Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

GEOMETRIÝA

10

Umumy orta bilim berýän mekdepleriň
10-njy synpy üçin derslik

Özbegistan Respublikasynyň Halk bilimi
ministrligi tarapyndan neşire hödürlenildi

Täze neşir

Daşkent – 2022

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

UO‘K 514(075.3)
514(075.3)
G 35

Düzüjiler:

Bohodir Haýdarow
Nargiza Taştemirowa
Isak Asrorow

Syn ýazanlar:

Z. R. Babaýewa – Syrderýa welaýatynyň Gülüstan şäherindäki 11-nji mekdebiň matematika mugallymy.

M. H. Usmanow – Namangan welaýatynyň halk tälimi müdirliginiň ýanyndaky 3-nji ÝDUMI-niň matematika mugallymy.

A. K. Alibekowa – Daşkent şäheriniň Şaýhantahur etrabyndaky 180-nji ÝDUM-niň matematika mugallymy.

Geometriýa 10-njy synp [Tekst]: derslik / B. Haýdarow, N. Taştemirowa, I. Asrorow − Daşkent: Respublikan tälim merkezi, 2022. − 192 s.

UNICEF-iň Özbegistandaky wekilhanasy bilen hyzmatdaşlykda taýýarlandy.

Özbegistan Respublikasynyň Ylymlar akademiýasynyň W. I. Romanowskiý adyndaky Matematika institutynyň netijesi esasynda kämilleşdirildi.

Original maket we dizaýn konsepsiýasy
Respublikan tälim merkezi tarapyndan taýýarlandy.

Respublikanyň ýörite kitap gaznasynyň serişdeleriniň hasabyndan çap edildi.

ISBN 978-9943-8456-2-6

© Respublikan tälim merkezi, 2022

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

SÖZBAŞY

Eziz okuwçylar! Siz geometriýanyň bölümi – stereometriýa kursuny öwrenmegi başlaýarsyňyz. Stereometriýa giňişlikdäki geometrik figuralaryň häsiýetlerini öwrenmäge bagyşlanan. 10-njy synpda stereometriýanyň aksiomalary we olaryň netijeleri, giňişlikdäki göni çyzyklaryň we tekizlikleriň parallelligi we perpendikulýarlygy bilen tanşarsyňyz.

Getirilen nazary materiallar mümkingadar ýönekeý we düşnükli dilde beýan edilen. Ähli temalaryň we düşünjeleriň mazmuny durmuşdan alnan dürli mysallar arkaly açyp berlen. Her bir temadan soň berlen soraglar, subut etmäge, hasaplamaga we gurmaga degişli ençeme meseleler we mysallar okuwçyny döredijilikli pikirlenmäge ündeýär, özleşdirilen bilimleri çuňlaşdyrmaga we berkidip barmaga kömek edýär. Derslik özboluşly dizaýny we dersiň materialyny görkezýän görnüşinde hödürleýänligi bilen tapawutlanýar. Onda getirilen suratlar we çyzgylar dersiň materiallaryny gowy düşünmegine hyzmat edýär.

Öwrenilen geometrik düşünjeler we häsiýetler sizde gündelik meseleri çözmek we amalyýetde ulanmak ukybyny ösdürýär. Stereometriýa boýunça özleşdirilen bilimler we endikler gündelik durmuşda, ençeme käriň eýeleri we hünärmenler – binagärler, gurluşykçylar, dizaýnerler, tokarlar we başgalaryň käri boýunça işlerinde zerurdygyna göz ýetirersiňiz.

Ähli materiallar baplara, baplar bolsa temalara bölnen. Her bir temada nazary materiallar we meseleler bar. Nazaryýet öwrenilen mahalynda, goýy harp bilen aýratynlandyrlan tekste aýratyn üns beriň. Bu iň möhüm kesgitlemeler we häsiýetlerdir. Meseleleri çözende olary düşünip, ýatda saklap we ulanyp bilmeli. Temalaryň tekstinde käbir kyn jümleleri we meseleleri çözmegiň nusgalaryny hem taparsyňyz.

Her bir temadan soň berlen soraglar temanyň materialynyň nähili özleşdirilendigini barlamaga we ony gaýtalamaga kömek edýär. Her bir bölümiň ahyrynda barlag soraglary we test ýumuşlary berlen bolup, olaryň kömeginde bölümiň temalarynyň nähili özleşdirilendigini barlamak mümkin. Derslikdäki soraglar we ýumuşlar üç kynçylyk derejesine eýe. Temanyň ahyryndaky soraglar we käbir tegelek (°) bilen belgilenen meseleler ilkinji kynçylyk derejesinde bolup, olar nazary materialy gowy düşünendigine göz ýetirmedikler üçin taýýarlyk maşklary hasaplanýar. Hiç hili belgisizleri ortaça kynçylykdaky meseleler we gönükmelerdir. Olary çözmegi öwrenip, ýeterli derejedäki akademik üstünlikleri ynamly ýagdaýda ýüze çykaryp bilersiňiz. Ýyldyzjyk (*) bilen ýokary çylşyrymlylykdaky meseleler belgilenen. Eger siz olary derrew çözmegi başarmasaňyz, gaýgy etmäň, ýöne sabyrly we tutanýerli boluň. Kyn meseläni çözmek begenji siziň üçin sylagdyr. Jogaplardaky görkezmeler şu meseleleriň käbirlerini çözmegiň ýollaryny tapmaga kömek eder.

Predmeti, hususan-da, geometriýany okatmakdan gözlenýän möhüm netije okuwçylaryň degişli kompetensiýalara, ýagny bilimlere we endiklere esaslanan bilim we durmuşda üstünlikli hereket etmek başarnyklaryny eýelemeklerinden ybarat. Derslikde getirilen ýumuşlar we gönükmeler ine şu maksady amala aşyrmaga gönükdirilen.

Awtorlar

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

DERSLIKDEN PEÝDALANMAK BOÝUNÇA MASLAHATLAR

Derslikden stereometriýany üstünlikli öwrenmek üçin aşakdakylary berjaý etmegi maslahat berýäris:

- *her bir giňişlikdäki jisimi öwrenmegi onuň modelini gurmakdan başlamak we olaryň häsiýetlerini şu modeller esasynda öwrenmek;*
- *giňişlikdäki jisimleri depderde şekillendirmäge aýratyn üns bermek;*
- *köpräk gündelik durmuşdan alnan meseleleri çözmek, ýagny kompetensiýalary şekillendirmäge üns bermek;*
- *ýuwaş-ýuwaşdan suratly meselelerden tekstli meselelere geçmek;*
- *dersde dürli predmetler, hojalyk enjamlaryna giňişlikdäki jisimiň modeli hökmünde seredip, olaryň häsiýetlerini öwrenmäge degişli meseleleri köpräk çözmek;*
- *keýs we taslama metodlaryndan giň peýdalanmak bilen okuwçylara özbaşdak işleri bermek we olaryň tanyşdyrmalaryny ara alyp maslahatlaşmak;*
- *dürli häsiýetleriň we formulalaryň subudyna görä olaryň mazmunyna we ulanmaga köpräk durup geçmek.*

DERSLIKDE PEÝDALANYLAN BELGILER WE OLARYŇ BEÝANY:

 – geometrik düşünjäniň kesgitlemesi.

 – amaly ýumuş we ulanma.

 – teoremanyň häsiýetnamasy.

 – geometrik barlag.

 – aksiomanyň häsiýetnamasy.

 – taryhy maglumatlar.

 – tema degişli soraglar we ýumuşlar.

 – geometrik tapmaçalar.

 – işjeňleşdiriji sapak.

 – multimedia goşmaçalary.

 – mesele çözmegiň nusgasy.

 – elektron resurslar.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

MAZMUNY



I BAP
PLANIMETRIÝANY ULGAMLY GAÝTALAMAK

1. Geometriýanyň logiki gurluşy 8
2. Geometrik meseleler we olary çözmegiň usullary 15
3. Baby gaýtalamaga degişli amaly gönükmeler 26



II BAP
STEREOMETRIÝA GIRIŞ

4. Stereometriýanyň esasy düşünjeleri..... 32
5. Giňişlikde göni çyzyklar we tekizlikler 39
6. Giňişlikdäki geometrik figuralar. Köpgranlyklar..... 44
7. Köpgranlyklary şekillendirmek we modelini gurmak 58
8. Köpgranlyklaryň ýönekeý kesiklerini gurmak 64
9. Taslama işi boýunça sapak 74
10. Baby gaýtalamaga degişli amaly gönükmeler 77

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



III BAP

GIŇIŞLIKDE GÖNI ÇYZYKLARYŇ WE TEKIZLIKLERIŇ PARALLELLIGI

11. Giňişlikde göni çyzyklaryň özara ýerleşişi.....88
12. Atanaklaýyn göni çyzyklar 95
13. Giňişlikde göni çyzyklaryň we tekizlikleriň özara ýerleşişi 98
14. Giňişlikde tekizlikleriň özara ýerleşişi 103
15. Giňişlikde parallel proýesirleme 109
16. Baby gaýtalamaga degişli amaly gönükmeler 113



IV BAP

GIŇIŞLIKDE GÖNI ÇYZYKLARYŇ WE TEKIZLIKLERIŇ PERPENDIKULÝARLYGY

17. Giňişlikde perpendikulýar göni çyzyklar we tekizlikler 120
18. Giňişlikde perpendikulýar, gyşarma we aralyk 127
19. Üç perpendikulýar hakyndaky teorema 135
20. Giňişlikde tekizlikleriň perpendikulýarlygy 142
21. Giňişlikde ortogonal proýeksiýa we ondan tehnikada peýdalanmak 148
22. Baby gaýtalamaga degişli amaly gönükmeler.....152



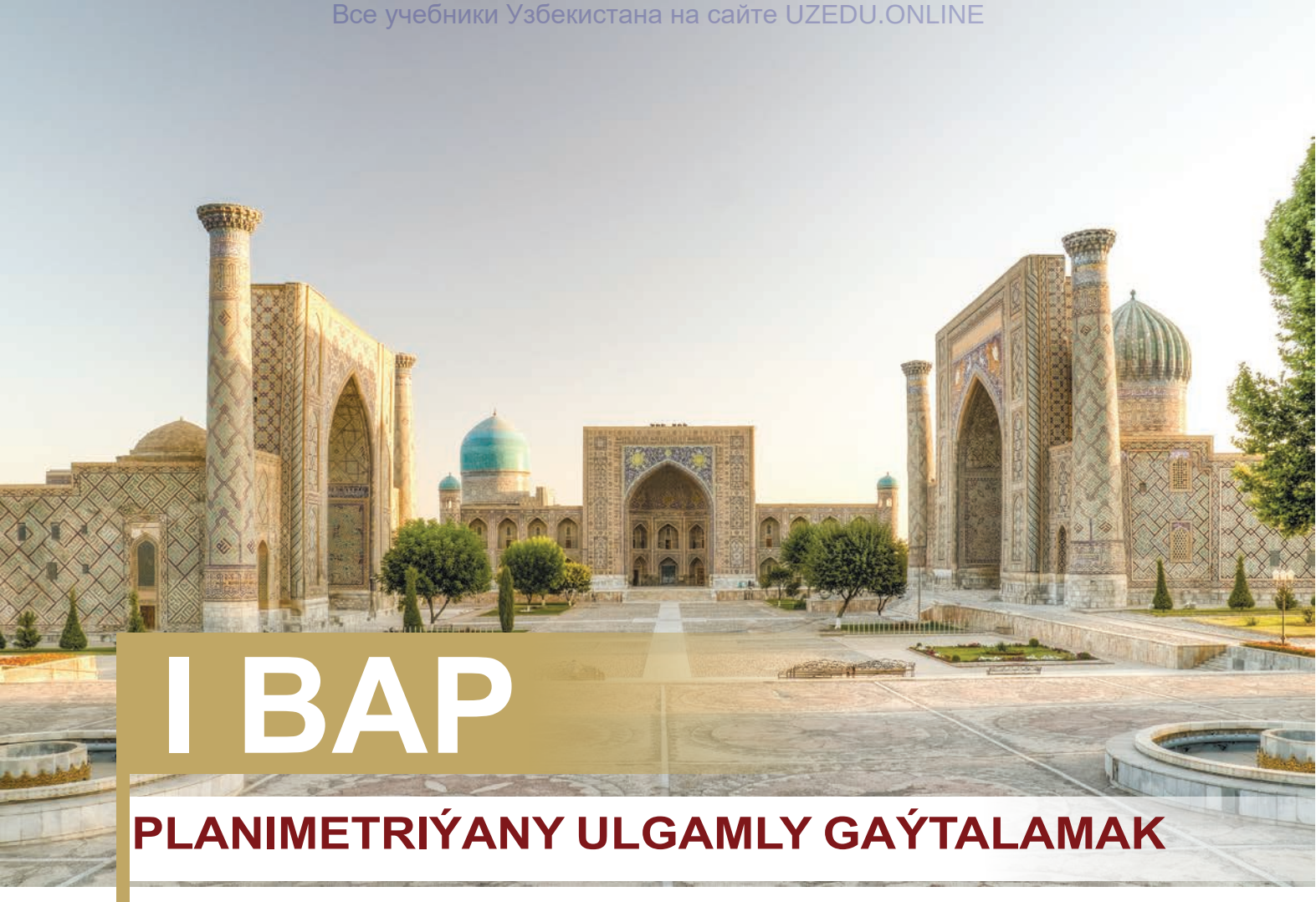
V BAP

GAÝTALAMAK

23. Gaýtalamaga degişli meseleler 162
Geometriýa degişli esasy maglumatlar 175

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



I BAP

PLANIMETRIÝANY ULGAMLY GAÝTALAMAK

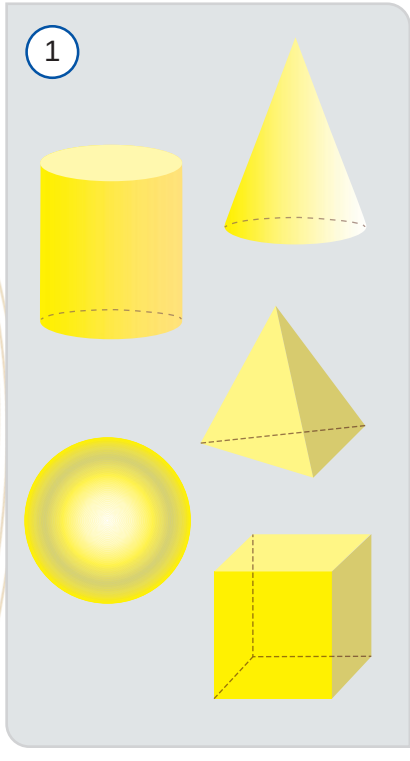
Şu baby öwrenmek netijesinde siz 7–9-njy synplarda geometriýanyň planimetriýa bölümi boýunça öwrenen aşakdaky bilimleriňizi we endikleriňizi berkidersiňiz:

- geometriýanyň logiki (aksiomatik) gurluşy bilen tanyşarsyňyz;
- planimetriýanyň esasyny düzýän aksiomalar ulgamyny bilersiňiz;
- geometriýany özbaşdak ylym hökmünde esaslandyrmaga uly goşant goşan alymlar bilen tanyşarsyňyz;
- geometriýanyň taryhyna degişli maglumatlar bilen tanyşarsyňyz;
- geometrik meseleleri çözmegiň analitik, sintetik, göni we ters, algebraik, meýdanlar, wektorlar, koordinatalar hem-de geometrik çalşyrma usullary bilen tanyşarsyňyz;
- ýokardaky usullar esasynda planimetriýa degişli meseleleri çözersiňiz.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1 GEOMETRIÝANYŇ LOGIKI GURLUŞY



Geometriýanyň esaslary müsürlilere miladydan öňki 3-nji müňýyllygyň başlarynda mälim bolupdyr. Şol döwürlerde, piramidalar gurluşygy giden wagtlarda, olar bu bilimleri işjeň peýdalanypdyrlar. Alymlaryň anyklamagyna görä, gadymy müsürli inženerler deň aralykdaky 12 sany düwün bilen bölünen, üç gazyga çekilen tanabyň göni burçy emele getirýändigini bilipdirler. Olar, şonuň ýaly-da, oba hojalyk ekinlerini ekmek üçin Nil düzlüginiň çäklerini belläp, geometrik bilimleri peýdalanypdyrlar.

Geometriýa real durmuşdaky predmetleriň mukdar görkezijileri we giňişlikdäki figuralary öwrenýän ylymdyr. Zatlaryň başga häsiýetlerini başga ylymlar öwrenýär. Eger haýsy-da bolsa bir zat öwrenilende onuň diňe giňişlikdäki şekilleri we ölçegleri hasaba alynsa, onda *geometrik figura* diýlip atlandyrylýan abstrakt obýekte eýe bolarys.

«Geometriýa» grek sözi bolup, «ýeri ölçemek» diýen manyny aňladýar. Mekdepde öwrenilýän geometriýa gadymy grek alymy Ýewklidiň ady bilen *Ýewklidiň geometriýasy* diýip atlandyrylýar. Geometriýa iki bölekden: *planimetriýadan we stereometriýadan* ybarat. *Planimetriýa* – tekizlikdäki, *stereometriýa* bolsa giňişlikdäki geometrik figuralaryň häsiýetlerini öwrenýär *(1-nji surat)*.

Geometrik figuralary bir-birinden tapawutlandyrmak üçin olaryň aýratynlyklary häsiýetlendirilýär, ýagny olara *kesgitleme* berilýär. Ýöne hemme figuralara-da kesgitleme berip bolmaýar. Olaryň deslapky birnäçesini kesgitlemesiz kabul etmäge mejburdyrys. Olary kesgitlenmeýän, *başlangyç (esasy) geometrik figuralar* diýip alýarys.

Geometriýanyň logiki taýdan gurluşy aşakdaky tertipde amala aşyrylýar:

1. Ilki esasy (başlangyç) geometrik figuralar kesgitlemesiz kabul edilýär;
2. Esasy geometrik figuralaryň esasy häsiýetleri subutsyz kabul edilýär;
3. Başga geometrik figuralar esasy figuralaryň we olaryň häsiýetlerine daýanyp kesgitlenilýär hem-de olaryň häsiýetleri oňa çenli mälim häsiýetlere daýanyp subut edilýär.

Ylmyň şeýle gurluşy *aksiomatik gurluş* diýip atlandyrylýar. *Aksioma* diýip dogrudygy subutsyz kabul edilýän häsiýete aýdylýar.

Şu wagta çenli biz öwrenen planimetriýanyň esasy figuralary nokat, göni çyzyk we tekizlikdi. Olary kesgitlemesiz kabul etdik. Kesime, şöhlä, üçburçluga we başga geometrik figuralara bolsa kesgitleme berdik. Şonuň ýaly-da, aşakdaky häsiýetleri (tassyklamalary) subutsyz aksioma hökmünde kabul etdik:

I. Degişlilik aksiomalary topary:

1.1. Tekizlikde nähili göni çyzyk alynsa-da, onda bu göni çyzyga degişli bolan nokatlar hem, degişli bolmadyk nokatlar hem bar.

1.2. Islendik iki nokatdan diňe bir göni çyzyk geçýär.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

II. Tertip aksiomalary topary:

2.1. Bir göni çyzykda alnan islendik üç nokadyň diňe biri galan ikisiniň arasynda ýatýar.

2.2. Her bir göni çyzyk tekizligi iki bölege – iki sany ýarym tekizlige bölýär.

III. Ölçeg aksiomalary topary:

3.1. Islendik kesim noldan tapawutly kesgitli uzynlyga eýe bolup, ol položitel san bilen aňladylýar. Kesimiň uzynlygy onuň islendik nokadynyň bölen böleklerіniň uzynlyklarynyň jemine deň.

3.2. Islendik burç kesgitli gradus ölçegine eýe bolup, onuň bahasy položitel san bilen aňladylýar. Ýazgyn burçuň gradus ölçegi 180°-a deň. Burçuň gradus ölçegi burçuň taraplarynyň arasyndan geçýän islendik şöhle bölen burçlaryň gradus ölçegleriniň jemine deň.

IV. Deň figurany goýmak aksiomalary topary:

4.1. Erkin şöhlä onuň başlangyjyndan başlap, berlen kesime deň ýeke-täk kesimi goýmak mümkin.

4.2. Erkin şöhleden kesgitli ýarym tekizlige berlen, ýazgyn bolmadyk burça deň ýeke-täk burçy goýmak mümkin.

4.3. Islendik üçburçluk üçin oňa deň üçburçluk bar we ony şöhleden kesgitli ýarym tekizlige ýeke-täk ýagdaýda goýmak mümkin.

V. Parallellik aksiomasy:

5.1. Tekizlikde göni çyzykdan daşarda alnan nokatdan bu göni çyzyga diňe bir sany parallel göni çyzyk geçirmek mümkin.

Käbir tassyklamanyň dogrudygyny logiki pikir ýöretmeleriň kömeginde getirip çykarmak *subut* diýip atlandyrylýar. Dogrudygy subut etmek ýoly bilen esaslandyrylýan tassyklama bolsa *teorema* diýip atlandyrylýar. Teorema adatda *şert* we *netije* böleklerden ybarat bolýar. Teoremanyň birinji – şert böleginde nämeler berleni beýan edilýär. Ikinji – netije böleginde bolsa nämäni subut etmelidigi aňladylýar.

Teoremany subut etmek – onuň şertinden peýdalanyp şuňa çenli subut edilen we kabul edilen häsiýetlere daýanyp, pikir ýöredip, netije böleginde aňladylan jümläniň dogrudygyny getirip çykarmak. Teoremanyň şert we netije böleklerini anyklaşdyrmak teoremany aýdyňlaşdyrýar, ony düşünmek we subut etmek prosesini ýeňilleşdirýär.

Geometriýa matematikanyň möhüm bölümidir. Onuň gelip çykyşy birnäçe müň ýyllara baryp direlýär we birinji nobatda hünärmentçilik, medeniýet, sungat, adam zähmeti we töwerekdäki dünýä gözegçiliginiň ösüşi bilen bagly. Muny geometrik figuralaryň atlary hem tassyklaýar. Meselem, «trapesiýa» adalgasynyň ady grekçe «trapesiýa» (kürsi) sözünden, «konus» grekçe «konos» (garagaç konusy) sözünden, «göni çyzyk» bolsa latynça «lynum» (zygyr ýüp) sözünden gelip çykypdyr.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



Ýewklid (miladydan öňki 356-300-nji ýyllar)

Geometriýany öwrenen iň meşhur alymlardan biri Ýewkliddir. Onuň hormatyna şu ylmyň klassyk ugry «Ýewklidiň geometriýasy» diýip atlandyrylýar. Onuň özi 465 sany teoremany subut edipdir. Häzire çenli bu rekord hiç kim tarapyndan täzelenmedik.

