) $(c+d)(c-d);$ 3) $(a+c)(c-a);$

2) $(p+q)(p-q);$ 4) $(m-n)(m+n).$

387. 1) $(x+5)(x-5)$; 3) $(a-4)(4+a)$;
2) $(a+3)(a-3)$; 4) $(7+x)(x-7)$.

388. 1) $(2b+a)(2b-a)$; 3) $(y+6x)(6x-y)$;
2) $(c+3d)(c-3d)$; 4) $(3m-2n)(2n+3m)$.

389. 1) $\left(4d-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}+4d\right)$; 3) $\left(\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}x\right)$;
2) $\left(\frac{5}{6}a-b\right)\left(b+\frac{5}{6}a\right)$; 4) $\left(\frac{2}{3}m+\frac{3}{4}n\right)\left(\frac{2}{3}m-\frac{3}{4}n\right)$.

390. 1) $(c^2+d^2)(c^2-d^2)$; 3) $(x^4-y^3)(y^3+x^4)$;
2) $(a^2+b^3)(a^2-b^3)$; 4) $(m^3-n^3)(m^3+n^3)$.

391. 1) $(3a^2+4b^3)(3a^2-4b^3)$; 3) $(0,2t^3+0,5p^4)(0,5p^4-0,2t^3)$;
2) $(2m^4-5n^2)(5n^2+2m^4)$; 4) $(1,2a^2-0,3b^2)(1,2a^2+0,3b^2)$.

392. 1) $\left(\frac{3}{4}a^2-\frac{1}{2}b^3\right)\left(\frac{1}{2}b^3+\frac{3}{4}a^2\right)$; 3) $\left(0,5q+\frac{1}{3}p^2\right)\left(0,5q-\frac{1}{3}p^2\right)$;
2) $\left(\frac{2}{3}x^4-\frac{4}{5}y^5\right)\left(\frac{2}{3}x^4+\frac{4}{5}y^5\right)$; 4) $\left(1,5c^2-\frac{3}{4}b\right)\left(\frac{3}{4}b+1,5c^2\right)$.

393. 1) $(3x^2y-4xy^2)(3x^2y+4xy^2)$; 3) $(7ab+x^2y^3)(7ab-x^2y^3)$;
2) $(5ab^2+2a^2b)(5ab^2-2a^2b)$; 4) $(ab^3-4xy)(ab^3+4xy)$.

394. 1) $(3+x)(3-x)(9+x^2)$; 3) $(4x^2+y^2)(2x+y)(2x-y)$;
2) $(x^2+1)(x+1)(x-1)$; 4) $(3a-2b)(3a+2b)(9a^2+4b^2)$.

Gysga köpeltmek formulalaryndan peýdalanyp, hasaplaň **(395—396):**

395. 1) $48\cdot52$; 2) $68\cdot72$; 3) $43\cdot37$; 4) $47\cdot53$.

396. 1) $27\cdot33$; 2) $44\cdot36$; 3) $84\cdot76$; 4) $201\cdot199$.

397. Ýönekeýleşdiriň:

1) $(c-3)^2-(c+3)(3-c)$;

2) $(a+2)^2-(a+2)(2-a)$;

3) $(2x+3y)(2x-3y)+(2x+3y)^2$;

4) $(3a-4b)(3a+4b)-(3a-4b)^2$;

5) $(-b-a)(a+b)+a^2+b^2$;

6) $(b-a)(-a-b)+2b^2$.

398. Aňlatmanyň bahasyny tapyň:

1) $4m-(m+3)^2+(m-3)(m+3)$, munda $m=-2,4$;

2) $(3x+4)^2-10x-(x-4)(4+x)$, munda $x=-0,1$;

3) $2(k-7)(k+5)-(k-5)^2-(k-7)(7+k)$, munda $k=-\frac{1}{2}$;

4) $(a+3)^2+(a-3)(3+a)-2(a+2)(a-4)$, munda $a=-\frac{1}{5}$.

399. Deňlemäni çözüň:

1) $(2x+3)^2-4(x-1)(x+1)=49$;

2) $(3x+4)^2-(3x-1)(1+3x)=49$;

3) $x^3+2x^2-9x-18=0$;

4) $y^3-3y^2-4y+12=0$.

400. Kwadratyň iki garşylykly tarapynyň her biri 8 sm-e uzaldyldy, galan iki tarapy bolsa şonça gysgaldyldy. Şekiliň meýdany nähili üýtgär?

401. Hasaplaň: $\dfrac{5^4\cdot 0,128-5^3\cdot 0,628\cdot 5}{125\cdot 0,25}$.

23-§ Köpagzany köpeldijilere dagytmagyň birnäçe usulyny ulanmak

Köpagzany köpeldijilere dagytmakda käte bir däl-de, eýsem birnäçe usullar ulanylýar. Mysallar getirýäris:

1) a^3-a köpagzany köpeldijilere dagydyň:

$$\triangle\ a^3-a=a\left(a^2-1\right)=a\,(a-1)\,(a+1).\ \blacktriangle$$

Bu ýerde iki usuldan peýdalanylan: umumy köpeldijini ýaýdan daşary çykarmak we kwadratlaryň tapawudynyň formulasyny ulanmak.

2) $(a^2+1)^2-4a^2$ köpagzany köpeldijilere dagydyň:

$$\triangle\ \left(a^2+1\right)^2-4a^2=\left(a^2+1\right)^2-(2a)^2=\left(\left(a^2+1\right)-2a\right)\left(\left(a^2+1\right)+2a\right)=$$

$$=\left(a^2+1-2a\right)\left(a^2+1+2a\right)=\left(a^2-2a+1\right)\left(a^2+2a+1\right)=$$

$$=(a-1)^2\,(a+1)^2.\ \blacktriangle$$

Bu ýerde goşulyjylar umumy köpeldijä eýe däldigi sebäpli, ilki kwadratlaryň tapawudynyň formulasyndan peýdalanyldy, soňra jemiň we tapawudyň kwadratlarynyň formulalaryndan peýdalanyldy. Ýene bir mysal çözüp göreliň:

3) $$\triangle\ 4x^2-y^2+4x+2y=\left(4x^2-y^2\right)+(4x+2y)=$$

$$=(2x-y)(2x+y)+2\,(2x+y)=(2x+y)(2x-y+2).\ \blacktriangle$$

Biragzalar umumy köpeldijä eýe däldigi we haýsy-da bolsa bir formulany ulanmak mümkin däldigi üçin, bu ýerde ilki toparlama usulyndan peýdalanyldy, soňra bolsa kwadratlaryň tapawudynyň formulasy ulanyldy.

Garalan bu mysallar köpagzany köpeldijilere dagytmaga degişli ýumuşlary ýerine ýetirmekde aşakdaky tertibe boýun egmegiň peýdalydygyny görkezýär:

1) umumy köpeldijini (eger ol bar bolsa) ýaýdan daşary çykarmak;

2) köpagzany gysga köpeltmek formulalarynyň uzynlygyna çenli köpeldijilere dagytmaga çalyşmak;

3) eger öňki usullar maksada getirmese, toparlama usulyny ulanmaga synanyşmak.

Mesele. Deňligi subut ediň:

$$\boxed{a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right).} \qquad (1)$$

○ Deňligiň sag tarapyndaky ýaýlary açýarys:

$$(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3=a^3+b^3.$$

Deňligiň sag tarapy çep tarapyna deňligi gelip çykdy, ýagny (1) deňlik subut edildi. ●

Edil şunuň ýaly

$$\boxed{a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)} \qquad (2)$$

deňligiň dogrudygy subut edilýär.

(1) we (2) deňliklere, degişlilikde, *kublaryň jemiiniň we kublaryň tapawudynyň formulalary* diýilýär. Bu formulalar hem köpagzany köpeldijilere dagytmakda ulanylýar.

Meselem:

1) $27+b^3=3^3+b^3=(3+b)\left(9-3b+b^2\right)$;

2) $x^4-8xy^3=x\left(x^3-8y^3\right)=x\left(x^3-(2y)^3\right)=x(x-2y)\left(x^2+2xy+4y^2\right)$.

Gönükmeler

402. Hasaplaň:

1) 47^2-37^2; 2) 54^2-44^2;

3) $50{,}7^2-50{,}6^2$; 4) $29{,}4^2-29{,}3^2$.

403. (Ýatdan.) Köpeldijilere dagydyň:

1) $36-x^2$; 2) a^2-25; 3) y^2-1; 4) $1-b^2$.

404. 1) $(a+2b)^2 = a^2+4b^2$; 2) $(2a-3b)^2 = 4a^2-9b^2$
deňlikler barada näme diýip bilersiňiz?
a) olar haýsy *a* we *b*-lerde dogry, haýsylarynda nädogry?
b) islendik *a* we *b* -ler üçin olary dogry bolýan edip bilersiňizmi?

Köpeldijilere dagydyň **(405—416):**

405. 1) $25x^2-9$; 2) $4a^2-9$; 3) $64y^2-36x^2$; 4) $81a^2-16b^2$.

406. 1) c^2d^2-9; 2) a^2b^2-16; 3) $4a^2-9b^2$; 4) $16x^2-25y^2$.

407. 1) $\frac{1}{9}y^2-\frac{16}{25}x^2$; 3) $0,25a^2-49b^2$;
2) $\frac{4}{9}a^2-\frac{1}{16}b^2$; 4) $0,09x^2-16y^2$.

408. 1) $36x^2y^2-1$; 2) x^2y^4-16; 3) $81a^6-49b^4$; 4) $25a^2-9b^6$.

409. 1) a^4-b^4; 2) a^4-b^8; 3) a^4-16; 4) b^4-81.

410. 1) $(a+b)^2-c^2$; 3) $(a+2b)^2-9a^2$;
2) $(m-n)^2-k^2$; 4) $(3x-y)^2-4y^2$.

411. 1) $(a+b)^2-(a-c)^2$; 3) $(2a+b)^2-(2b+a)^2$;
2) $(a+b)^2-(b+c)^2$; 4) $(a-3b)^2-(3a+b)^2$.

412. 1) $9a^2-6a+1$; 3) $36b^2+12b+1$;
2) $1+2c+c^2$; 4) $81-18x+x^2$.

413. 1) $9x^2+24x+16$; 3) $36m^2+12mn+n^2$;
2) $100-60a+9a^2$; 4) $a^2+10ab+25b^2$.

414. 1) $x^4+2x^2y+y^2$; 3) $4c^4+12c^2b^3+9b^6$;
2) $p^4-2p^2q+q^2$; 4) $25a^6+30a^3b+9b^2$.

415. 1) a^4-8a^2+16; 3) $25a^4-10a^2b+b^2$;
2) b^4-18b^2+81; 4) $16-8a^2b^2+a^4b^4$.

416. 1) $-a^2-2a-1$; 3) $-2a^2+8ab-8b^2$;
2) $-9+6b-b^2$; 4) $-12ab-3a^2-12b^2$.

417. Aňlatmanyň san bahasyny tapyň:
1) $5m^2-10mn+5n^2$, munda $m=142$, $n=42$;
2) $6m^2+12mn+6n^2$, munda $m=56$, $n=44$;
3) $-36a^3+4a^2b-\frac{1}{9}ab^2$, munda $a=4$, $b=48$;
4) $-64a^3-8a^2b-\frac{1}{4}ab^2$, munda $a=-6$, $b=84$.

418. Deňlemäni çözüň:
1) $x^2-36=0$; 3) $4x^2+4x+1=0$;
2) $\frac{1}{4}-x^2=0$; 4) $25-10x+x^2=0$.

419. Hasaplaň:
1) $101^2-202\cdot81+81^2$; 3) $\frac{48^2+2\cdot48\cdot18+18^2}{48^2-18^2}$;
2) $37^2+126\cdot37+63^2$; 4) $\frac{85^2-17^2}{85^2+2\cdot85\cdot17+17^2}$.

420. Deňlik ýerine ýetiriler ýaly, düşürlip galdyrylan üçagzany tapyň:
1) $x^3+y^3=(x+y)\,(\ldots)$; 3) $x^3-y^3=(x-y)\,(\ldots)$;
2) $(x+y)^3=(x+y)\,(\ldots)$; 4) $(x-y)^3=(x-y)\,(\ldots)$.

421. Köpeldijilere dagydyň:
1) x^3-y^3; 3) x^3+27; 5) n^3-64; 7) $1-p^3$;
2) c^3+d^3; 4) a^3-27; 6) a^3+1; 8) $125-b^3$.

Köpeldijilere dagydyň **(422—424):**

422. 1) $27m^3-8$; | 2) $64-125y^3$; | 3) $125+\frac{1}{8}b^3$; | 4) $64y^3+\frac{1}{27}$.

423. 1) $8a^3+1$; 3) $\frac{1}{27}a^3+64b^6$;
2) $1+27b^3$; 4) $\frac{1}{8}a^6+125b^3$.

424. 1) a^9-b^3; 2) a^6-b^6; 3) x^6-729; 4) $64-y^6$.

Aňlatmany gysga köpeltmek formulalaryndan peýdalanyp, ikagza görnüşinde ýazyň **(425—426):**

425. 1) $(z+5)\left(z^2-5z+25\right)$; 3) $(2x+3y)\left(4x^2-6xy+9y^2\right)$;

2) $(y+2)\left(y^2-2y+4\right)$; 4) $(4c-5d)\left(16c^2+20cd+25d^2\right)$.

426. 1) $\left(10a^2-1\right)\left(100a^4+10a^2+1\right)$;

2) $\left(a^2b^2-5a\right)\left(a^4b^4+5a^3b^2+25a^2\right)$;

3) $\left(\frac{1}{5}m-n\right)\left(\frac{1}{25}m^2+\frac{1}{5}mn+n^2\right)$;

4) $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{6}xy+\frac{1}{9}y^2\right)$.

427. Köpeldijilere dagydyň:

1) $\left(8a^3-27b^3\right)-2a\left(4a^2-9b^2\right)$; 3) $\left(a^3+b^3\right)+(a+b)^2$;

2) $\left(64a^3+125b^3\right)+5b\left(16a^2-25b^2\right)$; 4) $\left(a^3-b^3\right)+(a-b)^2$.

428. Hasaplaň:

1) $\dfrac{258^3-147^3}{258^2+258\cdot147+147^2}$; 2) $\dfrac{17,98^2-17,98\cdot32,02+32,02^2}{17,98^3+32,02^3}$.

429. Ýaýlaryň içine şeýle agzalary ýazyň, ýagny alnan aňlatma x-iň ähli bahalarynda-da üýtgemeýän bolsun:

1) $(4x-7)^2+(3x+6)^2-(\ldots-\ldots)^2$;

2) $(17x-2)^2-(15x-6)^2-(\ldots+\ldots)^2$.

430. Deňlemäni çözüň:

1) $(x+2)\left(x^2-2x+4\right)-x(x-3)(x+3)=26$;

2) $(x-3)\left(x^2+3x+9\right)-x(x+4)(x-4)=21$;

3) $(2x-1)\left(4x^2+2x+1\right)-4x\left(2x^2-3\right)=23$;

4) $(4x+1)\left(16x^2-4x+1\right)-16x\left(4x^2-5\right)=17$.

Köpeldijilere dagydyň **(431—434):**

431. 1) $3a^3-3$; 2) y^3-y; 3) m^3n-mn^3; 4) $2a^3-2ab^2$.

432. 1) $x^4y^2-x^2y^4$; 3) $8-72x^6y^2$;
2) $7c^2d^2-63c^2b^2$; 4) $32a^4b-2a^2b$.

433. 1) $2a^2+4ab+2b^2$; 4) $8p^2-16p+8$;
2) $2m^2+2n^2-4mn$; 5) $27a^2b^2-18ab+3$;
3) $5x^2+10xy+5y^2$; 6) $12m^5n+24m^4n+12m^3n$.

434. 1) $2c^3+2d^3$; 3) $2cd^3-16c^4$; 5) $7x^2-56x^2y^3$;
2) $54x^3-16$; 4) $\frac{1}{8}a^2-a^5$; 6) $4a^2b+32a^5b$.

435. Hasaplaň: $19{,}7^2-8{,}3^2+28\cdot 8{,}6$.

436. 1) Eger n – täk san bolsa, $(n+2)^2-1$ aňlatmanyň 8-e;
2) islendik natural san n de n^3+12n^2+23n aňlatmanyň 6 - a bölünýändigini subut ediň.

Köpeldijilere dagydyň **(437—438):**

437. 1) $(a^2+2ab+b^2)-c^2$; 3) $1-a^2-2ab-b^2$;
2) $1-(x^2-2xy+y^2)$; 4) $4+(-x^2-2xy-y^2)$.

438. 1) a^2-b^2+a+b; 3) $x-y-x^2+y^2$; 5) $m^5-m^3+m^2-1$;
2) a^2-b^2-a-b; 4) x^3+x^2-x-1; 6) x^4+x^3+x+1.

439. 27^2-14^2 sany 13-e bölünýändigini subut ediň.

440. n islendik bitin san bolanda $(7n-2)^2-(2n-7)^2$ aňlatmanyň bahasy 5-e bölünýändigini; 9-a bölünýändigini subut ediň.

441. Deňlemäni çözüň:

1) $(x-3)(x^2+3x+9)-(3x-17)=x^3-12$;

2) $5x-(4-2x+x^2)(x+2)+x(x-1)(x+1)=0$.

442. Motorly gaýygyň akym boýunça tizligi 18 km/sagat, akyma garşy tizligi bolsa 14 km/sagat. Derýanyň akymynyň tizligini we gaýygyň ýata suwdaky tizligini tapyň.

Özüňizi barlap görüň!

1. Aňlatmany standart köpagza görnüşinde ýazyň:

$$(a-3)^2+(a-3)(a+3)+6a.$$

2. Köpeldijilere dagydyň:

1) $xy-2y$; 2) $16a^2-81$; 3) $3x^2-6x^3$;

4) $x^2-10x+25$; 5) $3(x-1)+y(x-1)$; 6) $2a^2-4ab+2b^2$.

3. Köpagzany köpeldijilere dagydyň we onuň $a=1,\ b=-\frac{1}{3}$ bolandaky san bahasyny tapyň:

$$a^2-3ab+3a-9b.$$

IV baba degişli gönükmeler

Köpeldijilere dagydyň **(443—447)**:

443. 1) $6(a+b)+(a+b)^2$; 3) $(a-b)+(b-a)^2$;

2) $4(x-y)+3(x-y)^2$; 4) $(a-b)^2-(b-a)$.

444. 1) $3(x+y)(x-y)+(x+y)^2$; 3) $5(a-b)^2-(a+b)(b-a)$;

2) $(x+y)^3-x(x+y)^2$; 4) $a(a-b)^2-(b-a)^2$.

445. 1) $(y+z)(12x^2+6x)+(y-z)(12x^2+6x)$;

2) $(y-z)(12x^2-6x)+(y-z)(12x^2+6x)$;

3) $(6x^2-3)+7x(6x^2-3)-4y(6x^2-3)$;

4) $2x(8x-4y)-3y(8x-4y)-(8x-4y)$.

446. 1) $18a^2-27ab+14ac-21bc$;

2) $10x^2+10xy+5x+5y$;

3) $35ax+24xy-20ay-42x^2$;

4) $48xz^2+32xy^2-15yz^2-10y^3$.

447. 1) $16ab^2-5b^2c-10c^3+32ac^2$;

2) $6mnk^2+15m^2k-14n^3k-35mn^2$;

3) $-28ac+35c^2-10cx+8ax$;

4) $-24bx-15c^2+40bc+9cx$.

448. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň:

1) $(2x-1)^2-2(2x-3)^2+17$;

2) $(3x+2)^2-2(x-1)^2-7x^2$;

3) $24y^2-(7y-2)^2+(5y-3)(5y+1)$;

4) $(3y+1)(2y-3)+(2y-3)^2-10y^2$.

449. Iki yzygider natural sanlaryň kwadratlarynyň tapawudynyň moduly täk san bolýandygyny subut ediň.

450. Droby gysgaldyň:

1) $\dfrac{53^2-27^2}{79^2-51^2}$; 3) $\dfrac{49^2-2\cdot49\cdot29+29^2}{49^2-19^2}$;

2) $\dfrac{38^2-17^2}{47^2-19^2}$; 4) $\dfrac{47^2-3^2}{27^2+2\cdot27\cdot13+13^2}$.

451. x we y-iň islendik bahalarynda deňligiň dogry bolýandygyny subut ediň: $(x+y)(x^2-y^2)=(x-y)(x+y)^2$.

№ 8

1) Maşgaladaky 6 gyzyň her biriniň agasy bar. Şu maşgalada näçe perzent bar?

2) Muhammetjanyň agalary näçe bolsa, doganlaryda şonça. Uly doganynyň jinleriniň sany jigileriniň sanyndan 2 esse köp. Şu maşgalada näçe oglan, näçe gyz bar?

IV baba degişli synag gönükmeleri — testler

1. Umumy köpeldijini ýaýdan daşary çykaryň: $24a^3b^2 - 30a^2b^3$.

A) $6a^2b^2(4a-5b)$; B) $6ab(4a^2b-5ab^2)$;
C) $6a^2(4ab^2-5b^3)$; D) $6b^2(4a^3-5a^2)$.

2. Köpeldijilere dagydyň: $5(a-b)+a^2(a-b)-3(b-a)$.

A) $(a-b)(a^2+2)$; B) $(a-b)(a^2-8)$;
C) $(a-b)(8-a^2)$; D) $(a-b)(a^2+8)$.

3. Köpeldijilere dagydyň: $4a(x-y)+4az+7b(y-x-z)$.

A) $(x-y+z)(4a-7b)$; B) $(y-x-z)(7b+4a)$;
C) $(x-y-z)(4a-7b)$; D) $-(x-y+z)(4a+7b)$.

4. Hasaplaň: $16{,}9^2-16{,}9\cdot 3{,}7-16{,}9\cdot 3{,}2$.

A) 169; B) 1,69; C) 16,9; D) –1,69.

5. Köpeldijilere dagydyň: $ax+bx-3ay-3by$.

A) $(a+b)(x+3y)$; B) $(a-b)(x+3y)$;
C) $(a-b)(x-3y)$; D) $(a+b)(x-3y)$.

6. Köpeldijilere dagydyň: $7a(5a-3b)-10a+6b$.

A) $(5a+3b)(7a-2)$; B) $(3b-5a)(7a+2)$;
C) $(5a-3b)(7a-2)$; D) $(5a-3b)(7a+2)$.

7. Deňlemäni çözüň: $(3x+2)^2-(3x-4)^2=132$.

A) 4; B) 3; C) –5; D) –4.

8. Köpeldijilere dagydyň: $8a^3-27b^3$.

A) $(2a-3b)^2(2a+3b)$; B) $(2a+3b)^2\cdot(2a-3b)$;
C) $(2a)^3-(3b)^3$; D) $(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$.

9. Hasaplaň: $(53^3+47^3):(53^2-53\cdot 47+47^2)$.

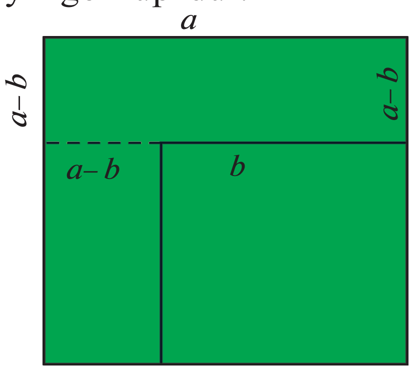
A) 6; B) 100; C) 600; D) 53^2+47^2.

Taryhy maglumatlar

Al-Koşynyň „Arifmetikanyň açary“ eserinde ikagzany islendik natural derejä götermegiň düzgünleri berlen.

Dürli algebraik formulalary subut etmekde, deňlemeler çözülende geometrik pikir ýöretmelerden peýdalanmak gadymky Hytaý, Gresiýa, Hindistan, Orta Aziýa matematikleriniň eserlerinde duşýar.

Olar $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, a^2-b^2=$(a–b)\times$ $\times(a+b)$ (ýa-da $(a^2-b^2)=(a-b)^2+2b(a-b)$) ýaly toždestwolary geometrik usulda isubut edipdirler Meselem, $a^2-b^2=$ $=(a-b)(a+b)$ formulany subut etmeäge şeýle çemeleşipdirler tarapy a - adeň kwadratdan tarapy b-ge deň kwadraty gyrkyp alynsa, galan şekiliň meýdany: $a(a-b)+b(a-b)=(a-b)(a+b)$ ga, ýa-da barybir, $(a-b)^2+2b(a-b)$ -ge deň bolýandygy 21-nji suratdan aýdyň görnüp dur.



21-nji surat.

Diýmek, $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ formula dogry.

Gönüburçly üçburçlugyň taraplaryny bitin (ýa-da rasional) sanlarda aňlatmak üçin Hytaý matematikleri miladydan öňki birinji müň ýyllyklarda

$$\left(\frac{p^2-q^2}{2}\right)^2+(pq)^2=\left(\frac{p^2+q^2}{2}\right)^2$$

deňlikden peýdalanypdyrlar.

V BAP

ALGEBRAIK DROBLAR

24-§ Algebraik drob. Droblary gysgaltmak

1-nji mesele. Kateriň ýata suwdaky tizligi sagadyna a kilometre, derýanyň akymynyň tizligi sagadyna b kilometre deň. Kateriň derýanyň akymy boýunça hereket tizligi onuň derýanyň akymya garşy hereket tizliginden näçe esse artyk?

△ Kateriň derýanyň akymy boýunça tizligi sagadyna $(a + b)$ kilometre deň; akyma garşy tizligi sagadyna $(a - b)$ kilometre deň. Şonuň üçin derýanyň akymy boýunça hereket tizligi akyma garşy hereket tizliginden

$$\frac{a+b}{a-b}$$

esse artyk bolýar. ▲

$\frac{a+b}{a-b}$ aňlatma *algebraik drob* diýilýär. Bu drobuň sanawjysy $a+b$, maýdalawjysy bolsa $a - b$.

Umuman, *sanawjysy we maýdalawjysy algebraik aňlatmalar bolan droba algebraik drob* diýilýär.

Algebraik droblara degişli ýene birnäçe mysallar getirýäris:

$$\frac{a}{b}; \quad \frac{2}{x+y}; \quad \frac{a-b}{c}; \quad \frac{x(b+c)}{y(a-c)}.$$

Eger algebraik droba girýän harplaryň ýerine käbir sanlar goýulsa, onda zerur hasaplamalar ýerine ýetirilenden soň şu algebraik drobuň *san bahasy* alynýar.

Meselem, $a=10$, $b=8$ bolanda $\frac{a+b}{a-b}$ algebraik drobuň san bahasy $\frac{10+8}{10-8}=\frac{18}{2}=9$-a deň bolýar.

$\frac{a+b}{a-b}$ algebraik drobda a we b ýerine özara deň bolmadyk ($a \neq b$) islendik sanlary goýmak mümkin, çünki $a=b$ bolanda drobuň maýdalawjysy nola öwrülýär, nola bölmek bolsa mümkin däl.

Mundan soň algebraik droba girýän harplar diňe ýol berilýän (mümkin) bahalary, ýagny şu drobuň maýdalawjysy diňe nola deň bolmaýan bahalary kabul edýär, diýip şertleşýäris.

Meselem, $\frac{a}{a(a-1)}$ drob üçin mümkin bahalar a-nyň $a=0$ we $a=1$ dan başga ähli bahalary bolýar.

Drobuň esasy häsiýetini şeýle ýazmak mümkin:

$$\boxed{\frac{a}{b}=\frac{ma}{mb},}$$

bu ýerde $b \neq 0$, $m \neq 0$.

Bu häsiýet drobuň sanawjysyny we maýdalawjysyny birmeňzeş algebraik aňlatma köpeldilse ýa-da bölünse, oňa deň drob alynýandygyny aňladýar, meselem:

$$\frac{3}{4}=\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5}=\frac{15}{20}, \quad \frac{a+b}{b}=\frac{(a+b) \cdot c}{bc}.$$

Drobuň esasy häsiýetinden peýdalanyp, algebraik droby onuň sanawjysyna we maýdalawjysyna bir wagtda girýän umumy köpeldijä gysgaltmak mümkin, meselem:

$$\frac{a(b+c)}{a(b-c)}=\frac{b+c}{b-c}, \quad \frac{(a+b)c}{(a+b)d}=\frac{c}{d}.$$

Droblary ýönekeýleşdirmek üçin ilki olaryň sanawjysynyň we maýdalawjysynyň umumy köpeldijisini dagydylmalydygyna degişli mysallar getirýäris.

2-nji mesele. Droblary gysgaldyň:

1) $\frac{12a^2b}{4ab^2}$; 2) $\frac{m^2-n^2}{m^2+mn}$.

△ 1) $12a^2b$ we $4ab^2$ biragzalar $4ab$ umumy köpeldijä eýe. Drobuň sanawjysyny we maýdalawjysyny $4ab$-ge bölýäris:

$$\frac{12a^2b}{4ab^2} = \frac{4ab \cdot 3a}{4ab \cdot b} = \frac{3a}{b}.$$

2) $m^2 - n^2$ we $m^2 + mn$ köpagzalar $m + n$ umumy köpeldijä eýe, çünki $m^2 - n^2 = (m + n)(m - n)$, $m^2 + mn = m(m + n)$. Drobuň sanawjysyny we maýdalawjysyny $m + n$-e bölýäris:

$$\frac{m^2 - n^2}{m^2 + mn} = \frac{(m+n)(m-n)}{m(m+n)} = \frac{m-n}{m}. \ ▲$$

Droblary gysgaltmak üçin bu droblaryň sanawjysyny we maýdalawjysyny olaryň umumy köpeldijisine bölmeli.

Eger $\frac{a}{b}$ drobuň sanawjysyndaky ýa-da maýdalawjysyndaky alamat garşylyklysyna üýtgedilse, onda berlen droba garşylykly drob alynýandygyny nygtap geçýäris:

$$\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}; \ \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}.$$

Meselem, $\frac{-3}{7} = -\frac{3}{7}$; $\frac{-a}{1-a} = -\frac{a}{1-a} = \frac{a}{a-1}$.

3-nji mesele. $\frac{3a(y-x)}{a^2(x-y)}$ droby gysgaldyň:

$$△ \ \frac{3a(y-x)}{a^2(x-y)} = \frac{-3a(x-y)}{a^2(x-y)} = \frac{-3}{a} = -\frac{3}{a}. \ ▲$$

Gönükmeler

452. Sanawjysy x we y sanlaryň köpeltmek hasylyna, maýdalawjysy bolsa olaryň jemine deň algebraik droby ýazyň.

453. Sanawjysy p we q sanlaryň tapawudyna, maýdalawjysy bolsa olaryň köpeltmek hasylyna deň bolan algebraik droby ýazyň.

454. Sanawjysy a we b sanlaryň kwadratlarynyň tapawudyna, maýdalawjysy bolsa şu sanlaryň tapawudynyň kwadratyna deň bolan algebraik droby ýazyň.

455. Sanawjysy c we d sanlaryň kublarynyň jemine, maýdalawjysy bolsa şu sanlaryň köpeltmek hasylynyň ikeldilenine deň bolan algebraik droby ýazyň.

456. Algebraik drobuň san bahasyny tapyň:

1) $\frac{1}{a}$, munda $a = 2\frac{3}{5}$;

2) $\frac{b+1}{b-1}$, munda $b = 1,5$;

3) $\frac{a^2+1}{2a}$, munda $a = -3$;

4) $\frac{a-b}{a+2b}$, munda $a = 16, b = -3$;

5) $\frac{5a+b^2}{a^2-5b}$, munda $a = 2, b = 8$;

6) $\frac{-7ab}{3b^2-a^3}$, munda $a = 3, b = -4$.

457. 1) $S = vt$ formuladan v-ni; 2) $p = \frac{m}{V}$ formuladan V-ni;

3) $C = 2\pi R$ formuladan R-i;

4) $P = 2\,(a + b)$ formuladan a-ny tapyň.

458. Her bir ýük maşynyna a tonnadan kartoşka ýüklemek mümkin bolsa, her birinde p kilogramdan kartoşka bolan n halta kartoşkany daşamak üçin näçe ýük maşyny (x) gerek bolar? x-i $n = 90$, $p = 50$, $a = 1{,}5$ bolanda tapyň.

459. Maşyn sagadyna ortaça c metr linoleum öndürýär. Eger maşyn gününe n sagatdan işlese, ol a metr linoleumy näçe günde öndürýär? Gözlenýän wagty t bilen belgiläp, t-ni $c = 47$, $a = 11280$ we $n = 16$ bolanda tapyň.

460. Berlen iki drobuň deňdigini görkeziň:

1) $\frac{6}{7}$ we $\frac{18}{21}$;

2) $\frac{-3}{5}$ we $\frac{27}{-45}$;

3) $\frac{2}{3}$ we $\frac{2a}{3a}$;

4) $\frac{2a}{7b}$ we $\frac{2a^2b}{7ab^2}$;

5) $\frac{m-n}{m+n}$ we $\frac{m^2-n^2}{(m+n)^2}$;

6) $\frac{a+3b}{c}$ we $\frac{(a+3b)\,c}{c^2}$.

Droby gysgaldyň **(461—463):**

461. 1) $\frac{-48}{-56}$; 2) $\frac{-64}{-80}$; 3) $\frac{-121}{55}$; 4) $\frac{28}{-14}$.

462. 1) $\frac{12a}{20}$; 2) $\frac{2c}{3c}$; 3) $\frac{7b}{21b}$; 4) $\frac{4ab}{8ac}$; 5) $\frac{a^2}{2a}$; 6) $\frac{5x}{x^3y}$.

463. 1) $\frac{a^2}{a^3}$; 2) $\frac{b^3}{b^7}$; 3) $\frac{a^5}{a^4}$; 4) $\frac{b^6}{b^4}$.

Droby gysgaldyň **(464 — 474):**

464. 1) $\frac{6ab}{4a}$; 3) $\frac{a^4b}{ab^3}$; 5) $\frac{12a^4b^2}{18a^3b^3}$;

2) $\frac{14c}{49c}$; 4) $\frac{3a^2b}{9a^3}$; 6) $\frac{25a^3bc^2}{125ac^3}$.

465. 1) $\frac{4(m+n)}{5(m+n)}$; 3) $\frac{2b(m-n)}{8b(m-n)(m-n)}$; 5) $\frac{2(a-b)}{b-a}$;

2) $\frac{7a(a-b)}{5(a-b)}$; 4) $\frac{3a(a+b)}{9a(a+b)(a-b)}$; 6) $\frac{5(x-y)}{15(y-x)}$.

466. 1) $\frac{(a-b)^2}{a-b}$; 3) $\frac{m-n}{(n-m)^2}$; 5) $\frac{3m(1-x)^2}{9m^2(x-1)^2}$;

2) $\frac{m+n}{(m+n)^4}$; 4) $\frac{(2x-3y)^2}{3y-2x}$; 6) $\frac{8a^2b(a-b)}{4a^3b(b-a)^2}$.

467. 1) $\frac{3x+3y}{6c}$; 3) $\frac{2a+2b}{4a-4b}$; 5) $\frac{ac-bc}{ac+bc}$;

2) $\frac{8a}{4m-4n}$; 4) $\frac{12a-3}{6a+9}$; 6) $\frac{a+ab}{a-ab}$.

468. 1) $\frac{a^2}{a^2+ab}$; 3) $\frac{7a+14b}{3a+6b}$; 5) $\frac{3a-6b}{12b-6a}$;

2) $\frac{pq^3}{p^2q-pq^2}$; 4) $\frac{2m^2-mn}{2mn-n^2}$; 6) $\frac{x^2-2xy}{2y^2-xy}$.

469. 1) $\dfrac{12x^2-30xy}{30x^2-12xy}$; 2) $\dfrac{36a^2+24ab}{24a^2+36ab}$;

3) $\dfrac{m^3-3m^2n}{3m^2n-3m^3}$; 4) $\dfrac{a^3-2a^2b}{2a^3b^2-a^4b}$.

470. 1) $\dfrac{a^2-b^2}{a+b}$; 3) $\dfrac{4c^2-9x^2}{2c-3x}$; 5) $\dfrac{3a(a-b)}{6a^2(b-a)}$;

2) $\dfrac{a-b}{a^2-b^2}$; 4) $\dfrac{25-x^2}{5-x}$; 6) $\dfrac{5a(c^2-4)}{10a^2(2-c)}$.

471. 1) $\dfrac{8-3c}{9c^2-64}$; 3) $\dfrac{2y-10}{25-y^2}$; 5) $\dfrac{b^2-c^2}{b^4n-c^4n}$;

2) $\dfrac{100-49b^2}{7b+10}$; 4) $\dfrac{5y-y^2}{25-y^2}$; 6) $\dfrac{5a^3b+5ab^3}{a^4-b^4}$.

472. 1) $\dfrac{d^2-6d+9}{d-3}$; | 2) $\dfrac{b+7}{b^2+14b+49}$; | 3) $\dfrac{9-6a+a^2}{3-a}$; | 4) $\dfrac{1-2p}{1-4p+4p^2}$.

473. 1) $\dfrac{4y^2-4y+1}{4y^2-1}$; 3) $\dfrac{3a^2-6ab+3b^2}{6a^2-6b^2}$;

2) $\dfrac{16a^2-1}{16a^2-8a+1}$; 4) $\dfrac{50m^2+100mn+50n^2}{15m^2-15n^2}$.

474. 1) $\dfrac{1-a^2}{(a-1)^2}$; 3) $\dfrac{4y^2-4y+1}{2-4y}$;

2) $\dfrac{(m-n)^2}{n-m}$; 4) $\dfrac{5-2x}{4x^2-20x+25}$.

475. Droby gysgaldyň:

1) $\dfrac{9c^2-16}{16-24c+9c^2}$; 4) $\dfrac{36c-c^3}{c^3+12c^2+36c}$;

2) $\dfrac{16x^2-24xy+9y^2}{9y^2-16x^2}$; 5) $\dfrac{25b-49b^3}{49b^3-70b^2+25b}$;

3) $\dfrac{4x^2-4xy+y^2}{y^2-4x^2}$; 6) $\dfrac{4b^2-12bc+9c^2}{-2ab+3ac}$.

476. Droby gysgaldyň:

1) $\dfrac{2a^5-128a^2}{(2a^2+8a+32)\,(a^4-4a^3)}$; 3) $\dfrac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$;

2) $\dfrac{2a^4+3a^3+2a+3}{(a^2-a+1)\,(2a+3)}$; 4) $\dfrac{3ac^2+3bc^2-3ab^2-3b^3}{6ac^2+6bc^2-6ab^2-6b^3}$.

25- § Droblary umumy maýdalawja getirmek

Ady droblary goşmakda ilki droblary umumy maýdalawja getirilýär. Meselem, $\frac{1}{4}, \frac{3}{25}, \frac{7}{10}$ droblar üçin umumy maýdalawjy 100 sany bolýar, bu san 4, 25, 10 sanlarynyň iň kiçi umumy kratnylysydyr.

Algebraik droblaryň umumy maýdalawjysy şu droblaryň maýdalawjylarynyň iň kiçi umumy kratnylysydyr. Droblary umumy maýdalawja getirmekde drobuň esasy häsiýetinden peýdalanylýar.

1-nji mesele. $\frac{m}{3a^2b}$, $\frac{n}{6ab^2}$ va $\frac{p}{4ac}$ algebraik droblary umumy maýdalawja getiriň.

△ Berlen droblaryň umumy maýdalawjysy her bir drobuň maýdalawjysyna bölünmelidir. Diýmek, ol 3-e, 6-a, 4-e, ýagny 12-ä; a^2-a, a-ga we a-ga, ýagny a^2-a; b-ge we b^2-a, ýagny b^2-a; c-ge bölünmelidir.

Şeýdip, droblaryň umumy maýdalawjysy 12, a^2, b^2 we c köpeldijileri öz içine almaly. Umumy maýdalawjy hökmünde $12a^2b^2c$ köpeltmek hasylyny almaly bolýar. Bu umumy maýdalawjyny birinji drobuň maýdalawjysyna bölüp, onuň sanawjysyny we maýdalawjysyny köpeltmeli bolan biragzany tapýarys. Bu biragza berlen *drobuň goşmaça köpeldijisi* diýilýär. Birinji drob üçin şeýle biragza $4bc$-ge deň. Edil şeýle ýol bilen ikinji we üçünji droblar üçin goşmaça köpeldijileri tapýarys: $2ac$ we $3ab^2$.

Birinji, ikinji we üçünji droblaryň sanawjysyny we maýdalawjysyny degişlilikde $4bc$, $2ac$ we $3ab^2$-a köpeldip, olary $12a^2b^2c$ umumy maýdalawja getirýäris:

$$\frac{m}{3a^2b}=\frac{4mbc}{12a^2b^2c},\quad \frac{n}{6ab^2}=\frac{2nac}{12a^2b^2c},\quad \frac{p}{4ac}=\frac{3pab^2}{12a^2b^2c}. \ \blacktriangle$$

2-nji mesele. Droblary umumy maýdalawja getiriň:

$$\frac{a}{x^2-y^2};\quad \frac{b}{2x^2-4xy+2y^2};\quad \frac{c}{3x^2+6xy+3y^2}.$$

△ Droblaryň maýdalawjysyny köpeldijilere dagydýarys:

$$x^2-y^2=(x-y)\,(x+y);$$

$$2x^2-4xy+2y^2=2\left(x^2-2xy+y^2\right)=2\,(x-y)^2;$$

$$3x^2+6xy+3y^2=3\left(x^2+2xy+y^2\right)=3\,(x+y)^2.$$

Umumy maýdalawjy berlen droblaryň her biriniň maýdalawjysyna bölünmelidir.

Umumy maýdalawjy birinji drobuň maýdalawjysyna bölünmegi üçin onuň düzüminde $(x-y)\,(x+y)$ köpeltmek hasyly bolmaly.

Soňra, umumy maýdalawjy ikinji drobuň maýdalawjysyna bölünmeli we şonuň üçin onda $2(x-y)^2$ köpeldiji bolmaly. Diýmek, birinji drobuň maýdalawjysyna $2(x-y)$ köpeldijini ýazyp goýmaly, ýagny umumy maýdalawjynyň düzüminde

$$2(x-y)^2(x+y)$$

köpeltmek hasyly bolmaly.

Umumy maýdalawjy üçünji drobuň $3(x+y)^2$ maýdalawjysyna bölünmegi üçin alnan köpeltmek hasylyna $3(x+y)$ köpeldijini ýazyp goýmaly . Diýmek, üç drobuň umumy maýdalawjysy

$$6(x-y)^2(x+y)^2$$

-a deň bolýar.

Droblary umumy maýdalawja getirmek üçin olaryň sanawjysyny we maýdalawjysyny goşmaça köpeldijilere köpeltmeli, olar bolsa umumy maýdalawjyny her bir drobuň maýdalawjysyna bölmek ýoly bilen tapylýar; berlen droblar üçin olar degişlilikde aşakdakylara deň:

$$6(x-y)(x+y),\ 3(x+y)^2,\ 2(x-y)^2.$$

Diýmek, berlen droblary şeýle ýazyp almak mümkin:

$$\frac{a}{x^2-y^2}=\frac{6a(x-y)(x+y)}{6(x-y)^2(x+y)^2};\qquad \frac{b}{2x^2-4xy+2y^2}=\frac{3b(x+y)^2}{6(x-y)^2(x+y)^2};$$

$$\frac{c}{3x^2+6xy+3y^2}=\frac{2c(x-y)^2}{6(x-y)^2(x+y)^2}.\ \blacktriangle$$

Algebraik droblary umumy maýdalawja getirmek üçin:
1) berlen droblaryň umumy maýdalawjysyny tapmaly;
2) her bir drob üçin goşmaça köpeldijini tapmaly;
3) her bir drobuň sanawjysyny onuň goşmaça köpeldijisine köpeltmeli;
4) her bir droby tapylan sanawjy we umumy maýdalawjy bilen ýazmaly.

Gönükmeler

Aşakdaky gönükmelerde droblary umumy maýdalawja getiriň **(477—484):**

477. 1) $\frac{1}{2}$ we $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{5}{7}$ we $\frac{3}{14}$; 5) $\frac{x}{2y}$ we $\frac{x}{3y}$;
2) $\frac{1}{a}$ we $\frac{2}{b}$; 4) $\frac{a}{b}$ we $\frac{a}{2b}$; 6) $\frac{8}{15}$ we $\frac{5}{12}$.

478. 1) $\frac{3}{4a}$, $\frac{1}{5b}$ we $\frac{7}{20ab}$; 3) $\frac{7}{a^2}$ we $\frac{8}{a^3}$;
2) $\frac{3x}{4y}$, $\frac{6}{xy}$ we $\frac{4y}{3x}$; 4) $\frac{a}{2x}$ we $\frac{b}{4x^3}$.

479. 1) a we $\frac{b^2}{a}$; 2) $3b$ we $\frac{a^2}{2b}$;
3) a^2 we $\frac{c}{2ab}$; 4) $\frac{b}{3a}$, $\frac{3c}{2b}$ we ab.

480. 1) $\frac{1}{2p^2}$, $\frac{1}{6pk}$ we $\frac{1}{3k^2}$; 3) $\frac{2a}{b^2}$, $\frac{4}{15a^2b}$ we $\frac{3}{20a^3b^4}$;

2) $\frac{1}{6b^2}$, $\frac{a^2+b^2}{9a^2b^2}$ we $\frac{3-a^2}{18ab^2}$; 4) $\frac{7}{20x^4y}$, $\frac{31}{6xy^3}$ we $\frac{4}{3x^2y^4}$.

481. 1) $\frac{3}{x+y}$ we $\frac{5}{x}$; 3) $\frac{7x}{2(x-1)}$ we $\frac{5x}{x-1}$;

2) $\frac{6}{a-1}$ we $\frac{2}{a}$; 4) $\frac{2a^2}{3(a+1)}$ we $\frac{5a^2}{4(a+1)}$.

482. 1) $\frac{1}{x-y}$ we $\frac{1}{x+y}$; 3) $\frac{5x}{2x-2}$ we $\frac{3}{4x-4}$;

2) $\frac{7a}{3x-y}$ we $\frac{6b}{3x+y}$; 4) $\frac{3x}{4x+4y}$ we $\frac{x}{8x+8y}$.

483. 1) $\frac{3b}{b-2}$ we $\frac{4}{b^2-4}$; 3) $\frac{1}{1-a}$, $\frac{2a}{1+a}$ we $\frac{a^2}{1-a^2}$;

2) $\frac{7a}{x^2-9}$ we $\frac{a}{x+3}$; 4) $\frac{6x}{x-y}$, $\frac{7xy}{x+y}$ we $\frac{3}{x^2-y^2}$.

484. 1) $\frac{m}{2m+2n}$, $\frac{n}{8m-8n}$ we $\frac{mn}{6m^2-6n^2}$;

2) $\frac{2c}{5b-5c}$, $\frac{3a^2}{35b^2-35c^2}$ we $\frac{7b}{14b+14c}$;

3) $\frac{1}{a^2-4b^2}$, $\frac{1}{3a^2+6ab}$ we $\frac{1}{2ab-a^2}$;

4) $\frac{5}{4x-4}$, $\frac{4x}{1-x^2}$ we $\frac{1}{3x^2+3x}$.