Grek alymy *Aflotun* geometriýada ajaýyp bir kanunalaýyklygy aňypdyr: öň öwrenilen, dogrudygy subut edilen häsiýetlerden logiki pikirlenme, pikir ýöretmek arkaly täze häsiýetleri getirip çykarmak bolýan eken. Şeýle ajaýyp mümkinçilikden peýdalanyp galan häsiýetler teoremalar görnüşinde aňladylýar we aksiomalar hem-de şu wagta çenli dogrudygy subut edilen häsiýetlere esaslanyp logiki pikir ýöretmeler arkaly subut edilýär.

Pikir ýöretme prosesinde subut edilmedik häsiýetlerden (olaryň dogrudygy aç-açan görnüp duran bolsa-da) peýdalanmak gadagan edilen.

Şeýdip, geometriýany bir bina diýip alsak, başlangyç düşünjeler we aksiomalar onuň fundamentini düzýär. Bu fundamentiň üstüne örülen «kerpiçler» kesgitlenen täze düşünjeler we teoremalar görnüşinde subut edilen häsiýetlerden ybarat bolýar.

Geometriýany özbaşdak ylym hökmünde esaslandyrmaga gadymy grek alymlary uly goşant goşupdyrlar. Meselem, *Gippokrat* geometriýanyň esaslary baradaky ilkinji düşünjeleri beýan edipdir. Bu ugur boýunça esasy işleri beýik grek alymy Ýewklid amala aşyrypdyr. Onuň esasy eseri –«Esaslar» planimetriýanyň, stereometriýanyň we sanlar nazaryýetiniň käbir meselelerini, şonuň ýaly-da, algebra, gatnaşyklaryň umumy nazaryýeti, meýdanlary we göwrümleri hasaplamak usuly hem-de limitler nazaryýetiniň elementlerini öz içine alýar. «Esaslar» da Ýewklid gadymy grek matematikasynyň ähli üstünliklerini jemledi we onuň ösmegi üçin esas döretdi.

«Esaslar» 13 kitapdan ybarat bolup, bu eser eramyzdan öňki V–IV asyrlardaky grek matematikleriniň eserleriniň gaýtadan işlenmesinden ybarat. Eserde 23 sany kesgitleme, 5 sany postulat we 9 sany aksioma berlen. Eserde gönüburçluga, kwadrata we töwerege dogry kesgitlemeler berlen. Nokada we çyzyga aşakdaky ýaly kesgitlemeler berlen: «Nokat böleklere eýe bolmadyk zatdyr»; «Çyzyk ini ýok uzynlykdyr».

«Esaslar»da 9 sany aksioma – subutsyz kabul edilýän pikir ýöretmeler beýan edilen. Geometrik ýasamaklary amala aşyrmak mümkinligini beýan edýän matematiki pikir ýöretmelerden (postulatdan) aşakdaky bäşisi beýan edilen:

I. Islendik iki nokatdan diňe bir sany göni çyzyk geçirmek mümkin.

II. Göni çyzyk kesimini çäksiz dowam etdirmek mümkin.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

III. Islendik merkezden islendik radiusda töwerek gurmak mümkin.

IV. Hemme göni burçlar özara deň.

V. Bir tekizlikde ýatýan iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesip, bir taraply içki burçlary emele getirse we burçlar iki göni burçdan kiçi bolsa, bu göni çyzyklar dowam etdirilende olaryň jemi iki göni burçdan kiçi burçlar tarapynda kesişýär.

Bu eser uly we uzak şöhrata eýe boldy. Aýratyn hem, V postulat uly ylmy çekişmelere sebäp boldy. Ony aşakdaky ýaly gaýtadan häsiýetlendirmek mümkin: aýdaly, a we b göni çyzyklary kesiji kesim kesip geçende emele gelen içki bir taraply burçlar α we β bolsun *(1-nji surat)*. Onda, eger $\alpha + \beta < 180^{o}$ bolsa, a we b göni çyzyklar şu burçlar ýatýan tarapda kesişýär.

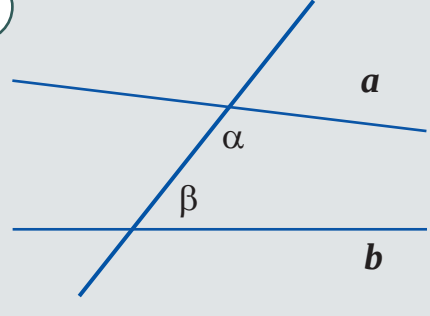
Görşüňiz ýaly, ol ýokardaky gysga we aýdyň häsiýetlendirilen 4 postulatlara meňzemeýär. Ol köpräk teorema meňzäp gidýär Edil şu sebäp ony postulat däl, teorema hökmünde, subut etmekçi bolanlar örän köp bolupdyr. Postulaty subut etmek ugrunda oňa deň güýçli ençeme pikir ýöretmeler peýda bolupdyr. Meselem, iňlis matematigi *Ýan Pleýfer*iň (1748–1819) *parallellik aksiomasy* şolara degişlidir: tekizlikde göni çyzykdan daşarda alnan nokatdan bu göni çyzyga diňe bir sany parallel göni çyzyk geçirmek mümkin.

Matematik, şahyr, astronom we filosof *Omar Haýýam* hem bu mesele bilen meşgullanypdyr. Haýýam «Ýewklidiň kitabynyň giriş bölümindäki kynçylyklara düşündirişler» atly eserinde V postulata durup geçipdir. Ol Ýewklidiň postulatyň teoremadygyny subut etmek üçin aşaky esasyndaky iki burçy göni we gapdal taraplary deň bolan dörtburçluga garapdyr *(2-nji surat)*. Bu dörtburçlugyň aşaky iki burçy göni bolsa, ýokardaky iki burçy hem göni bolmaly diýen netijä gelipdir. Omar Haýýam: «Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk göni çyzygyň iki tarapynda hem kesişip bilmeýär ahyryn», – diýýär. Şeýdip Omar Haýýam V postulat meselesine aýdyňlyk girizmäge bir ädim galypdyr. Omar Haýýamyň bu işlerinden habarsyz italiýan matematigi J. Sakkeri (1667–1733) hem V postulat bilen meşgullanyp, ýokardaky dörtburçluga ýüzlenipdir. Geometriýanyň esaslaryna bu gönüburçluk *Haýýam-Sakkeriniň dörtburçlugy* ady bilen giripdir.

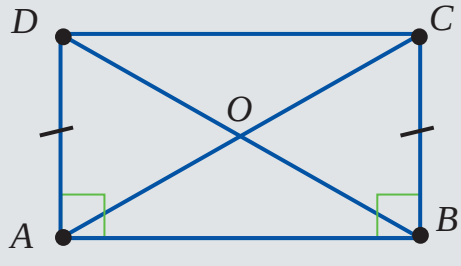


Omar Haýýam (1048–1131)

1



2



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



N. I. Lobaçewskiý (1792–1856)

Miladydan öňki V asyrda geometriýanyň ösüşinde aýgytlaýjy öwrülişik ýüze çykypdyr. Ol Milet şäherinde doglup döredijilik eden Falesiň ady bilen bagly. Asly söwdagär bolan Fales boş wagtlarynda matematika bilen meşgullanypdyr we ol matematikanyň taryhyndaky iň uly açyşy amala aşyrypdyr. Ol ençeme geometrik kanunalaýyklyklary tejribe bilen däl, eýsem pikirlenme (subut) bilen hem aýtmak mümkinligini anyklapdyr. Ol şoňa esaslanyp, ençeme teoremalary subut edipdir. III asyra gelip geometriýa öz aksiomalaryna (ilkinji häsiýetleri) eýe bolan we başga ähli häsiýetler (teoremalar) subudyň kömeginde ornaşdyrylýan ylma öwrülipdir. Falesiň pikirine görä, Ýewdoks, Ýewklid we Arhimed geometriýanyň ösmegine uly goşant goşupdyrlar.

Bu meseläni rus matematigi *Nikolaý Iwanowiç Lobaçewskiý* (1792–1856) çözýär we Ýewklid geometriýasyniy döredýär. Lobaçewskiý birinji gezek Ýewklidiň V postulaty geometriýanyň başga aksiomalaryna bagly däldigini subut etdi. Bu geometriýa Ýewklidiň geometriýasyndan bütinleý tapawutlanýardy. Ýöne ol logiki gapma-garşylyga duçar bolmalydy, çünki iki geometriýanyň bir wagtda bar bolmagy mümkin däldi. Şoňa seretmezden, Lobaçewskiý täze netijeler getirip çykarypdyr, olar logiki gapma-garşylyklara duçar bolmandyr. Täze geometriýaa we Ýewklidiň geometriýasynda birinji dört toparda aksiomalar gabat gelýär. Bu aksiomalar toparlary we olaryň netijeleri *absolýut geometriýa* diýip atlandyrylyp başlady.

Ýöne Ýewklid däl (Lobaçewskiý) geometriýasy Ýewklidiň geometriýasyndan düýpgöter tapawutlanýar. Meselem, Lobaçewskiýniň geometriýasynda üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi π-den kiçi, onda meňzeş ýa-da deň bolmadyk üçburçluklar ýok; berlen göni çyzykdan birmeňzeş uzaklaşýan nokatlar toplumy göni çyzyk däl, eýsem egri çyzyk hasaplanýar we başgalar.

Ýewklid däl geometriýasyny döretmäge wenger matematigi *Ýanoş Boýýai* (1802–1860) we nemes matematigi *Karl Fridrih Gauss* (1777–1855) uly goşant goşupdyr. Şonuň ýaly-da, italýan matematigi *Eujenio Beltrami* (1835–1900) we nemes matematigi *Bernhard Riman* (1826–1866) täze geometriýanyň häsiýetnamasy boýunça uly işler edipdir.

Ýewklid başlap beren aksiomatika mälim manyda nemes matematigi *Dawid Hilbert* (1862–1943) we rus matematigi *Weniamin Fýodorowiç Kagan* (1859–1953) işlerinde ahyryna ýetirilipdir.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Tema degişli soraglar we ýumuşlar

1. *Geometriýanyň aksiomalar ulgamyny beýan eden Ýewklid barada nämeleri bilýärsiňiz?*
2. *Ýewklidiň «Esaslar» eseri barada aýdyp beriň.*
3. *Kesgitleme näme? Tekizlikde haýsy figuralar esasy (başlangyç) figuralar hökmünde kesgitlemesiz kabul edilen?*
4. *Teorema we aksioma bir-birinden nämesi bilen tapawutlanýar?*
5. *Planimetriýanyň aksiomalaryny sanaň we düşündiriň.*
6. *Geometriýa predmeti nähili düzülen?*
7. *Ýewklidiň V postulaty näme barada we ony näme üçin subut etmäge synanyşypdyrlar?*
8. *V postulaty subut etmäge synanyşan alymlar we olaryň işleri barada aýdyp beriň.*
9. *Lobaçewskiý täze geometriýanyň döredilmegine nähili goşant goşupdyr?*
10. *Ýewklid däl geometriýasyny döreden alymlar we olaryň işleri barada aýdyp beriň.*

Amaly gönükmeler we ulanmalar

1.1. Mekdebiň geometriýa kursunda aşakdaky geometrik figuralaryň haýsylary kesgitlemesiz kabul edilen (esasy) we haýsylaryna kesgitleme berlen?

a) nokat b) burç c) tekizlik
d) kesim e) şöhle f) göni çyzyk
g) üçburçluk h) ýiti burç

1.2. Mekdebiň geometriýa kursunda geometrik figuralaryň aşakdaky häsiýetlerinden haýsylary aksioma (ýagny subutsyz kabul edilen) we haýsylary teorema (ýagny olaryň dogrudygyny hökman subut edip görkezilmeli) hökmünde getirilen?

a) Islendik iki nokatdan diňe bir sany göni çyzyk geçýär.

b) Goňşy burçlaryň jemi 180º-a deň.

c) Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi 180º-a deň.

d) Parallelogramyň diagonallary kesişme nokadynda deň ikä bölünýär.

e) Bir göni çyzykda alnan islendik üç nokadyň diňe biri galan ikisiniň arasynda ýatýar.

f) Tekizlikde göni çyzykdan daşarda alnan nokatdan bu göni çyzyga diňe bir parallel göni çyzyk geçirmek mümkin.

1.3. Aşakdaky jümleleri okaň. Jümle dogry bolsa, «+», nädogry bolsa, «–» belgisini ýanyndaky gözenege ýazyň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1	Planimetriýa tekizlikdäki, stereometriýa bolsa giňişlikdäki geometrik figuralaryň häsiýetlerini öwrenýär.	
2	Başlangyç (esasy) geometrik figuralar kesgitlemesiz kabul edilýär.	
3	Tekizlikde göni çyzykdan daşarda alnan nokatdan bu göni çyzyga islendikçe parallel göni çyzyk geçirmek mümkin.	
4	Ýewklid özüniň «Esaslar» eserinde geometriýa degişli ähli üstünliklerini jemläp, onuň ösmegine uly goşant goşupdyr.	

1.4. Geometriýa ylmynyň ösmegine kim nähili goşant goşupdyr? Aşakdaky jedweliň birinji sütüninde getirilen alymlaryň atlaryna ikinji sütündäki kesgitlemelerden laýygyny saýlap, goýuň.

Omar Haýýam	Ýewklid däl geometriýasny döreden.
N. I. Lobaçewskiý	Ýewklidiň V postulatyna anyklyk girizmek boýunça barlaglar alyp barypdyr.
Bernhard Riman	Geometriýany ylym hökmünde häsiýetlendiripdir.
Ýewklid	Ýewklid däl geometriýasyny häsiýetlendirmekde uly işler edipdir.

1.5. Aşakdaky tassyklamalaryň haýsysyny V postulat hökmünde Ýewklid häsiýetlendiripdir? Olaryň haýsylary bu postulata deň güýçli hasaplanýar?

A. Bir tekizlikde ýatýan iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesip, bir taraply içki burçlary emele getirse we burçlaryň jemi iki göni burçdan kiçi bolsa, bu göni çyzyklar dowam etdirilende, olaryň jemi iki göni burçdan kiçi burçlar tarapynda kesişýär.

B. a we b göni çyzyklary kesiji kesip geçende emele gelen içki bir taraply α we β burçlar üçin $\alpha + \beta < 180^0$ bolsa, onda berlen göni çyzyklar şu burçlar ýatýan tarapda kesişýär.

C. Tekizlikde göni çyzykdan daşarda alnan nokatdan bu göni çyzyga diňe bir sany parallel göni çyzyk geçirmek mümkin.

D. Islendik iki nokatdan diňe bir sany göni çyzyk geçirmek mümkin.

1.6*. «Haýýam-Sakkeriniň dörtburçlugy», ýagny aşaky esasyndaky iki burçy göni we gapdal taraplary deň bolan dörtburçluk *(2-nji surat)* berlen. Bu dörtburçlugyň ýokardaky iki burçy hem göni bolýandygyny parallellik aksiomasyndan peýdalanmazdan subut etmäge synanyşyň. Munuň alajy barmy? Näme üçin?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2 GEOMETRIK MESELELER WE OLARY ÇÖZMEGIŇ USULLARY

Ýokarda nygtaýşymyz ýaly, geometriýanyň iň ajaýyp aýratynlygy bu öň öwrenilen, dogrudygy subut edilen häsiýetlerden logiki pikirlenme, pikir ýöretmek arkaly täze häsiýetleri getirip çykarmak mümkinligidir. Şeýle ajaýyp mümkinçilikden peýdalanyp başga häsiýetler teoremalar ýa-da meseleler görnüşinde aňladylan we aksiomalar hem-de şu wagta çenli dogrudygy subut edilen häsiýetlere esaslanyp logiki pikir ýöretmeler arkaly subut edilen. Şeýlelikde matematiki ýa-da geometrik meseleler emele gelipdir.

Matematiki meselede nämelerdir (şertler) berlen bolýar. Olardan peýdalanyp nämänidir tapmak (hasaplamak) ýa-da subut etmek, ýa-da gurmak talap edilýär. Goýlan talaby ýerine ýetirmek meseläni çözmegi aňladýar.

Geometrik meseleler goýlan talaba görä hasaplamaga, subut etmäge, barlag geçirmäge we gurmaga degişli meselelere bölünýär.

Matematiki meseläni çözmek üçin gury nazaryýeti bilmek ýeterli däl. Mesele çözmek endigine we tejribesine hem eýe bolmak talap edilýär. Şeýle endik ýönekeý meselelerden başlamak we gitdigiçe çylşyrymlyrak meseleleri çözmek arkaly gazanylýar. Şonuň ýaly-da, meseleleri çözmegiň dürli usullary bar bolup, olary diňe köp mesele çözmek arkaly öwrenmek mümkin. Her bir usul belli bir topara degişli meseleleri çözmek üçin peýdalanylýar. Näçe köp usul özleşdirilse, şonça mesele çözmek endigi şekillenýär.

Aşakda geometrik meseleleri çözmegiň käbir möhüm usullarynyň üstünde durup geçýäris.

Mesele çözmegiň usullary gurluşyna görä sintetik, analitik, tersinden çak etmek we başga görnüşlere bölünýär. Matematiki apparatyň ulanylyşyna görä bolsa algebraik, wektorly, koordinataly, meýdanlar usuly, meňzeşlik usuly, geometrik çalşyrma ýaly görnüşlere bölünýär.

Sintetik usulda meseläniň şertinde berlenlerden peýdalanyp pikir ýöretme arkaly logiki pikirler zynjyry emele getirilýär. Pikir ýöretmeler zynjyrynyň iň ahyrky bölegi meseläniň talaby bilen gabat gelýänçe dowam etdirilýär.

1-nji mysal. Gönüburçluk burçunyň bissektrisasy onuň tarapyny 7 cm we 9 cm uzynlykdaky kesimlere bölýär *(1-nji surat).* Gönüburçlugyň perimetrini tapyň.

Çözülişi. Aýdaly $ABCD$ – gönüburçluk, AK bissekt-

Aksiomatik gurluş taýdan dürli geometriýalar bar we olaryň hemmesinde-de üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi 180° -a deň däl. Lobaçewskiýniň geometriýasynda üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi 180° dan kiçi, Rimanyň geometriýasynda bolsa 180°-dan uly.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

risa, $K \in BC$, $BK = 7\ cm$, $KC = 9\ cm$ (ýa-da $BK = 9\ cm$, $KC = 7\ cm$) bolsun.

1. $BC \parallel AD$ we AK kesiji bolany üçin:

$$\angle 1 = \angle 2 \qquad (1)$$

bolýar, çünki bu burçlar içki atanak burçlardyr.

2. AK – bissektrisa: $\angle 2 = \angle 3$ (2)

3. Onda (1) we (2) -a görä, $\angle 1 = \angle 3$;

4. Onda ABK deňýanly üçburçluk we $AB = BK$

5. Bu netijeden peýdalanyp hasaplamalary amala aşyrýarys:

1-nji ýagdaýda: $AB = BK = 7\ cm$.

$P = 2(AB + BC) = 2(7 + 16) = 46\ (cm)$.

2-nji ýagdaýda: $AB = BK = 9\ cm$.

$P = 2(AB + BC) = 2(9 + 16) = 50\ (cm)$.

Bu mesele daýanç meselelere degişli, çünki ençeme meseleler edil şu taglymyň daşynda gurulýar. Parallelogramyň we trapesiýanyň burçunyň bissektrisasy bu figuralaryň tekizliginden deňýanly üçburçluk kesip alýar. Şeýle daýanç faktlary hemişe ýatda saklamaly. Olar başga meseleleri çözende-de örän kömek edýär.

Analitik usulda teoremanyň (meseläniň) netije böleginden ugur alyp, öňden mälim tassyklamalardan peýdalanyp pikir ýöretme arkaly logiki pikirler zynjyry emele getirilýär. Pikir ýöretmeler zynjyrynyň iň ahyrky bölegi meseläniň şertiniň netijesidigini anyklaýança dowam etdirilýär.

2-nji mysal. Erkin dörtburçlugyň taraplarynyň ortalary parallelogramyň depeleri bolýandygyny subut ediň.

Subudy. Aýdaly $ABCD$ – dörtburçluk *(2-nji surat)*, $AK = KB$, $BL = LC$, $CQ = QD$, $AP = PD$ bolsun.

Dörtburçlugyň AC we BD diagonallaryny geçiryäris.

1. $\triangle ABC$ da KL – orta çyzyk: $KL \parallel AC$ (1).

2. $\triangle ADC$ da PQ – orta çyzyk: $AC \parallel PQ$ (2).

3. (1) we (2) dan: $KL \parallel PQ$ (3).

4. Ýokardaka meňzeş: $KP \parallel LQ$ (4).

5. (3) we (4) dan: $KLQP$ – parallelogram.

Ýokarda garalan sintetik we analitik usullar *göni usullar* diýip hem atlandyrylýar. Meseläni göni usullar bilen çözende ilki meseläniň mazmuny derňelýär. Derňew netijesine görä usul saýlanýar.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Şundan soň surat görnüşinde meseläni çözmek modeli (çyzgysy) düzýlýär we çyzgynyň üstünde pikir ýöredilýär. Şeýdip pikir ýöredilip, meseläniň şertinden onuň netije bölegine seredip barylýar.

Mesele çözmegiň ters usuly hem bar. Onuň bilen köp gezek duşupdyk. Ol *tersini çak edip subut etmek usuly* diýip atlandyrylýar. Bu usuly peýdalanmagyň algoritmini getirýäris.

Tersini çak edip subut etmek usulyny peýdalanmagyň algoritmi

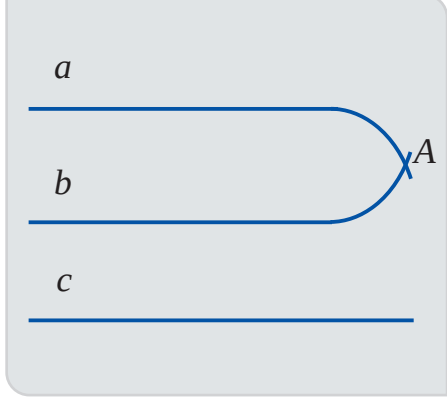
Teorema (dogry tassyklama)	**Eger A orunly bolsa, B orunly bolýar.** (A we B nähilidir pikirler)
Subut.	
Tersini çak edýäris:	Teoremada getirilen tassyklamanyň tersini çak edýäris, ýagny teoremanyň şerti ýerine ýetirilsin, ýöne netijesi orunly bolmasyn: **Eger A orunly bolsa, B orunly bolmaýar.**
Pikir ýöredýäris:	Dogrudygy öň subut edilen teorema ýa-da kabul edilen aksiomalara daýanyp logiki pikir ýöredýäris.
Gapma-garşylyga gelýäris:	Dogrudygy öň subut edilen teorema ýa-da kabul edilen aksiomalaryň birine ters bolan tassyklama duşýarys.
Netije çykarýarys:	Diýmek, çakymyz nädogry, ýagny berlen teorema dogrydyr.
Teorema subut edildi.	