№ 9 *Bir gurçuk ýerden agajyň ujuna çykmakçy bolupdyr. Agaç boýunça gijesine ol 2 m beýiklige çykansoň, gündizine bolsa 1 m aşak düşýän eken. 9-njy gijede ol agajyň ujuna çykypdyr. Agajyň beýikligi näçe metr eken?*

26-§ Algebraik droblary goşmak we aýyrmak

Birmeňzeş maýdalawjyly droblary goşmak we aýyrmak düzgünlerini şeýle ýazmak mümkin:

$$\boxed{\frac{a}{m}+\frac{b}{m}=\frac{a+b}{m};} \qquad \boxed{\frac{a}{m}-\frac{b}{m}=\frac{a-b}{m}.}$$

1-nji mesele. $\frac{a-b}{a+b}$, $\frac{2a-b}{a+b}$ we $\frac{a-2b}{a+b}$ droblary goşuň.

$$\triangle\ \frac{a-b}{a+b}+\frac{2a-b}{a+b}+\frac{a-2b}{a+b}=\frac{a-b+2a-b+a-2b}{a+b}=\frac{4a-4b}{a+b}=\frac{4\left(a-b\right)}{a+b}.\ \blacktriangle$$

2-nji mesele. $\frac{a^2}{a+b}$ we $\frac{b^2}{a+b}$ droblaryň tapawudyny tapyň.

$$\triangle\ \frac{a^2}{a+b}-\frac{b^2}{a+b}=\frac{a^2-b^2}{a+b}=\frac{\left(a+b\right)\left(a-b\right)}{a+b}=a-b.\ \blacktriangle$$

Dürli maýdalawjyly droblary goşmak we aýyrmak üçin bu droblary umumy maýdalawja getirmeli we birmeňzeş maýdalawjyly droblary goşmak ýa-da aýyrmak düzgüninden peýdalanmaly.

3-nji mesele. $\frac{1}{a^3}$, $\frac{1}{2a^2b}$ we $\frac{1}{3ab^2}$ droblary goşuň.

△ Berlen droblaryň umumy maýdalawjysy $6a^3b^2$ köpeltmek hasyly bolýar. Diýmek,

$$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{2a^2b}+\frac{1}{3ab^2}=\frac{6b^2}{6a^3b^2}+\frac{3ab}{6a^3b^2}+\frac{2a^2}{6a^3b^2}=\frac{2a^2+3ab+6b^2}{6a^3b^2}.\ \blacktriangle$$

4-nji mesele. $\frac{a}{3b^2c}$ we $\frac{c}{15ab^2}$ droblaryň tapawudyny tapyň.

$$\triangle\ \frac{a}{3b^2c}-\frac{c}{15ab^2}=\frac{5a^2}{15ab^2c}-\frac{c^2}{15ab^2c}=\frac{5a^2-c^2}{15ab^2c}.\ \blacktriangle$$

5-nji mesele. $\frac{1}{x^2-x}$ we $\frac{3}{x^2-1}$ droblary goşuň.

△ Droblaryň maýdalawjylarynda duran köpagzalary köpeldijilere dagydýarys:

$$x^2-x=x(x-1),\ x^2-1=(x-1)(x+1).$$

Droblaryň umumy maýdalawjysy $x(x-1)(x+1)$ köpeltmek hasyly bolýar. Droblary umumy maýdalawja getirip, tapýarys:

$$\frac{1}{x^2-x}+\frac{3}{x^2-1}=\frac{1}{x(x-1)}+\frac{3}{(x-1)(x+1)}=\frac{x+1}{x(x^2-1)}+\frac{3x}{x(x^2-1)}=$$

$$=\frac{x+1+3x}{x(x^2-1)}=\frac{4x+1}{x(x^2-1)}.\ ▲$$

Dürli maýdalawjyly droblary goşmagy we aýyrmagy şu tertipde ýerine ýetirmek mümkin:
1) droblaryň umumy maýdalawjysy tapylýar;
2) droblar umumy maýdalawja getirilýär;
3) alnan droblar goşulýar;
4) mümkin bolsa, netije ýönekeýleşdirilýär.

6-njy mesele. $\frac{1}{a^2+4a+4}-\frac{4}{a^4+4a^3+4a^2}+\frac{4}{a^3+2a^2}$ aňlatmanyň san bahasyny $a=0{,}5$ bolanda hasaplaň.

△ Berlen aňlatmany aşakdaky ýaly çalşyrmak mümkin:

$$\frac{1}{(a+2)^2}-\frac{4}{a^2(a^2+4a+4)}+\frac{4}{a^2(a+2)}=\frac{1}{(a+2)^2}-\frac{4}{a^2(a+2)^2}+\frac{4}{a^2(a+2)}=$$

$$=\frac{a^2-4+4(a+2)}{a^2(a+2)^2}=\frac{a^2+4a+4}{a^2(a+2)^2}=\frac{1}{a^2}.$$

Diýmek, aňlatmanyň gözlenýän san bahasy:

$$\frac{1}{0,5^2}=\frac{1}{0,25}=\frac{100}{25}=4.\ ▲$$

Gönükmeler

Droblaryň jemini (tapawudyny) tapyň **(485—491):**

485. 1) $\frac{p}{q^2}+\frac{3p}{q^2}$; 3) $\frac{a}{a+b}+\frac{c}{a+b}$;

2) $\frac{8a}{b^3}-\frac{3a}{b^3}$; 4) $\frac{x}{n+a}-\frac{y}{n+a}$.

486. 1) $\frac{c+d}{2a}+\frac{2c-d}{2a}$; 2) $\frac{a+2b}{3c^2}+\frac{5a-2b}{3c^2}$; 3) $\frac{a+b}{2c}-\frac{a-b}{2c}$;

4) $\frac{10a-b}{a^3}-\frac{3a-b}{a^3}$; 5) $\frac{(1+b)^2}{5d}+\frac{(1-b)^2}{5d}$; 6) $\frac{(2+a)^2}{a^2b}-\frac{(2-a)^2}{a^2b}$.

487. 1) $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}$; 3) $\frac{2}{3a}+\frac{1}{a}$; 5) $\frac{c}{15a}+\frac{d}{3}$;

2) $\frac{4}{7}-\frac{5}{28}$; 4) $\frac{1}{b}-\frac{2}{5b}$; 6) $\frac{a}{4}-\frac{b}{12d}$.

488. 1) $\frac{m}{2}-\frac{1}{n}$; 2) $\frac{3}{a}+\frac{b}{5}$; 3) $5-\frac{1}{a}$; 4) $\frac{2}{b}+7$.

489. 1) $5-\frac{2}{b}+\frac{3}{b^2}$; 2) $\frac{2}{c}+4-\frac{3}{c^2}$; 3) $d-\frac{c}{d}+\frac{c^2}{d^2}$; 4) $\frac{m}{n}-k+\frac{m^2}{n^2}$.

490. 1) $\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}$; 3) $\frac{a}{bc}-\frac{a}{bd}$; 5) $\frac{3}{m^2}+\frac{4}{mn}$;

2) $\frac{1}{mn}-\frac{1}{mk}$; 4) $\frac{b}{ac}+\frac{b}{cd}$; 6) $\frac{2}{mn}-\frac{3}{n^3}$.

491. 1) $\frac{3c}{4a^3b}+\frac{5d}{6ab^3}$; 3) $\frac{2}{3y^3}-\frac{1}{6x^2y}+\frac{5}{12xy^2}$; 5) $\frac{a}{b^2}+\frac{b}{c^2}+\frac{c}{a^2}$;

2) $\frac{2a}{9b^4}-\frac{7c}{6a^3b}$; 4) $\frac{5}{7x^2y}-\frac{3}{4xy^2}+\frac{11}{14x^2y^2}$; 6) $\frac{b}{c}+\frac{b}{c^2d}+\frac{b}{cd^2}$.

Algebraik droblary goşuň we aýyryň **(492—503):**

492. 1) $\frac{2x}{3(a-b)}+\frac{x}{a-b}$; 3) $\frac{2a^2}{3(a+1)}+\frac{5a^2}{4(a+1)}$;

2) $\frac{7x}{2(x-1)}-\frac{5x}{x-1}$; 4) $\frac{4y}{5(y-3)}-\frac{5x}{2(y-3)}$.

493. 1) $\frac{5}{2x-2}+\frac{3}{4x-4}$; 3) $\frac{a}{3a+3b}-\frac{2a}{6a+6b}$;

2) $\frac{7}{5b+5}-\frac{3}{10b+10}$; 4) $\frac{3x}{4x+4y}-\frac{x}{8x+8y}$.

494. 1) $\frac{3}{a^2+a}+\frac{5a}{ab+b}$; 3) $\frac{y+a}{b^2+ba}+\frac{y-b}{ab+a^2}$;

2) $\frac{5b}{ax+ay}-\frac{2a}{bx+by}$; 4) $\frac{y-b}{a^2-ab}-\frac{y-a}{ab-b^2}$.

495. 1) $\frac{3}{x+y}-\frac{5}{x}$; 3) $\frac{1}{x(x-3)}+\frac{1}{x(x+3)}$;

2) $\frac{6}{a}-\frac{10}{a-1}$; 4) $\frac{4}{5(a-b)}-\frac{7}{8(a+b)}$.

496. 1) $\frac{a}{1-b^2}+\frac{1}{1+b}$; 3) $\frac{5+p^2}{p^2-36}-\frac{p}{6+p}$;

2) $\frac{2}{x^2-9}+\frac{1}{x+3}$; 4) $\frac{2x}{x-4}-\frac{5x-2}{x^2-16}$.

497. 1) $\frac{2x}{x-4}-\frac{5x-2}{16-x^2}$; 3) $\frac{c^2-8}{2c+3}-\frac{16c-2c^3}{9-4c^2}$;

2) $\frac{12n-5}{n^2-49}+\frac{6}{7-n}$; 4) $\frac{21y^2+1}{1-9y^2}-\frac{y}{3y-1}$.

498. 1) $\frac{3}{a+2}+\frac{2a}{(a+2)^2}$; 2) $\frac{a}{(3a+1)^2}+\frac{4}{3a+1}$.

499. 1) $\frac{2y+8}{y^2-4y+4}-\frac{7}{y-2}$; 4) $\frac{4}{(m-n)^2}-\frac{7}{n-m}$;

2) $\dfrac{4-5x}{1+6x+9x^2}-\dfrac{2}{3x+1}$; 5) $\dfrac{2a}{25-10a+a^2}+\dfrac{10}{a^2-25}$;

3) $\dfrac{7}{(a-b)^2}-\dfrac{5}{b-a}$; 6) $\dfrac{1}{x^2-6x+9}+\dfrac{1}{(x+3)^2}$.

500. 1) $a+\dfrac{a}{a-1}$; | 2) $b-\dfrac{b}{b-2}$; | 3) $c+1-\dfrac{c^2}{c-1}$; | 4) $\dfrac{a^2}{a+1}-a+1$.

501. 1) $\dfrac{7}{a+b}+\dfrac{8}{a-b}-\dfrac{16b}{a^2-b^2}$; 3) $\dfrac{3}{a+3}+\dfrac{2}{3-a}-\dfrac{6}{a^2-9}$;

2) $\dfrac{6x}{x^2-y^2}-\dfrac{3}{x-y}-\dfrac{4}{x+y}$; 4) $\dfrac{3}{4a^2-9}-\dfrac{8}{2a+3}-\dfrac{7}{3-2a}$.

502. 1) $\dfrac{a+b}{a}-\dfrac{a}{a-b}-\dfrac{b}{a^2-ab}$; 4) $\dfrac{7}{m}-\dfrac{4}{m-2n}-\dfrac{m-n}{4n^2-m^2}$;

2) $\dfrac{5b-1}{3b^2-3}+\dfrac{b+2}{2b+2}-\dfrac{b+1}{b-1}$; 5) $x-\dfrac{xy}{x+y}-\dfrac{x^3}{x^2-y^2}$;

3) $\dfrac{6a}{9a^2-1}+\dfrac{3a+1}{3-9a}+\dfrac{3a-1}{6a+2}$; 6) $a-2+\dfrac{4a}{2+a}-\dfrac{a^3+b}{a^2+2a}$.

503. 1) $\dfrac{a+1}{a^3-1}-\dfrac{1}{a^2+a+1}$; 3) $\dfrac{a+b}{a^2-ab+b^2}-\dfrac{1}{a+b}$;

2) $\dfrac{a^2+4}{a^3+8}-\dfrac{1}{a+2}$; 4) $\dfrac{m^2-3m+9}{m^3-27}-\dfrac{1}{m-3}$.

504. Aňlatmany ýönekeýleşdirip, soňra san bahasyny tapyň:

1) $\dfrac{8a^2}{a^3-1}+\dfrac{a+1}{a^2+a+1}$, munda $a=2$;

2) $\dfrac{3c^2-c+3}{c^3-1}-\dfrac{c-1}{c^2+c+1}+\dfrac{2}{1-c}$, munda $c=1\dfrac{1}{2}$.

27- § Algebraik droblary köpeltmek we bölmek

Algebraik droblary köpeltmek we bölmek hem ady droblary köpeltmek we bölmek düzgünleri boýunça ýerine ýetirilýär:

$$\boxed{\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd};} \qquad \boxed{\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}.}$$

1-nji mesele. Droblary köpeldiň:

$$\frac{1}{2xy},\ \frac{4x^2y^3}{5z} \text{ we } \frac{10z^2}{3x^3}.$$

$$\triangle\ \frac{1}{2xy}\cdot\frac{4x^2y^3}{5z}\cdot\frac{10z^2}{3x^3}=\frac{1\cdot 4x^2y^3\cdot 10z^2}{2xy\cdot 5z\cdot 3x^3}=\frac{4y^2z}{3x^2}.\ \blacktriangle$$

2-nji mesele. $\frac{a-b}{a^2+ab}$ we $\frac{b^2+ab}{(a-b)^2}$ droblary köpeldiň.

△ Köpeldijilere dagydyp, tapýarys:

$$\frac{a-b}{a^2+ab}\cdot\frac{b^2+ab}{(a-b)^2}=\frac{(a-b)\,b\,(a+b)}{a\,(a+b)\,(a-b)^2}=\frac{b}{a\,(a-b)}.\ \blacktriangle$$

3-nji mesele. $\frac{m+n}{9m^2n^3}$ we $\frac{m^2-n^2}{27mn^2}$ droblary bölüň.

$$\triangle\ \frac{m+n}{9m^2n^3}:\frac{m^2-n^2}{27mn^2}=\frac{(m+n)\cdot 27mn^2}{9m^2n^3\,(m^2-n^2)}=\frac{(m+n)\,3}{mn\,(m-n)\,(m+n)}=\frac{3}{mn\,(m-n)}.\ \blacktriangle$$

Algebraik droby derejä götermekde şu $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$ formuladan peýdalanylýandygyny ýatladyp geçýäris.

Meselem,

$$\left(\frac{4a^2}{b}\right)^2=\frac{16a^4}{b^2};\ \left(\frac{a+b}{3c}\right)^3=\frac{(a+b)^3}{27c^3}.$$

Gönükmeler

Droblary köpeldiň **(505—506):**

505. 1) $\frac{85}{24}\cdot\frac{72}{17}$; 2) $\frac{256}{169}\cdot\frac{13}{64}$; 3) $50\cdot\frac{7}{625}$; 4) $\frac{5}{26}\cdot 39$.

506. 1) $\frac{a^3b}{c}\cdot\frac{c^2}{a^4}$; 3) $\frac{6a}{5b}\cdot\frac{15c}{2d}$; 5) $\frac{2a}{3b}\cdot 3c$;

2) $\frac{m^2n^2}{k}\cdot\frac{k^3}{m^3n^3}$; 4) $\frac{4m}{9n}\cdot\frac{27k}{16d}$; 6) $14a^2\cdot\frac{b^2}{7c^3}$.

507. Droblary bölüň:

1) $\frac{3}{5}:\frac{3}{7}$; 3) $\frac{a}{8}:\frac{1}{3}$; 5) $\frac{2}{a}:\frac{6}{7}$;

2) $\frac{11}{12}:\frac{2}{5}$; 4) $\frac{6}{c}:\frac{m}{13}$; 6) $\frac{9}{35}:\frac{b}{5}$.

508. Droblary bölüň:

1) $\frac{8}{17}:\frac{8}{17}$; 3) $\frac{3a}{7b}:\frac{a}{b}$; 5) $\frac{2a}{3b}:\frac{a^2}{bc}$;

2) $\frac{a}{b}:\frac{a}{b}$; 4) $\frac{c}{2d}:\frac{4c^2}{5d}$; 6) $\frac{5m}{n^2}:\frac{10m^3}{n}$.

509. Droblary bölüň:

1) $\frac{17}{12}:\frac{34}{39}$; 3) $\frac{4}{13}:5$; 5) $12:\frac{8}{9}$;

2) $\frac{54}{25}:\frac{81}{75}$; 4) $\frac{a}{b}:c$; 6) $a:\frac{b}{c}$.

510. Droblary bölüň:

1) $\frac{a^2b}{c}:\frac{a^4}{c^2}$; 3) $\frac{4a}{5b}:\frac{12c}{25d}$; 5) $\frac{6a}{5b}:(5c)$;

2) $\frac{mn}{k}:\frac{m^2n^2}{k^3}$; 4) $\frac{8m}{9n}:\frac{16k}{27d}$; 6) $12a^2:\frac{4d}{5c^2}$.

Görkezilen amallary ýerine ýetiriň **(511—517):**

511. 1) $\left(\frac{5a}{7b}\right)^2\cdot\frac{14b^2}{25a^3}$; 2) $\left(\frac{3a^2}{2b}\right)^3\cdot\frac{16b^3}{21a^4}$; 3) $\frac{2a^2}{5b^2}:\frac{12a^2}{15b^2}$;

4) $\dfrac{3a^3}{7b} : \dfrac{9a^4}{21b}$; 5) $\left(\dfrac{ab}{cd}\right)^2 \cdot acd$; 6) $abc^2 \cdot \left(\dfrac{ab}{cd}\right)^2$.

512. 1) $\dfrac{8a^2b}{9c} \cdot \dfrac{36c^3}{5a^3b}$; 3) $\dfrac{16x^2y}{7z} : \dfrac{20xy^3}{21z^2}$; 5) $\dfrac{18m^3n^5}{7k} : (9n^2)$;

2) $\dfrac{7b^4}{9c^5y} : \dfrac{35b^4c^2}{18c^4y^2}$; 4) $\dfrac{46d^3c}{15a} : \dfrac{23dc^2}{5a^3}$; 6) $24k^2 : \dfrac{12m^4k^2}{11p^3n}$.

513. 1) $\dfrac{3x^2y}{4a^2b} \cdot 4a^2b$; 3) $15xy : \dfrac{30xy}{7a^2b}$;

2) $\dfrac{5a^2b}{7xy^2} \cdot 14xy^2$; 4) $\dfrac{7x^2y}{2a^2b} : (14x^2y)$.

514. 1) $\dfrac{7-x}{a+b} \cdot \dfrac{a-b}{7-x}$; 3) $\dfrac{c+d}{c-d} : \dfrac{c}{c-d}$; 5) $\dfrac{a^2-ab}{b} \cdot \dfrac{b}{a}$;

2) $\dfrac{x-y}{2a} \cdot \dfrac{4b}{x-y}$; 4) $\dfrac{a-b}{2b} : \dfrac{a-b}{6b^2}$; 6) $\dfrac{ab+b^2}{9} : \dfrac{b^2}{3a}$.

515. 1) $\dfrac{a+1}{b} \cdot \dfrac{4b^2}{a^2-1}$; 4) $\dfrac{5m}{m^2-n^2} : \dfrac{15m^3}{m-n}$;

2) $\dfrac{1-a}{3b^2} \cdot \dfrac{b^3}{1-a^2}$; 5) $\dfrac{3(x+y)}{4y^2(x^2+y^2)} \cdot \dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$;

3) $\dfrac{a^2-b^2}{9b^2} : \dfrac{a+b}{3b}$; 6) $\dfrac{5(a-b)}{3(a^2+b^2)} : \dfrac{(a-b)^2}{a^2+b^2}$.

516. 1) $\dfrac{a^2-b^2}{3a+3b} \cdot \dfrac{3a^2}{5b-5a}$; 4) $\dfrac{3n^2-3m^2}{n^2+np} \cdot \dfrac{6m-6n}{n+p}$;

2) $\dfrac{5x^2-5y^2}{x^2+y^2} \cdot \dfrac{3x^2}{10y-10x}$; 5) $\dfrac{a^2+b^2}{x^3+x^2y} \cdot \dfrac{x^2-y^2}{a^4-b^4}$;

3) $\dfrac{a^2-25}{a^2-3a} : \dfrac{a+5}{9-a^2}$; 6) $\dfrac{a^2+b^2}{a^2-ab} : \dfrac{a^4b-b^5}{a^2b-ab^2}$.

517. 1) $\dfrac{a-5}{a^2+6a+9}\cdot\dfrac{(a+3)^2}{a^2-25}$; 3) $\dfrac{a^2-49}{a^2+2ab+b^2}\cdot\dfrac{a+b}{a-7}$;

2) $\dfrac{b^2-8b+16}{b+3}:\dfrac{(b-4)^2}{b^2-9}$; 4) $\dfrac{a^2-2a+1}{2a+1}:\dfrac{a-1}{4a^2-1}$.

28- § Algebraik droblaryň üstünde bilelikde ýerine ýetirilýän amallar

Algebraik droblar üstünde bilelikde ýerine ýetirilýän amallara degişli mysallara garaýarys.

1-nji mesele. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň:

$$\left(\frac{a+1}{2a-2}-\frac{1}{2a^2-2}\right)\cdot\frac{2a+2}{a+2}.$$

△ Ýaýyň içindäki aňlatmalary ýönekeýleşdireliň:

$$\frac{a+1}{2a-2}-\frac{1}{2a^2-2}=\frac{a+1}{2(a-1)}-\frac{1}{2(a^2-1)}=\frac{(a+1)^2-1}{2(a^2-1)}=$$

$$=\frac{(a+1-1)(a+1+1)}{2(a^2-1)}=\frac{a(a+2)}{2(a+1)(a-1)}.$$

Köpeltmek hasylyny tapýarys:

$$\frac{a(a+2)}{2(a+1)(a-1)}\cdot\frac{2a+2}{a+2}=\frac{a(a+2)\,2(a+1)}{2(a+1)(a-1)(a+2)}=\frac{a}{a-1}.\ \blacktriangle$$

2-nji mesele. Görkezilen amallary ýerine ýetiriň:

$$\left(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}\right):\left(\frac{a+b}{a-b}-1\right).$$

△ Birinji ýaýyň içindäki amaly ýerine ýetirýäris:

$$\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}=\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{(a-b)(a+b)}=\frac{(a+b+a-b)(a+b-a+b)}{a^2-b^2}=$$

$$=\frac{2a\cdot 2b}{a^2-b^2}=\frac{4ab}{a^2-b^2}.$$

Ikinji ýaý içindäki amaly ýerine ýetirýäris:

$$\frac{a+b}{a-b}-1=\frac{a+b-a+b}{a-b}=\frac{2b}{a-b}.$$

Bölýäris:

$$\frac{4ab}{a^2-b^2}:\frac{2b}{a-b}=\frac{4ab\left(a-b\right)}{\left(a^2-b^2\right)2b}=\frac{2a}{a+b}.\blacktriangle$$

3-nji mesele. Howuz birinji turba arkaly a sagatda, ikinjisi arkaly b sagatda dolýar. Eger bir wagtda iki turba-da açyp goýulsa, howuz näçe sagatda dolar?

△ Howzuň göwrümi V bolsun, diýeliň. Bir sagatda birinji turba $\frac{V}{a}$-ge deň göwrümi, ikinjisi $\frac{V}{b}$-ge deň göwrümi doldurýar, iki turba bolsa bir sagatda $\frac{V}{a}+\frac{V}{b}$ ge deň göwrümi doldurýar. Gözlenýän wagt t bolsun. t sagatda iki turba howzy bütinleý doldurmaly, ýagny

$$\left(\frac{V}{a}+\frac{V}{b}\right)t=V.$$

Deňligiň iki bölegini V-ge bölüp,

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)t=1$$

ni alýarys. Ýaýyň içinde duran droblaryň jemi $\frac{a+b}{ab}$-ge deň. Şonuň üçin $\frac{a+b}{ab}t=1$, mundan $t=\frac{ab}{a+b}$. ▲

Gönükmeler

Görkezilen amallary ýerine ýetiriň **(518—523):**

518. 1) $\left(\frac{a}{2}-\frac{a}{3}\right)\cdot\frac{1}{a^2}$; 3) $\frac{a-b}{a+b}\left(\frac{a}{5}+\frac{b}{5}\right)$; 5) $1:\left(1+\frac{1}{a}\right)$;

2) $\frac{a^2}{3}\cdot\left(\frac{2}{a}+\frac{2}{a^2}\right)$; 4) $\frac{ab}{a-b}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$; 6) $b:\left(b+\frac{1}{b}\right)$.

519. 1) $\left(1+\frac{1}{a}\right):\left(1-\frac{1}{a}\right)$; 3) $\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}-2\right):\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$;

2) $\left(a+\frac{a}{b}\right)\left(a-\frac{a}{b}\right)$; 4) $\left(\frac{m}{n}+\frac{n}{m}+2\right)\left(1+\frac{m-n}{m+n}\right)$.

520. 1) $\left(1-\frac{a-b}{a+b}\right)\left(2+\frac{2b}{a-b}\right)$; 3) $\left(\frac{6}{a-b}-\frac{5}{a+b}\right)\cdot\frac{a-b}{a+11b}$;

2) $\left(1+\frac{a+b}{a-b}\right)\left(2-\frac{2a}{a+b}\right)$; 4) $\left(\frac{3}{c}+\frac{3}{c+d}\right)\cdot\frac{c}{18(2c+d)}$.

521. 1) $\left(\frac{2m+1}{2m-1}-\frac{2m-1}{2m+1}\right):\frac{4m}{10m-5}$; 3) $\frac{y-1}{y}:\left(\frac{y^2+1}{y^2+2y}-\frac{2}{y+2}\right)$;

2) $\left(\frac{z+6}{3z+9}-\frac{1}{z+3}\right):\frac{z+2}{27z}$; 4) $\frac{m-2}{m-5}:\left(\frac{m^2+24}{m^2-25}-\frac{4}{m-5}\right)$.

522. 1) $\frac{a^2+ab}{a^2+b^2}\cdot\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}\right)$; 3) $\left(\frac{c+d}{c}-\frac{2c}{c-d}\right)\cdot\frac{d-c}{c^2+d^2}$;

2) $\frac{ab-b^2}{a^2+b^2}\cdot\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right)$; 4) $\left(\frac{2c}{c+d}+\frac{d-c}{c}\right)\cdot\frac{c+d}{c^2+d^2}$.

523. 1) $\left(\frac{a+1}{2a-2}+\frac{6}{2a^2-2}-\frac{a+3}{2a+2}\right)\cdot\frac{4a^2-4}{3}$;

2) $\left(\frac{b}{a^2+ab}+\frac{2}{a+b}+\frac{a}{b^2+ab}\right):\frac{a^2-b^2}{4ab}$;

3) $\frac{a^2-c^2}{a+b}\cdot\frac{a^2-b^2}{ac+c^2}\cdot\left(a+\frac{ac}{a-c}\right)$;

4) $\frac{c^2-ac}{a^2-b^2}\cdot\frac{a-b}{c^2-a^2}:\left(c-\frac{ac}{a+c}\right)$.

524. Göwrümi V bolan buz böleginiň massasy p kilograma deň. Göwrümi V_1 bolan bölegiň massasy nämä deň?

525. Awtomobil sagadyna v kilometr tizlik bilen hereketlenip, s kilometr ýol geçdi. Eger motosiklçiniň tizligi sagadyna u kilometr bolsa, şol wagtyň içinde ol näçe ýol geçer?

526. Motorly gaýygyň ýata suwdaky tizligi sagadyna v kilometr, derýanyň akymynyň tizligi bolsa v_1 kilometr. Gaýyk akym boýunça hereketlenip, s kilometr geçdi. Motorly gaýyk akyma garşy şol wagtyň içinde näçe aralygy geçer?

527. *(Abu Reýhan Birunynyň meselesi.)* Iki zatdan biriniň 10 sanysy bir dinar (pul birligi) we ikinjisiniň 15 sanysy bir dinar. Bir dinara iki zatdan birmeňzeş mukdarda näçe sanydan satyn almak mümkin?

Özüňizi barlap görüň!

1. Harplaryň drob manysyna eýe bolýan bahalaryny tapyň:

$$\frac{a}{b};\quad \frac{3}{c-1};\quad \frac{k}{d+2}.$$

2. Amallary ýerine ýetiriň:

1) $4a+\frac{1-4a^2}{a}$;

2) $\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}$;

3) $\frac{2a-4}{3b}\cdot\frac{6b}{a-2}$;

4) $\frac{a^2-b^2}{b^2}:\frac{a+b}{b}$.

3. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň we onuň $x=2\frac{2}{3}$ bolandaky san bahasyny tapyň:

$$\frac{1+2x}{x-3}-\frac{x^2+3x}{5}\cdot\frac{10}{x^2-9}.$$

V baba degişli gönükmeler

Droblary umumy maýdalawja getiriň:

528. 1) $\frac{5a}{a^3-27}$, $\frac{a-3}{a^2+3a+9}$ va $\frac{1}{a-3}$; 2) $\frac{3}{x+2}$, $\frac{x+1}{x^3+8}$ va $\frac{x+2}{x^2-2x+4}$.

Amallary ýerine ýetiriň **(529—530):**

529. 1) $\frac{a+3}{5}+\frac{7+a}{10}+\frac{a-3}{2}$; 3) $\frac{a-2}{45}-\frac{a+5}{15}-\frac{a-9}{9}$;

2) $\frac{b-7}{4}+\frac{5b-2}{3}+\frac{3b-1}{8}$; 4) $\frac{b}{12}-\frac{3b+1}{9}-\frac{2b-1}{4}$.

530. 1) $\frac{y}{n-2}+\frac{z}{2-n}$; 3) $\frac{2m}{3-5n}-1+\frac{7n-4}{5n-3}$;

2) $\frac{p+2q}{3p-q}-\frac{5q-2p}{q-3p}$; 4) $4-\frac{3a}{5-2b}+\frac{5(a-10)}{2b-5}$.

Görkezilen amallary ýerine ýetiriň **(531—533):**

531. 1) $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-ab+b^2}:\frac{8a-8b}{a^3+b^3}$; 2) $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2+ab+b^2}\cdot\frac{a^3-b^3}{7a+7b}$;

532. 1) $\frac{64x^2-1}{x^2-4}\cdot\frac{(x+2)^2}{x^2-4}\cdot\frac{(x-2)^2}{8x+1}$;

2) $\frac{x-6}{x^2+6x+9}\cdot\frac{x^2+4x+4}{(x^2+2)(x-2)}\cdot\frac{x^3-9x}{(x-6)(x+2)}$;

3) $\frac{am^2-an^2}{m^2+2mn+n^2}:\frac{am^2+2amn+an^2}{3m+3n}$;

4) $\frac{ab-4b-2a+8}{2a+8-ab-4b}:\frac{2a-8-ab+4b}{ab+4b-2a-8}$.

533. 1) $(x^2-1)\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{1+x}+1\right)$; 3) $\left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right):\left(\frac{x-y}{x+y}+\frac{x+y}{x-y}\right)$;

2) $\left(1+a-\frac{a^2+3}{a+1}\right)(1-a^2)$; 4) $\left(\frac{2-a}{2+a}-\frac{a+2}{a-2}\right):\left(\frac{2+a}{2-a}+\frac{a-2}{a+2}\right)$.

№ 10 *n sanyň sifrleriniň jemi 2006-a deň. n sanyny iki özara deň sanlaryň köpeltmek hasyly görnüşinde teswirlemek mümkinmi?*

V baba degişli synag gönükmeleri — testler

1. Droby gysgaldyň: $\dfrac{27a^2-36ab+12b^2}{9a^2-4b^2}$.

A) $\dfrac{3(3a-2b)}{3a+2b}$; B) $\dfrac{3a-2b}{3a+2b}$;

C) $\dfrac{39-36ab}{5}$; D) $\dfrac{3a^2-36ab+3b^2}{a^2-b^2}$.

2. Droby gysgaldyň: $\dfrac{7a^2(ab^2-9a)}{3a(21a-7ab)}$.

A) $\dfrac{7a(ab^2-9a)}{3(21a-7ab)}$; B) $\dfrac{-a(b+3)}{3}$;

C) $\dfrac{7(ab^2-9a)}{3(21-7b)}$; D) $\dfrac{a(b-3)}{3}$.

3. Amallary ýerine ýetiriň: $\dfrac{4}{a+b}+\dfrac{5}{a-b}-\dfrac{10b}{a^2-b^2}$.

A) $\dfrac{9}{a-b}$; B) $\dfrac{9}{a+b}$; C) $\dfrac{-9}{a+b}$; D) $\dfrac{9(a+b)}{a-b}$.

4. Droblary aýryň: $\dfrac{a^2+9}{a^3+27}-\dfrac{1}{a+3}$.

A) $\dfrac{1}{a^2+9}$; B) $\dfrac{3}{a^2+9}$; C) $\dfrac{a}{a^3+9}$; D) $\dfrac{3a}{a^3+27}$.

5. Droblary köpeldiň: $\dfrac{9a^2-16b^2}{6a+8b}\cdot\dfrac{6a^2}{12b-9a}$.

A) a^2; B) $-a^2$; C) $\dfrac{a^2}{3a-4b}$; D) $\dfrac{6}{3a+4b}$.

6. Droblary bölüň: $\dfrac{4a^2-20ab+25b^2}{5b+4}:\dfrac{(2a-5b)^2}{25b^2-16}$.

A) $\dfrac{5b+4}{2a-5b}$; B) $\dfrac{2a-5b}{5b-4}$; C) $5b-4$; D) $5b+4$.

7. Droby gysgaldyň: $\dfrac{8a^2-22ab+15b^2}{16a^2-25b^2}$.

A) $\dfrac{2a-3b}{4a+5b}$; B) $\dfrac{2a+3b}{4a-5b}$; C) $\dfrac{4a-5b}{4a+5b}$; D) $\dfrac{4a+3b}{2a-5b}$.

8. Droblary aýryň: $\dfrac{9x^2+16}{27x^3+64}-\dfrac{1}{3x+4}$.

A) $\dfrac{9x^2+16}{3x+4}$; B) $\dfrac{-12x}{27x^3+64}$; C) $\dfrac{12x}{27x^3+64}$; D) $\dfrac{9x^2+4}{27x^3-64}$.

9. Amallary ýerine ýetiriň: $\dfrac{4}{3a+2b}-\dfrac{2}{2b-3a}+\dfrac{8b}{4b^2-9a^2}$.

A) $\dfrac{6}{3a-2b}$; B) $\dfrac{6}{3a+2b}$; C) $\dfrac{12a}{9a^2-4b^2}$; D) $\dfrac{12b}{2b-3a}$.

Taryhy maglumatlar

Gysga köpeltmek formulalary, algebraik droblara degişli maglumat gadymky kitaplarda duşýar. Meselem, al-Karajiniň „Al-Fahri“, Müsür alymy Abu Kamiliň (850—930) „Kitap al-jabr wal-mukabala“ eserlerinde-de algebraik droblar öwrenilipdir. Abu Kamil al-Horezmiden soň algebra degişli kitap ýazan birinji alymdyr. Abu Kamil öz eserinde

$$\left(\frac{a}{b}\right)\cdot b=a,\quad \frac{a}{b}=\frac{a^2}{ab},\quad \frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=1,\quad \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}$$

ýaly ýönekeý gatnaşyklara hem üns berýär.

Algebraik droblara I. Nýutonyň „Umumy arifmetika“ kitabynda hem ýeterli orun berlipdir. „$\dfrac{a}{b}$ drob a-ny b-ge bölmek netijesinde alnan ululykdyr. Edil şonuň ýaly, $\dfrac{ab-bb}{a+x}$ ululyk $ab-bb$-ni $a+x-a$ bölmek netijesinde alynýar,“ — diýipdir Nýuton.

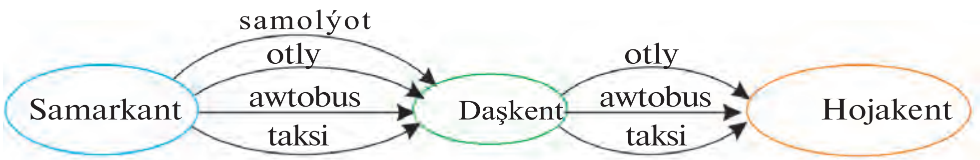
Siziň bilen beýik watandaşymyz al-Horezmi esaslandyran algebra ylmynyň başlangyç düşünjeleri we netijeleri bilen tanyşdyk.

VI BAP
KOMBINATORIKANYŇ ELEMENTLERI

29-§ Kombinatorikanyň esasy düzgüni

Eziz okuwçy! Siz 6-njy synpda kombinatorikanyň goşmak we köpeltmek düzgünlerine degişli başlangyç düşünjeler bilen tanşypdyňyz.

1-nji mesele. Samarkantdan Daşkende 4 ýol bilen gelmek mümkin: samolýot, otly, awtobus we ýeňil maşyn (taksi). Daşkentden Hojakende 3 hili transport serişdesi eltýär: otly, awtobus, taksi. Samarkantdan Hojakende näçe usulda gelmek mümkin (22-nji surat)?



22-nji surat.

△ Samarkantdan Daşkende gelmegiň jemi 4 ýoly bar. Şol 4 ýoldan birini saýlap, Daşkende geldik, diýeliň. Indi Hojakende barmagyň 3 ýoly – mümkinçiligi bar. Şeýdip, Samarkantdan Daşkent arkaly Hojakende barmagyň jemi $4 \cdot 3 = 12$ hili usuly bar.

Jogaby: 12 hili. ▲

Umuman, A şäherden B şähere gelmegiň m sany, B-den C şähere gelmegiň n sany ýoly bolsa, onda A-dan C-ge gelmegiň jemi $m \cdot n$ sany ýoly bar, ýagny A-dan C-ge $m \cdot n$ hili usul bilen gelmek mümkin.

Bu düzgün köpeltmek düzgünidir we ol kombinatorikanyň esasy düzgüni hasaplanýar.

2-nji mesele. „Sunday“ supermarketiniň „Hemmesi öý üçin“ bölüminde 5 hili käse, 6 hili tarelka, 4 hili çaý çemçe bar. Narjan daýza dürli atdaky iki zat satyn almakçy. Muny näçe hili usulda amala aşyrmagy mümkin?

△ 1) Käse bilen tarelkany $5 \cdot 6 = 30$ usulda; 2) Käse bilen çemçäni $5 \cdot 4 = 20$ usulda; 3) tarelka bilen çemçäni $6 \cdot 4 = 24$ hili usulda almak mümkin. Diýmek, dürli atdaky iki zady $30 + 20 + 24 = 74$ hili usulda saýlap almak mümkin eken.

Jogaby: 74 hili usulda.▲

3-nji mesele. Näçe üçbelgili sanda diňe bir sany 7 sifri bar?

△ 7 sifri 1-, 2-, 3-nji orunda (ýüzler, onlar, birler öýjüginde) bolmagy mümkin.

Eger 7 sifri 1-nji orunda durgan bolsa, 2- we 3-nji orunlary $9 \cdot 9 = 81$ usulda doldirmak mümkin.

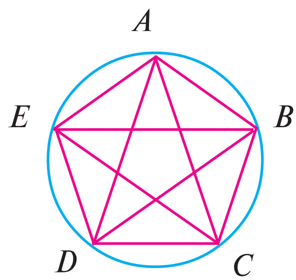
Eger 7 sifri 2-nji orunda bolsa, onda 1-nji orunda 0 we 7 sifrlerinden başga islendik sifr durmagy mümkin. 1-nji orny eýelemegiň $10 - 2 = 8$ sany mümkinçiligi bar. Munda 3-nji orunda 7 sifrinden başga islendik sifr durup bilýär; diýmek, mümkinçilikler sany $8 \cdot 9 = 72$.

Eger 7 sifri 3-nji orunda dursa, onda 1-nji orny almak üçin 8 sany, 2-nji orny almak üçin bolsa 9 sany mümkinçilik bar. Şeýdip, onluk ýazuwynda diňe bir sany 7 sifri bar üçbelgili sanlaryň jemi $81 + 72 + 72 = 225$ sany eken.

Jogaby: 225 sany. ▲

4-nji mesele. Töwerekde alnan 5 sany nokat *A, B, C, D, E* harplary bilen belgilenen. Her bir nokat galan her bir nokat bilen ugtaşdyrylsa, näçe kesim alynýar (23-nji surat)?

△ ***1-nji usul.*** Nokatlar sany kam bolany üçin, meselä laýyk şekili çyzyp, kesimleriň sanyny arkaýyn sanamak mümkin, olar – 10 sany. Emma töwerekde alnan nokatlaryň sany köp bolsa (meselem, 100 ta, ...), laýyk şekil çyzmak we ondaky kesimleri göni sanamak kynlaşýar. Munda başgaça çemeleşmeli bolýar.



23-nji surat.

2-nji usul. Töwerekde alnan 5 sany nokadyň her birinden 4 sanydan kesim geçirilýär. Şeýle kesimleriň sany $5 \cdot 4 = 20$ sany, emma kesimleriň sanyny hasaplanda her bir kesim iki gezek sanalan. Diýmek, biz 20-ni 2-ä bölmeli: $20 : 2 = 10$.

3-nji usul. A nokady galan 4 nokat bilen utgaşdyrsak, 4 kesim alarys: AB, AC, AD, AE. B nokatdan hem 4 kesim geçirmek mümkin, emma B-den geçirilen bir kesimi ($BA = AB$) biz sanadyk. Diýmek, B nokatdan täze 3 sany (öň hasaplanmadyk, sanalmadyk) kesim geçirilýär. Şuňa meňzeş, C-den 2 sany, D-den bolsa 1 sany täze kesim geçirmek mümkin. E nokatdan geçirilýän 4 kesimiň hemmesi öň hasaplanan ($EA = AE$; $EB = BE$; $EC = CE$; $ED = DE$). Diýmek, töwerekde belgilenen 5 nokady utgaşdyrýan jemi kesimleriň sany $4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10$ sany.▲

5-nji mesele. 3, 4, 5, 6, 8, 9 sifrleriniň kömeginde jemi: 1) sifrler gaýtalanmasa; 2) sifrler gaýtalanmagy mümkin bolsa, näçe üçbelgili san düzmek mümkin?

△ 1) Berlen sifrler 6 sany. Olaryň islendik biri 3 belgili sanyň birinji sifri bolmagy mümkin. Diýmek, 3 belgili sanyň birinji sifrini saýlamak mümkinçiligi 6 sany bolýar. Onda 2-sifr galan 5 sifriň islendik biri bolmagy mümkin, ýagny 2-sifrini saýlamak mümkinçiliklerimiz 5 sany. Şuňa meňzeş, 3- sifrini saýlamak mümkinçiliklerimiz 4 sany.

Diýmek, sifrler gaýtalanmasa, jemi üçbelgili sanlaryň sany $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ sany bolar eken.

Jogaby: 120 sany. ▲

△ 2) Sifrler gaýtalanýan bolsa, üçbelgili sanyň 1-, 2-, 3- öýjüklerine ýazylýan sifri saýlamak mümkinçilikleri 6 sanydan bolýar, çünki berlen sifrler 6 sany. Munda jemi 3 belgili sanlar $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$ sany bolýar.

Jogaby: 216 sany. ▲

Gönükmeler

534. Enesi Nargüle „Korzinka. Uz“ supermarketinden 3 hili miwe satyn almagy sargady. „Korzinka. Uz“-da 6 hili alma, 4 hili armyt, 5 hili üzüm bar. Nargül miweleriň her bir hilinden 1 kg-dan alyp, näçe dürli toplum düzüp biler?

535. Näçe 4 belgili sanda diňe bir sany 5 sifri bar?

536. Töwerekde: a) 10 sany; b) 100 sany; d) n sany nokat belgilenen. Her bir nokat galan her bir nokat bilen ugtaşdyrylsa, her bir ýagdaýda jemi näçe kesim alynýar?

537. 1) 3; 2) 4; 3) 5; 4) 6; 5) 8; 6) 15 sany dost özara elleşip salamlaşýarlar. Her bir ýagdaýda el bilen salamlaşma sany näçe bolupdyr?

538. 10 oglan özara küşt turnirini geçirmekçi. Munda her bir oglan galan her bir oglan bilen bir partiýa küşt oýnaýar. Bu turnirde jemi näçe partiýa oýnalar?

Hany aýdyň, ***536 – 538****-nji meselelerniň meňzeşligi nämede?*

539. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sifrleriniň kömeginde jemi: 1) sifrler gaýtalanmasa; 2) sifrleriň gaýtalanmagy mümkin bolsa, näçe üçbelgili san düzmek mümkin?

540. 1, 2, 3, 4, 5 sifrleriniň kömeginde näçe: a) ikibelgili; b) üçbelgili; d) dörtbelgili sanlary ýazmak mümkin? Sifrler: gaýtalanmaýan; gaýtalanýan ýagdaýlary aýry-aýry garaň.

541. Futbol boýunça jahan çempionatynda altyn, kümüş, bronza medallary üçin bolýan oýunlarda 16 topar gatnaşýar. Medallar toparlaryň arasynda näçe hili usul bilen paýlanmagy mümkin?

542. Bir ýurtda 4 şäher bar eken: A, B, C we D. A şäherden B-ge 6 ýol, B şäherden C-ge 4 ýol eltýän eken. A-dan D-ge 2 ýol, D-den C-ge 3 ýol bilen barmak mümkin eken.

A şäherden *C* şähere näçe hili ýol bilen barmak mümkin?

543. Eger natural sanyň ýazuwunda diňe täk sanlar gatnaşsa, şeýle sana „ýakymly“ san diýýäris. Näçe: 1) 3 belgili; 2) 4 belgili „ýakymly“ san bar?

544. Ýazuwunda hiç bolmanda bir jübüt sifr gatnaşýan 6 belgili sanlar näçe?

Görkezme: Ýazuwunda diňe täk sanlar gatnaşýan 6 belgili sanlar $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6 = 15\,625$ sany Jemi 6 belgili sanlar bolsa 900 000 sany. Meseläniň şertini kanagatlandyrýan 6 belgili sanlar $900\,000 - 15\,625 = 884\,375$ sany.

545. 4 sany dürli haty 4 dürli konwerte näçe hili usulda ýerleşdirmek mümkin?

546. 5 okuwçydan 2 sanysyny „Bilimler ýaryşyna“ gatnaşmak üçin saýlap almaly. Muny näçe hili usulda ýerine ýetirmek mümkin?

547. Doskada 12 sany at, 8 sany işlik we 7 sany sypat ýazylan. Sözlem düzmek üçin her bir söz toparyndan bir sanydan almaly. Muny näçe hili usul bilen amala aşyrmak mümkin?

24-nji surat.

25-nji surat.