3-nji mysal. Eger iki göni çyzygyň her biri üçünji göni çyzyga parallel bolsa, olar özara parallel bolýar.

Aýdaly, a we b göni çyzyklar berlen bolup, olaryň her biri üçünji – c göni çyzyga parallel bolsun. Teoremany tersini çak etmek usuly bilen subut edýäris.

Subudy. Tersini çak edýäris: a we b göni çyzygyň her biri üçünji – c göni çyzyga parallel bolsun, ýöne olar özara parallel bolmasyn, ýagny käbir A nokatda kesişsin (*3-nji surata serediň*).

3



Onda A nokatdan c göni çyzyga iki – a we b parallel göni çyzyklar geçýär. Bu parallellik aksiomasyna ters. Gapma-garşylyk çakymyzyň nädogrudygyny görkezýär. Ýagny a we b göni çyzygyň her biri üçünji – c göni çyzyga parallel bolsa, olar özara parallel bolýar.

Teorema subut edildi.

Bu usul aşakdaky logika kanunyna esaslanan: bir-birine ters iki tassyklamanyň diňe bir sanysy çyn, ikinjisi bolsa ýalan bolýar, üçünji ýagdaýyň bolmagy mümkin däl.

Indi geometrik meseleleri çözmegiň başga usullaryna durup geçýäris.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Ýewklidiň geometriýasynda berlen göni çyzykda ýatmaýan islendik nokat arkaly diňe bir sany göni çyzyk geçirmek mümkin. Emma Lobaçewskiýniň geometriýasynda iň bolmanda ikisini geçirmek mümkin.

Algebraik usul

Geometrik meseläni algebraik usul bilen çözen wagtda aşakdaky algoritm esasynda çemeleşmek maksada laýyk bolýar:

1) meseläniň mazmunyny derňemek we onuň çyzgy modelini gurmak;

2) näbellini harplar bilen belgilemek;

3) meseläniň şertini aňladýan deňleme ýa-da deňlemeler ulgamyny düzmek;

4) düzülen deňlemäni ýa-da deňlemeler ulgamyny çözmek;

5) tapylan çözüwi derňemek;

6) jogaby ýazmak.

4-nji mysal. Gönüburçly üçburçlugyň perimetri 36 cm -e deň. Gipotenuzanyň katete gatnaşygy 5 : 3. Üçburçlugyň taraplaryny tapyň.

Aýdaly, $\triangle ABC$ berlen bolup, onda $\angle C = 90°$, $P = 36\ cm$, $AB : AC = 5 : 3$ bolsun.

Çözülişi. Proporsionallyk koeffisiýentini k bilen belgileýäris.

Onda: $AB = 5k$, $AC = 3k$.

Pifagoryň teoremasyna görä: $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ýa-da $25k^2 = 9k^2 + BC^2$.

Mundan $BC = \sqrt{25k^2 - 9k^2} = 4k$.

Şerte görä:

$P = 36\ cm$; $AB + AC + BC + P$; $5k + 3k + 4k = 36$; $k = 3$;
$AB = 5k = 15(cm)$, $AC = 3k = 9(cm)$, $BC = 4k = 12(cm)$.

Jogaby: 15 cm, 9 cm, 12 cm.

Meýdanlar usuly

Käbir geometrik meseleleri çözende meýdanlary hasaplamak formulalaryndan peýdalanmak garaşylan netijäni tiz berýär. Bu ýagdaýda tapmak talap edilen nämälim, meseledäki kömekçi figuralaryň meýdanlaryny deňleşdirmek netijesinde alnan deňlemeden tapylýar. Muny aşakdaky mysalda görkezýäris.

5-nji mysal. Üçburçlugyň taraplary 13 cm, 14 cm we 15 cm. Uzynlygy 14 -e deň tarapa geçirilen beýiklikni tapyň.

Çözülişi. Aýdaly, $\triangle ABC$ berlen bolup, onda $a < b$ we $b < c$, ýagny $a = 13\ cm$, $b = 14\ cm$, $c = 15\ cm$ hem-de h_b – gözlenýän beýiklik bolsun.

Geronyň formulasyna görä:

$$S_{\triangle} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} =$$
$$\sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 3 \cdot 7 \cdot 4 = 84 \quad (cm^2)$$

Başga formula boýunça: $S_{\triangle} = \frac{1}{2} b h_b$ -e eýediris.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Onda $\frac{1}{2}bh_b = 84$ ýa-da $h_b = \frac{84}{2b} = \frac{84}{2 \cdot 14} = 12$, $h_b = 12\ (cm)$.

Jogaby: 12 cm.

Wektorlar usuly

Geometrik meseläni wektorlar usuly bilen çözmek üçin aşakdaky algoritm esasynda çemeleşmek maksada laýyk bolýar.

1) Meseläni wektorlar diline öwürmek, ýagny meseledäki käbir ululyklara wektor hökmünde seredip, olara degişli wektorly deňlemeler düzmek;

2) Wektorlaryň mälim häsiýetlerinden peýdalanyp wektorly deňlemeleriň şekilini çalşyrmak we näbellini tapmak;

3) Wektorlar dilinden geometriýa diline gaýtmak;

4) Jogaby ýazmak.

Wektor usuly bilen aşakdaky geometrik meseleleri çözmek maksada laýyk bolýar:

a) göni çyzyklaryň (kesimleriň) parallelligini anyklamak (subut etmek):

b) kesimleri berlen gatnaşykda bolmak;

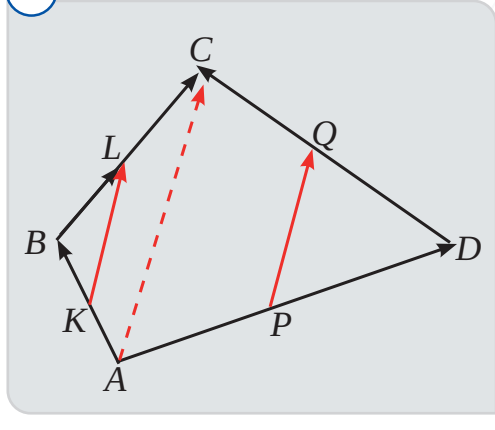
c) üç nokadyň bir sany göni çyzykda ýatýandygyny görkezmek;

d) dörtburçlugyň parallelogramdygyny (romb, trapesiýa, kwadrat, gönüburçluk) görkezmek.

6-njy mysal. Güberçek dörtburçlugyň taraplarynyň ortalary parallelogramyň depeleri bolýandygyny subut ediň.

Aýdaly, $ABCD$ dörtburçluk berlen bolup, onda $AK = KB$, $BL = LC$, $CQ = QD$, $AP = PD$ bolsun *(4-nji surat)*.

4



Subudy. 1. Berlen kesimleri degişlilikde AB, AC, BC, DC, AD, KL, PQ, BL, KB wektorlar bilen çalşyryp, meseläni wektor diline geçirýäris.

2. Wektorlary goşmagyň üçburçluk düzgüninden peýdalanýarys:

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}\ ,KB + \overline{BL} = \overline{KL};\ \overline{KB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

we $\overline{BL} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ bolýanlygyndan peýdalanyp

$$\overline{KL} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC}) = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

Şoňa meňzeş $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ bolýar.

3. $KL = PQ$, ýagny bu wektorlar birmeňzeş ugrugan we uzynlyklary deň. Bu $KLQP$ dörtburçluk parallelogramdygyny aňladýar.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Koordinatalar usuly

Geometrik meseläni koordinatalar usuly bilen çözen wagtda aşakdaky algoritm esasynda çemeleşmek maksada laýyk bolýar:

1) meseläniň mazmunyny derňemek we ony koordinatalar diline öwürmek;

2) aňlatmalaryň şekilini çalşyrmak we bahasyny hasaplamak;

3) netijäni geometriýa diline öwürmek;

4) jogaby ýazmak.

Koordinatalar usuly bilen aşakdaky geometrik meseleleri çözmek maksada laýyk bolýar: a) nokatlaryň geometrik ornuny tapmak; b) geometrik figuralaryň çyzykly elementleriniň arasyndaky baglanyşyklary subut etmek.

Koordinatalar usuly bilen mesele çözen wagtda koordinatalar başlyngyjyny dogry saýlamak möhümdir. Berlen figurany koordinatalar tekizligine, mümkin boldugyndan nokatlaryň koordinatalary nola ýa-da birmeňzeş sana deň bolar ýaly edip ýerleşdirmeli.

7-nji mysal. Diagonallary deň parallelogramyň gönüburçluk bolýandygyny subut ediň.

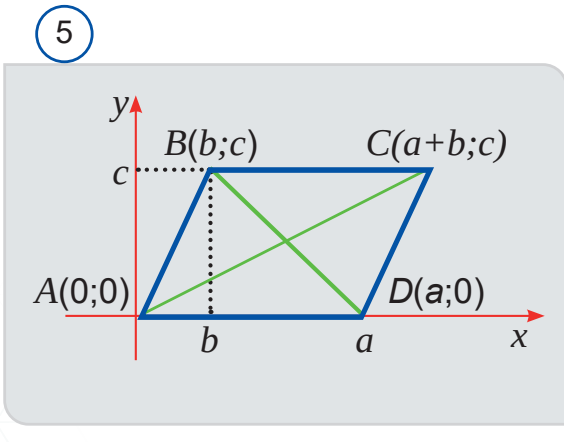
Subudy. Koordinatalar ulgamyny parallelogramyň depeleri aşakdaky koordinatalara eýe bolar ýaly edip saýlaýarys *(5-nji surata serediň)*:

$A(0;0)$, $B(b;c)$, $C(a+b;c)$, $D(a;0)$,

bu ýerde $a > 0$, $b \geq 0$, $c > 0$.

A, B, C, D nokatlaryň arasyndaky aralyklary olaryň koordinatalary arkaly aňladýarys:

5



$$AC = \sqrt{(a+b-0)^2 + (c-0)^2}$$

$$BD = \sqrt{(a-b)^2 + (0-c)^2}$$

$$\sqrt{(a+b-0)^2 + (c-0)^2} = \sqrt{(a-b)^2 + (0-c)^2}$$

$$(a+b-0)^2 + (c-0)^2 = (a-b)^2 + (0-c)^2$$

Mundan $4ab = 0$.

Ýöne $a > 0$, onda $b = 0$. Bu bolsa öz nobatynda $B(b;c)$ nokat Oy okunda ýatýandygyny aňladýar. Şonuň üçin BAD göni burç bolýar.

Mundan $ABCD$ parallelogramyň gönüburçlukdygy gelip çykýar.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Geometrik çalşyrmalar usuly

Geometrik çalşyrmalaryň usula öwürmek, simmetrik suratlandyrma, parallel göçürmek we gomotetiýa ýaly çalşyrmalara esaslanýan usullar girýär. Geometrik çalşyrmalaryň kömeginde meseleleri çözmek prosesinde berlen geometrik figuralar bilen birlikde täze, peýdalanylan geometrik çalşyrmanyň kömeginde alnan figuralara hem seredilýär. Täze figuralaryň häsiýetleri anyklanýar we berlen figura geçirilýär. Şundan soň meseläni çözmek ýoly tapylýar. Ýokarda getirilen geometrik figuralaryň häsiýetlerine esaslanýan ähli usullar bir umumy at bilen *geometrik usullar* diýip aýdylýar.



Meşhur alym we oýlap tapyjy Arhimed geometriýany dünýädäki iň möhüm ylym diýip hasaplapdyr. Geometriýa dünýäniň ähli düzgünlerini düşündirip berip bilýär, diýip ynanypdyr we özüniň geometrik bilimleri sebäpli öz döwründen öňräk bolan ençeme mehanizmleri oýlap tapypdyr.

Möhüm ýatlatma!

Bu bölümden ýer alan materiallar planimetriýany gaýtalamak üçin getirilen. Gaýtalamak üçin meseleler gereginden artyk berilýär. Olaryň ählisini synpda görmegiň mümkinçiligi bolmazlygy mümkin. Şonuň üçin olary özbaşdak çözüp çykmagy maslahat berýäris. Bu 10-njy synpda geometriýany öwrenmegi üstünlikli dowam etdirmäge esas döredýär.

Tema degişli soraglar we ýumuşlar

1. *Matematiki mesele diýende nämäni düşünýärsiňiz?*
2. *Geometrik meseläniň nähili görnüşlerini bilýärsiňiz?*
3. *Mesele çözmegiň nähili usullaryny bilýärsiňiz?*
4. *Geometrik meseläni çözmegiň sintetik, analitik usullary barada aýdyp beriň.*
5. *Mesele çözmegiň göni we ters usullary barada näme bilýärsiňiz?*
6. *Tersini çak edip subut etmek usulynyň mazmuny nämede?*
7. *Geometrik meseläni algebraik usulda çözmek algoritmini düşündirip beriň.*
8. *Geometrik meseläni wektor usulynda çözmek algoritmini düşündirip beriň.*
9. *Wektor usuly bilen adatda nähili meseleler çözülýär?*
10. *Geometrik meseläni koordinatalar usuly bilen çözmegiň algoritmini düşündirip beriň.*
11. *Koordinatalar usuly bilen adatda nähili meseleler çözülýär?*
12. *Geometrik çalşyrmalar usulyny düşündirip beriň.*

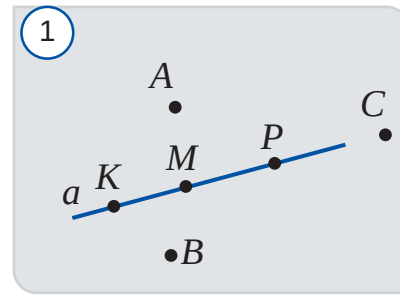
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Amaly gönükmeler

2.1. 1-nji suratdan peýdalanyp dogry matematiki tassyklamany tapyň.

A) $A \in a$ B) $K \notin a$ C) $C \in a$ D) $M \notin a$



2.2. Bir göni çyzykda A, B, C nokatlar şeýle saýlanan, $AB = 2{,}7\ dm$, $BC = 1{,}3\ dm$, $AC = 1{,}3\ dm$. Bir nokadyň galan ikisiniň arasynda ýatýandygy baradaky dogry tassyklamany anyklaň.

A) $A \in BC$ B) $B \in AC$ C) $C \in AB$ D) $C \notin AB$.

2.3. AC kesim BC kesimden üç esse uzyn. Bu gatnaşyk görkezilen iki bendi anyklaň.

A) $AC = 3BC$ B) $3AC = BC$ C) $AC + BC = 4AC$ D) $BC = \frac{1}{3}AC$

2.4. AC kesim BC kesimden 2 cm gysga. Şu gatnaşyk görkezilen iki bendi anyklaň.

A) $AC - BC = 3\ cm;$ B) $BC - AC = 2\ cm$

C) $AC - 2\ cm = BC;$ D) $AC + 2\ cm = BC$

2.5. A, B, C nokatlaryň haýsysy galan ikisiniň arasynda ýatýan jogaby anyklaň.

A) $AC = 3, AB = 8, BC = 5$ D) $AC = 9\ mm, BC = 21\ mm, AB = 12\ mm$

B) $AC=7, BC = 12, AB= 19$ E) $AC = 21\ m, BC = 37\ m, AB = 16\ m$

C) $AC=27\ m, BC=5\ m, AB=22\ m$ F) $BC=18\ dm, AC=33\ dm, AB =15\ dm$

2.6. AB kesimi O nokat uzynlygy 18 cm we 14 cm bolan böleklere bölýär. Eger K we M nokatlar AO we BO kesimleriň ortasy bolsa, KM kesimiň uzynlygyny tapyň.

2.7. Uzynlygy 48 dm bolan kesimde O nokat belgilenen. Eger $AO : BO = 3 : 5$ bolsa, AO we BO kesimleriň uzynlyklaryny tapyň.

2.8. A, B, C, M nokatlar bir göni çyzykda ýatýar we $AC = 12\ m$, $CB = 5\ m$, M bolsa AC kesimiň ortasy. MB kesimiň uzynlygyny tapyň.

2.9. $\angle KOC = 153^o$. OM şöhle burçuň taraplarynyň arasyndan geçýär. Eger $\angle KOM = 2MOC$ bolsa, KOM we MOC burçlary tapyň.

2.10*. Uzynlygy 75 cm bolan AB kesimde M we K nokatlar belgilenen. Munda $N \in AK$, $K \in NB$. Şonuň ýaly-da, AN kesim NK kesimden 5 cm uzyn, KB bolsa AN-den 2 esse uzyn. Emele gelen 5 kesimiň uzynlyklaryny tapyň.

2.11*. burçuň taraplarynyň arasyndan geçen şöhle ony iki burça bölýär. Şu burçlaryň bissektrisalarynyň arasyndaky burç berlen burçdan 2 esse kiçidigini subut ediň.

2.12*. a, b, c we d göni çyzyklar berlen. Olaryň her üçüsi bir nokatda kesişýär. Ähli göni çyzyklaryň bir nokatdan geçýändigini subut ediň.

2.13. Iki göni çyzygyň kesişmeginden dört burç emele geldi *(2-nji surat).* Aşakda getirilen jedwelde her bir şert (A-E)-e ondan gelip çykýan netije (1–5)-i laýyk goýuň.

A) $\angle 1 = \angle 3$ 1) $\angle 3 = \angle 4 = 90^0$

B) $\angle 2 + \angle 3 = 180^o$ 2) $\angle 1 = \angle 2 = \angle 4 = 90^0$

C) $\angle 1 = \angle 2 + 90^o$ 3) $\angle 1$ we $\angle 4$ – goňşy

D) $\angle 2 + \angle 4 = 260^o$ 4) $\angle 1$ we $\angle 3$ – ýiti

E) $\angle 3 = 90^o$. 5) $\angle 2$ we $\angle 4$ – wertikal

A	
B	
C	
D	
E	

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2.14. Aşakda käbir burçlaryň gradus ölçegleri (1–7) berlen. Olardan haýsy jübütleri goňşy bolmagy mümkinligini anyklaň.

1) 18° 2) 72° 3) 128° 4) 62° 5) 28° 6) 108° 7) 38°

A) 1 we 2 B) 2 we 6 C) 3 we 4 D) 1 we 7 E) 2 we 5

2.15. Eger 2-nji suratda $\angle 1 = \angle 7$ bolsa, dogry tassyklamany tapyň.

A) $a \parallel b$; *B)* $a \perp b$; *C)* a we b kesişmeýär;

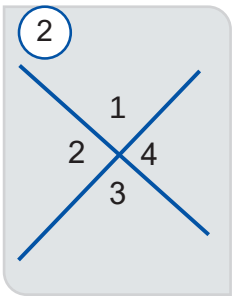
2.16. Eger 3-nji suratda $CD \parallel AB$, $\angle 1 = \angle 2$ we $\angle 2 = 72^o$ bolsa, $\angle 3 = ?$

A) 72° B) 144° C) 108° D) 36° E) 124°

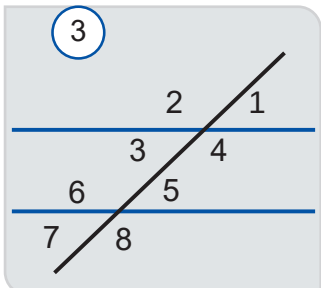
2.17. Eger deňýanly üçburçlugyň burçlary 3:4:3 gatnaşykda bolsa, onuň depesiniň bissektrisasy bilen gapdal tarapynyň arasyndaky burçy tapyň.

A) 18° B) 36° C) 72° D) 60° E) 30°

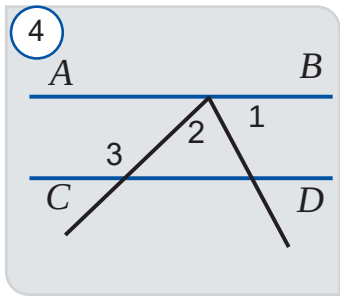
2



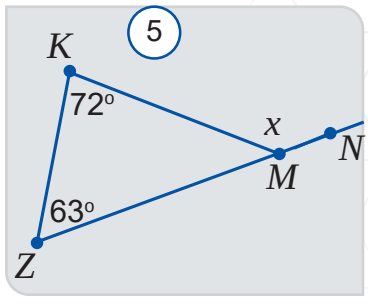
3



4



5



2.18. 5-nji suratda şekillendirilen KMZ üçburçlugyň burçuna daşky bolan KMN burçuň gradus ölçegini tapyň.

A) 135° B) 108° C) 45° D) 125° E) 117°

2.19. Dogry deňlikleri anyklaň *(6-njy surat)*.

A) $\triangle ABO = \triangle OCD$ B) $BA = CD$ C) $\triangle ABO = \triangle COD$

D) $\angle AOB = \angle DOC$ E) $\angle BAO = \angle DCO$ F) $\angle BAO = \angle CDO$

2.20. 7-nji suratdaky BOC üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

A) 48°, 48°, 84° B) 24°, 132°, 24°

C) 132°, 48°, 48° D) 42°, 90°, 48° E) 48°, 32°, 20°

2.21. Her bir altyburçlugyň perimetri (A–E)-e onuň daşyndan çyzylan töweregiň radiusyndan (1–5) laýygyny goýuň we jedweli dolduryň.