548. 1) Küşt tagtasynda ak we gara ruhy bir-birini alyp bilmeýän („urup almaýan“) edip näçe hili usulda ýerleşdirmek mümkin (24-nji surat)?

2) Küşt tagtasynda 8 sany ruhy bir-birini alyp bilmeýän edip näçe hili usulda ýerleşdirmek mümkin?

549. Küşt tagtasyna ak we gara perziler, olar bir-birini „urup bilmeýän“ edip näçe hili usulda ýerleşdirmek mümkin (25-nji surat)?

550. Küşt tagtasyna ak we gara küştleri, oýun düzgünlerini bozmazdan, näçe hili usulda goýmak mümkin?
Görkezme: 3 ýagdaýa garaň:
1) ak küşt burçda dur;
2) ak küşt tagtanyň çetinde (ýöne burçda däl) dur;
3) ak küşt tagtanyň çetinde däl.

551. Mekdep naharhanasynda ak çörek, gara çörek we üç hili kolbasa bar. Olardan näçe hili buterbrod taýýarlamak mümkin?

552. Käbir ýurtlaryň baýdaklary dürli reňkdäki 3 sany gorizontal ýa-da 3 sany wertikal „ýol“ lardan ybarat. Ak, ýaşyl, gök reňkli matalaryň kömeginde şeýle baýdaklardan näçe hilini tikmek mümkin?

553. Boş ýerlere 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sifrlerinden birini ýazmak mümkin bolsa, $\bigcirc + \square + \triangle = 10$ „deňleme“ näçe çözüwe eýe bolýar? Sifrleriň gaýtalanmagy mümkin. Iki ýagdaýa garaň (meselem: 1) 1, 1, 8; 1, 8, 1; 8, 1, 1 dürli çözüw; 2) bir çözüw diýlip garalýan ýagdaýlar).

554. Myradyň çemedany kod bilen açylýar. Bu kod üç sifrden ybarat bolup, her bir sifr 3-den uly däl. Kodda 13 sany gatnaşmaýar. Myrat kody ýatdan çykaran bolsa, kody tapmak üçin ol iň bolmanda näçe gezek „synanyşmaly“ bolýar?

555. Köp etažly öýde podýezdiň gapysyndaky gulp kod bilen açylýar. Kod 0 we 1 sifrlerinden düzülen 4 belgili san (0000 we 1111 sanlar kod däl diýip hasaplanan.) Gulpuň koduny ýatdan çykaran bolsaňyz, gapyny iň bolmanda näçe synanyşanda açyp bilersiňiz?
Görkezme: Ilki bir sany 1 gatnaşýan kodlary, soň iki sany 1 bolan kodlary we ahyrynda, üç sany 1 bolan kodlary synap görmeli.

556. 20 kg tüwini 1 kg, 2 kg, 5 kg-lyk daşlaryň kömeginde jamly terezide näçe hili usulda çekmek mümkin?

△ Bu işi aşakdaky ýaly ýerine ýetirmek mümkin:
1) diňe 1 kg-lyk daşyň kömeginde 1 usul;
2) diňe 2 kg-lyk daşyň kömeginde 1 usul;
3) diňe 5 kg-lyk daşyň kömeginde 1 usul;
4) 1 kg we 2 kg-lyk daşlaryň kömeginde 9 usul bilen:

1 kg-lyk daş	18	16	14	12	10	8	6	4	2
2 kg-lyk daş	1	2	3	4	5	6	7	8	9

5) 1 kg we 5 kg-lyk daşlaryň kömeginde 3 usul bilen:

1 kg-lyk daş	15	10	5
5 kg-lyk daş	1	2	3

6) 2 we 5 kg-lyk daşyň kömeginde 1 usul: 5 sany 2 kg we 2 sany 5 kg;

7) 1 kg, 2 kg we 5 kg-lyk daşlaryň kömeginde 13 usul bilen:

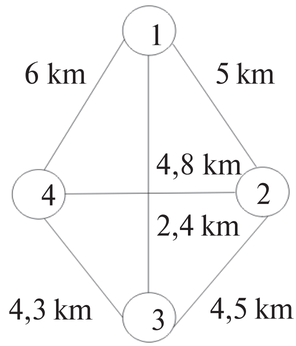
	Usullar sany												
Daşlar, kg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1 kg	1	3	5	7	9	11	13	8	6	4	2	3	1
2 kg	7	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	1	2
3 kg	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3

Diýmek, jemi $1 + 1 + 1 + 9 + 3 + 1 + 13 = 29$ usul.
Jogaby: 29 usul.▲

557. 1) 1000 somluk puly 100, 200, 500 somluk pullar bilen näçe hili usulda maýdalamak mümkin?
2) 500 somluk puly 100 we 200 somluk pullar bilen näçe hili usulda maýdalamak mümkin?
3) 5000 somluk puly 100, 200, 500 we 1000 somluk pullar kömeginde näçe hili usulda maýdalamak mümkin?

558. Firma 4 dükan degişli. Inkassator (dükandaky pullary ýygyp banka tabşyrýan işgär) 1-nji dükandan başlap hemme dükanlary aýlanyp çykýar we ýene 1-nji dükana

gaýdyp gelýär. Mümkin bolan marşrutlardan iň gysgasyny tapyň.
Görkezme: Her bir marşrut üçin 5 sifrli kod düzüň. Koduň birinji we ahyrky sifri 1 bolsun. Meselem, 12431 marşrutyň uzynlygy:
$5 + 2{,}4 + 4{,}3 + 4{,}8 = 16{,}5$ (km).



559. Awtomaşynlary döwlet sanawyndan geçirmekde 3 sifr, 3 harpdan we şäher ýa-da welaýat üçin belgilenen koddan peýdalanylýar. Meselem, awtomaşynyň nomerindäki 01 kod – maşyn Daşkentden sanawa alnandygyny görkezýär. Siz nähili pikir edýärsiňiz, Daşkentde iň köpi bilen näçe awtomaşyn sanawdan geçmegi mimkin?

△ Nomerlemekde 24 sany harp gatnaşýar, diýeliň. Nomer 6 „ýeri“ eýeleýär. 1-nji „ýerde“ 10 sifrden islendik biri bolmagy mümkin. 2-nji „ýeri“ 10 sifrden biri eýeleýär. 3-nji „ýerde“ 9 sifrden islendik biri bolýar. (3 sany birmeňzeş sifrli nomer berilmeýär). Nomerdäki 1-nji harp hem, 2-nji harp hem, 3-nji harp hem 24 harpyň islendik biri bolmagy mümkin. Diýmek, Daşkentde sanawdan geçmegi mümkin bolan jemi awtomaşynlaryň sany $10 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 = 24^3 \cdot 900 = \; = 12\ 441\ 600$ ta.ny

Bu hasaplamada harplaryň nomerdäki 3 belgili sandan „bir harp – 3 belgili san – 2 harp“ ýa-da „3 belgili san – 3 harp“ görnüşinde bolmagynyň tapawudy ýok.

Jogaby: 12 441 600 sany.▲

30- § Orun çalyşma. Toparlama

1-nji mesele. 4, 7, 9 sifrlerinden olary gaýtalamazdan näçe 3 belgili san düzmek mümkin?

Bular ýaly meseleleri 6-njy synpda çözüpdiňiz.

△ 1-nji orunda berlen 3 sany sandan islendik biri durýar, ýagny mümkinçilikleriň sany 3. 2-nji orunda galan 2 sany sifrden islendik biri bolýar, ýagny 2-nji orny eýelemek mümkinçiligi 2 sany. Ahyrynda, 3-nji orunda galan bir sifr durýar. Diýmek, şu 3 sifrden düzülmegi mümkin bolan 3 belgili sanlaryň sany $3 \cdot 2 \cdot 1 = 3! = 6$ sany eken. Şu 6 sany ýazalyň:

479, 497, 749, 794, 947, 974.

Alnan 6 sanyň düzümi birmeňzeş – olar berlen 3 sifrden düzülen, emma olar bir-birinden sifrleriniň *tertibi* bilen tapawutlanýar: 1, 2, 3 diýlip nomerlenen 3 orna 3 sifr dürli tertipde ýerleşdirilen. Şeýle tertibleşdirmäge (ýerleşdirmäge) *orun çalyşma* diýilýär.

n sany: 1-, 2-, ..., n- orna n sany $a_1, a_2, \ldots, a_n$ elementleri bir orna bir-birden ýerleşdirmäge $a_1, a_2, \ldots, a_n$ elementlerden düzülen *orun çalyşma* diýilýär.

n sany elementden düzülen orun çalyşmalar sany P_n bilen belgilenýär. Ýokardaky mysalda elementleriň sany 3 -di, $n = 3$ we $P_3 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$ bolýandygyny gördük. Umuman, $P_n = n \cdot (n-1) \ldots 2 \cdot 1 = n!$

2-nji mesele. 4 sany a, b, c, d elementden (predmetden) 2 sanydan alyp düzülen her hili toparlar sany näçe?

△ 2 elementli toparlary düzýäris:

$\{a, b\}; \{a, c\}; \{a, d\}; \{b, c\}; \{b, d\}; \{c, d\};$ – olar 6 sany.

Jogaby: 6 sany. ▲

Umuman, n ta elementden k sanydan alyp düzülen ähli toparlaryň sany C_n^k diýlip belgilenýär we bu san $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ -a deň: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. C_n^k san n sany elementden k sanydan alyp düzülen toparlaryň sany diýlip okalýar. Biziň mysalda $n = 4$, $k = 2$ -di. Diýmek,

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 6; \qquad C_n^k = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}$$

bolýandygyny görkezmek aňsat.

Hakykatdan hem,

$$C_n^k = \frac{1 \cdot 2 \cdot \ldots (n-k) \cdot (n-k+1) \ldots n}{k! 1 \cdot 2 \cdot \ldots (n-k)} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{k!}.$$

Meselem, $C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 10.$

Şunuň bilen birlikde, $C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{2!} = 10.$

C_5^2 belginiň ýokarky indeksindäki 2 sany drobuň sanawjysynda 2 köpeldiji bolýandygyny görkezýär. Bu köpeldijiler: C_5^2 belginiň aşaky indeksindäki 5 we ondan bir sany kem bolan san 4-dür. Drobuň maýdalawjysynda bolsa ýokarky indeksindäki san 2-ä çenli bolan natural sanlaryň köpeltmek hasyly ýazylýar: $2! = 1 \cdot 2$.

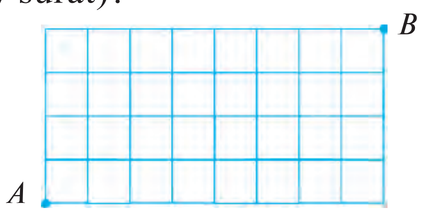
3-nji mesele. Güberçek altyburçlugyň diagonallary näçe nokatda kesişýär? Üç diagonalyň hiç biri bir nokatda kesişmeýär, diýip çak edilýär. Degişli surat çekiň.

△ 2 diagonalyň her bir kesişme nokady altyburçlugyň 4 depesini kesgitleýär. Altyburçlugyň her 4 depesine diagonallaryň bir kesişme nokady gabat gelýär. Diýmek, kesişme nokatlaryň sany 6 depeden 4 depäni saýlamagyň sanyna deň eken. Muny çeken suratyňyzdan sanap bilersiňiz.

Jogaby: $C_6^4 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 15.$ ▲

C_n^k sanlara *geometrik many* bermek mümkin.

4-nji mesele. Ölçegleri 7×4 bolan gönüburçluk $7 \cdot 4 = 28$ sany kwadratjyklara bölünen. Kwadratjyklaryň taraplary boýunça ýörände *A*-dan *B*-ge alyp barýan iň gysga ýollaryň sany näçe (26-njy surat)?



26-njy surat.

△ Kwadratjygyň tarapynyň uzynlygy 1 „ädim“ diýilse, *A*-dan *B*-ge iň gysga ýol bilen barmak üçin hökman 11 „ädim“ ätmelisiňiz, munuň 7 „ädimi“ gorizontal, 4 „ädimi“ bolsa wertikal ýol boýunçadyr. Şeýdip, *A*-dan *B*-ge eltýän iň gysga ýollaryň sany jemi 11 sany „ädimden“ 7 sany gorizontal

„ädimi“ saýlamagyň sany C_{11}^{7}-ga deň eken. Hut şu san 11 „ädimden“ 4 wertikal „ädimi“ saýlamagyň sanyna hem deňdir, mundan $C_{11}^{7}=C_{11}^{4}$ bolýandygy gelip çykýar. Emma $C_{11}^{4}=\frac{11\cdot10\cdot9\cdot8}{1\cdot2\cdot3\cdot4}=11\cdot10\cdot3=330.$

Jogaby: 330.▲

Eger gönüburçlugyň ölçegleri $m\times n$ bolsa we ol $m\cdot n$ sany kwadratjyklara bölünen bolsa, onda A-dan B-ge eltýän iň gysga ýollaryň sany $C_{m+n}^{n}=C_{m+n}^{m}$ bolýar.

5-nji mesele. 7 ýigit we 4 gyzdan ybarat okuwçylar toparyndan alty okuwçyny şeýle saýlap almaly, ýagny olaryň içinde gyzlaryň sany ikiden kem bolmaly däl. Muny näçe hili usul bilen amala aşyrmak mümkin?

△ Gyzlary topara 2, 3 we 4 sanydan saýlap almak mümkin. Iki gyzy C_4^2 usul bilen, şondan soň 4 ýigidi C_7^4 usul bilen saýlap alýarys. Köpeltmek düzgünine görä şeýle usullar $C_4^2\cdot C_7^4$ sany. Eger ilki üç gyz saýlap alnan bolsa, onda $C_4^3\cdot C_7^3$ sany usul bar. Eger 4 gyz saýlap alnan bolsa, $C_4^4\cdot C_7^2$ sany usul bar. Jemi $C_4^2\cdot C_7^4+C_4^3\cdot C_7^3+C_4^4\cdot C_7^2=371$ sany usul bilen 6 adamdan ybarat topar düzmek mümkin.▲

6-njy mesele. 1, 2, 3, ..., 9 sifrlerinden olary gaýtalaman düzülen 9 belgili sanlaryň içinde 2 we 5 sifrleri ýanaşyk durýanlary näçe?

△ Aşakdaky ýagdaýlaryň bolmagy mümkin: 2 birinji orunda, 5 ikinji orunda, ..., 2 sekizinji orunda, 5 dokuzynjy orunda, şeýle ýagdaýlar 8 sany. Mundan daşary, 2 we 5-leriň ýokardaky 8 ýagdaýda orunlaryny çalşyryp, ýene 8 sany (olar ýanaşyk durýan) ýagdaýy tapýarys. Diýmek, 2 we 5-i ýanaşyk edip, 16 usul bilen goýmak mümkin. Bu usullaryň her birine başga galan sifrleriň 7! sany orun çalyşmalary gabat gelýär. Şeýdip, 2 we 5 sifrleri ýanaşyk durýn orun çalyşmalaryň sany $2\cdot8\cdot7!=2\cdot8!$-e deň. ▲

Gönükmeler

560. P_4, P_5, P_6 sanlaryny tapyň. Olara nähili many bermek mümkin?

561. 2, 4, 7, 9 sifrlerinden olary gaýtalamazdan näçe 4 belgili san düzmek mümkin? Olaryň näçesi: 2-ä, 4-e, 11-e bölünýär?

562. Doglan günüňize çagyrylan 4 dostuňyzy 4 stula näçe hili usulda ýerleşdirersiňiz?

563. 1) C_{10}^{4}; 2) C_{8}^{3}; 3) C_{7}^{5}; 4) C_{5}^{3} sanlary iki usulda hasaplaň.

564. 1) $C_{10}^{7}=C_{10}^{3}$; 2) $C_{8}^{3}=C_{8}^{5}$; 3) $C_{6}^{2}=C_{6}^{4}$ deňlikleriň dogrudygyny gönüden-göni hasaplap görkeziň.

565. Kitaphanaçy Size 5 dürli kitaby okamagy teklip etdi. Siz şolardan 3 sanysyny saýlap almakçy. Muny näçe hili usulda amala aşyrmak mümkin?

566. Iki parallel göni çyzyk berlen bolup, olaryň birinde 5 sany, ikinjisinde 3 nokat belgilenen. Depeleri şu nokatlarda bolan näçe üçburçluk bar?

567.

27-nji surat.

A-dan B-ge eltýän iň gysga ýollary her bir şekil üçin aýry-aýry çyzyň (27-nji surat).

568. Tarelkada 8 sany hoz bardy. Apbas islendik 3 sanysyny almakçy boldy. Muny ol näçe hili usulda amala aşyrmagy mümkin?

569. Zalda 2 boş ýer bar. 3 adamdan 2 -sini şu ýere näçe hili usulda oturtmak mümkin?

570. Maral 6 meseleden islendik 4 -sini saýlamakçy. Nargül bolsa başga 6 meseleden 2-sini saýlamakçy. Maral bu işi näçe hili usulda ýerine ýetirmegi mümkin? Nargül näçe?

571. 7 alma we 3 armyt bar. Olary näçe hili usul bilen her birinde 5 sanydan miwe bolan we olardan hiç bolmanda 1 sanysynda armyt bolan iki tarelka goýmak mümkin?

572. Gapda 1, 2, 3, ..., 10 sanlary ýazylan şarlar bar. Gapdan üç sany şary alýarys. Näçe ýagdaýda olarda ýazylan sanlaryň jemi 9-a deň bolar? Näçe ýagdaýda 9-dan uly bolar?

573. 3 towuk, 4 ördek we 2 gaz bar. Birnäçe guşy şeýle saýlap alyň, ýagny olaryň içinde towuk, ördek we gaz bolsun. Şeýle saýlamalaryň sany näçe bolar?

574. 4 sany ak bägül, 5 sany gyzyl we 3 sany sary bägül bar. Birnäçe güli, olaryň içinde ak, gyzyl we sary bägül bolar ýaly edip saýlap alyň. Şeýle saýlamalaryň sany näçe?

575. 1, 2, 3, ..., 8 sifrlerinden olary gaýtalaman düzülen 8 belgili sanlaryň içinde 1 we 8 sifrleri ýanaşyk durýanlary näçe?

576. Gül satyjysynda 5 sany gyzyl we 10 sany ak gwozdika galypdy. Aýna jigisi Mahyma 2 sany gyzyl we 3 sany ak gwozdikadan ybarat çemeni sowgat etmekçi. Muny ol näçe hili usul bilen amala aşyrmagy mümkin?

577. Telekeçi 8 gazetden 5 sanysyna öz firmasy barada yglan bermekçi. Ol 5 sany gazeti näçe hili usulda saýlamagy mümkin?

578. Töwerekde ýatýan 20 dürli nokat belgilendi. Depeleri belgilenen nokatlarda ýatýan: 1) hordalaryň sanyny; 2) üçburçluklaryň sanyny; 3) güberçek dörtburçluklaryň sanyny hasaplaň.

579. Iki parallel çyzygyň birinde 8 sany, ikinjisinde 11 sany nokat belgilendi. Depeleri belgilenen nokatlarda bolan güberçek dörtburçluklaryň sanyny tapyň.

580. Dagdaky bulaga 6 ýol eltýär. Syýahatçy näçe hili usulda bulaga barmagy we aşak düşmegi mümkin? Eger syýahatçy bulaga bargn ýolyndan däl-de, başga ýoldan aşak düşse, onda daga çykmak we ondan düşmek jemi näçe hili usulda bolmagy mümkin?

Özüňizi barlap görüň!

1. Futbol çempionatyna 18 topar gatnaşýar. Eger her bir topar başga topar bilen öz meýdanynda we bäsdeşiň meýdanynda oýnaýan bolsa, çempionatda jemi näçe oýun oýnalar?
2. 7-nji synpda 12 predmetden ders geçilýär. Duşenbe güni jedwel boýunça 5 sagat ders bolup, her bir sagatda her hili ders geçilýär. Duşenbe günki jedweli näçe hili usulda düzmek mümkin?
3. 5 stula 3 sany okuwçyny näçe hili usulda oturtmak mümkin?
4. Matematika degişli 5 dürli kitaby tekjedäki 5 ýere näçe hili usulda goýmak bolýar?

VI baba degişli gönükmeler

581. Eger: 1) sifrler gaýtalanmasa; 2) sifrler gaýtalanmagy mümkin bolsa 0, 1, 2, 3, 4, 5 sifrlerinden jemi näçe 4 belgili san dzmek bolýar?

582. 0, 3, 4, 5, 6, 7 sifrlerinden jemi näçe 4 belgili täk san düzmek mümkin?

583. Stolda ene dili, algebra, geometriýa, iňlis dili derslikleri ýatyr. Maral olary kitap tekjesinde goýmakçy. Bu derslikler tekjede jemi näçe hili usulda durmagy mümkin?

584. Meşhur matematiik *Leonard Eýleriň meselesi*. 3 jenap restorana girjek bolanda kelle geýimlerini işgäre tabşyrdy. Näçe ýagdaýda olaryň hersi restorandan çykanda öz kelle geýminiň ýerine başga jenabyň kelle geýmini almagy mümkin?

585. 8 stula 3 sany okuwçyny näçe hili usulda oturtmak bolýar?

586. Müşderiniň öý telefony 7 sifrli bolup, 218-den başlanýar. Müşderi agza bolan bu telefon stansiýasy näçe müşderä hyzmat edip biler?

587. Näçe hili usulda 5 gylyçbazdan 2 -sini ýaryşa gatnaşmak üçin saýlap almak mümkin?

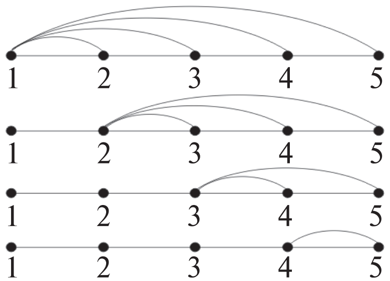
Alynyň çözüwi: 5 gylyçbazdan birini saýlamak mümkinçiligi 5 sany. 4 gylyçbaz galýar. Olardan birini 4 usulda saýlamak bolýar. Diýmek, $5 \cdot 4 = 20$.

Jogaby: $5{\cdot}4=20$ hili usul bar.

Narjanyň çözüwi: 5 gylyçbazy „nomerläp“ çykýarys we olardan 2 adamlyk toparlar düzýäris: 12; 13; 14; 15; 23; 24; 25; 34; 35; 45.

Jogaby: 10 hili usulda saýlamak mümkin.

Maralyň çözüwi:



4 sany jübütlik: 12; 13; 14; 15;

3 sany jübütlik: 23; 24; 25;

2 sany jübütlik: 34; 35;

1 sany jübütlik: 45.

Jemi 4+3+2=10. *Jogaby:* 10 hili usulda.

Kimiň çözüwi dogry? Kimiň çözüwi size ýakdy? Nämesi bilen ýakdy?

588. Siziň ýaşytdaşyňyz bolan bir oglan: „Häzirlikçe men bir höwesjeň bolaryn, uly bolsam uly şahyr bolaryn“, diýip gowy niýet edip goşgy ýazyşdyrýan eken. Goşgularynyň birine „Çigildem“ diýip sözbaşy goýupdyr. Bu goşgynyň 1-nji hatary „Nowbaharda gyrda açyldy çigildem“ eken. Galan hatarlar 1-nji hatardaky sözleriň ornuny çalşyrmak netijesinde alnan. Bu „goşguda“ iň köpi bilen näçe hatar bar?

589. Dükandaky 10 hili miweden 3 hilini satyn almakçysyňyz. Muny näçe hili usulda ýerine ýetirip bilersiňiz?

590. Telefon stansiýasynyň telefon nomeri 6 belgili san bolan 450 000 müşderä hyzmat edýär.
1) Bu stansiýa ýene näçe müşderä hyzmat edip biler?
2) Pudaga ýene 62 000 müşderi çatylmagy mümkinmi?

591. Göni çyzykda: 1) 4 ; 2) 6; 3) 10; 4) n sany nokat belgilendi. Her bir ýagdaýda näçe kesim alynýar?

592. Töwerek çyzyň we onda 4 nokady belgiläň. Näçe duga emele geldi? Dugalary dürli reňkdäki galamlar bilen boýaň. Şeýle galamlardan näçe gerek bolar?

593. „Reýhan“ kafesiniň tagamnamasynda 3 hili somsa, 4 hili 1-nji tagam, 5 hili 2-nji tagam bar eken. 3 hili görnüşdäki tagama buýurmany näçe usulda bermek mümkin?

594. 2 alma, 2 armyt, 2 şetdaly bar. 3 ýoldaş miweleri her biri 2 dürli miwe alaýan edip bölüp almakçy. Muny jemi näçe usulda ýerine ýetirmek bolar?

595. „Nowruz“ baýramy günlerinde geýmek üçin Aýdyn 4 hili adras köýnegiň bir hilini, 5 hili atlas köýnegiň iki hilini saýlamakçy. Aýdyn köýneklerini jemi näçe hili usulda saýlap biler?

596. Hemme sifrleri: 1) jübüt bolan; 2) täk bolan näçe 5 belgili san bar?

VI baba degişli synag gönükmeleri – testler

1. 5-e bölünýän 6 belgili sanlar näçe?
A) $18 \cdot 10^4$; B) $9 \cdot 10^4$; C) $5 \cdot 6!$; D) $6 \cdot 5^4$.

2. Sifrler gaýtalanmagy mümkin bolsa, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sifrlerden näçe 5 belgili san düzmek mümkin?
A) 8^5; B) 5^8; C) $8^2 \cdot 5^3$; D) $5^4 \cdot 8$.

3. Iki parallel göni çyzyk berlen bolup, olaryň birinde 4, ikinjisinde 3 nokat belgilenen. Depeleri şu nokatlarda bolan näçe üçburçluk bar?
A) 30; B) 33; C) 40; D) 32;

4. 3 okuwçyny 6 stulga näçe hili usulda oturtmak mümkin?
A) 120; B) 130; C) 100; D) 480.

5. Futbol toparyndaky 11 adamyň arasyndan topar serdary we onuň kömekçisini näçe hili usulda saýlap almak mümkin?
A) 110; B) 55; C) 22; D) 121.

6. Bagystan obasyndan Daşkende 2 ýol bilen, Daşkentden Ürgenje 4 ýol bilen barmak mümkin. Bagystandan Ürgenje çenli barylýan ýollar näçe sany?
A) 8; B) 10; C) 6; D) 12.

7. 12 ak bägül we 13 gyzyl bägülden iki ak bägül we üç gyzyl bägülden ybarat çemen düzmeli. Muny näçe hili usulda ýerine ýetirmek mümkin?
A) 18 876; B) 156; C) $12^2 \cdot 13^3$; D) 25.

8. Matematika gurnagynda işeňňir gatnaşýan 10 okuwçydan 4 -sini Halkara matematika olimpiadasyna ibermek üçin olary näçe hili usulda saýlamak bolýar?
A) 210; B) 200; C) 40; D) 10^4.

9. Bir okuwçyda gyzykly matematika degişli 7 kitap, ikinji okuwçyda bolsa 9 çeper kitap bar. Olar näçe hili usul bilen biriniň bir kitabyny ikinjisiniň bir kitabyna çalyşmagy mümkin?
A) 63; B) 49; C) 81; D) 126.

10. Atabegiň doglan gününe ony gutlamak üçin 9 dosty geldi. Atabek olaryň hemmesi bilen, dostlary hem özara elleşip salamlaşdylar. Jemi elleşip salamlaşanlaryň sany näçe?
A) 45; B) 90; C) 10; D) 50.

7-NJI SYNP ALGEBRA KURSUNY GAÝTALAMAK ÜÇIN GÖNÜKMELER

597. Sanly aňlatmanyň bahasyny tapyň:

1) $2\frac{7}{8}+5\frac{5}{6}+7\frac{1}{8}+\frac{5}{6}$; 2) $13\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{7}$.

598. Deňlik dogrumy:

1) $\dfrac{2-\frac{3}{5}+0,7}{1\frac{4}{5}-1+0,4}=\dfrac{7}{4}$; 2) $\dfrac{\left(\frac{4}{7}-7-0,2\right)\cdot 3,5}{2,26}=-10$;

3) $\left(\dfrac{4,752}{3,2}+\dfrac{0,608}{3,8}\right):\left(7,5-\dfrac{3,55}{1,42}\right)=0,0617$?

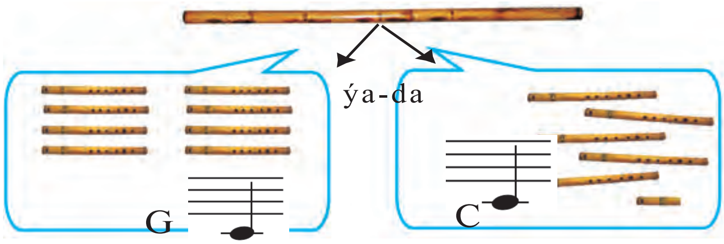
599. Iki sandan biri a-ga deň, ikinjisi ondan 7 sany artyk. Şu sanlaryň köpeltmek hasylynyň ikeldilenini tapyň. Şu köpeltmek hasylynyň bahasyny $a=\frac{1}{2}$ bolanda hasaplaň.

600. Iki sanyň jemi 30-a deň. Sanlardan biri a. Şu sanlaryň ikeldilen köpeltmek hasylyny ýazyň. Şu köpeltmek hasylynyň bahasyny $a=-2$ bolanda hasaplaň.

601. a sany ýüzlük, b sany onluk we c sany birlikden düzülen natural sanda näçe birligiň bardygyny görkezýän formula düzüň. Edil şu sifrleriň kömeginde, ýöne ters tertipde ýazylan sanda näçe birlik bar?

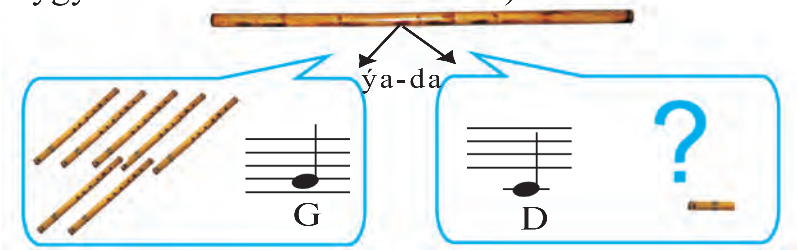
602. a kilogram we c gram näçe gramy düzýär? Gramlar sanyny x harpy bilen belgiläp, jogabyny formula bilen ýazyň.

603. Gamyşdan her biriniň uzynlygy 6 sm bolan 8 sany jürlewük ýasadylar. Edil şeýle uzynlykdaky gamyşdan ikinji gezek 5 sany jürlewük ýasadylar. 3 sm gamyş bölegi artyp galdy (28-nji surat). Ikinji gezek ýasalan jürlewügiň uzynlygy näçe santimetr?



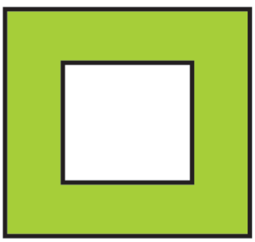
28-nji surat.

604. Gamyşdan her biriniň uzynlygy 6 sm bolan 7 sany jürlewük ýasadylar. Edil şeýle uzynlykdaky gamyşdan ikinji gezek birnäçe jürlewük ýasadylar, munda 2 sm gamyş bölegi artyp galdy (29-njy surat). Ikinji gezek näçe jürlewük ýasalan bolmagy mümkin? (Jürlewügiň uzynlygy natural san we ≥ 3 sm.)



29-njy surat.

605. 30-nji suratdaky içki kwadratyň tarapy daşky kwadrat tarapyndan 20 sm gysga. Boýalan çägiň meýdany 800 sm^2 bolsa, kwadratlaryň taraplaryny tapyň.



30-nji surat.

606. Aňlatmany ýönekeýleşdiriň:

1) $2a^2+2ab+3b^2-a^2-2b^2$;

2) $7a^2+2b^2-\left(6a^2+b^2\right)$;

3) $\frac{2}{3}a^2-b^2+\frac{4}{3}a^2-\frac{5}{7}b^2$;

4) $\frac{1}{7}a^2b\cdot 23m-\frac{2}{7}a^2bm$.

607. Aňlatmanyň san bahasyny tapyň:

1) $5a^2-2ab+6a-7ab-6a^2-6a$, munda $a=5,\ b=-\frac{1}{9}$.

608. Köpagzany biragza köpeldiň:

1) $\left(a^2-ab+b^2\right)\cdot 3ab^3$;
2) $\left(6a^2-4ab^2+1\right)\cdot\frac{1}{2}ab$.

609. Köpagzalary köpeldiň:

1) $\left(a^2+3ab+b^2\right)(7a-5b)$;
2) $(a+3b-4c)(a-3b-4c)$;
3) $\left(\frac{1}{3}a^2b-\frac{2}{5}ab^2\right)(15a-30b)$;
4) $\left(\frac{1}{2}a^2+4a+1\right)(3a-1)$.

Deňlemäni çözüň **(610—614):**

610. 1) $4(2x-1)+3(1-2x)=7$;
2) $4(x+2)-2(3x-2)=14x-5(x+3)$.

611. 1) $\frac{x-2}{4}-\frac{1}{2}=\frac{x+7}{6}$;
2) $\frac{2(3x-1)}{5}=4-\frac{x+2}{2}$.

612. 1) $7-\frac{x}{2}=3+\frac{7x}{2}$;
2) $\frac{x+3}{2}=x-4$.

613. 1) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{6}=12$;
2) $\frac{2x-1}{5}-\frac{x+1}{5}=\frac{3(1-x)}{10}$.

614. 1) $\frac{6x+7}{7}+\frac{3+5x}{8}=3$;
2) $5-\frac{2x-5}{3}=\frac{4x+2}{3}$;
3) $1+x=\frac{5x-2}{2}$;
4) $\frac{1-x}{9}-1=7x$.

615. Üç gutuda 119 galam bar. Birinji gutuda ikinjidäkä garanda 4 sany artyk we üçünjidäkä garanda 3 sany kem galam bar. Her bir gutuda näçeden galam bar?

616. Atasy 30 ýaşda, ogly bolsa 4 ýaşda. Näçe ýyldan soň atasy oglundan üç esse uly bolýar?

617. Ogly 6 ýaşda, atasy bolsa ondan 6 esse uly. Näçe ýyldan soň ogly atasyndan 4 esse ýaş bolýar?

618. Iki welosipedçi bir ýoluň üstündäki obalardan bir-birine tarap bir wagtda ýola çykdy. Birinjisi 15 km/sagat, ikinjisi bolsa 12 km/sagat tizlik bilen hereketlenýär. Eger obalaryň arasyndaky aralyk 40,5 km bolsa, olar näçe wagtdan soň duşuşarlar?

619. Iki welosipedçi bir ýoldaky iki obadan bir wagtda birmeňzeş ugurda ýola çykdy. Ikinji welosipedçi öňde, birinjisi yzda barýar. Birinji welosipedçiniň tizligi 15 km/sagat, ikinjisiniňki bolsa 12 km/sagat. Eger obalaryň arasyndaky aralyk 4,5 km bolsa, birinji welosipedçi ikinjisini näçe wagtda kowup ýeter?

Ýönekeýleşdiriň **(620—622):**

620. 1) $(a+1)(a-1)(a^2+1)$; 2) $\left(\frac{a}{2}-5\right)\left(5+\frac{a}{2}\right)+25$.

621. 1) $(a+3)^2+(a-3)^2$; 2) $(4a+b)^2-(4a-b)^2$.

622. 1) $(1-a)(1+a+a^2)+a^3$;

2) $\left(\frac{1}{2}-c^2\right)\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}c^2+c^4\right)+c^6$.

Köpeldijilere dagydyň **(623—624):**

623. 1) $a^4+6a^3+9a^2$; 2) $25-(2-3a)^2$.

624. 1) $(a+1)^2-(4-3a)^2$; 3) $(2a+b)^2-9(a+b)^2$;

2) $(8b-1)^2-(2b+3)^2$; 4) $4(a-2b)^2-25(3a-b)^2$.

625. Droby gysgaldyň:

1) $\frac{a^2-16}{a^2-8a+16}$; 2) $\frac{4x^2-9}{2x+3}$.

Amallary ýerine ýetiriň **(626—629):**

626. 1) $\frac{b+3}{5}+\frac{7+b}{10}+\frac{b-3}{2}$; 2) $\frac{a^2+5a-4}{16-a^2}+\frac{2a}{8a+2a^2}$.

627. 1) $\frac{a}{a^2-1}-\frac{1}{1-a^2}$; 2) $\frac{4x^2}{2x-3y}+\frac{12xy}{3y-2x}+\frac{9y^2}{2x-3y}$.

628. 1) $\frac{a-b}{ab}-\frac{a-c}{ac}$; 2) $\frac{1}{14x^3}-\frac{1}{21x^2y}+\frac{1}{4xy^2}$.

629. 1) $\frac{x^2-y^2}{6xy}\cdot\frac{12x^2y}{x+y}$; 2) $\frac{a^2+4a}{a^2-16}:\frac{4a+16}{a^2-4a}$.

Amallary ýerine ýetiriň **(630—632)**:

630. 1) $\left(\frac{a}{a+1}+1\right):\left(1-\frac{a}{a+1}\right)$; 2) $\frac{1-a^2}{1+b}\cdot\frac{1-b^2}{a+a^2}\cdot\left(1+\frac{a}{1-a}\right)$.

631. 1) $1+3a+\frac{9a^2}{1+3a}+\frac{1}{3a-1}+\frac{6a}{1-9a^2}$;

2) $\left(\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}\right):\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}+\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)$.

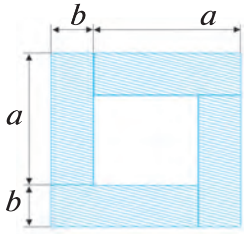
632. 1) $\left(\frac{9m^2-3n^2}{4m^2}-\frac{m-4n}{5m}\right):\left(\frac{2m+n}{3m}-\frac{5n^2-3m^2}{16m^2}\right)$;

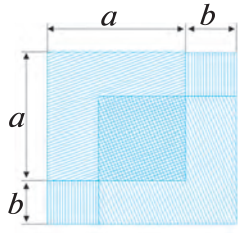
2) $\left(\frac{a+4b}{2b}+\frac{6b}{4b-a}\right)\left(1-\frac{a^2-2ab+4b^2}{a^2-4b^2}\right)$.

633. 31-nji suratdaky şekilleriň:

1) $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$;

2) $(a+b)^2+(a-b)^2=2\left(a^2+b^2\right)$ deňliklere nähili baglanyşygy bar?





31-nji surat.

634. Syýahatçy Göksuw derýasynyň boýunda ýerleşýän bir dynç alyş mesgenine welosipedde ýola ýykyp, başga bir denç alyş mesgenine bellenilen wagtda ýetip barmakçy boldy. Ilkibaşda 1 sagatda ol 10,5 km ýol geçdi. Eger galan aralygy hem şeýle tizlik bilen geçse, menzile bellenen wagtdan 1 sagat gijä galjakdygyny hasaplap anyklady. Syýahatçy galan ýoly sagadyna 15 km tizlik bilen geçdi we menzile bellenen wagtdan ýarym sagat öň ýetip geldi. Dynç alyş mesgenleriniň arasyndaky aralygy tapyň.

635. Häzir sagat 5. Näçe wagtdan soň sagadyň minut mili sagat milini „kowup ýetýär“?

636. Ikibelgili sanyň onluklar öýjügindäki sifr birlikler öýjügindäki sifrden 4 esse uly. Okuwçy 507-ni şu ikibelgili sana köpeltmekçidi. Emma ol ikibelgili sanyň sifrleriniň ornuny çalşyryp ýazyp goýdy. Netijede, ol tapan köpeltmek hasyly meseläniň jogabyndan 27 378 -e kiçi çykdy. Dogry jogap näçä deň eken?

637. Mis bilen sinkden ybarat garyndynyň agyrlygy 36 N-a deň. Garyndyny suwa batyrylanda ol öz agyrlygynyň $4\frac{1}{3}$ N -ini ýitirdi. Mis suwa batyrylanda öz agyrlygynyň $11\frac{1}{9}$ % -ini, sink bolsa $14\frac{2}{7}$ % -ini ýitirýändigi mälim. Garyndydaky misiň we sinkiň agyrlygyny kesgitläň.

638. Düzümi kümüş we misden ybarat garyndynyň massasy 3,5 kg. Ondaky kümüşiň düzümi misiň düzüminiň $16\frac{2}{3}$ % -ini düzýär. Garyndydaky kümüşiň massasyny tapyň.

639. 3 haltada 120 kg un bar. 1-nji haltadaky un 2-nji haltadaky unuň $\frac{3}{5}$ bölegine, 3-nji haltadaky un bolsa 2-nji haltadaky unuň 80 %-ine deň. Her bir haltada näçe kilogram un bar?

640. Ahmet *A* obadan *B* oba çenli welosipedde 14 km/ sagat tizlik bilen, gaýdyşyn bolsa 10 km/sagat tizlik bilen ýöredi. Eger Ahmet gaýtmaga 1 sagat artyk wagt sarp eden bolsa, obalaryň arasyndaky aralygy tapyň.

641. Wertolýot iki obanyň arasyndaky aralygy şemalyň ugrunda 1,5 sagatda, şemalyň ugruna garşy bolsa 2 sagatda uçup geçýär. Eger şemalyň tizligi 10 km/ sagat bolsa, şu obalaryň arasyndaky aralyk näçe?

642. Firma plan boýunça birnäçe önümi 10 günüň içinde taýýarlamalydy. Ýöne ol her gün plana goşmaça 2 sanydan önüm taýýarlap, möhletine bir gün galanda diňe bir tabşyrygy ýerine ýetirmek bilen çäklenmän, eýsem plandan artyk ýene 3 önüm taýýarlady. Firma plan boýunça 10 günde näçe önüm taýýarlamalydy?

643. 1) 7-nji synpyň iki okuwçysy Ahmet we Kerim welosiped çapyşygyna gatnaşdylar. Ahmet 15 km/sagat tizlikde, Kerim bolsa 18 km/sagat tizlikde welosiped sürdi. Kerim pellehana Ahmetden 20 minut öň geldi. Çapyşyk aralygy näçe kilometr eken?

2) Syýahatçy ýolunyň ýarysyny geçensoň, dynç aldy. Soňra ýolunyň 0,4 bölegini geçdi. Hasaplap görse, ol 27 km ýol ýöräpdir. Geçilmeli ýol jemi näçe kilometr eken?

644. *(Al-Horezminiň meselelerinden.)*

1) Biri ikinjisinden 2 sany artyk sanlaryň gatnaşygy $\frac{1}{2}$ -e deň. Şu sanlary tapyň.

2) Bir adam şeýle wesýet edipdir: nagt 10 dirhem (pul birligi) pulum bar. Bir adama karz hem beripdim. Karzyň mukdary oglum alýan mirasa deň. Iki oglum deň miras alsyn. Inime jemi mirasyň $\frac{1}{5}$ bölegini we ýene 1 dirhem beriň. Onuň ogullary we inisi näçe dirhemden alypdyrlar?

Amallary ýerine ýetiriň **(645—648):**

645. 1) $\left(\frac{c-d}{c^2+dc}-\frac{c}{d^2+cd}\right):\left(\frac{d^2}{c^3-cd^2}+\frac{1}{c+d}\right);$

2) $\left(\frac{2n}{k+2n}-\frac{4n^2}{k^2+4nk+4n^2}\right):\left(\frac{2n}{k^2-4n^2}+\frac{1}{2n-k}\right);$

3) $\left(\frac{b^2}{b+x}-\frac{b^3}{b^2+x^2+2bx}\right):\left(\frac{b}{b+x}-\frac{b^2}{b^2-x^2}\right);$

4) $\left(\frac{2q}{2q+m}-\frac{4q^2}{4q^2+4mq+m^2}\right):\left(\frac{2q}{4q^2-m^2}+\frac{1}{m-2q}\right).$

646. 1) $1+a-\frac{a-1}{a}+\frac{a^2-1}{2a}-\frac{3a}{2};$

2) $\frac{m+1}{m^2+m+1}-\frac{2}{1-m}+\frac{3m^2+2m+4}{1-m^3};$

3) $\frac{m+n}{3}-m+2n;$ 4) $m+n-\frac{2m-n}{5}-\frac{m+n}{2}.$

647. 1) $\frac{a^3+2a^2}{a^2-1}\cdot\frac{(a+1)^3(a-1)}{a^2(a+2)};$ 2) $\frac{(a^2+ab)^2}{a^2-b^2}:\frac{(a+b)^2}{(ab-b^2)^2}.$

648. 1) $1{,}5\cdot\left(2b-\frac{3b}{7}\right)-1\frac{5}{7}\cdot(3b-5)+\frac{9b^2-16}{4-3b};$

2) $\frac{x+3a}{x+a}-\frac{x}{x-a}+\frac{2a^2-ax+x^2}{a^2x^2}:\frac{x^2-a^2}{a^2x^2}.$

Deňlemäni çözüň **(649—650):**

649. 1) $\frac{4x-3}{2}-\frac{5-2x}{3}-\frac{3x-7}{6}=0;$ 2) $\frac{x+4}{5}-\frac{x+3}{3}=x-5-\frac{x-2}{2}.$

650. 1) $(2x-3)(x+5)-(3-x)(5-2x)=-30;$

2) $5(x-1)^2-2(x+3)^2=3(x+2)^2.$

651. Awtomobil şäherden oba çenli bolan aralygy 80 km/sagat tizlik bilen geçdi. Yzyna gaýdyşyn ol aralygyň 75 % -ini öňki tizlik bilen, galan ýoly bolsa 60 km/sagat tizlik bilen geçdi we şonuň üçin hem gaýdanda ýola şäherden oba barmaga garanda 10 minut artyk wagt sarp etdi. Şäherden oba çenli bolan aralygy tapyň.

652. Gaýyk derýanyň akymyna garşy 4,5 sagat we akym boýunça 2,1 sagat ýüzdi. Gaýyk jemi 52,2 km ýüzdi. Eger derýanyň akymynyň tizligi 3 km/sagat bolsa, gaýygyň ýata suwdaky tizligini tapyň.

653. Aralaryndaky aralyk 340 km bolan iki duralgadan bir wagtda bir-birine tarap iki otly ýola çykdy. Olardan biriniň tizligi ikinjisiniňkiden 5 km/sagat artyk. Eger hereket başlanandan 2 sagat geçenden soň otlularyň arasyndaky aralyk 30 km ekenligi mälim bolsa, olaryň tizligini tapyň.

654. Aňlatmanyň san bahasyny tapyň:

1) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)-8x^3+9y^2,$ munda $x=2,\ y=3;$

2) $-\frac{2}{3}(x-1)^2-2\frac{1}{3}(x-3)(x+3),$ munda $x=3.$

655. Näçe 4 belgili sanda diňe bir 0 sifri bar?

656. 0, 1, 2, 3, 5, 8 sifrlerinden olary gaýtalamazdan jemi näçe 3 belgili san düzmek bolýar?

657. Hasaplaň: 1) C_{10}^4; 2) P_7.

658. 6 myhmany 6 stula näçe hili usulda oturtmak mümkin?