A) $P = 42$ *cm* 1) $R = 2$ *cm*

B) $P = 12$ *cm* 2) $R = 8$ *cm*

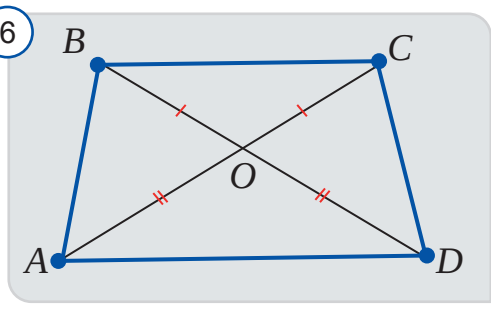
C) $P = 84$ *cm* 3) $R = 6$ *cm*

D) $P = 48$ *cm* 4) $R = 14$ *cm*

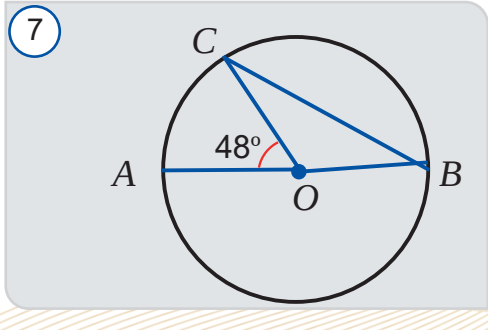
E) $P = 36$ *cm* 5) $R = 7$ *cm*

A	
B	
C	
D	
E	

6



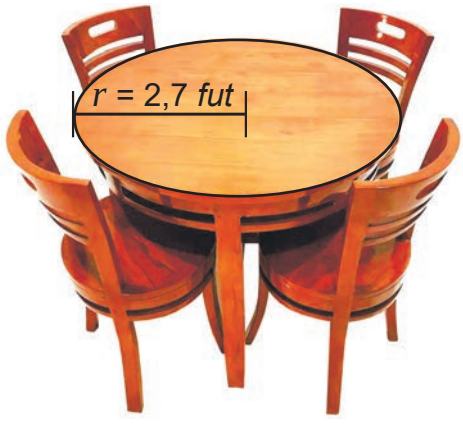
7



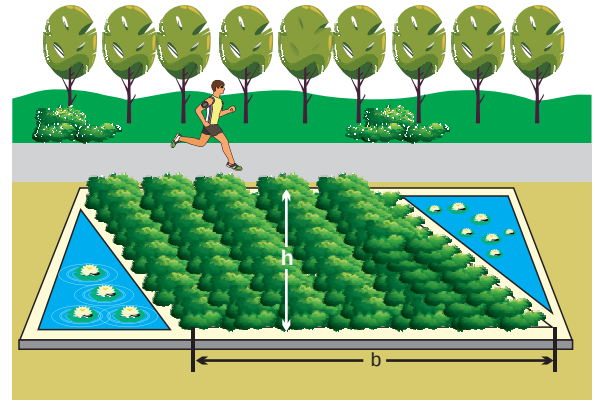
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2.22. Tegelek şeklindäki stokuň üstüniň meýdanyny tapyň (1 *fut* = 30,48 *cm*).

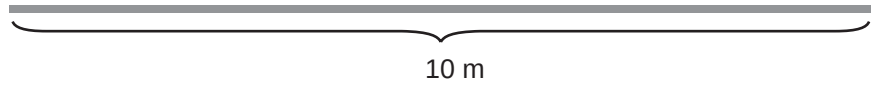


2.23. Eger $h = 3\ m$ we $b = 6\ m$ bolsa, suratdaky gülzaryň meýdanyny tapyň.

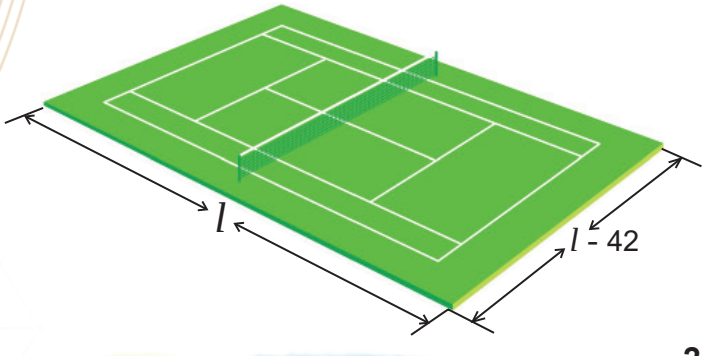


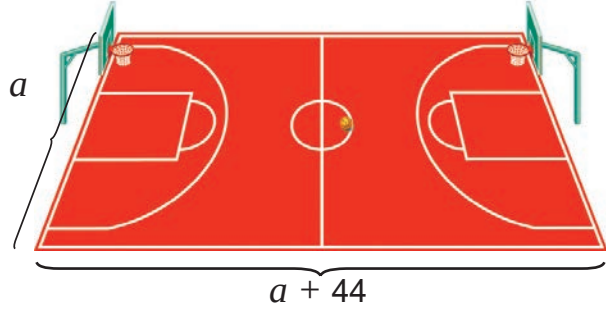
2.24. Kwadrat şeklindäki ramkalar üçin 10 *m* reýka ulanylan bolsa, her bir ramkanyň ölçeglerini tapyň.

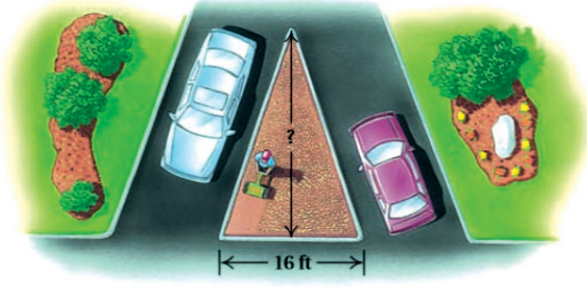




2.25. Basketbol meýdanynyň perimetri 288 *fut*, uzynlygy bolsa ininden 44 *fut* uzyn bolsa, meýdanyň ölçeglerini metrlerde tapyň (1 *fut* = 30,48 *cm*).









2.26. Tennis kortunyň perimetri 288 *fut*, uzynlygy bolsa ininden 42 *fut* uzyn bolsa, meýdanyň ölçeglerini metrlerde tapyň. (1 *fut* = 30,48 *cm*).

2.27. Awtomobilleriň duralgasyndaky deňýanly üçburçluk şeklindäki meýdançanyň meýdany 288 fut^2 we esasy 16 *fut* bolsa, onuň beýikligini tapyň (1 *fut* = 30,48 *cm*).

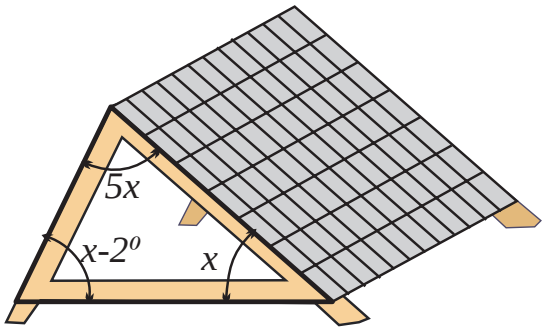
2.28. Suratdaky HD telewizorynyň ekranynyň uzynlygy we iniiň uzynlygynyň gatnaşygy 16 : 9 ýaly bolýar. Diagonaly 70 dýuým bolan HD telewizorynyň ölçeglerini *cm* lerde tapyň (1 *dýuým* = 2,54 *cm*).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2.29. Suratlardaky tamyň üstüniň burçlaryny tapyň.

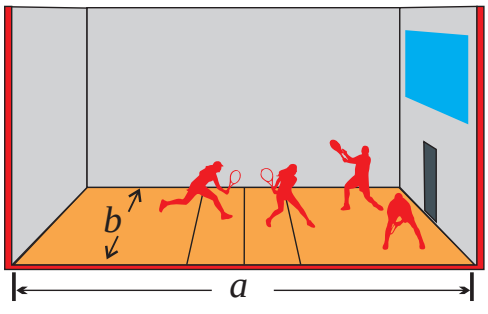
a)

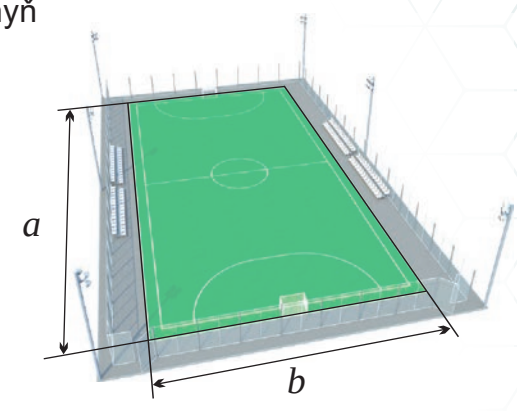


b)



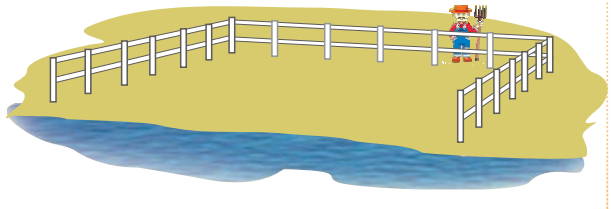
2.30. Ýapyk sport meýdanynyň perimetri 120 *fut*, uzynlygy bolsa ininden iki esse uzyn bolsa, meýdanyň ölçeglerini metrlerde tapyň (1 *fut* = 30,48 *cm*).





2.31. Futbol meýdanynyň perimetri 340 *m*, uzynlygy bolsa ininden 50 *m* uzyn bolsa, meýdanyň ölçeglerini tapyň.

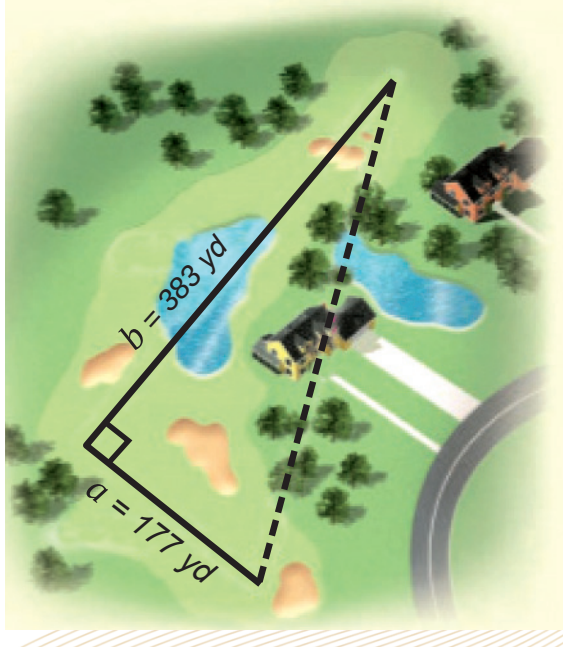
2.32. Fermer deryanyň boýunda gönüburçluk şeklindäki meýdany germew bilen gurşamakçy. 100 *m* uzynlykdaky germew bilen nähili ölçegdäki iň uly üstli meýdany gurşamak mümkin?



2.33. Tegelek şeklindäki iki gülzaryň meýdanlarynyň jemi $90\pi\ m^2$, tapawudy $72\pi\ m^2$. Her bir gülzaryň radiuslaryny tapyň.



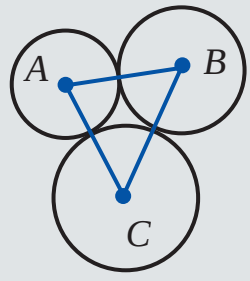
2.34. Golf meýdançasynyň çyzgysy berlen. Eger oýunçy birinji zarbada topy a aralyga, birinji zarbanyň gruna perpendikulýar ikinji zarbada b aralyga uzaklaşdyran bolsa, golf topy başlangyç ýagdaýyndan näçe aralyga baryp düşüpdir?



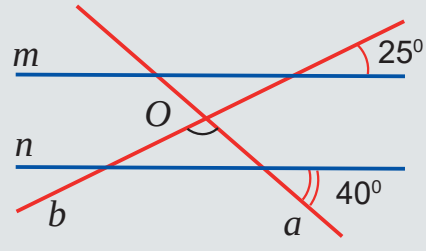
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

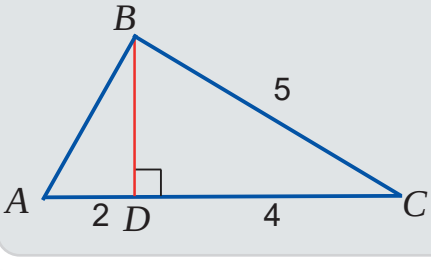
8



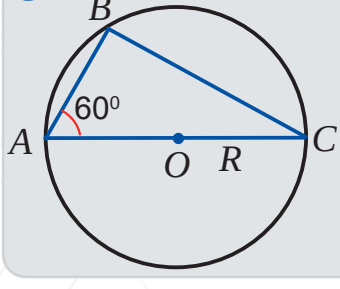
9



10



11



3.1. Üçburçlugyň depeleri, radiuslary 6 *cm*, 7 *cm* we 8 *cm* bolan we jübüt-jübütden galtaşýan üç töweregiň merkezlerinde ýatyr (*8-nji surat*). Şu üçburçlugyň perimetrini tapyň.

A) 28 *cm* B) 29 *cm* C) 27 *cm* D) 42 *cm* E) 21 *cm*

3.2. Kwadratyň tarapy *20*-ä deň. Bu kwadratyň içinden çyzylan töweregiň radiusyny tapyň.

A) 20 B) $10\sqrt{2}$ C) 10 D) $5\sqrt{2}$ E) 5

3.3. Trapesiýanyň bir esasy ikinjisinden 8 *cm* uzyn, orta çyzygy bolsa 10 *cm*-e deň. Trapesiýanyň kiçi esasyny tapyň.

A) 2 *cm* B) 4 *cm* C) 6 *cm* D) 8 *cm* E) 10 *cm*

3.4. Diagonallary 10 *m* we 36 *m* bolan rombuň meýdanyny tapyň.

A) 90 m^2 B) 92 m^2 C) 180 m^2 D) *184* m^2 E) *36* m^2

3.5. 9-njy suratdaky *m* we *n* göni çyzyklar özara parallel bolsa, *a* we *b* göni çyzyklaryň arasyndaky burçy tapyň.

A) 50° B) 80° C) 100° D) 65° E) 115°

3.6. 10-njy suratdaky üçburçlugyň meýdanyny tapyň.

A) 6 B) 9 C) 12 D) 24 E) 30

3.7. 11-nji suratdaky *R* radiusly töweregiň içinden çyzylan *ABC* üçburçlugyň *BC* tarapyny tapyň.

A) *R* B) $R\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $R\sqrt{2}$ D) $R\sqrt{3}$ E) $R\frac{\sqrt{3}}{2}$

3.8. Meýdany 9π cm^2 bolan tegelegi gurşap duran töweregiň uzynlygyny tapyň.

A) 3π *cm* B) 9π *cm* C) 12π *cm* D) 18π *cm* E) 6π *cm*

3.9. Tarapy 6 *cm*-e deň bolan kwadratyň içinden çyzylan tegelegiň meýdanyny tapyň.

A) 9π cm^2 B) 144π cm^2 C) 36π cm^2 D) 72π cm^2 E) 18π cm^2

3.10. Kwadratyň içinden çyzylan töweregiň radiusy 5 *cm*. Kwadratyň diagonalyny tapyň.

A) $5\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $5\frac{\sqrt{2}}{4}$ D) $10\sqrt{3}$ E) $20\sqrt{3}$

3.11. Içki burçlarynyň jemi 1600° bolan dogry köpburçlugyň taraplarynyň sanyny tapyň.

A) *12* B) *14* C) *16* D) 18 E) *20*

3.12. Diagonallary 24 *cm* we 18 *cm* bolan rombuň perimetrini tapyň.

A) *120 cm* B) *60 cm* C) *84 cm* D) 108 *cm* E) *144 cm*

3.13. Parallelogramyň perimetri 48 *dm* bolup, bir tarapy ikinjisinden 8 *dm* uzyn. Paralle-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

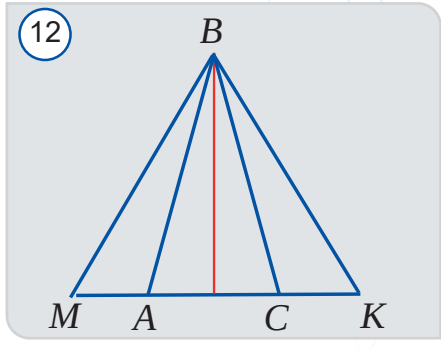
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

logramyň kiçi tarapyny tapyň.

A) $8\ dm$ B) $16\ dm$ C) $6\ dm$ D) $12\ dm$ E) $10\ dm$

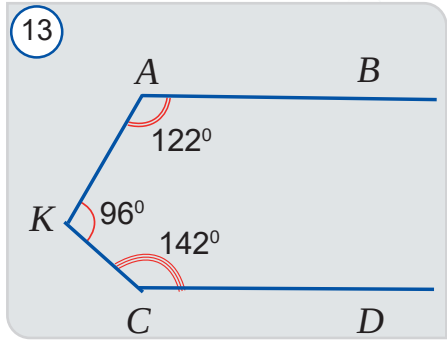
3.14. 12-nji suratdaky ABC deňýanly üçburçlugyň daşarsynda iki deň ABM we CBK burçlar guruldy. Bu burçlaryň taraplary AC tarapy degişlilikde M we K nokatlarda kesip geçdi. MBC we KBA üçburçluklaryň deňligini subut ediň.

3.15. 13-nji suratda şekillendirilen AB we CD göni çyzyklaryň özara ýerleşişini anyklaň. Jogabyňyzy esaslandyryň.



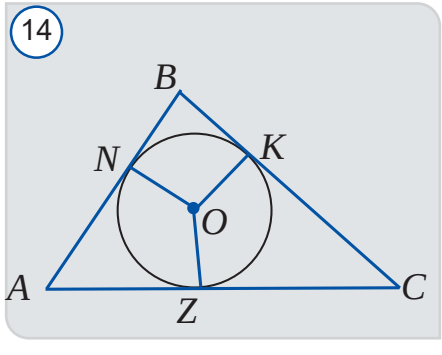
3.16. 14-nji suratdaky ABC üçburçlugyň içinden töwerek çyzylan. Töweregiň N we Z galtaşma nokatlary üçburçlugyň AB we AC taraplaryny tapawudy degişlilikde 3 cm we 4 cm bolan kesimlere bölýär ($AN > NB, AZ > ZC$). Eger üçburçlugyň perimetri 28 cm bolsa, onuň taraplaryny tapyň.

3.17. Deň taraply üçburçlugyň daşyndan radiusy $3\sqrt{3}$ bolan töwerek çyzylan. Içinden çyzylan töweregiň radiusyny tapyň.



3.18. Esasyndaky burçy 30° bolan deňýanly trapesiýanyň daşyndan töwerek daşky çyzylan. Trapesiýanyň beýikligi 7 cm -e deň bolsa, onuň orta çyzgysyny tapyň.

3.19. Esasyndaky daşky burçy 150° bolan deňýanly trapesiýa töweregiň daşyndan çyzylan. Trapesiýanyň orta çyzygy $16\sqrt{3}$ -e deň bolsa, onuň beýikligini tapyň.



3.20. Esasy 16 cm we şu esasa geçirilen beýikligi 15 cm bolan deňýanly üçburçlugyň gapdal tarapyny tapyň.

3.21. ABC üçburçlugyň AO beýikligi onuň BC tarapyny BO we OC kesimlere bölýär. Eger $AB = 10\sqrt{2}\ \ cm$, $AC = 26\ cm$ we $B = 45^o$ bolsa, OC kesimiň uzynlygyny tapyň.

3.22. Rombuň tarapy 10 cm, diagonallaryndan biri 12 cm. Rombuň içinden çyzylan töweregiň radiusyny tapyň.

3.23. Radiusy 15 cm bolan töwerege onuň merkezinden 12 cm uzaklykda bolan horda geçirilen. Bu hordanyň uzynlygyny tapyň.

3.24. Töwerekde iki kesişýän horda geçirilen. Olardan biri kesişme nokady bilen deň ikä, ikinjisi bolsa uzynlyklary 5 cm we 20 cm bolan kesimlere bölünýär. Her bir hordanyň uzynlygyny tapyň.

3.25. Töwerekden daşarda ýatýan nokatdan oňa galtaşma we kesiji geçirilen. Eger galtaşma özüniň daşky böleginden 5 cm uzyn, kesijiniň içki böleginden 5 cm gysga bolsa, onuň uzynlygyny tapyň.

3.26. Töwerekden daşarda ýatýan nokatdan oňa galtaşma we kesiji geçirilen. Eger galtaşma bilen kesijiniň uzynlyklarynyň jemi 15 cm, kesijiniň daşky bölegi galtaşmadan 2 cm gysga bolsa, galtaşma bilen kesijiniň uzynlyklaryny tapyň.

3.27. Gönüburçly üçburçlugyň içinden çyzylan töweregiň galtaşma nokady gipotenuzany uzynlyklary 6 cm we 9 cm bolan kesimlere bölýär. Şu üçburçlugyň meýdanyny tapyň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

3.28. Gönüburçly trapesiýanyň kiçi esasy 8 cm, kiçi gapdal tarapy bolsa 6 $\sqrt{3}$ cm-e deň. Eger trapesiýanyň burçlaryndan biri 120° bolsa, onuň meýdanyny tapyň.

3.29. Esaslary 40 cm we 14 cm, beýikligi bolsa 39 cm bolan trapesiýanyň daşyndan töwerek çyzylan. Töweregiň radiusyny tapyň.

3.30. Trapesiýanyň diagonallary 20 cm we 15 cm, beýikligi 12 cm. Trapesiýanyň meýdanyny tapyň.

3.31. Rombuň uly diagonaly 24 cm, içinden çyzylan töweregiň radiusy 6 cm. Rombuň meýdanyny tapyň.

3.32. Üçburçlugyň taraplary 17 cm, 25 cm, 28 cm. Merkezi uly tarapyň ortasynda bolan töwerek onuň galan iki tarapyna galtaşýar. Tegelegiň meýdanyny tapyň.

3.33. Taraplary 6 cm we 4 cm, diagonallarynyň arasyndaky burç 60° -a deň bolan parallelogramyň meýdanyny tapyň.

3.34. Iki parallel göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen burçlaryň üçüsiniň jemi 240° -a deň. Emele gelen goňşy burçlaryň ulusynyň kiçisine gatnaşygyny göterimlerde aňladyň.

3.35. Iki parallel göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen burçlardan biri ikinjisinden 3 esse uly bolsa, iki ýiti burçlaryň jemini tapyň.

3.36. Töwerekde ýatýan nokatdan geçirilen, bir-birine perpendikulýar iki hordanyň uzynlygy 8 cm we 15 cm. Töweregiň radiusyny tapyň.

3.37. Töwerekde ýatýan nokatdan geçirilen iki hordanyň arasyndaky burç 30°. Töweregiň radiusy 5 cm bolsa, hordalaryň ahyrlaryny utgaşdyrýan kesimiň uzynlygyny tapyň.

3.38. Töweregiň 6 cm-lik hordasy onuň merkezinden 4 cm uzaklykda ýerleşen. Töweregiň uzynlygyny tapyň.

3.39. Töweregiň daşyndan çyzylan trapesiýanyň gapdal taraplarynyň gatnaşygy 7 : 9-a deň, orta çyzygy 32 cm. Trapesiýanyň gapdal taraplaryny tapyň.

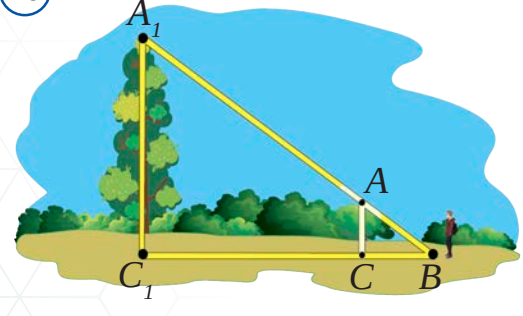
3.40. Radiusy 4 cm bolan töwerek trapesiýanyň içinden çyzylan. Trapesiýanyň diagonaly ýiti burçy bissektrisasy bilen 30° burçy düzýär. Trapesiýanyň beýikligini tapyň.

3.41. ABC üçburçlukda $\angle A = 45°$, $\angle B = 60°$, $BC = 3\sqrt{6}$ cm bolsa, AC tarapy tapyň.

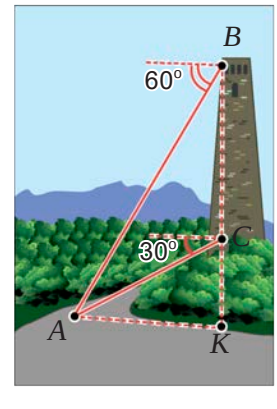
3.42. 15-nji suratda taýagyň kömeginde agajyň beýikligini tapmak prosesi şekillendirilen. Ony düşündiriň.

3.43. Gyrda beýikligi 70 m bolan minara ýerleşen (*16-njy surat*). Minaranyň B depesinden aşakdaky A predmet gorizonta görä 60°-ly, minaranyň esasyndaky C nokatdan bolsa 30°-ly burç aşagynda görünýär. Gyryň beýikligini tapyň.

15



16



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Matematiki meseleler hazynasy

Mälim bolşy ýaly, soňky wagtlarda maglumat-kommunikasiýa tehnologiýalary örän tiz ösýär we çalt depginler bilen bilim ulgamyna-da girip barýar. Häzir internet pudagyna şonça köp maglumat çeşmeleri ýerleşen bolup, bu hazynadan peýdalanmak her bir ýaş nesil üçin örän zerur we peýdaly. Internetden siz özbek, rus, iňlis we başga dillerde matematika älemindäki iň soňky täzelikler, elektron kitaphanalar ammarynda saklanýan ençeme elektron derslikleri, sanly resurslary tapyp bilersiňiz. Şonuň ýaly-da, dürli-dürli nazary materiallar, metodik maslahatlar, san-sanaksyz meseleler, mysallar we olaryň çözgütleri, dürli döwletlerde geçirilýän matematiki çäreler we olimpiadalar baradaky maglumatlar we olarda hödürlenýän gyzykly matematiki meseleler we olaryň çözgütleri bilen tanşyp bilersiňiz.



Elektron figuralar





Wideo dersler

Aşakda ençeme çeşmeleriň salgylary berlen. Olardan geometriýa degişli özüňizi gyzyklandyrýan dürli maglumatlary tapyp almagy, matematikany özbaşdak öwrenmek mümkinçiliklerinden peýdalanmagy maslahat berýäris:

1. http://www.uzedu.uz – Halk bilimi ministrliginiň resmi saýty, maglumat tälim portaly.
2. http://www.ziyonet.uz – «Ziyonet» tälim portaly.
3. http://dr.rtm.uz – täze derslikler, mugallymlar üçin metodik gollanmalaryň elektron şekilleri, prezintasiýalar, multimedia goşmaçalary, wideodersler we sanly resurslar platformasy
4. http://www.maktab.uz – 1–11-nji synplar üçin onlaýn mekdep, mekdep okuw maksatnamasy boýunça wideodersler we başga materiallar platformasy.
5. http://www.stesting.uz – okuwçylar üçin «Halkara bahalama barnlaglaryna taýýaryk» elektron platformasy (özbek dilinde).
6. http://www.masofa.uz – A. Awlany adyndaky milli-barlag institutynyň aralykdan okatmak portaly.



Tanyşdyrmalar

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



Testler



Ýumuşlar

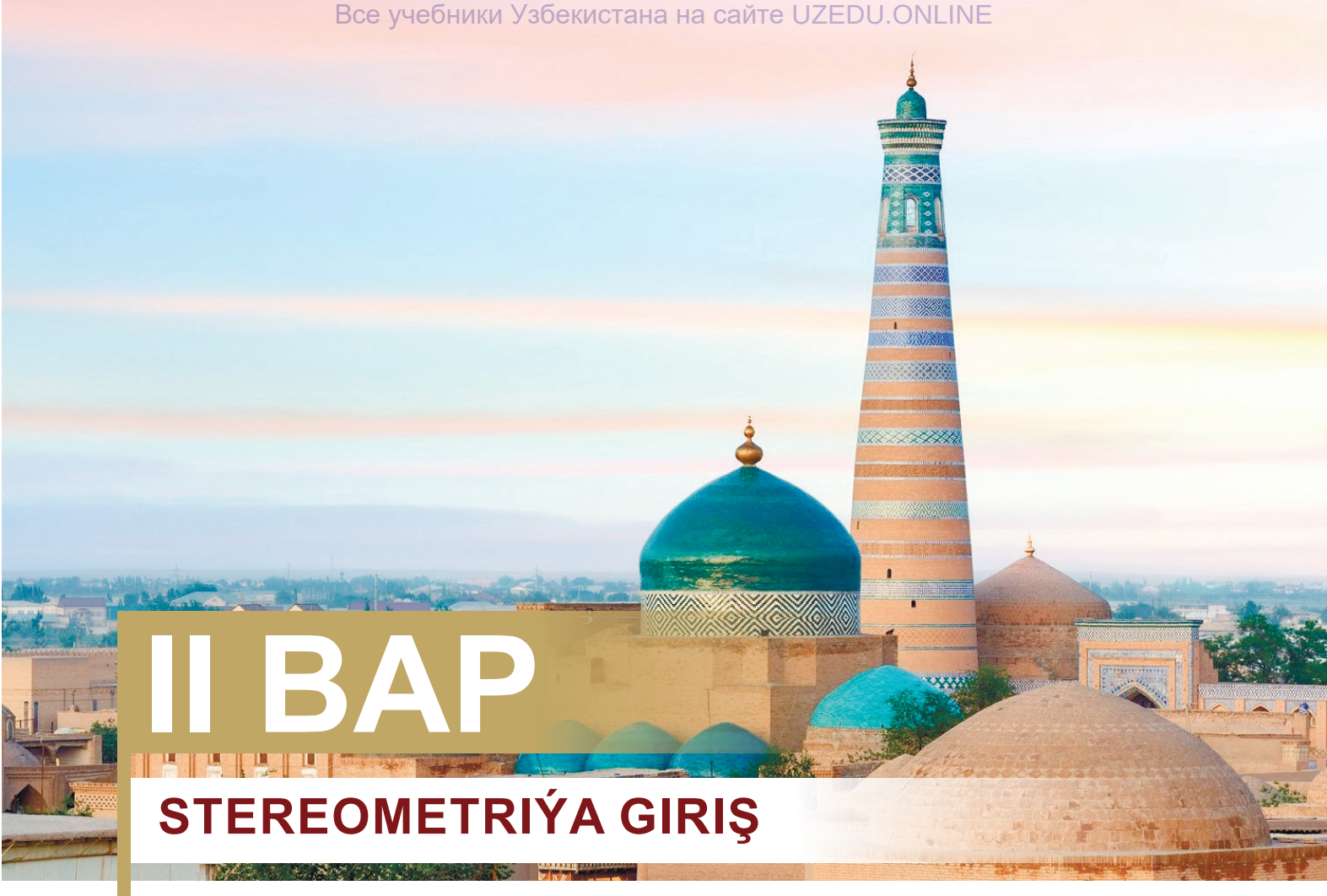


Goşmaça materiallar

7. http://www.onlinedu.uz – A. Awlany adyndaky milli-barlag institutynyň «Üznüksiz professional tälim» elektron platformasy.
8. http://www.skillgrover.com.uz – Finlandiýanyň matematikany öwrenmek we okuwçylaryň bilimlerini bahalamak platformasy (özbek dilinde).
9. http://www.khanakademy.org – «Han akademiýasy» aralykdan bilim saýty (iňlis dilinde).
10. http://www.xanakademiýasi.uz – matematika, informatika, himiýa, fizika, ykdysadyýet, biologiýa we astronomiýa ýaly predmetler boýunça wideodersler platformasy (özbek dilinde).
11. http://www.school.edu.ru – umumtälim portaly (rus dilinde).
12. http://www.problems.ru/ – matematikadan meseleler gözlemek ulgamy (rus dilinde).
13. http://geometry.net/ – algebradan we geometriýadan okuw materiallary (iňlis dilinde).
14. http://mathproblem.narod.ru/ – matematiki gurnaklar we olimpiadalar (rus dilinde).
15. http://www.ixl.com – aralykdan okatmak matematika bilimi portaly (iňlis dilinde).
16. http://www.mathkang.ru – «Kenguru» halkara matematiki bäsleşik saýty (rus dilinde).
17. http://www.alympia.uz – «Kenguru» halkara matematiki bäsleşik saýty (özbek dilinde).
18. http://www.brilliant.org – matematikadan aralykdan bilim saýty (iňlis dilinde).
19. http://www.geogebra.org – geometriýa we algebra predmetleri boýunça dinamik («janly») çyzgylar döretmäge mümkinçilik berýän tölegsiz maksatnama.
20. http://www.ýaklass.ru – mekdep okuwçylary we mugallymlar üçin onlaýn tälim platformasy.
21. www.schulen-ans-netz.de – Germaniýa «Internet-Mekdep» saýty (nemes dilinde).
22. www.studienkreis.de – Germaniýa okuw gurnaklary saýty (nemes dilinde).
23. www.educasource.education.fr – Fransiýa tälim saýty (fransuz dilinde).
24. www.educmath.inrp.fr – Fransiýa matematika tälimi sanly resurslary (fransuz dilinde).
25. http://mat-game.narod.ru/ – matematiki gimnastika. Matematiki meseleler we tapmaçalar (rus dilinde).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



II BAP

STEREOMETRIÝA GIRIŞ

Şu baby öwrenmek netijesinde aşakdaky bilimlere we endiklere eýe bolarsyňyz:

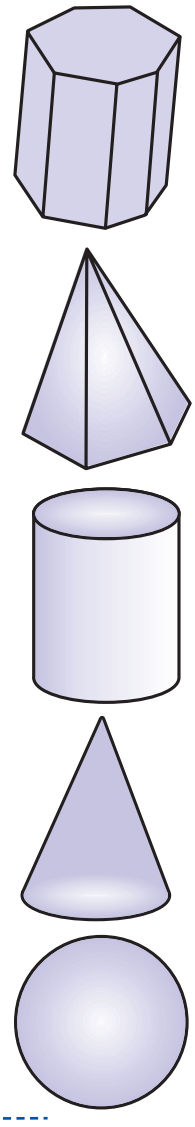
- stereometriýanyň aksiomalaryny bilmek we olardan peýdalanyp bilmek;
- stereometriýanyň aksiomalaryndan gelip çykýan netijeleri bilmek we olary ulanyp bilmek;
- giňişlikdäki atanaklaýyn, parallel we kesişýän göni çyzyklaryň kesgitlemesini bilmek we çyzgyda şekillendirmek;
- göni çyzygyň tekizlige parallelligi kesgitlemesini bilmek;
- kesişýän we parallel tekizlikler barada düşünjä eýe bolmak;
- giňişlikdäki jisimler, köpgranlyklar – prizma, parallelepiped, kub, piramida barada başlangyç düşünjelere eýe bolmak, tekizlikde şekillendirip bilmek, olary çyzgyda görkezmek we üstüni tapmaga degişli meseleleri çözmek;
- köpgranlyklaryň ýönekeý kesiklerini «yzlar» we parallel göçürmek usullaryndan peýdalanyp gurmak;
- öwrenilen düşünjeleri, faktlary we metodlary nätanyş ýa-da durmuş ýagdaýlarynda peýdalanyp bilmek.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4 STEREOMETRIÝANYŇ ESASY DÜŞÜNJELERI

1



Mälim bolşy ýaly, geometrik figuralar tekizlikde doly ýatýan ýa-da ýatmaýandygyna seredip *tekiz* we *giňişlikdäki figuralara* bölünýär. Şu wagta çenli geometriýa derslerinde esasan tekiz geometrik figuralaryň häsiýetlerini öwrendik. 9-njy synpyň ahyrynda bolsa käbir giňişlikdäki figuralar: prizmanyň, piramidanyň, silindriň, konusyň we şaryň *(1-nji surat)* häsiýetlerine durup geçipdik.

Geometriýanyň planimetriýa bölümi tekiz geometrik figuralary, *stereometriýa* bölümi bolsa giňişlikdäki geometrik figuralaryň (ýa-da jisimleriň) häsiýetlerini öwrenýär. Stereometriýa sözi grekçeden alnan bolup, *stereos* – «giňişlikdäki», *metreo* – «ölçeýärin» diýen manyny aňladýar.

2-nji suratda şekillendirilen zatlar giňişlikdäki jisimleriň tymsaly hökmünde olar barada düşünje berýär. Daş-töwereg imizdäki ähli predmetler üç ölçegli bolup, olaryň şekli haýsydyr giňişlikdäki geometrik jisime meňzäp gidýär.

Giňişlikdäki esasy geometrik figuralar *nokat, göni çyzyk* we *tekizlikdir*. Olar stereometriýanyň esasy düşünjeleri bolup, olara kesgitleme berilmeýär.

Nokada ölçegleri hasaba alynmasa hem bolýan maýda predmetler tymsaly hökmünde, göni çyzyga bolsa dartgyn çekilen ýüp ýa-da mekdep doskasynyň gapyrgasy tymsaly hökmünde seretmek mümkin. Nokatlar uly latyn harplary – A, B, C ... bilen, göni çyzyklar bolsa kiçi latyn harplary – a, b, c … bilen belgilenýär.

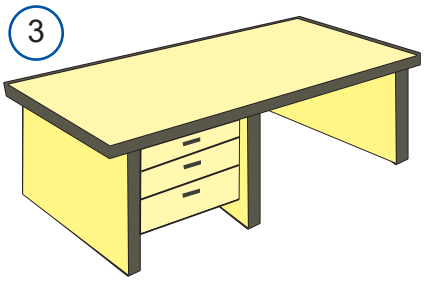
2



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

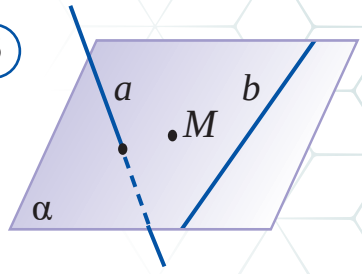
3



4



5



Tekizligi stoluň üsti ýaly tekiz üst diýip göz öňüne getirip bileris *(3-nji surat)*. Tekizlik hem göni çyzyk ýaly çäksizdir. Suratda tekizligiň diňe bir bölegini şekillendirýäris. Ýöne ony hemme tarapa çäksiz dowam eden diýip göz öňüne getirýäris we adatda çyzgyda parallelogram şeklinde şekillendirýäris *(4-nji surat)*.

Stereometriýada peýdalanylýan käbir belgilemeler

Tekizlikleri $\alpha, \beta, \gamma...$ – grek harplary bilen belgileýäris.

Giňişlikde tekizlik, göni çyzyk we nokatlar 5-nji suratdaky ýaly şekillendirilýär.

Giňişlikde nokat tekizlige degişli bolmazlygy *(6-njy a surat)* ýa-da degişli bolmagy *(6-njy b surat)* mümkin.

M nokat α tekizlige degişli bolmak bilen α tekizlik M nokatdan geçýär, diýip hem aýdylýar we $M \in \alpha$ ýaly belgilenýär.

M nokat α tekizlige degişli muny, $M \notin \alpha$ ýaly belgilenýär.

Şonuň ýaly-da, giňişlikde göni çyzyk tekizlige degişli bolmagy ýa-da degişli bolmazlygy hem mümkin.

a göni çyzygyň hemme nokatlary α tekizlige degişli bolsa *(7-nji a surat)*, a göni çyzyk α tekizlikde ýatýar ýa-da α tekizlik a göni çyzyk arkaly geçýär, diýip aýdylýar we $a \subset \alpha$ ýaly belgilenýär.

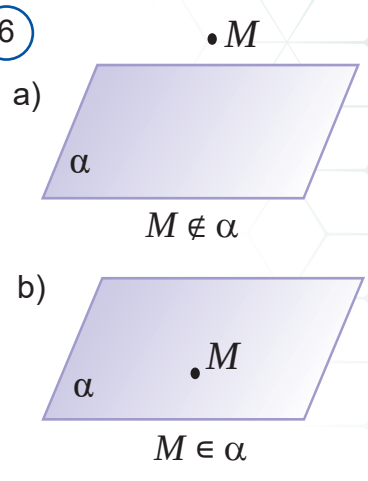
a göni çyzyk α tekizlige degişli muny, $a \not\subset \alpha$ ýaly belgilenýär.

a göni çyzygyň diňe bir nokady α tekizlige degişli bolsa *(7-nji b surat)*, a göni çyzyk α tekizligi kesip geçýär, diýip aýdylýar we bu $\alpha \cap a = M$ ýaly ýazylýar.

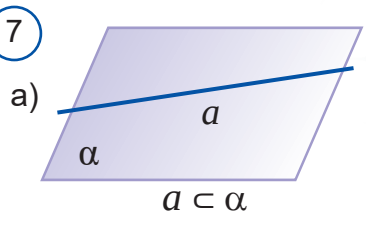
Eger α we β tekizlikleriň umumy nokatlary a göni çyzygy düzse *(8-nji surat)*, bu iki tekizlik a göni çyzyk boýunça kesişýär, diýýäris we muny $\alpha \cap \beta = a$ ýaly ýazýarys.

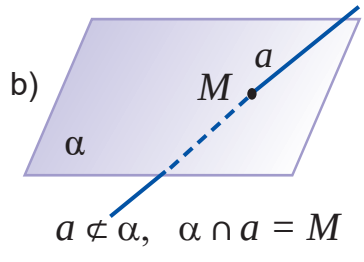
Eger α we β tekizlikleriň umumy nokatlary bolmasa *(9-njy surat)*, bu iki tekizlik özara kesişmeýär, diýýäris we muny $\alpha \cap \beta = \varnothing$ ýaly ýazýarys.

6

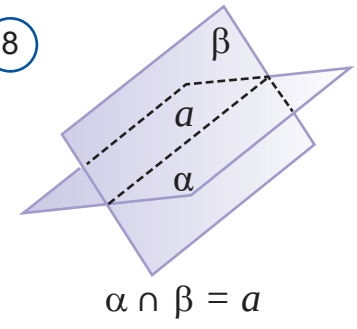


7

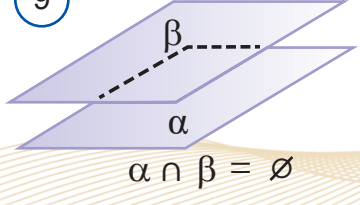




8

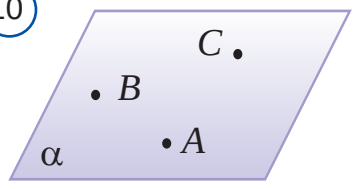


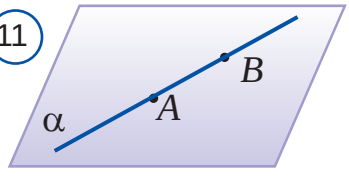
9

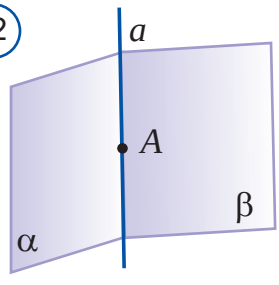


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10


11


12


Stereometriýanyň aksiomalary

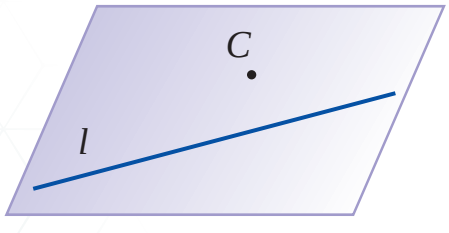
Planimetriýadaky ýaly stereometriýada hem käbir geometrik figuralaryň häsiýetleri subutsyz kabul edilýär. Giňişlikde tekizlikleriň aşakdaky häsiýetlerini subutsyz, S topar aksiomalar hökmünde kabul edýäris:

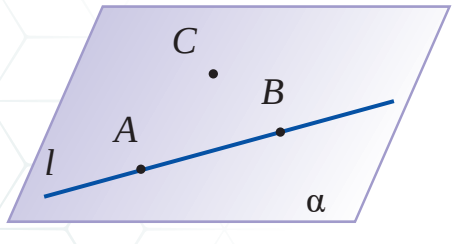
S_1 *Eger üç nokat bir göni çyzykda ýatmasa, onda olar arkaly ýeke-täk tekizlik geçirmek mümkin (10-njy surat).*

S_2 *Eger göni çyzygyň iki nokady bir tekizlikde ýatsa, onda onuň ähli nokatlary şu tekizlikde ýatýar (11-nji surat).*

S_3 *Eger iki tekizlik umumy nokada eýe bolsa, onda bu tekizlikler şu nokatdan geçýän umumy göni çyzyga hem eýe bolýar (12-nji surat).*

Planimetriýada girizilen aksiomalar bilen birlikde bu üç aksioma stereometriýanyň esasyny düzýär. Planimetriýada biz seredýän ähli figuralar ýerleşýän bir sany tekizlige eýedik. Stereometriýada bolsa şeýle tekizlikler çäksiz köp bolup, olaryň ähliside planimetriýanyň aksiomalary we planimetriýada subut edilen ähli häsiýetler orunly bolýar, diýip garalýar. Şonuň ýaly-da, stereometriýa kursunda planimetriýanyň aksiomalaryna stereometriýa nukdaýnazaryndan seretmeli bolýar.

13 a)


b)


Stereometriýanyň aksiomalaryndan gelip çykýan netijeler

1-nji netije. Göni çyzyk we onda ýatmaýan nokat arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.