GÖNÜKMELERIŇ JOGAPLARY

1. 2) 7; 4) 5,86. **2.** 2) $\frac{9}{56}$; 4) 0,5. **4.** 2) Nädogry; 4) Nädogry. **5.** 40·0,03 = 6 : 5. **6.** 2) 3·(2 + 6)=2 · (2 · 6). **8.** 2) $\frac{9}{56}$; 4) $4\frac{6}{7}$; **9.** 2) –0,02; 4) 3. **10.** 2) 0; 4) 5. **11.** 2) –2; 4) 0. **12.** (7*m*)t; 168 t. **13.** 1) (60*m*) min.; 2) $\frac{p}{60}$ min; 3) $(60m + l + \frac{p}{60})$ min. **14.** 3(*x* – – *y*); 2) 4,5; 4) 2,5. **15.** (*x* + *y*)(*x* – *y*); 2) $-\frac{11}{64}$; 4) 0,104. **16.** 2) $-1\frac{2}{3}$. **17.** 2) 4. **18.** 1, 3, 15, 21. **19.** 2) (*m* – 1)*m*; 4) (2*p* + 1)(2*p* + 3)(2*p* + 5). **21.** (*p* – *q*) t; 1) 5t; 2) *q* *p*-den uly bolmaýar; *q* *p*-ge deň bolmagy mümkin. **22.** 400*n* + 500*m*; 155000; 155000. **24.** 187200 m^3, (37440*m*) m^3. **25.** $s = 3\frac{1}{6}c + 1\frac{2}{3}a + 2\frac{1}{2}b$, 53 km. **26.** 2) *a*–*b*; 4) 2*mn*; 6) (*a*+*b*)(*a*–*b*). **28.** 5000; 150000. **29.** 3*a*; 8*a*; 10*a*; 500; 400; $\frac{sa}{100}$. **30.** 2) 30 kg. **31.** 2) (5*k*) km. **32.** (50*a*) kg. **33.** (15*a*) ga. **34.** (*x* · 6 + *y* · 3) som. **35.** (*a* · 15 + *b* · 20) kg. **36.** (*km* + *cn*) kg. **37.** $S = a(a - b)$. **38.** $mn + k$; 810 orun. **39.** 4 sagat 35 min. **40.** b) $p = (m + n)\times 2$; $S = mn - xy$; e) $p = 2(a + m + n + x)$, $S = mn - ab - xy$. **41.** 2) 2(2*a*+4)*m*; 3) (*a*+8)(*a*–4)*m*^{2}. **42.** $\frac{s}{t-1}$ km/sagat. **44.** $\frac{a-1500}{20}$ m^2. **45.** 500(100 + *p*) som. **47.** $t = \frac{s-3}{v}$, ýetişmeýär. **49.** 2) 40; 4) –41. **50.** 2) 3*y*–2*x*; 4) $8,7 - 2\frac{1}{3}m + 1\frac{2}{3}n$. **51.** 2) 3 –2,7*b*; 4) $\frac{2}{3}y + \frac{1}{3}b - 3$; 6) 5*p*. **52.** 2) *x* + 5; 4) 58*c* + 14*d*. **53.** 2) 67,048; 4) 11,221. **54.** 2) 0,28; 4) $7\frac{37}{112}$. **55.** 2) –4–9+11; 4) 2*a*–3*b*–4*c*. **57.** 2) 2 + *b* + (–*c*); 4) 3 + *a* + (–*b*)+(–*c*). **58.** 2) *a*–2*b*+3*c*; 4) –*a* + 2*b* – 3*c*. **59.** 2) *a* – *b* + *c* – *d*; 4) *a* – *b* – *c* + *d* – – *k*. **60.** 2) 8*x* – 2*y*; 4) 3*a* – 3. **61.** 2) $a - 2b + (m + c)$; 4) $a + (-m + 3b^2 - 2a^3)$. **62.** 2) 2*a* + *b* – (–*m* – 3*c*); 4) $a - (m - 3b^2 + 2a^3)$. **63.** 2) *a*–(*b*–1); 4) (*a*–2 *b*)+8. **65.** 2) *c* + (–*a* + *b*); 4) *n*+(–*d*+*l*). **66.** 2) 4*a* – 4*b*; 4) 5*x* – 3*y*. **67.** 2) *x* =1; 4) *x* =5. **68.** 2) –1,16; 4) –3. **69.** 2) –1; 4) 9; 6) 9; 8) 3,9. **70.** 2) 147; 4) 144. **71.** 2) –132; 4) 7. **72.** 2) 1,08; 4) 6,12. **73.** 2) 12; 4) –1. **78.** 6 dirhem. **80.** 2) 3. **85.** 2) *x*=–27; 4) *x*=1,009. **86.** 2) $x = \frac{5}{7}$; 4) $x = \frac{2}{3}$. **87.** 2) *x* =–1,3; 4) *x* =0,05. **88.** 2) *x* = 64; 4) *x* = 1. **89.** 2) $x = -\frac{4}{25}$; 4) $x = -\frac{1000}{3}$. **90.** 2) $x = \frac{3}{7}$; 4) $x = \frac{1}{3}$. **91.** 2) *x* =17; 4) *y* =–1. **92.** 2) $x = 7\frac{1}{2}$; 4) *y* =24. **93.** 2) *z* = 6; 4) *x* = 0,6. **94.** 2) *y* = 13; 4) *x* = 1. **95.** 2) *y* = 319; 4)

$x = 5$. **96.** 2) $x = 37$; 4) $x = 1{,}1$. **99.** 2) $x = 1$; 4) $x = 1$. **100.** 2) $x = 0{,}2$; 4) $x = 4$. **102.** 2) 12 adam. **103.** 2) 144, 432, 216. **104.** 2) 8, 8, 6. **105.** 2) 20, 40. **106.** 25, 27, 29. **107.** 4, 6, 8 we 10. **108.** 2) Bir sagatda 12 sany önüm **109.** 89,6 m. **110.** 7 sany. **111.** 2) 2 kg. **112.** 2) 40 kg. **113.** 2) 150 sany maşyn. **115.** 1) 0,2 bölegi; 2) 0,25 bölegi. **116.** 83,6 kg, 508, 8 kg, 1327 kg. **117.** 8 km/sagat. **123.** 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$; 4) $(-2{,}7)^4$. **124.** 2) m^5; 4) $(-3b)^4$. **125.** 2) $(a+b)^2$; 4) $\left(\frac{m}{n}\right)^5$. **126.** 2) $4^4 \cdot 21$; 4) $6^2 \cdot 7^2 \cdot 3^3$. **127.** 2) $(0{,}5)^3 \cdot 2^2 \cdot 4^2$; 4) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (2,3)^2$. **128.** 2) $x^4 \cdot 3^2$; 4) $\left(\frac{a}{b}\right)^2 (8a-b)^3$. **129.** 2) $a^2 + b^4$; 4) $2x^3$. **130.** 2) na^3; 4) $5^k + a^{17}$. **132.** 2) 9; 4) 125. **133.** 2) -1; 4) 0. **134.** 2) $\frac{9}{25}$; 4) $12\frac{19}{27}$. **135.** 2) 2,89; 4) $\frac{1}{625}$. **136.** 2) -125; 4) $-5\frac{1}{16}$. **137.** 2) 270; 4) 4. **138.** 2) 40; 4) -6. **139.** 2) 18; 4) 72. **140.** $-2\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $-3\frac{3}{8}$; -25, 25, 125. **146.** 2) 7^6; 4) 5^6. **147.** 2) a^7; 4) $(3b)^7$. **148.** 2) $(-3)^4$; 4) $(-1{,}2)^7$. **149.** 2) 3^{10}; 4) $(-6)^{12}$. **150.** 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^8$; 4) b^{15}. **151.** 2) $\left(\frac{-5x}{6}\right)^{12}$; 4) $(n+m)^{20}$. **152.** 2) 3^{8+n}; 4) a^{n+13}. **154.** 2) 2^2; 4) 2^7. **155.** 2) 2^6; 4) 2^{10}. **156.** 2) 2^{14}; 4) 2^9. **157.** 2) 2^{23}; 4) 2^{4+n}. **158.** 2) 3^1; 4) 3^4. **159.** 2) 3^5; 4) 3^7. **160.** 2) 3^{18}; 4) 3^6. **161.** 2) 3^{n+1}; 4) 3^{3+n}. **162.** 2) 4^2; 4) 10^8. **163.** 2) $\frac{1}{17}$; 4) d^{12}. **164.** 2) $(2a)^2$; 4) $(m+n)^5$. **165.** 2) 2^2; 4) 2^2. **166.** 2) 2^3; 4) 2^9. **167.** 2) 3^3; 4) 3. **168.** 2) 3^2; 4) 3^4. **169.** 2) 6; 4) 25. **170.** 2) 44; 4) 9. **171.** 2) -6; 4) 12. **172.** 2) $x = 64$; 4) $x = 27$. **173.** 2) $x = 16$; 4) $x = 4$. **174.** 2) $x = 243$; 4) $x = 9$. **175.** 2) a^{56}; 4) a^{21}. **176.** 2) a^{15}; 4) a^{23}. **177.** 2) a^9; 4) a^{12}. **178.** 2) $n = 7$; 4) $n = 2$. **179.** 2) $\left(\frac{5}{6}\right)^2$; 4) $(0{,}02)^2$. **180.** 2) $(7^3)^2$; 4) $\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^{12}\right)^2$. **181.** 2) $(b^3)^2$; 4) $(x^{10})^2$. **182.** 2) $7^5 \cdot 6^5$; 4) $4^3 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^3$. **183.** 2) $81x^4$; 4) $64b^2$. **184.** 2) 6^6y^6; 4) $27n^3m^3$. **185.** 2) $x^7y^7z^7$; 4) $2^9 \cdot 4^9 \cdot 9^9$. **186.** 2) a^6b^3; 4) $0{,}01c^6$. **187.** 2) $512a^{12}b^{21}$; 4) $16n^4m^{12}$. **189.** 2) $(3{,}4 \cdot b)^4$; 4) $\left(-\frac{2}{3}a\right)^2$. **190.** 2) $(9 \cdot r)^2$; 4) $(15 \cdot a \cdot b)^3$. **191.** 2) $(a^2b^3)^2$; 4) $(9m)^2$. **192.** 2) $(xy^2z^4)^2$; 4) $(10c^4x^3)^2$. **193.** 2) $(0{,}7nm^5)^2$;

4) $\left(\frac{4}{25}a^5b^8\right)^2$. **194.** 2) $(b^3)^3$; 4) $(4^2)^3$. **195.** 2) $\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^5\right)^3$; 4) $(-0,1)^3$. **196.** 2) $(a^2b)^3$; 4) $(x^4y^3z^2)^3$. **197.** 2) $(-10b^2)^3$; 4)$(-0,2xy^3)^3$. **198.** 2) 1; 4) –1. **199.** 2) 1; 4) $\frac{1}{32}$. **200.** 2) 144; 4) 14. **201.** 2) 1; 4) 4. **202.** 2) 14; 4) 16. **203.** 2) $\frac{25}{49}$; 4) $\frac{b^3}{8^3}$. **204.** 2) $\frac{169}{n^2}$; 4) $-\frac{64}{c^3}$. **205.** 2) $\frac{81b^4}{625c^4}$; 4) $\frac{5^6}{7^{12}}$;. **206.** 2) $\frac{49}{(2+c)^2}$; 4) $\frac{(a+b)^7}{(a-b)^7}$. **207.** 2) $(\frac{2}{5})^5$; 4) $\left(\frac{5}{a}\right)^7$. **208.** 2) $\left(\frac{a}{b}\right)^3$; 4) $\left(\frac{7}{10}\right)^2$. **209.** 2) $\left(\frac{4x}{3y}\right)^4$; 4)$\left(-\frac{1}{3}\right)^3$. **212.** 1) $\cong 3,3\cdot 10^5$ esse; 2) $\cong$9 ýyl. **213.** 2) $\frac{3}{10}$. **214.** 2) 3^{5n+2}; 4) b^{4n}. **215.** 2) 7; 4) 5. **216.** 2) $81x^8y^6z^{14}$; 4) $-2,48832a^{15}b^{10}c^{20}$. **217.** 2) a^2; 4) a^4. **218.** 2) $10^{20} > 20^{10}$; 4) $3^{40} > 6^{20}$. **220.** 2) $\frac{1}{3}$; 4) 13,2. **221.** 2) $8,647\cdot 10^6$. **222.** 2) $3bc$; 4) ab^2. **223.** 2) $3a^2b$. **224.** 2) $100n$ (sm). **226.** 2) 8; 4) 1; 6) 18. **227.** 2) z^{11}; 4) m^4; 6) $72\,p^3q^2$; **228.** 2) 2. **229.** $\frac{12}{25}$ gün. **230.** 2) $6ab$; 4) $-2a^3$. **231.** 2) $35m^2n$; 4) $-4b^5$. **232.** 2) $-2m^3n$; 4) $\frac{5}{14}b^3c^2$. **233.** 2) $28x^3y^3$; 4) $2a^2b^2c^2$. **234.** 2) $21a^6b^6c^2$; 4) $-\frac{9}{8}a^4x^3y^4$. **235.** 2) $-7,5m^7r^7n^5$; 4) $-7,5a^5b^7c^7$. **236.** 2) $-15m^3n^2$; 4) $-26a^4b^4c^5$. **237.** 2) $30a^4b^3$; 4) $4a^3b^2c^3$. **238.** 2) $25b^2$; 4) $4a^6$. **239.** 2) $16a^2b^2$; 4) $8x^3y^3z^3$. **240.** 2) $-a^{10}b^5c^5$; 4) $16x^8y^{12}$. **241.** 2) $\frac{1}{81}m^8n^8$. **242.** 2) $-2a^4$; 4) $a^2b^5c^2y^2$. **243.** 2) x^5y^5; 4) $-4a^{10}b^{11}$. **244.** 2) $(4x^2)^2$; 4) $(9x^3y)^2$. **245.** 2) 204,8; 4) 1,008. **246.** $7\frac{1}{5}$ garyş. **250.** 2) $6a^2b^3-24a^4b$; 4) $-bc^5+5x^2y^4$. **251.** 2) $-6xy^4z - 20m^3n^2k^3$; 4) $\frac{1}{3}a^2b^2 - -2a^2b^3$. **252.** 2) 2; 4) 0. **253.** 2) –7,6; 4) –252. **254.** 2) $\frac{1}{3}y$; 4) $\frac{13}{16}a^2b$. **255.** 2) $2a+b$; 4) $2a^2-3b^2$. **256.** 2) $-y$; 4) $3,8a^2$. **257.** 2) a^2; 4) $2xy - 2,2y^2$. **258.** 2) $-\frac{7}{8}ab^2+\frac{3}{8}a^2b$; 4) $4x-2,46y$. **259.** 2) $x^3-x^2y-xy^2$. 4) ab^2+2ab. **260.** 2) $8b^2-19bc-15c^2$; 4) $2x^2y$. **261.** 2) $-\frac{1}{3}a^2bc-4a^2c$. **262.** 2) $3x+3y$; 4) $3x+1$. **263.** 2) $5a^2-b^2$; 4) $-\frac{1}{2}b^2+1\frac{1}{4}$. **264.** 2) $0,1c^2$; 4) $6a+22b$. **265.** 2) $-2a^2-6ab+6b^2$; 4)$25z+30az^2$. **266.** 2) $-2b$; 4) $9x^3$. **267.** 2) $3x^2$; 4) $8a^2-b^2-ab$. **268.** 2) $-0,07x^2+0,06y^2$; $0,27x^2-0,1y^2$; 4) $0,61a^3+1,12b^3$; $1,39a^3-0,88b^3$. **269.** 2) $3x^2+3x^2y^2-x^3$. **270.** 2) $-5b^2+3b$. **271.** 2) q^3; 4) $-5ab+8b^2$. **273.** $k+2m-n$. **274.** 2) $1-\frac{1}{2}x$; 4)$20m-30n$. **275. 2)**$-10xz+8yz$; 4) x^3-x^2+x. **276.** 2) $75a^2b^2+15a^2b$; 4) $3x^2y^3-6x^4y^2$. **277.** 2) $16ab^2-24a^2bc+8abc^2$;

4) $x^3yz + 2xy^3z + 3xyz^3$. **278.** 2) $a^3b^7 + \frac{3}{4}a^4b^4$. **279.** 2) $-3a + 7b$; 4) $-14p - 9$. **280.** 2) $-a^2b + 6b^2$; 4) $19x - 12$. **281.** 2) $2x - 3{,}5$; 4) $0{,}5y - 1{,}7$. **282.** 2) 5; 4) 204. **283.** 2) $z^2 + 3z - 4$; 4) $bc + 4c + 5b + 20$. **284.** 2) $-a^2 + 8a + 20$; 4) $p - q + pq - q^2$. **285.** 2) $10a^2 + 7a - 12$; 4) $20p^2 - 17pq + 3q^2$. **286.** 2) $0{,}09 - m^2$; 4) $0{,}04a^2 - -0{,}25x^2$. **287.** 2) $30x^4 + 30y^4 - 61x^2y^2$; 4) $x^3 + 5x^2 + 7x + 3$. **288.** 2) $27a^3 - 8b^3$; 4) $27a^3 + 8b^3$. **290.** 2) $0{,}3x^2 + xz - 0{,}3y^2 + yz$; 4) $0{,}3a^4 - 0{,}9a^3 + 2a^2 + 3a - 10$. **291.** 2) $a^3 - ab^2 + 3a^2b - -3b^3$; 4) $12x^3 - 29x^2 + 7x + 6$. **295.** 2) y^4; 4) 1. **296.** 2) $-3a$; 4) $-5c$. **297.** 2) $\frac{2}{15}a$; 4) $-9c$. **298.** 2) $9m$; 4) $\frac{4}{5}b$. **299.** 2) 8; 4) 7. **300.** 2) 3; 4) -3. **301.** 2) $-\frac{5}{3}$; 4) $-1{,}3$. **302.** 2) $-\frac{5}{3}p$; 4) $0{,}4c$. **303.** 2) $7m^6$; 4) $\frac{7}{6}$. **304.** 2) $\frac{9}{4}ab^2$; 4) $3ab$. **305.** 2) $-\frac{1}{13}axy^2$; 2) $\frac{1}{2}a^3b$. **306.** 2) $81x^4y$; 4) $x^7y^{11}z^3$. **307.** 2) $2b - 1$; 4) $2 - x$. **308.** 2) $4a - 3b$; 4) $-c + 1$. **309.** 2) $-\frac{2}{3}cb - 1$; 4) $-\frac{1}{4}ab + \frac{3}{4}a^2$. **310.** 2) $-2x - 3y + 4$; 4) $a + 3a^2b - 2$. **311.** 2) 1; 4) $-3a$. **312.** 2) 200 m; 2400 m². **313.** 2) a^3; 4) $c^2 + 3^2$. **314.** 2) $n^2 - m^2$; 4) $(\frac{1}{2})^3 - b^3$. **315.** $4c$ sm, c^2 m². **317.** $3x^2$ ýa-da $\frac{1}{3}x^2$. **318.** 10 km. **319.** 108000. **320.** Ýok. **321.** 2) $3{,}08 \cdot 10^{13}$. **322.** $5{,}1 \cdot 10^8$; 10^{12}. **323.** 10 kg. **324.** 2) xy; 4) $10mn^2k$. **325.** 2) $13\frac{3}{4}$. **326.** 2) $3x^2$; 4) $8a^2 + b^2 - ab$. **327.** 2) $0{,}5x^2 + xz - 0{,}5y^2 + yz$; 4) $a^4 - 2a^3 + 3a^2 + 4a - -10$. **328.** 2) $2a^3 - 2ab^2 + 3a^2b - 3b^3$; 4) $6x^3 - 17x^2 - 4x + 3$. **329.** 2) $5x^3 + 8x^2 + 9x - 1$; 4) $1\frac{1}{4}a^5 + 2a^2x - -1\frac{1}{2}x^2$. **332.** 2) 180,7; 4) 12,5. **333.** 2) $2x^2 - 2x$; 4) $a^3 + ab - a^2b^2 - b^3$. **334.** 240 km. **336.** 2) $3(a - x)$; 4) $6(a + 2)$. **337.** 2) $2(4a - 2b - 1)$; 4) $3(3x - y + 4z)$. **338.** 2) $c(d + b)$; 4) $x(3 - y)$. **339.** 2) $3b(d - a)$; 4) $3p(2k - 1)$. **340.** 2) $x(y - -x + z)$; 4) $4b(b + 2a - 3a^2)$. **341.** 2) $a^3(a - 3)$; 4) $x^2y^2(y - x)$. **342.** 2) $6x^2(x^2 - 4)$; 4) $3a^2(2a^3 + 1)$. **343.** 2) $4x^2y(5xy + 1)$; 4) $3xyz(3z - 4y)$. **344.** 2) $5a^3(4a - 1 + 3a^2)$; 4) $2x^2y^2(y^2 - x^2 + 3xy)$. **345.** 2) 18700; 4) $-1{,}62$. **346.** 2) $(a+5)(b-c)$; 4) $(y-3)(1 + b)$. **347.** 2) $(m - 3)(3n + 5m)$; 4) $(c - d)(7a - 2b)$. **348.** 2) $(x + y)(a^2 - b^2)$; 4) $(a^2 - 2b^2)(x + y)$. **349.** 2) $(p - q)(c - a + d)$; 4) $(x^2 + 1)(m - n - l)$. **350.** 2) $(b - c)(a + c)$; 4) $(x - -y)(2b + 1)$. **351.** 2) $(a - 2)(6 - a)$; 4) $(m - 2)(a^2 - b)$. **352.** 2) $(x - y)(x - y - 3)$; 4) $(3 - b)(-a + 1 - b)$. **353.** 2) $x = 1$; 4) $x = 0{,}49$. **354.** Ýetişýär. **355.** 2) $(m - n)(1 + p)$; 4)

$(x-y)(1+2a)$. **356.** 2) $(a-b)(a-b+1)$; 4) $(p-1)(4q+p-1)$. **357.** 2) $(p-1)(4q+1)$; 4) $(p-1)(4q-1)$. **358.** 2) $(b+c)(a+d)$; 4) $2(x-1)(3x-4y)$. **359.** 2) $(c+d)(a-3b)$; 4) $(a-3b)(x+5y)$. **360.** 2) $(b+c-a)(y-x^2)$; **361.** 2) 12500; 4) 28. **362.** 2) –0,625; 4) –0,33. **363.** 2) 906. **364.** 2) $t=-7$, $t=4$. **365.** 2) $x^2-2xy+y^2$; 4) x^2+2x+1; 6) $49+14m+m^2$. **366.** 2) x^2-6x+9; 4) $y^2-12y+36$; 6) $b^2+b+\frac{1}{4}$. **367.** 2) $9x^2+12xy+4y^2$; 4) $25z^2-10zt+t^2$. **368.** 2) a^4+2a^2+1; 4) $x^4+2x^2y^2+y^4$. **369.** 2) $a^2-\frac{2}{3}a+\frac{1}{9}$; 4) $\frac{x^2}{9}+\frac{xy}{6}+\frac{y^2}{16}$. **370.** 2) $0,16b^2-0,4bc+0,25c^2$; 4) $\frac{1}{16}a^6-\frac{2}{5}a^3+\frac{16}{25}$. **372.** 2) $9b^4+12ab^3+4a^2b^2$; 4) $16x^2y^2+4xy^3++0,25y^4$. **373.** 2) 1681; 4) 9604. **374.** 2) 1006009; 4) 1521. **375.** 2) 3249; 4) 1002001. **376.** 2) $4xy$; 4) $8a^2+2b^2$. **377.** 2) $7a^2-52a+112$; 4) $4x^2-16x-4$. **378.** 2) $x=2$; 4) $x=-0,5$. **379.** 2) $y=3$; 4) $y=\frac{2}{3}$. **380.** 2) –11; 4) –17. **382.** 2) $(5+x)^2$; 4) $(p-0,8)^2$. **386.** 2) p^2-q^2; 4) m^2-n^2. **387.** 2) a^2-9; 4) x^2-49. **388.** 2) c^2-9d^2; 4) $9m^2-4n^2$. **389.** 2) $\frac{25}{36}a^2-b^2$; 4) $\frac{4}{9}m^2-\frac{9}{16}n^2$. **390.** 2) a^4-b^6; 4) m^6-n^6. **393.** 2) $25a^2b^4-4a^4b^2$; 4) $a^2b^6-16x^2y^2$. **394.** 2) x^4-1; 4) $81a^4-16b^4$. **395.** 2) 4896; 4) 2491. **396.** 2) 1584; 4) 39999. **397.** 2) $2a^2+4a$; 4) $24ab-32b^2$. **399.** 2) $x=\frac{4}{3}$; 4) $y=\pm2$; $y=3$. **400.** 64 sm^2 -a kemeldi. **401.** –10. **402.** 2) 980; 4) 5,87. **405.** 2) $(2a-3)(2a+3)$; 4) $(9a-4b)(9a+4b)$. **406.** 2) $(ab-4)(ab+4)$; 4) $(4x-5y)(4x+5y)$. **407.** 2) $(\frac{2}{3}a-\frac{1}{4}b)(\frac{2}{3}a+\frac{1}{4}b)$; 4) $(0,3x-0,4y)(0,3x+0,4y)$. **408.** 2) $(xy^2-4)(xy^2+4)$; 4) $(5a-3b^3)(5a+3b^3)$. **409.** 2) $(a^2-b^4)(a^2+b^4)$; 4) $(b^2-9)(b^2+9)$. **410.** 2) $(m-n-k)(m-n+k)$; 4) $3(x-y)(3x+y)$. **411.** 2) $(a+2b+c)(a-c)$; 4) $4(2a-b)(-a-2b)$. **412.** 2) $(1+c)^2$; 4) $(9-x)^2$. **413.** 2) $(10-3a)^2$; 4) $(a+5b)^2$. **414.** 2) $(p^2-q)^2$; 4) $(5a^3+3b)^2$. **415.** 2) $(b^2-9)^2$; 4) $(4-a^2b^2)^2$. **416.** 2) $-(3-b)^2$; 4) $-3(a+2b)^2$. **417.** 2) 60 000; 4) 216. **418.** 2) $x=\frac{1}{2}$, $x=-\frac{1}{2}$; 4) $x=5$. **419.** 2) 10000; 4) $\frac{2}{3}$. **420.** 2) $x^2+2xy+y^2$; 4) $x^2-2xy+y^2$. **421.** $(c+d)(c^2-cd+d^2)$; 4) $(a-3)(a^2+3a+9)$; 6) $(a+1)(a^2-a+1)$;

8)$(5-b)(25+5b+b^2)$. **422.** 2) $(4-5y)(16+20y+25y^2)$; 4) $(4y+\frac{1}{3})(16y^2-\frac{4}{3}y+\frac{1}{9})$. **423.** 2) $(1+3b)(1-3b+9b^2)$; 4) $(\frac{1}{2}a^2+5b)(\frac{1}{4}a^4-\frac{5}{2}a^2b+25b^2)$. **424.** 2) $(a+b)(a-b)\times(a^4+a^2b^2+b^4)$; 4) $(2+y)(2-y)(16+4y^2+y^4)$. **425.** 2) y^3+8; 4) $64c^3-125d^3$. **426.** 2) $a^6b^6-125a^3$; 4) $\frac{1}{8}x^3-\frac{1}{27}y^3$. **427.** 2) $16a^2(4a+5b)$; 4) $(a-b)(a^2+ab+b^2++a-b)$. **428.** 2) 0,02. **429.** 2) $8x+7$. **430.** 2) $x=3$; 4) $x=0,2$. **441.** 2) $x=2$. **442.** 2 km/sagat, 16 km/sagat. **443.** 2) $(x-y)(4+3x-3y)$; 4) $(b-a)(b-a-1)$. **444.** 2) $y(x+y)^2$; 4) $(b-a)^2(a-1)$. **445.** 2) $24x^2(y-z)$; 4) $4(2x-y)(2x-3y-1)$. **446.** 2) $5(x+y)(2x+1)$; 4) $(3z^2+2y^2)(16x-5y)$. **447.** 2) $(2nk+5m)(3mk-7n^2)$; 4) $(5c-3x)(8b-3c)$. **448.** 2) $16x+2$; 4) $-19y+6$. **450.** 2) $\frac{5}{8}$; 4) $\frac{11}{8}$. **454.** $\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$. **456.** 2) 5; 4) 1,9; 6) 4. **457.** 2) $V=\frac{m}{p}$; 4) $a=\frac{p}{2}-b$. **458.** $x=\frac{np}{1000a}$, $x=3$. **459.** $t=\frac{a}{cn}$, $t=15$. **461.** 2) $\frac{4}{5}$, 4) -2. **462.** 2) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{b}{2c}$. **463.** 2) $\frac{1}{b^4}$; 4) b^2. **464.** 2) $\frac{2}{7}$; 4) $\frac{b}{3a}$; 6) $\frac{a^2b}{5c}$. **465.** 2) $\frac{7a}{5}$; 4) $\frac{1}{3(a-b)}$; 6) $-\frac{1}{3}$. **466.** 2) $\frac{1}{(m+n)^3}$; 4) $3y-2x$; 6) $\frac{2}{a(a-b)}$. **467.** 2) $\frac{2a}{m-n}$; 4) $\frac{4a-1}{2a+3}$; 6) $\frac{1+b}{1-b}$. **468.** 2) $\frac{q^2}{p-q}$; 4) $\frac{m}{n}$; 6) $-\frac{x}{y}$. **469.** 2) $\frac{3a+2b}{2a+3b}$; 4) $-\frac{1}{ab}$. **470.** 2) $\frac{1}{a+b}$; 4) $5+x$; 6) $-\frac{c+2}{2a}$. **471.** 2) $10-7b$; 4) $\frac{y}{5+y}$; 6) $\frac{5ab}{a^2-b^2}$. **472.** 2) $\frac{1}{b+7}$; 4) $\frac{1}{1-2p}$. **473.** 2) $\frac{4a+1}{4a-1}$; 4) $\frac{10(m+n)}{3(m-n)}$. **474.** 2) $n-m$; 4) $\frac{1}{5-2x}$. **475.** 2) $\frac{3y-4x}{3y+4x}$; 4) $\frac{6-c}{6+c}$; 6) $\frac{3c-2b}{a}$. **476.** 2) $a+1$; 4) $\frac{1}{2}$. **477.** 2) $\frac{b}{ab}$ we $\frac{2a}{ab}$; 4) $\frac{2a}{2b}$ we $\frac{a}{2b}$; 6) $\frac{32}{60}$ we $\frac{25}{60}$. **478.** 2) $\frac{9x^2}{12xy}$, $\frac{72}{12xy}$ we $\frac{16y^2}{12xy}$; 4) $\frac{2ax^2}{4x^3}$ we $\frac{b}{4x^3}$. **479.** 2) $\frac{6b^2}{2b}$ we $\frac{a^2}{2b}$; 4) $\frac{2b^2}{6ab}$, $\frac{9ac}{6ab}$, $\frac{6a^2b^2}{6ab}$. **480.** 2) $\frac{3a^2}{18a^2b^2}$, $\frac{2(a^2+b^2)}{18a^2b^2}$ we $\frac{a(3-a^2)}{18a^2b^2}$; 4) $\frac{21y^3}{60x^4y^4}$, $\frac{310x^3y}{60x^4y^4}$ we $\frac{80x^2}{60x^4y^4}$. **481.** 2) $\frac{6a}{(a-1)a}$ we $\frac{2(a-1)}{(a-1)a}$; 4) $\frac{8a^2}{12(a+1)}$ we $\frac{15a^2}{12(a+1)}$.

482. 2) $\frac{7a(3x+y)}{9x^2-y^2}$ we $\frac{6b(3-y)}{9x^2-y^2}$; 4) $\frac{6x}{8x+8y}$ we $\frac{x}{8x+8y}$. **483.** 2) $\frac{7a}{x^2-9}$ we $\frac{a(x-3)}{x^2-9}$; 4) $\frac{6x(x+y)}{x^2-y^2}$, $\frac{7xy(x-y)}{x^2-y^2}$ we $\frac{3}{x^2-y^2}$. **484.** 2) $\frac{28c(b+c)}{70(b^2-c^2)}$, $\frac{6a^2}{70(b^2-c^2)}$ we $\frac{35b(b-c)}{70(b^2-c^2)}$; 4) $\frac{15x(x+1)}{12x(x^2-1)}$; $\frac{-48x^2}{12x(x^2-1)}$ we $\frac{4(x-1)}{12x(x^2-1)}$. **485.** 2) $\frac{5a}{b^3}$; 4) $\frac{x-y}{n+a}$. **486.** 2) $\frac{2a}{c^2}$; 4) $\frac{7}{a^2}$; 6) $\frac{8}{ab}$. **487.** 2) $\frac{11}{28}$; 4) $\frac{3}{5b}$; 6) $\frac{3ad-b}{12d}$. **488.** 2) $\frac{15+ab}{5a}$; 4) $\frac{2+7b}{b}$. **489.** 2) $\frac{2c+4c^2-3}{c^2}$; 4) $\frac{mn-kn^2+m^2}{n^2}$. **490.** 2) $\frac{k-n}{mnk}$; 4) $\frac{bd+ba}{acd}$; 6) $\frac{2n^2-3m}{mn^3}$. **491.** 2) $\frac{4a^4-21cb^3}{18a^3b^4}$; 4) $\frac{20y-21x+22}{28x^2y^2}$; 6) $\frac{b(cd^2+d+c)}{(cd)^2}$. **492.** 2) $\frac{3x}{2(1-x)}$; 4) $\frac{8y-25x}{10(y-3)}$. **493.** 2) $\frac{11}{10(b+1)}$; 4) $\frac{5x}{8(x+y)}$. **494.** 2) $\frac{5b^2-2a^2}{ab(x+y)}$; 4) $\frac{a+b-y}{ab}$. **495.** 2) $\frac{2(2a+3)}{a(1-a)}$; 4) $\frac{67b-3a}{40(a^2-b^2)}$. **496.** 2) $\frac{x-1}{x^2-9}$; 4) $\frac{2x^2+3x+2}{x^2-16}$. **497.** 2) $\frac{6n-47}{n^2-49}$; 4) $\frac{24y^2+y+1}{1-9y^2}$. **498.** 2) $\frac{13a+4}{(3a+1)^2}$. **499.** 2) $\frac{2-11x}{(3x+1)^2}$; 4) $\frac{4-7n+7m}{(n-m)^2}$; 6) $\frac{2x^2+18}{(x^2-9)^2}$. **500.** 2) $\frac{b^2-3b}{b-2}$; 4) $\frac{1}{a+1}$.

501. 2) $-\frac{1}{x+y}$; 4) $\frac{2(24-a)}{4a^2-9}$. **502.** 2) $\frac{b-3b^2-14}{6(b^2-1)}$; 4) $\frac{28n^2-4m^2+9mn}{m(4n^2-m^2)}$; 6) $\frac{4a^2-4a-b}{a^2+2a}$.

503. 2) $\frac{2a}{a^3+8}$; 4) $-\frac{6m}{m^3-27}$. **504.** 2) $-\frac{2}{19}$. **505.** 2) $\frac{4}{13}$; 4) $\frac{15}{2}$. **506.** 2) $\frac{k^2}{mn}$; 4) $\frac{3mk}{4nd}$; 6) $\frac{2a^2b^2}{c^3}$. **509.** 2) 2; 4) $\frac{a}{bc}$; 6) $\frac{ac}{b}$. **510.** 2) $\frac{k^2}{mn}$; 4) $\frac{3md}{2nk}$; 6) $\frac{15a^2c^2}{d}$. **511.** 2) $\frac{18a^2}{7}$; 4) $\frac{1}{a}$; 6) $\frac{a^3b^3}{d^2}$. **512.** 2) $\frac{2y}{5c^3}$; 4) $\frac{2d^2a^2}{3c}$; 6) $\frac{22p^3n}{m^4}$. **513.** 2) $10a^2b$; 4) $\frac{1}{4a^2b}$.

514. 2) $\frac{2b}{a}$; 4) $3b$; 6) $\frac{(a+b)a}{3b}$. **515.** 2) $\frac{b}{3(1+a)}$; 4) $\frac{1}{3m^2(m+n)}$; 6) $\frac{5}{3(a-b)}$. **516.** 2) $\frac{-3x^2(x+y)}{2(x^2+y^2)}$; 4) $\frac{-18(n-m)^2(n+m)}{n(n+p)^2}$; 6) $\frac{1}{a^2-b^2}$. **517.** 2) b–3; 4) $(a-1)(2a-1)$. **518.**

2) $\frac{2(a+1)}{3}$; 4) 1; 6) $\frac{b^2}{b^2+1}$. **519.** 2) $\frac{a^2(b^2-1)}{b^2}$; 4) $\frac{2(m+n)}{n}$. **520.** 2) $\frac{4ab}{a^2-b^2}$; 4) $\frac{1}{6(c+d)}$. **521.** 2) $\frac{9z}{z+2}$; 4) $\frac{m+5}{m-2}$. **522.** 2) $\frac{b}{a+b}$; 4) $\frac{1}{c}$. **523.** 2) $\frac{4}{a-b}$; 4) $\frac{1}{c(a+b)}$. **526.** $\frac{v-v_1}{v+v_1}\cdot s$ km. **527.** 6 sanydan. **528.** 2) $\frac{3(x^2-2x+4)}{x^3+8}$, $\frac{x+1}{x^3+8}$ we $\frac{(x+2)^2}{x^3+8}$. **529.** 2) $\frac{55b-61}{24}$; 4) $\frac{5-27b}{36}$. **530.** 2) $\frac{7q-p}{3p-q}$; 4) $\frac{8a+8b-70}{2b-5}$. **531.** 2) $\frac{a^2-b^2}{7}$; 4) $\frac{m+n}{2(p^2-pc+c^2)}$. **532.** 2) $\frac{x(x+2)(x-3)}{(x-2)(x+3)(x^2+2)}$; 4) 1. **533.** 2) $-2(a-1)^2$; 4) $\frac{a^2+4}{4a}$. **534.** 120. **536.** d) $n(n-1):2$. **538.** 45. **539.** 2) 900. **541.** 16 · 15 · 14 = 3360. **542.** 30. **543.** 1) 125; 2) 625. **545.** 24. **546.** 10. **547.** 12 · 8 · 7 = 672. **548.** 1) 64 · 49 = 3136; 2) 8! **550.** 1) 4 · 60; 2) 24 · 58; 3) 36 · 55; jemi 3612 usul. **551.** 6. **552.** 12. **554.** 20. **555.** 14 sany. **61.** 24 sany 4 belgili san düzmek mümkin. **562.** 24. **565.** 10. **566.** 45. **568.** 56. **569.** 6. **570.** $C_6^4 = C_6^2 = 15$. **572.** $C_{10}^3 - 4 = 116$ ýagdaýda jem 9-dan uly bolýar. **573** $(C_3^1+C_3^2+C_3^3)\cdot(C_4^1+C_4^2+C_4^3+C_4^4)\cdot(C_2^1+C_2^2)=315$ ta. **576.** $C_5^2\cdot C_{10}^3=1200$. **578.** 1) $C_{20}^2=190$; 2) $C_{20}^3=1140$; 3) $C_{20}^4=4845$. **579.** $8\cdot C_{11}^2+11\cdot C_8^2=748$. **580.** 36; 30. **581.** 1) 5 · 5 · 4 · 3 = 300; 2) 5 · 6 · 6 · 6 = 1080. **582.** 5 · 6 · 6 · 3 = 540. **583.** 4 · 3 · 2 · 1 = 24. **584**. 26 · 25 · 24 = 15 600. **585.** 8 · 7 · 5 = 280. **586.** 10 000. **588.** 24 ta. **589.** 10 · 9 · 8 = 720. **590.** 2) mümkin däl. **591.** 1) 6; 2) 15; 3) 45; 4) $n\cdot(n-1):2$. **593.** 3 · 4 · 5 = 60. **594.** 4. **595.** 40. **596.** 1) 2500; 2) 3125. **597.** 2) 2. **598.** 2) Nädogry. **599.** $7\frac{1}{2}$. **600.** $2a(30-a)$; –128. **601.** $a\cdot 100 + b\cdot 10 + c$; $c\cdot 100+b\times 10+a$; *a* sany. **602.** $x = 1000a + c$. **606.** 4) $3a^2bm$. **609.** 4) $1{,}5a^3 + 11{,}5a^2 - a - 1$. **610.** 2) $x = 2\frac{5}{11}$. **614.** 4) $x = -\frac{1}{8}$. **615.** 40, 36, 43. **616.** 9 ýyldan soň. **617.** 4 ýyldan soň. **618.** 1,5 sagatda. **619.** 1,5 sagatda . **620.** 2) $\frac{a^2}{4}$. **621.** 2) $16ab$. **623.** 2) $3(1+a)(7-3a)$. **624.** 2) $4(3b-2)(5b+1)$; 4) $(17a - 9b)(b-13a)$. **634.** 63 km. **635.** $27\frac{3}{11}$ minutdan soň. **636.** 41574. **637.** Mis

— 25,5N; sink — 10,5 N. **638.** $\frac{1}{2}$ kg. **640.** 35 km. **641.** 120 km. **642.** 150 sany. **644.** 2) ogullary $5\frac{5}{6}$ dirhemden, inisi $4\frac{1}{6}$ dirhem. **645.** 2) $\frac{2n(2n-k)}{2n+k}$; 4) $\frac{2q(m-2q)}{m+2q}$. **646.** 4) $\frac{m+7n}{10}$. **648.** 2) 1. **649.** 2) $x=6$. **650.** 2) $x=-\frac{25}{34}$; 4) $x=-6{,}5$. **651.** 160 km. **652.** 9 km/sagat. **653.** 80 km/sagat; 75 km/sagat. **654.** 2) $-2\frac{2}{3}$.

„Özüňizi barlap görüň!“ ýumuşlaryna jogaplar

I bap. **1.** 1) 120,3; 2) $-3\frac{1}{6}$; **2.** $3x+4y$; $\frac{1}{3}$. **3.** $10a+15b$.

II bap. **1.** Hawa, $x=-4$; **2.** 1) $x=\frac{1}{3}$; 2) $x=3$. **3.** 30 %.

III bap. **1.** 5^5; 3^2; 2^{12}; 6^5. **2.** $3b+d$. **3.** $-1{,}25\,a^4b^3c^2$; $0{,}7m-2n-1$. **4.** $3m^2-4$; $-3{,}8125$.

IV bap. **1.** $2a^2+12a$. **2.** 1) $y(x-2)$; 2) $(4a-9)(4a+9)$; 3) $3x^2\cdot(1-2x)$; 4) $(x-5)^2$; 5) $(x-1)(3+y)$; 6) $2(a-b)^2$. **3.** $(a-3b)(a+3)$; 8.

V bap. **1.** $b\neq 0$, $a\neq 1$, $b\neq -2$. **2.** 1) $\frac{1}{a}$; 2) $\frac{4ab}{a^2-b^2}$; 3) 4; 4) $\frac{a-b}{b}$. **3.** $\frac{1}{x-3}$; -3.

VI bap. **1.** $18\cdot 17=306$. **2.** $12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8=87480$. **3.** $5\cdot 4\cdot 3=60$. **4.** $1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5=120$.

Gyzykly meselelere jogaplar

1. 99 + 9 : 9. **2.** 44 üçburçluk, 10 kwadrat, 8 gönüburçluk. **3.** 5 ýaşda. **4.** 18 minut. **5.** 1) 6; 2) 3; 3) 4; 4) 9. **6.** 24 000 km. **7.** 6 sany **8.** 1) 7; 2) 4 oglan, 3 gyz. **9.** 10 metr. **10.** Mümkin däl.

MAZMUNY

IV bap. KÖPAGZANY KÖPELDIJILERE DAGYTMAK

V bap. ALGEBRAIK DROBLAR

VI bap. KOMBINATORIKANYŇ ELEMENTLERI

22.14
A-48

Alimow Ş.A. Algebra: Umumy orta bilim berýän mekdepleriň 7-nji synpy üçin derslik/Ş.A. Alimow, O.R. Halmuhamedov, M.A. Mirzaahmedow. Bäşinji neşir. — Daşkent „O'qituvchi" NÇDÖ, 2017. — 192 s.

ISBN 978-9943-22-103-1

UO'K 512(075.3)
KBK 22.14 ya 72

SHAVKAT ARIFDJANOVICH ALIMOV,
ALIMDJAN RAXIMOVICH XALMUXAMEDOV,
MIRFAZIL ABDILXAKOVICH MIRZAXMEDOV

ALGEBRA

Umumiy o'rta ta'lim maktablarining
7- sinfi uchun darslik

(Turkman tilida)

Qayta ishlangan va to'ldirilgan
4- nashri

„O'qituvchi" nashriyot-matbaa ijodiy uyi
Toshkent — 2017

Terjime eden *K.Hallyýew*
Redaktor *K.Hallyýew*
Suratlaryň redaktory: *Ş. Hojaýew, B. Abdullaýewa*
Tehredaktor *S. Nabiýewa*
Kompýuterde sahaplaýjy *M. Ibragimowa*

Neşirýat lisenziýasy AI №291. 04.11.2016. Original-maketden çap etmäge 2017-nji ýylyň 15-nji iýununda rugsat edildi. Möçberi $70\times90^{1}/_{16}$. Kegli 12,5 şponly. Times New Roman garniturasy. Ofset çap ediliş usuly. Ofset kagyzy. Şertli ç.l. 14,04. Hasap-neşirýat 9,5. 890 nusgada çap edildi. Buýurma №

Özbegistanyň Metbugat we habar agentliginiň „O'qituvchi" neşirýat-çaphana döredijilik öýi. Daşkent – 206, Ýunusabat, Ýangişäher köçesi, 1. Şertnama № 50–17.

Kärendesine berlen dersligiň ýagdaýyny görkezýän jedwel

№	Okuwçynyň ady, familiýasy	Okuw ýyly	Dersligiň alnandaky ýagdaý	Synp ýolbaş-çysy-nyň goly	Dersligiň tabşyrylandaky ýagdaýy	Synp ýolbaş-çysyn-yň goly
1.						
2.						
3.						
4						
5.						
6.						

Derslik peýdalanmaga berlende we okuw ýylynyň soňunda gaýtarylyp alnanda ýokardaky jedwel synp ýolbaşçysy tarapyndan aşakdaky baha ölçegleri boýunça doldurylýar.

Täze	Dersligiň ilkinji gezek peýdalanmaga berlendäki ýagdaýy
Ýagşy	Sahaby bütin, dersligiň esasy böleginden aýrylmandyr. Ähli sahypalary bar, ýyrtylmadyk, goparylmadyk, sahypalarynda ýazgylar we çyzyklar ýok.
Kanagat-lanarly	Sahaby ýyrtylan, sahypalarynda ýazgylar bar, gopan sahypalary bar. Peýdalanyjy tarapyndan durky täzelenipdir, gopan sahypalar gaýtadan abatlanypdyr. Käbir sahypalary çyzylypdyr.
Kanagat-lanarsyz	Sahaby çyzylan we ýyrtylan, esasy böleginden bölünip aýrylypdyr ýa-da bütinleý ýok, abatlanyşy ýaramaz. Sahypalary ýyrtylan, köpüsi gaçypdyr, çyzylypdyr, bulaşdyrylypdyr. Kitaby täzeden dikeldip bolmaýar.