Subudy. l – berlen göni çyzyk, C bolsa onda ýatmadyk nokat bolsun *(13-nji a surat)*.

Ilki teoremanyň netije böleginde aýdylan tekizligiň bardygyny görkezýäris. l göni çyzykda A we B nokatlary alýarys. Şerte görä, A, B we C nokatlar bir sany göni çyzykda ýatmaýar. Onda S_1 aksioma görä, A, B we C nokatlar arkaly α tekizligi geçirmek mümkin *(13-nji b surat)*. S_2 aksioma görä bolsa, α tekizlik l göni çyzykdan geçýär.

Diýmek, α gözlenýän tekizlik eken.

Indi şu tekizligiň ýeke-täkligini görkezýäris.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Tersini çak edýäris: l – berlen göni çyzyk we onda ýatmadyk C nokatdan ýene bir sany β tekizlik geçirmek mümkin bolsun. Onda β tekizlik hem A, B we C nokatlardan geçýär. Ýöne S_1 aksioma görä, üç nokatdan diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin. Gapma-garşylyk. Diýmek, çakymyz nädogry. Göni çyzyk we onda ýatmaýan nokat arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.

2-nji netije. Berlen kesişýän iki göni çyzyk arkaly ýeke-täk tekizlik geçirmek mümkin.

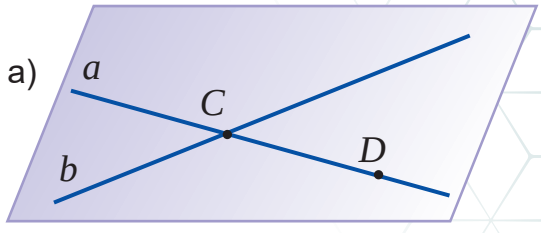
Subut. Berlen a we b göni çyzyklar C nokatda kesişsin *(14-nji a surat)*.

a göni çyzykda C nokatdan daşary ýene bir sany D nokady alýarys. Onda subut edilen 1-nji netijä görä, b göni çyzyk we onda ýatmadyk D nokat arkaly ýeke-täk α tekizlik geçýär *(14-nji b surat)*. Bu tekizlik a göni çyzygyň C we D nokatlaryndan geçýär. Onda S_2 aksioma görä, α tekizlik a göni çyzykdan hem geçýär.

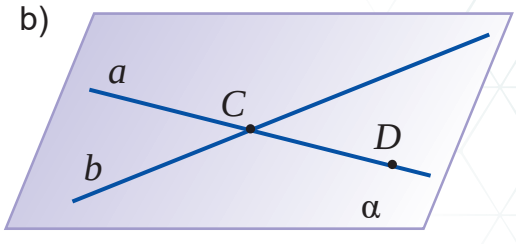
Diýmek, α tekizlik berlen kesişýän iki göni çyzyk arkaly geçýär. Şu tekizligiň ýeke-täkligini özbaşdak subut ediň.

14

a)



b)



Tema degişli soraglar we ýumuşlar

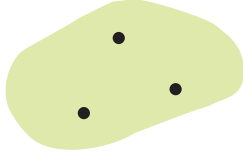
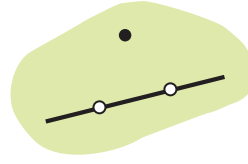
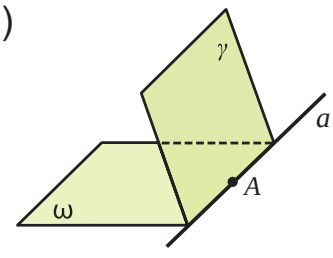
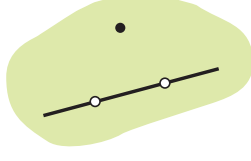
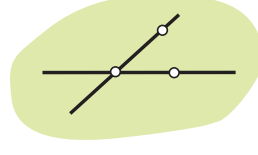
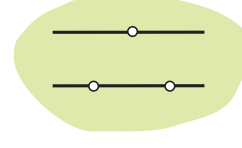
1. *Giňişlikdäki esasy geometrik figuralary aýdyň. Olary nämeleriň tymsaly hökmünde almak mümkin?*
2. *Stereometriýanyň S topar aksiomalaryny aýdyň we düşündiriň.*
3. *Stereometriýada planimetriýanyň aksiomalary hem işleýärmi? Planimetriýanyň aksiomalaryna stereometriýa nukdaýnazaryndan garamak diýende nämäni düşünýärsiňiz?*
4. *S_1 aksiomada üç nokadyň bir göni çyzykda ýatmaýandygy nygtalan. Bu talap soňluk bilen möhümmi? Ony alyp taşlasa, aksioma orunly bolýarmy? Näme üçin?*
5. *Stereometriýanyň aksiomalaryndan gelip çykýan netijeleri düşündiriň.*

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Amaly gönükme we ulanma

4.1. Jedwelde 4-nji temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

Stereometriýanyň aksiomalary we olardan gelip çykýan netijeler		
a)  **S_1 aksioma.** Bir göni çyzykda ýatmadyk üç nokat arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.	b)  **S_2 aksioma.** Eger göni çyzygyň iki nokady bir tekizlikde ýatsa, onda onuň ähli nokatlary şu tekizlikde ýatýar.	c)  **S_3 aksioma.** Eger iki tekizlik umumy nokada eýe bolsa, onda olar şu nokatdan geçýän umumy göni çyzyga hem eýe bolýar.
 **1-nji netije.** Göni çyzyk we onda ýatmadyk nokat arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.	 **2-nji netije.** Kesişýän iki göni çyzyk arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.	 **3-nji netije.** Parallel iki göni çyzyk arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.

4.2. Aşakdaky tassyklamalara laýyk gelýän belgili aňlatmalary tapyň.

Tassyklama		Aňlatma
1. M nokat α tekizlige degişli.		$\alpha \cap \beta = \varnothing$
2. M nokat α tekizlige degişli däl.		$M \in \alpha$
3. a göni çyzyk α tekizlikde ýatýar.		$M \notin \alpha$
4. a göni çyzyk α tekizlikde ýatmaýar.		$a \subset \alpha$
5. α we β tekizlikler a göni çyzyk boýunça kesişýär.		$\alpha \cap \beta = a$
6. α we β tekizlikler özara kesişmeýär.		$a \not\subset \alpha$

4.3. Synp otagynyň diwarlaryny tekizlikleriň bölekleri diýip çak ediň we aşakdakylary görkeziň:

a) iki kesişýän göni çyzyk; b) iki kesişýän tekizlik;
c) bir nokatda kesişýän üç göni çyzyk; d) iki kesişmeýän tekizlik;
e) iki kesişmeýän göni çyzyk; f) üç kesişýän tekizlik.

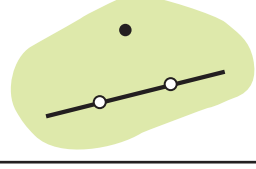
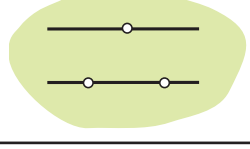
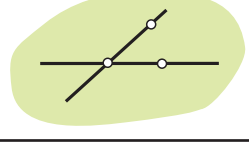
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4.4. Aşakdaky jümleleri okaň. Jümle dogry bolsa «+», nädogry bolsa «–» belgisini ýanyndaky gözenege ýazyň.

1	Iki tekizlik diňe bir sany umumy nokada eýe bolmagy mümkin.	
2	Iki tekizlik diňe iki umumy nokada eýe bolmagy mümkin.	
3	Iki tekizlik iki umumy göni çyzyga eýe bolmagy mümkin.	
4	Berlen kesişýän iki göni çyzyk arkaly ýeke-täk tekizlik geçirmek mümkin.	
5	Göni çyzyk we onda ýatmaýan nokat arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.	
6	Eger üç nokat bir göni çyzykda ýatmasa, onda olar arkaly ýeke-täk tekizlik geçirmek mümkin.	
7	Eger göni çyzygyň iki nokady bir tekizlikde ýatsa, onda onuň ähli nokatlary şu tekizlikde ýatýar.	
8	Eger iki tekizlik umumy nokada eýe bolsa, onda bu tekizlikler şu nokatdan geçýän umumy göni çyzyga hem eýe bolýar.	

4.5. Aşakdaky giňişlikdäki figuralaryň häsiýetlerine laýyk suraty tapyň.

Häsiýetler		Suratlar
Göni çyzyk we onda ýatmadyk nokat arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.		
Kesişýän iki göni çyzyk arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.		
Parallel iki göni çyzyk arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.		

4.6. Giňişlikde iki nokatdan näçe göni çyzyk geçmegi mümkin?

4.7. Giňişlikde üç nokatdan näçe tekizlik geçirmek mümkin?

4.8. Giňişlikde bir göni çyzykdan näçe tekizlik geçirmek mümkin?

4.9. Giňişlikde üç nokat nähili ýerleşende olardan çäksiz köp tekizlik geçirmek mümkin?

4.10. Giňişlikde: a) iki göni çyzyk; b) göni çyzyk we tekizlik; c) iki tekizlik näçe umumy nokada eýe bolmagy mümkin?

4.11. Giňişlikde: a) iki göni çyzyk; b) göni çyzyk we tekizlik; c) iki tekizlik; d) üç tekizlik ýeke-täk umumy nokada eýe bolmagy mümkinmi?

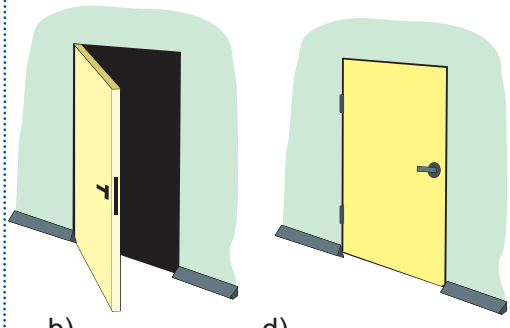
4.12. Bir göni çyzykda ýatýan üç nokatdan tekizlik geçirmek mümkindigini subut ediň. Şeýle tekizlikleriň sany näçe bolar?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

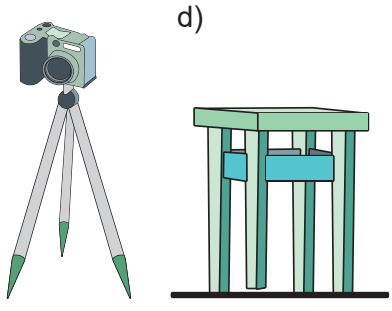
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

15

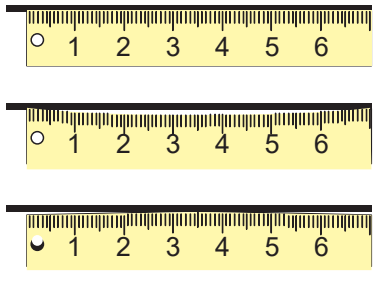
a)



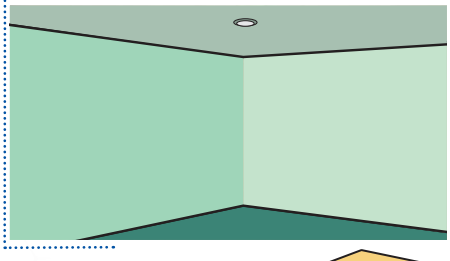
b) d)



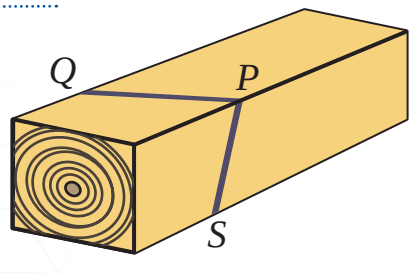
e)



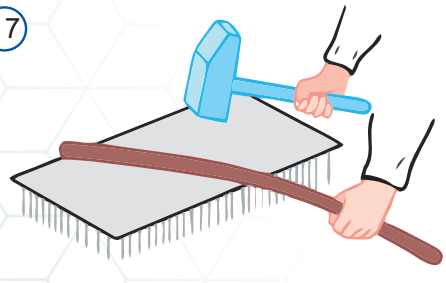
f)



16



17



4.13. A, B, C we D nokatlar bir tekizlikde ýatmaýar. AB we CD göni çyzyklaryň kesişmeýändigini subut ediň.

4.14. Berlen iki göni çyzygyň kesişen nokadyndan bu göni çyzyklar bilen bir tekizlikde ýatmaýan göni çyzyk geçirmek mümkinmi? Jogabyňyzy esaslandyryň.

4.15. A, B, C nokatlar iki dürli tekizligiň her birinde ýatýar. Bu nokatlaryň bir göni çyzykda ýatýandygyny subut ediň.

4.16. Göni çyzyk arkaly iki dürli tekizlik geçýändigini subut ediň.

4.17. Dürli: a) üç; b) dört; c) bäş; d) n sany nokat jübütlerinden iň köpi bilen näçe göni çyzyk geçirmek mümkin?

4.18. Dürli: a) üç; b) dört; c) bäş; d) n sany nokat üçlüginden iň köpi bilen näçe tekizlik geçirmek mümkin?

Amaly ulanmalar

4.19. 15-nji suratdaky ýagdaýlary düşündirende haýsy aksiomalara daýanmak mümkin?

A) Näme üçin açyk gapy zowwam şemal wagtynda açylyp-ýapylyp hereketde bolýar? Näme üçin gulp asylanda şeýle hereket bolmaýar?

B) Kameranyň aýaklary näme üçin üç bolýar?

C) Stul ýerde mäkäm durmagy üçin onuň aýaklary nähili barlanylýar?

D) Çyzgyjyň tekizligi nähili barlanylýar?

E) Iki diwar stereometriýanyň aksiomalaryndan gelip çykýan haýsy netijäni düşündirende kömek edýär?

4.20. 16-njy suratda neçjaryň tagtany byçgylamazdan öň çyzan çyzyklary şekillendirilen. Onuň bu işini stereometriýanyň aksiomalaryndan gelip çykýan haýsy netije bilen düşündirmek mümkin?

4.21. 17-nji suratda demirçiniň egri demri tekizlemek prosesi şekillendirilen. Demir ilki tekiz ýere goýlup, çekiç bilen urup tekizlenýär. Soň aýlap, ýene urup tekizlenýär. Iki basgançakdan ybarat bu işi stereometriýanyň aksiomalaryndan gelip çykýan haýsy netije bilen düşündirmek mümkin?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5 GIŇIŞLIKDE GÖNI ÇYZYKLAR WE TEKIZLIKLER

Giňişlikde göni çyzyklar

Giňişlikde iki göni çyzyk bir tekizlikde ýatmagy ýa-da ýatmazlygy mümkin *(1-nji surat)*. Giňişlikde bir tekizlikde ýatmaýan iki göni çyzyga *atanaklaýyn göni çyzyklar* diýilýär *(1-nji a surat)*.

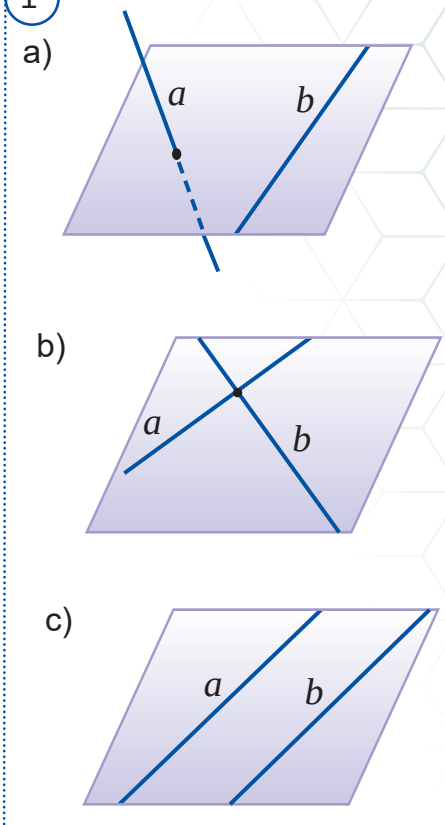
Bir tekizlikde ýatýan we diňe bir sany umumy nokada eýe bolan göni çyzyklar *kesişýän göni çyzyklar* diýip atlandyrylýar *(1-nji b surat)*.

Bir tekizlikde ýatýan we özara kesişmeýän göni çyzyklar bolsa *parallel göni çyzyklar* diýip atlandyrylýar *(1-nji c surat)*.

Atanaklaýyn göni çyzyklara biri köprüden, ikinjisi köpriniň aşagyndan geçýän ýollary mysal hökmünde getirmek mümkin *(2-nji surat)*. Şonuň ýaly-da, 3-nji suratdaky parallelepipediň MN we L_1M_1 gapyrgalary ýatýan göni çyzyklar hem atanaklaýyn bolýar.

Atanaklaýyn (parallel) göni çyzyklarda ýatýan kesim we şöhleleri hem atanaklaýyn (parallel) diýip aýdýarys.

1



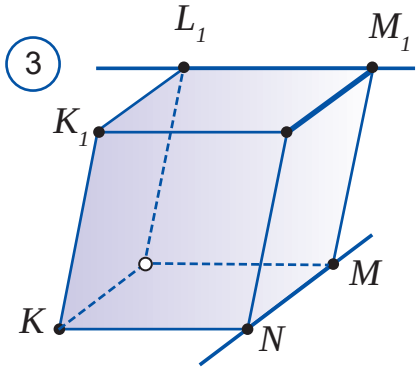
2



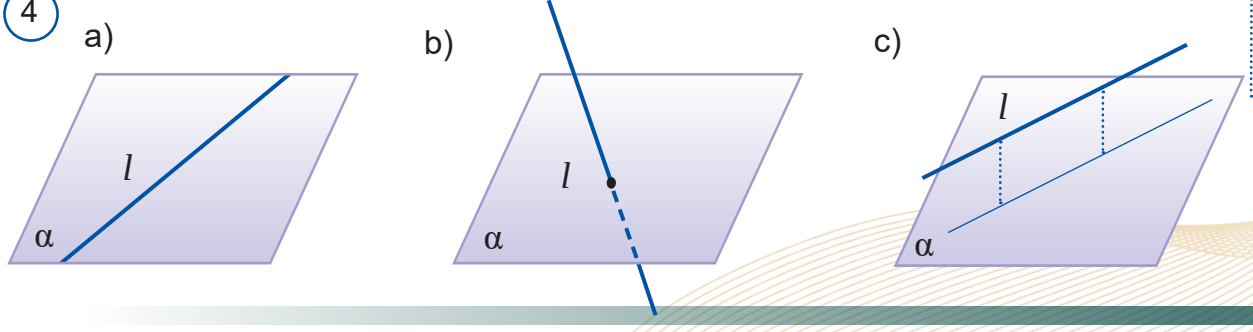
Giňişlikde göni çyzyk we tekizlik

Göni çyzyk tekizlikde ýatmagy *(4-nji a surat)*, ony kesip geçmegi *(4-nji b surat)* ýa-da kesip geçmezligi, ýagny umumy nokada eýe bolmazlygy *(4-nji c surat)* mümkin. Ahyrky ýagdaýa *göni çyzyk tekizlige parallel* diýilýär.

3



4



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

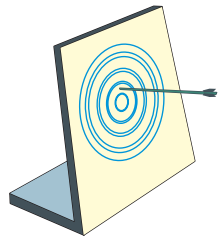
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5

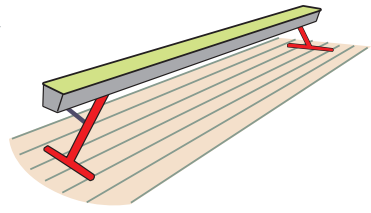
a)



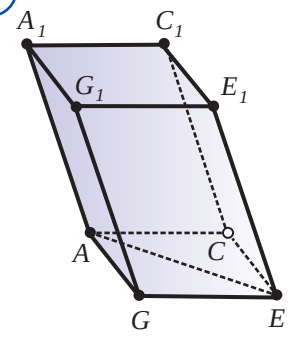
b)



c)

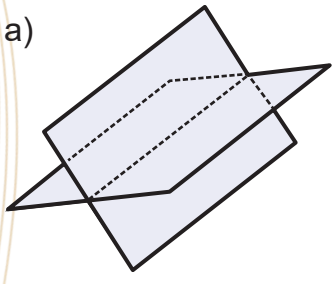


6

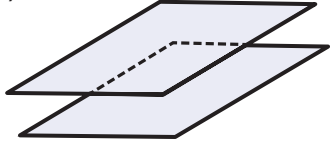


7

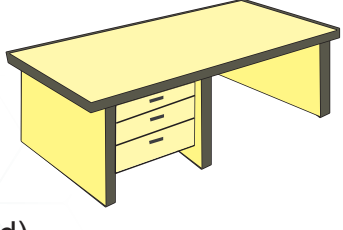
a)



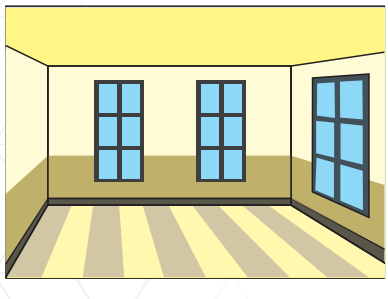
b)



c)



d)



Stoluň üstünde ýatan galam tekizlikde ýatýan göni çyzyk barada *(5-nji a surat)*, nyşana sanjylan ok *(5-nji b surat)* tekizligi kesip geçýän göni çyzyk barada hemde polda duran gimnastik agaç tekizlige parallel göni çyzyk barada *(5-nji c surat)* düşünje berýär.

6-njy suratda şekillendirilen parallelepipediň $AGEC$ esasynyň diagonaly AE ýatýan göni çyzyk esasyň tekizliginde ýatýar, AGA_1G_1 gran ýatýan tekizligi kesip geçýär hem-de $A_1G_1E_1C_1$ ýoarky esasyň tekizligine parallel bolýar.

Giňişlikde tekizlikler

Indi giňişlikde tekizlikleriň özara ýerleşişini aýdyňlaşdyrýarys.

Giňişlikde tekizlikler käbir göni çyzyk boýunça kesişmegi *(7-nji a surat)* ýa-da umumy nokada eýe bolmazlygy mümkin *(7-nji b surat)*. Şundan ugur alyp, bu tekizlikler degişlilikde *kesişýän* ýa-da *parallel tekizlikler* diýip atlandyrylýar.

7-nji c suratda şekillendirilen stoluň üsti we gapdal grany kesişýän tekizlikler barada, otagyň poly we petigi bolsa *(7-nji d surat)* parallel tekizlikler barada düşünje berýär.

Şonuň ýaly-da, 6-njy suratda şekillendirilen parallelepipediň gapma-garşy bolmadyk gapdal granlary kesişýän tekizlikler barada, aşaky we üstki esaslary hem-de gapma-garşy granlary bolsa parallel tekizlikler barada düşünje berýär.

Parallellik belgisi - «// » diňe bir parallel göni çyzyklary däl, eýsem tekizlige parallel göni çyzygy we parallel tekizlikleri belgilemekde hem peýdalanylýar:

$$a \parallel b,\ a \parallel \alpha \text{ we } \alpha \parallel \beta.$$

Käte tekizlikler bir göni çyzykda ýatmadyk üç: A, B we C nokadyň kömeginde «ABC tekizlik» ýaly hem belgilenýär.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Tema degişli soraglar we ýumuşlar

1. Tekizlikde ýatýan nähili göni çyzyklar: a) kesişýän; b) parallel diýip atlandyrylýar?
2. Nähili göni çyzyklar atanaklaýyn diýip atlandyrylýar? Mysallar getiriň.
3. Giňişlikde iki göni çyzyk nähili ýerleşmegi mümkin?
4. Nähili göni çyzyklar: a) tekizlikde ýatýan; b) tekizlige parallel diýip atlandyrylýar?
5. Giňişlikde göni çyzyk we tekizlik nähili ýerleşmegi mümkin?
6. Giňişlikde nähili tekizlikler: a) kesişýän; b) parallel diýip atlandyrylýar?
7. Giňişlikde iki tekizlik nähili ýerleşmegi mümkin?

Amaly gönükme we ulanma

5.1. Jedwellerde 5-nji bendiň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

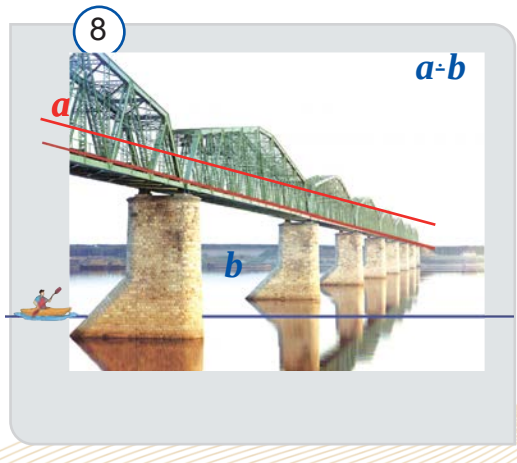
Figuralar	Giňişlikde göni çyzyklaryň özara ýerleşişi		
a we b göni çyzyklar	Bir tekizlikde ýatýar	Bir sany umumy nokada eýe	Kesişýän: $a \otimes b$
		Umumy nokada eýe däl	Parallel: $a \parallel b$
	Bir tekizlikde ýatmaýar		Atanaklaýyn: $a \nparallel b$

Figuralar	Giňişlikde göni çyzyklaryň we tekizlikleriň özara ýerleşişi		
a göni çyzyk we α tekizlik	a göni çyzyk α tekizlikde ýatmaýar.	a göni çyzyk α tekizlik bilen bir sany umumy nokada eýe.	Kesişýän: $a \otimes \alpha$
		a göni çyzyk α tekizlik bilen bir sany umumy nokada eýe däl.	Parallel: $a \parallel \alpha$
	a göni çyzyk α tekizlikde ýatýar.		$a \subset \alpha$

Figuralar	Giňişlikde göni çyzyklaryň özara ýerleşişi	
α we β tekizlikler	Umumy nokada eýe.	Kesişýän: $\alpha \cap \beta = a$ göni çyzyk
	Umumy nokada eýe däl.	Parallel: $\alpha \parallel \beta$

5.2. 8-nji suratda giňişlikde atanaklaýyn göni çyzyklar nämeleri şekillendirýändigini anyklaň.

5.3. Kubuň modelinde onuň aşakdaky elementleriniň jübütlerini görkeziň:
a) bir sany umumy nokada eýe iki gapyrga;
b) umumy nokada eýe bolmadyk iki gapyrga;
c) bir tekizlikde ýatmaýan iki gapyrga;
d) bir umumy nokada eýe gapyrga we gran;
e) umumy nokada eýe däl gapyrga we gran;
f) gran we onda ýatýan gapyrga;
g) kesişmeýän iki gran;
h) kesişýän iki gran.



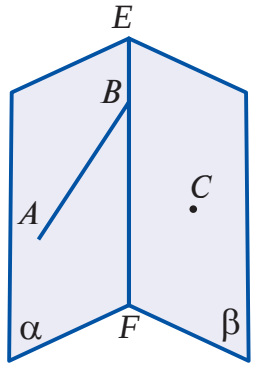
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5.4. Aşakdaky jedweldäki iki göni çyzygyň häsiýetlerine görä özara ýerleşmegini laýyklaň.

Göni çyzyklaryň häsiýetleri	***Özara ýerleşişi***
Bir tekizlikde ýatýar we umumy nokada eýe däl.	Atanaklaýyn
Bir tekizlikde ýatýar we umumy nokada eýe.	Parallel
Bir tekizlikde ýatmaýar.	Kesişýän

9



5.5. 9-njy suratdaky α we β tekizlikler EF göni çyzyk boýunça kesişýär. AB göni çyzyk α tekizlikde ýatýar. β tekizlikde ýatýan C nokatdan şeýle göni çyzyk geçiriň, ýagny ol:

a) AB göni çyzygy kesip geçsin;

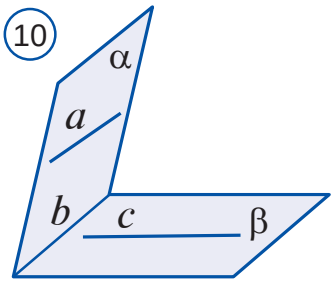
b) AB göni çyzyk bilen atanaklaýyn bolsun;

c) AB göni çyzyk bilen parallel bolsun.

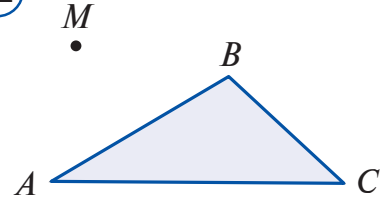
5.6. $a \parallel b$ we $a \parallel \alpha$ bolýandygy mälim. b göni çyzyk we α tekizlik özara nähili ýerleşen bolmagy mümkin?

5.7. $\alpha \parallel \beta$, $a \subset \alpha$ we $b \subset \beta$ bolýandygy mälim. a we b göni çyzyklar özara nähili ýerleşen bolmagy mümkin?

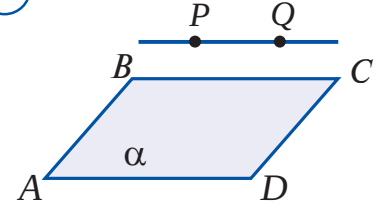
10



11



12



5.8. 10-njy suratda α we β tekizlikler b göni çyzyk boýunça kesişýär. Eger $a \parallel b$, c we b göni çyzyklar parallel bolmasa, a we c göni çyzyklar özara nähili ýerleşmegi mümkin?

5.9. 11-nji suratda M nokat ABC üçburçlugyň daşky ýaýlasynda ýatyr. MA, MC, MB göni çyzyklara atanaklaýyn göni çyzyklary anyklaň.

5.10. 12-nji suratda PQ göni çyzyk $ABCD$ dörtburçlugyň daşky ýaýlasynda ýatýar we BC -e parallel: a) PQ we AB; b) PQ we CD; c) PQ we AD nähili göni çyzyklar?

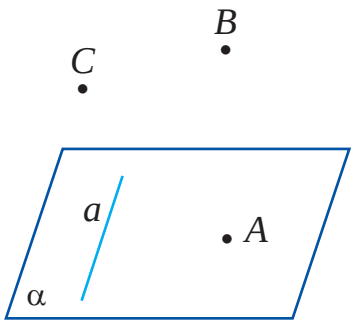
5.11. $ABCP$ üçburçluk piramida (tetraedr) berlen. Aşakdaky jedwelde getirilen göni çyzyklar özara nähili ýerleşýär? Laýyk gözenege degişli belgini ($\otimes$ – kesişýär, $\div$ – atanaklaýyn, $\parallel$ – parallel) goýuň.

	AB	BC	AC	PA	PB	PC
AB						
BC						
AC						
PA						
PB						
PC						

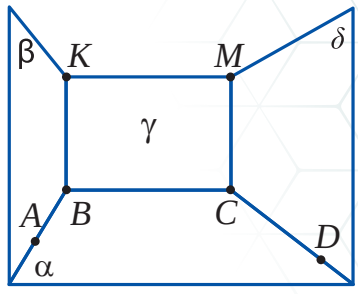
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

13



14



5.12. 13-nji suratda a göni çyzyk we A nokat α tekizlige degişli. C we B nokatlar bolsa bu tekizlige degişli däl. Aşakdakylardan geçýän tekizlik berlen α tekizlikden tapawutly bolarmy?

A) a göni çyzyk we B nokatdan; B) a göni çyzyk we C nokatdan;

C) AB we AC göni çyzykdan; D) AB we BC göni çyzykdan;

5.13. 14-nji suratdaky maglumatlardan peýdalanyp jedweli nusga görä dolduryň:

Tekizlikler	α we β	α we γ	α we δ	β we γ	γ we δ
Umumy nokatlary	A we B				
Umumy göni çyzyk	AB				

5.14. Aşakdaky jümleleri okaň. Olaryň hemişe, käte ýa-da hiç haçan dogry bolmak ýa-da bolmazlygyny anyklap, jedweliň degişli gözenegine «+» belgisini goýuň. Jogabyňyzy esaslandyrýan mysallar getiriň.

	Jümle	Hemişe	Käte	Hiç haçan
1	Giňişlikde göni çyzyk tekizlikde ýatmaýar.			
2	Iki tekizlik diňe bir sany umumy nokada eýe.			
3	Tekizlikler göni çyzyk boýunça kesişýär.			
4	Iki tekizlik diňe iki umumy nokada eýe.			
5	Iki tekizlik iki umumy göni çyzyga eýe.			
6	Kesişýän iki göni çyzyk arkaly ýeke-täk tekizlik geçýär.			
7	Göni çyzyk we nokat arkaly bir sany tekizlik geçýär.			
8	Üç nokat arkaly ýeke-täk tekizlik geçýär.			
9	Göni çyzygyň bir sany nokady tekizlikde ýatsa, onuň ähli nokatlary hem şu tekizlikde ýatýar.			
10	Iki tekizlik umumy nokada eýe bolsa, olar gabat gelýär.			

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

6 GIŇIŞLIKDÄKI GEOMETRIK FIGURALAR. KÖPGRANLYKLAR

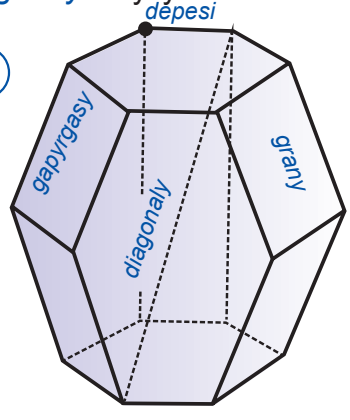
Aşaky synplarda giňişlikdäki ençeme geometrik figuralar bilen tanyşdyk. Olaryň käbirlerini *giňişlikdäki jisimler* diýip hem atlandyrdyk. Giňişlikdäki jisimleri nähilidir maddy jisim eýelän barlygyň bölegi hökmünde göz öňüne getirmek mümkin. Giňişlikdäki jisimi onuň üsti çäklendirip durýar.

Köpgranlyk diýip tekiz köpburçluklar bilen çäklenen jisime aýdylýar. Tekiz köpburçluklar *köpgranlygyň granlary*, köpburçluklaryň depeleri *köpgranlygyň depeleri,* taraplary bolsa *köpgranlygyň gapyrgalary* bolýar. Bir grana degişli bolmadyk depeleri birleşdirýän kesim *köpgranlygyň diagonaly* diýip atlandyrylýar *(1-nji surat)*.

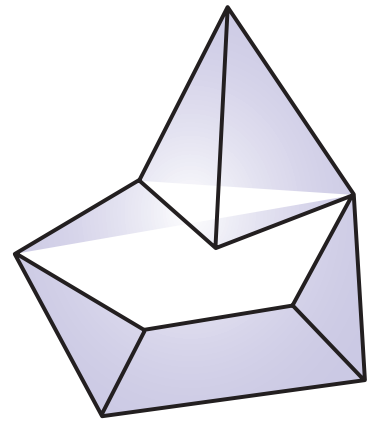
Köpgranlygyň araçägine onuň *üsti* diýilýär. Ol giňişligi iki bölege bölýär. Olardan çäksiz bölegi *köpgranlygyň daşky ýaýlasy,* çäkli bölegi bolsa *köpgranlygyň içki ýaýlasy* diýilýär.

Köpgranlygyň islendik grany ýatýan tekizliginiň bir tarapynda ýatsa, şeýle köpgranlyga *güberçek köpgranlyk* diýilýär.

1



2

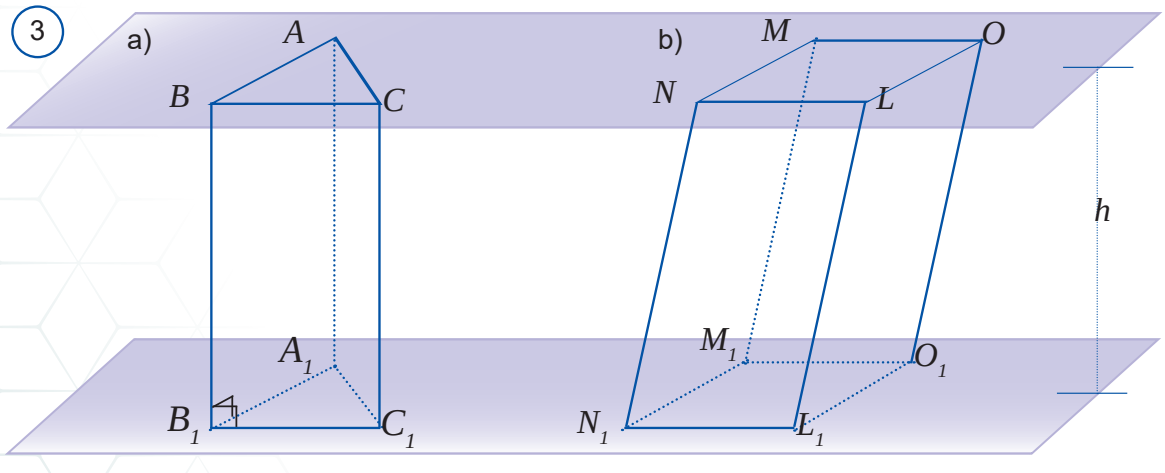


Meselem, kub – güberçek köpgranlykdyr. 2-nji suratda bolsa güberçek bolmadyk köpgranlyk şekillendirilen. Indi iň ýönekeý güberçek köpgranlyklar – prizmalary we piramidalary öwreneris.

Prizma diýip iki grany deň köpburçlukdan, galan granlary bolsa parallelogramlardan ybarat köpgranlyga aýdylýar *(3-nji surat)*. Deň granlar prizmanyň *esaslary*, parallelogramlar bolsa onuň *gapdal granlary* diýip atlandyrylýar *(4-nji surat)*.

Esasynyň taraplarynyň sanyna garap prizmalara *üçburçly, dörtburçly* we başga *n burçly prizmalar* diýip aýdylýar. 3-nji a suratda üçburçly $ABCA_1B_1C_1$ prizma, 3-nji b suratda bolsa dörtburçly $MNLOM_1N_1L_1O_1$ prizma şekillendirilen.

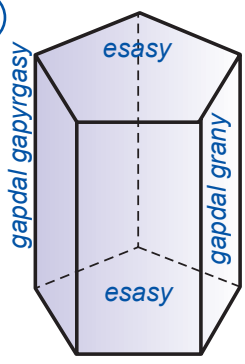
3



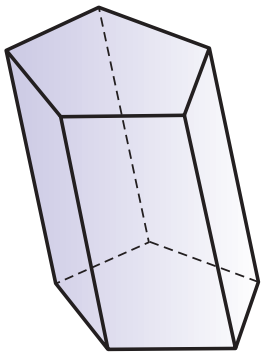
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

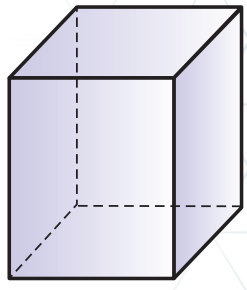
4



5



6



Gapdal granlary gönüburçluklardan ybarat prizma *göni prizma (4-nji surat)*, tersine bolanda *gyşarma prizma (5-nji surat)* diýip atlandyrylýar.

Esasy dogry köpburçlukdan ybarat göni prizma *dogry prizma* diýip atlandyrylýar *(6-njy surat)*.

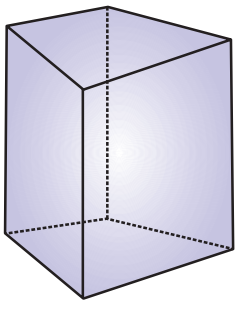
Esaslary parallelogramdan ybarat prizma *parallelepiped* diýip atlandyrylýar *(7-nji surat)*. Parallelepipedler hem prizma ýaly göni *(8-nji surat)* we gyşarma *(9-njy surat)* bolmagy mümkin. Göni parallelepipediň gapdal granlary gönüburçluklardan ybarat bolýar.

Esasy gönüburçlukdan ybarat göni parallelepiped *gönüburçly parallelepiped* diýip atlandyrylýar *(8-nji surat)*. Görnüşi ýaly, gönüburçly parallelepipediň ähli granlary gönüburçluklardan ybarat bolýar.

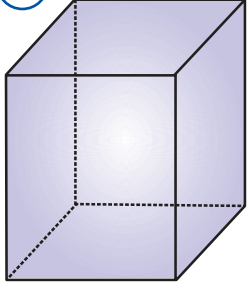
Gönüburçly parallelepipediň bir depesinden çykýan üç gapyrgasynyň uzynlyklary onuň *ölçegleri* diýip aýdylýar.

Ölçegleri özara deň bolan gönüburçly parallelepiped *kub* diýip atlandyrylýar. Görnüşi ýaly, kubuň ähli granlary deň kwadratlardan ybarat bolýar.

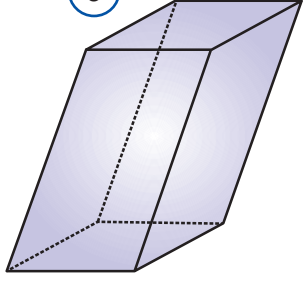
7



8



9



Piramida diýip bir grany köpburçlukdan, galan granlary bolsa bir depä eýe üçburçluklardan ybarat köpgranlyga aýdylýar. Köpburçluk piramidanyň *esasy*, üçburçluklar bolsa onuň *gapdal granlary* diýip atlandyrylýar. 10-njy suratda $TABCDE$ bäşburçly piramida şekillendirilen. $ABCDE$ bäşburçly piramidanyň esasy, ATB, BTC, CTD, DTE we ETA üçburçluklar onuň gapdal granlary, T bolsa onuň depesi.

Esasynyň taraplarynyň sanyna görä piramidalar *üçburçly, dörtburçly* we başga *n burçly piramidalar* diýip aýdylýar. Üçburçly piramida *tetraedr* diýip hem atlandyrylýar.

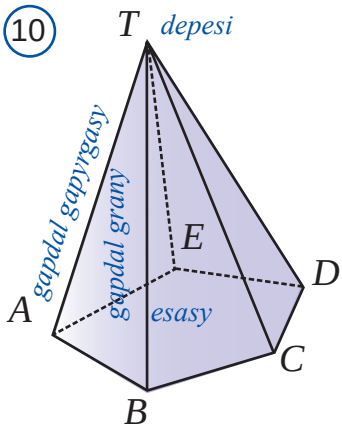
11-nji suratda üçburçly, 12-nji suratda bolsa dörtburçly piramida şekillendirilen.

Dogry piramida diýip esasy dogry köpburçluk we gapdal granlary özara deň bolan piramida aýdylýar.

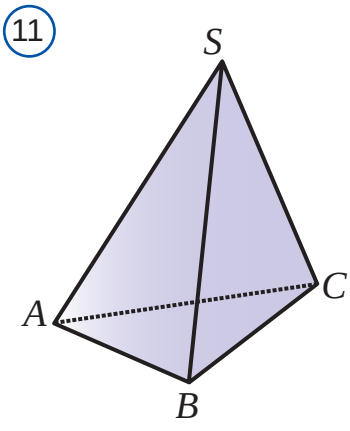
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

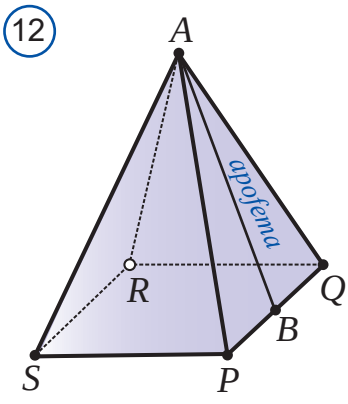
10



11



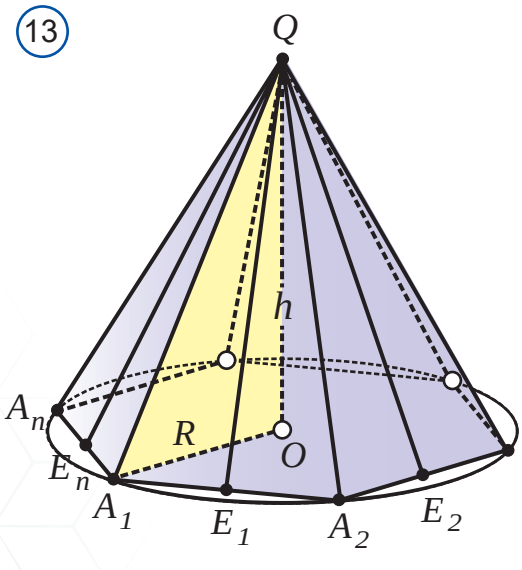
12



Dogry piramidanyň gapdal granynyň piramidanyň depesinden geçirilen beýikligi onuň *apofemasy* diýip aýdylýar. 12-nji suratda $APQRS$ dörtburçly dogry piramida şekillendirilen. Ondaky AB kesim piramidanyň apofemalaryndan biridir.

Teorema-2.1. ***Dogry piramidanyň: a) gapdal granlary; b) gapdal gapyrgalary; c) apofemalary özara deň.***

13



Subudy. Aýdaly, $QA_1A_2\ldots A_n$ dogry piramida, O bolsa piramidanyň esasynyň merkezi bolsun *(13-nji surat)*.

1) OA_1, OA_2, ... OA_n kesimler dogry köpburçlugyň daşyndan çyzylan töweregiň radiusyndan ybarat bolany üçin özara deň bolýar. Gönüburçly QOA_1, QOA_2, ..., QOA_n üçburçluklarda iki katet özara deň bolany üçin olar deň bolýar. Onda olaryň gipotenuzalary hem deň bolýar:

$$QA_1 = QA_2 = \ldots = QA_n.$$

2) $QA_1A_2\ldots A_n$ dogry piramidanyň gapdal gapyrgalary özara deň bolany üçin onuň gapdal granlary deňýanly üçburçluklardan ybarat bolýar. Bu üçburçluklaryň esaslary dogry köpburçlugyň tarapy bolany üçin özara deň bolýar.

Diýmek, dogry piramidanyň gapdal granlary üç tarapy boýunça özara deň.

3) Dogry piramidanyň gapdal granlary deň bolany üçin olaryň Q depesinden geçirilen beýiklikleri hem özara deň bolýar.

Diýmek, dogry piramidanyň apofemalary hem özara deň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Teorema-2.2. ***Dogry piramidanyň gapdal üsti esasynyň ýarym perimetrine we apofemasynyň köpeltmek hasylyna deň.***

Subudy. Aýdaly, $QA_1A_2 \dots A_n$ dogry piramida bolsun *(13-nji surat)*. Piramidanyň gapdal üsti onuň gapdal granlarynyň meýdanlarynyň jemine deň. Onuň gapdal granlary bolsa özara deň bolan deňýanly üçburçluklardan ybarat. Öz gezeginde, bu üçburçluklaryň beýiklikleri hem özara deň apofemalardan ybarat: $QE_1 = QE_2 = \dots = QE_n$.

Bulardan: $S = S_{A_1QA_2} + S_{A_2QA_3} + \dots + S_{A_nQA_1} =$

$= \frac{1}{2} A_1A_2 \cdot QE_1 + \frac{1}{2} A_2A_3 \cdot QE_2 + \dots + \frac{1}{2} A_nA_1 \cdot QE_n =$

$= \frac{1}{2} (A_1A_2 + A_2A_3 + \dots + A_nA_1) QE_1 = p \cdot a.$

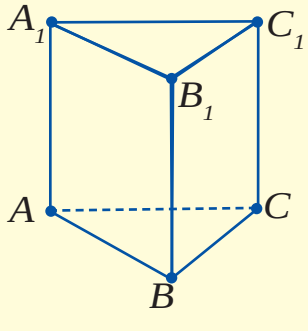
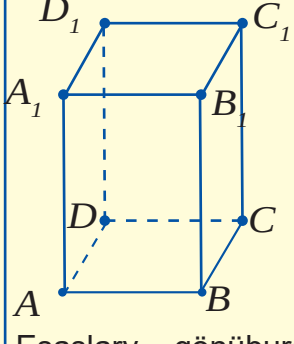
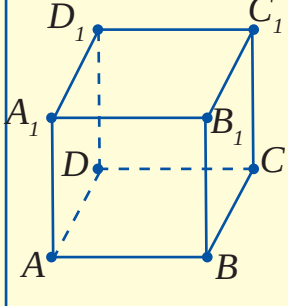
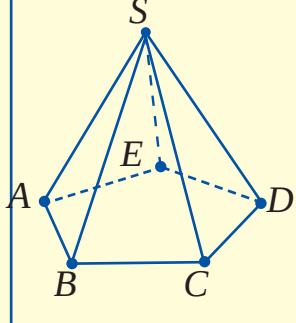
bu ýerde p – piramidanyň esasynyň ýarzym perimetri, a – piramidanyň apofemasy.

Tema boýunça soraglar

1. *Nähili geometrik figuralar: a) tekiz; b) giňişlikdäki diýip atlandyrylýar?*
2. *Giňişlikdäki jisim näme?*
3. *Nähili jisim köpgranlyk diýip atlandyrylýar? Onuň elementlerine kesgitleme beriň.*
4. *Nähili jisim prizma diýip atlandyrylýar? Onuň elementlerine kesgitleme beriň.*
5. *Prizmanyň nähili görnüşlerini bilýärsiňiz?*
6. *Gönüburçly parallelepipede kesgitleme beriň.*
7. *Nähili jisim piramida diýip atlandyrylýar? Onuň elementlerine kesgitleme beriň.*
8. *Piramidanyň nähili görnüşlerini bilýärsiňiz?*
8. *Dogry piramidanyň häsiýetlerini aýdyň.*

Amaly gönükme we ulanma

6.1. Jedwelde 6-njy temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

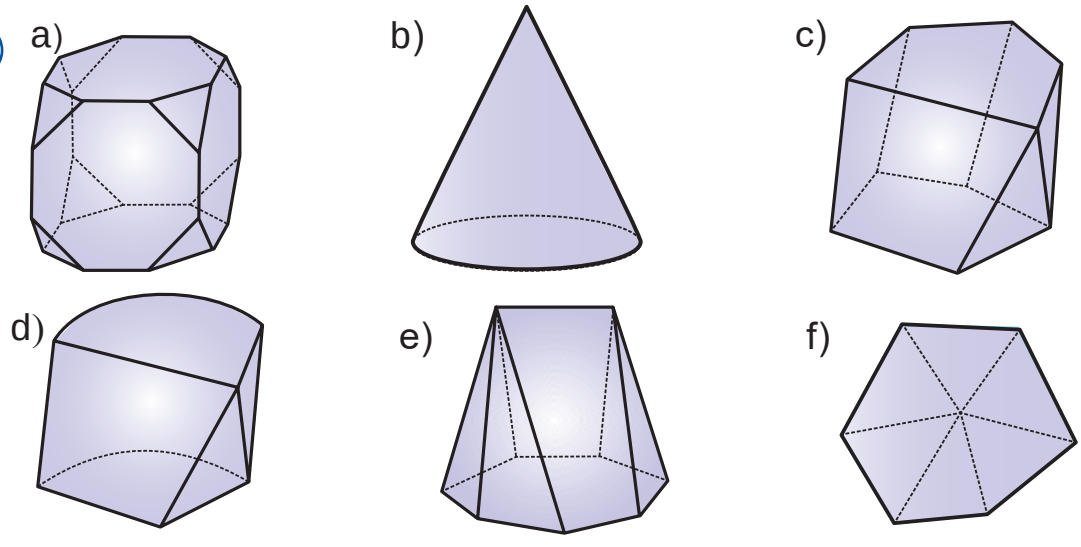
Köpgranlyklar			
Prizma	**Gönüburçly parallelepiped**	**Kub**	**Piramida**
			
Esaslary – köpburç-luk, granlary – paralle-logramlar	Esaslary – gönüburç-luk, granlary – gönüburçluklar	Esaslary – kwadrat, granlary – kwadrat	Esasy – köpburç-luk, granlary – üç-burçluk

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

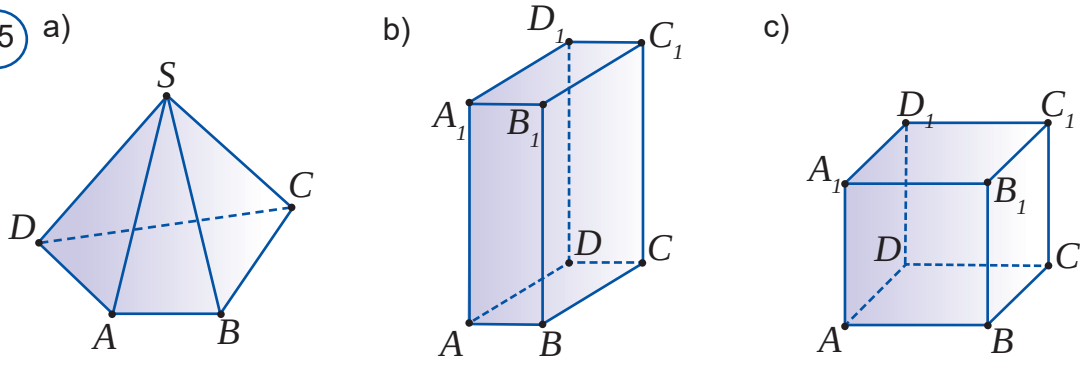
6.2. 14-nji suratdaky giňişlikdäki jisimleriň haýsylary köpgranlyk bolýar?

14

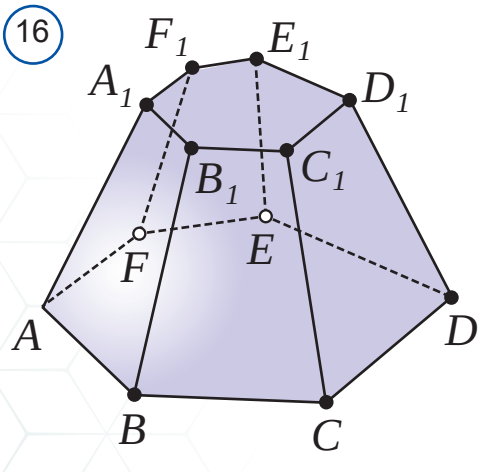


6.3. 15-nji suratdaky giňişlikdäki jisimleriň haýsysy: 1) kub; 2) piramida; 3) prizma?

15



16



6.4. 15-nji a suratdaky piramidanyň näçe depesi, gapyrgasy we grany bar? Esasy nähili köpburçlukdan ybarat? Gapdal granlary nähili?

6.5. 15-nji b suratdaky prizmanyň näçe depesi, gapyrgasy we grany bar? Esaslary nähili köpburçluklardan ybarat? Gapdal granlary nähili?

6.6. 16-njy suratda $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ köpgranlyk şekillendirilen. Ondaky:

a) CD gapyrga umumy bolan granlary;

b) DD_1 gapyrga umumy bolan granlary;

c) E depe umumy bolan granlary;

d) C_1 depe umumy bolan granlary;

e) A depe umumy bolan gapyrgalary;

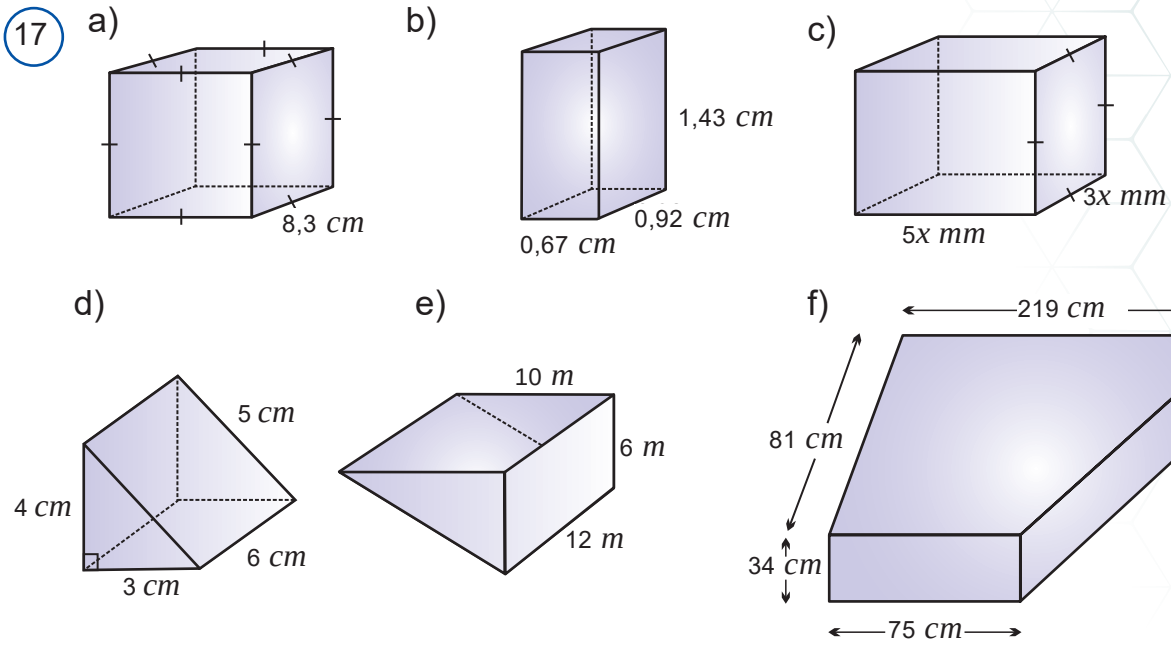
f) F_1 depe umumy bolan gapyrgalary aýdyň.

6.7. Prizmanyň: a) 9 sany; b) 16 sany depesi bolmagy mümkinmi?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

17



6.8. Erkin prizmanyň depeleriniň sany jübüt bolýandygyny esaslandyryň.

6.9. Prizmanyň: a) 14; b) 15 gapyrgasy bolmagy mümkinmi?

6.10. Erkin prizmanyň gapyrgalarynyň sany 3-e kratnyly bolýandygyny esaslandyryň.

6.11. Prizmanyň a) 10 sany depesi; b) 18 sany gapyrgasy; c) 8 sany grany bar bolsa, onuň görnüşini anyklaň.

6.12. Erkin n burçly prizmanyň: a) depeleriniň; b) gapyrgalarynyň; c) granlarynyň sanyny hasaplamagyň formulasyny getirip çykaryň.

6.13. Piramidanyň: a) 3; b) 7 depesi bolmagy mümkinmi?

6.14. Piramidanyň: a) 20; b) 21 gapyrgasy bolmagy mümkinmi?

6.15. Erkin piramidanyň gapyrgalarynyň sany jübüt bolýandygyny esaslandyryň.

6.16. Piramidanyň: a) 6 depesi; b) 22 gapyrgasy; c) 10 grany bar bolsa, onuň görnüşini anyklaň.

6.17. Prizmanyň: a) 9; b) 16 grany bolmagy mümkinmi?

6.18. 15 gapyrgasy bar prizmanyň esasy nähili köpburçlukdan ybarat?

6.19. 32 gapyrgasy bar piramidanyň esasy nähili köpburçlukdan ybarat?

6.20. Erkin n burçly piramidanyň a) depeleriniň; b) gapyrgalarynyň; c) granlarynyň sanyny hasaplamagyň formulasyny getirip çykaryň.

6.21. 17-nji suratdaky maglumatlardan peýdalanyp köpgranlyklaryň doly üstüni tapyň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

6.22. Dogry prizmanyň gapdal granlarynyň gönüburçlukdygyny subut ediň.

6.23. Dogry prizmanyň gapdal üsti esasynyň perimetrine we gapdal gapyrgasynyň köpeltmek hasylyna deňdigini subut ediň.

6.24. Dogry parallelepipediň esasy – diagonallary 10 m we 24 m bolan rombdan ybarat. Eger parallelepipediň gapdal gapyrgasy 8 m bolsa, onuň doly üstüni tapyň.

6.25. Gönüburçly parallelepipediň ähli granlarynyň gönüburçlukdygyny subut ediň.

6.26. Dogry üçburçly prizmanyň esasynyň tarapy 6 cm, gapdal gapyrgasy bolsa 11 cm-e deň. Prizmanyň doly üstüni tapyň.

6.27. Dogry n burçly prizmanyň esasynyň tarapy a, gapdal gapyrgasy h -a deň. Eger: a) $n = 3$, $a = 5$, $h = 10$; b) $n = 4$, $a = 10$, $h = 30$; c) $n = 6$, $a = 18$, $h = 32$; d) $n = 5$, $a = 16$, $h = 25$ bolsa, prizmanyň gapdal üstüni we doly üstüni tapyň.

6.28. Dogry üçburçly piramidanyň apofemasy 15 -e, piramidanyň depesini esasyň merkezi bilen utgaşdyrýan kesimiň uzynlygy 12 -ä deň. Piramidanyň: a) gapdal gapyrgasynyň we esasynyň tarapyny; b) gapdal üstüni; c) doly üstüni tapyň.

6.29*. Piramidanyň esasy taraplary 8 we 10, kiçi diagonaly 6 -a deň bolan parallelogramdan ybarat. Piramidanyň depesini esasyň diagonallarynyň kesişme nokady bilen utgaşdyrýan kesimiň uzynlygy 4 -e deň we ol bu diagonallara perpendikulýar. Piramidanyň: a) gapdal gapyrgalaryny; b) gapdal üstini; c) doly üstüni tapyň.

6.30*. Dogry altyburçly piramidanyň esasynyň tarapy 10 cm -e deň. Piramidanyň depesini esasyň merkezi bilen utgaşdyrýan kesimiň uzynlygy $\sqrt{69}$ -a deň. Piramidanyň: a) gapdal gapyrgasyny we apofemasyny; b) gapdal üstüni; c) doly üstüni tapyň.

6.31. Dogry altyburçly piramidanyň gapdal üstüniň meýdany 150 m^2 -a, gapdal gapyrgasy bolsa 10 m -e deň. Piramidanyň esasynyň meýdanyny tapyň.

6.32. Dogry prizma esasynyň gipotenuzasy 5 cm, kateti 4 cm bolan gönüburçly üçburçlukdyr. Eger iň kiçi katet ýatýan gran kwadrat bolsa, prizmanyň gapdal üstüniň meýdanyny tapyň.

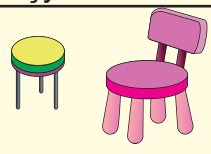
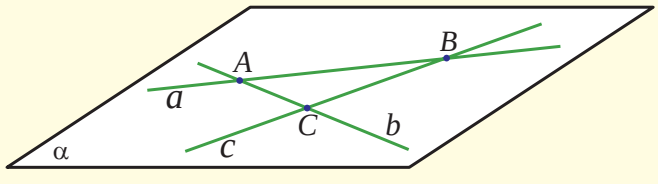
Fransiýanyň imperatory Napoleon Bonapart örän ýiti we janly pikire eýe bolup, geometriýada ökdedi. Ol bu ylmy diňe bir harby işlerde däl, eýsem umuman alanda möhüm diýip hasaplapdyr. Imperator hatda geometriýa degişli birnäçe möhüm ylmy işler hem ýazypdyr. Onuň hormatyna geometrik meseleleriň biri soňluk bilen «Napoleonyň meselesi» diýip atlandyrylypdyr.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ÖZÜŇIZI SYNAŇ

1. Aşakdaky jümleleri okaň. Jümle dogry bolsa «+», nädogry bolsa «–» belgisini ýanyndaky gözenege goýuň.

A	A, B, C, D nokatlar bir tekizlikde ýatmaýar. A, B, C we B, D, A nokatlardan geçýän iki tekizlik DB göni çyzyk boýunça kesişýär.	
B	Ýerde 3 aýakly oturgyç 4 aýakly stula garanda berk durýar. 	
C	$ABCD$ dörtburçlugyň diňe üç – A, B, C gapyrgalary bir tekizlikde ýatýar.	
D	Bir göni çyzykda ýatmadyk üç nokatdan diňe we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin	
E	A, B, C, D nokatlar bir tekizlikde ýatmaýar. Onda bu nokatlaryň islendik üçüsi bir göni çyzykda ýatmaýar.	
F	Iki dürli – a we b göni çyzyklar A nokatda kesişýär. Bu göni çyzyklary kesiji we A nokatdan geçmeýän göni çyzyklar bir tekizlikde ýatýar. 	
G	Iki dürli – α we β tekizlikler m göni çyzyk boýunça kesişýär. a göni çyzyk α tekizlikde, b göni çyzyk β tekizlikde ýatýar. a we b göni çyzyklar A nokatda kesişýär. Onda A nokat m göni çyzykda ýatýar.	
H	Iki dürli tekizlikler diňe bir sany umumy nokada eýe bolmagy mümkin.	

2. Giňişlikde a göni çyzykda ýatmaýan O nokatdan geçýän we bu göni çyzyk bilen kesişmeýän näçe göni çyzyk geçirmek mümkin?

A) 3 sany *B*) çäksiz köp *C*) hiç hili *D*) 1 sany *E*) 2 sany

3. Düşürlip galdyrylan sözi saýlap, sözlemi dolduryň:
Iki parallel tekizlik giňişligi _____ bölege bölýär.
A) 3 *B*) 4 *C*) 6 *D*) 2

4. Stoluň üstünde gonup duran üç siňek dürli taraplara uçup gitdi. Haçan olar ýene bir tekizlikde ýerleşer?

5. Giňişlikde hiç bir üçüsi bir tekizlikde ýatmaýan dört parallel göni çyzyk arkaly iň köpi bilen näçe tekizlik geçirmek mümkin?

6. Giňişlikde hiç bir üçüsi bir tekizlikde ýatmaýan, hiç bir ikisi bir sany göni çyzykda ýatmaýan bir sany umumy depä eýe bolan alty şöhle arkaly iň köpi bilen näçe tekizlik geçirmek mümkin?

7. Giňişlikde hiç bir dördüsi bir tekizlikde ýatmaýan, hiç bir üçüsi bir göni çyzykda ýatmaýan alty nokat arkaly iň köpi bilen näçe tekizlik geçirmek mümkin?

8. Prizmanyň 14 depesi bar bolsa, onuň görnüşini anyklaň.

9. 27 gapyrgasy bar piramidanyň esasy nähili köpburçluk?

10. Dogry altyburçly piramidanyň gapdal üstüniň meýdany 120 m^2-a, apofemasy bolsa 10 m -e deň. Piramidanyň esasynyň meýdanyny tapyň.

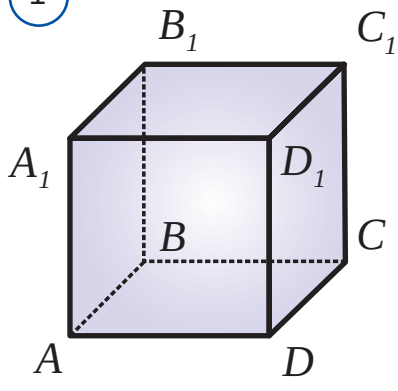
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

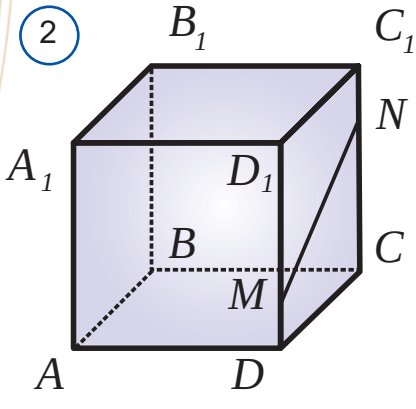
Goşmaça testler we meseleler

1. Testler

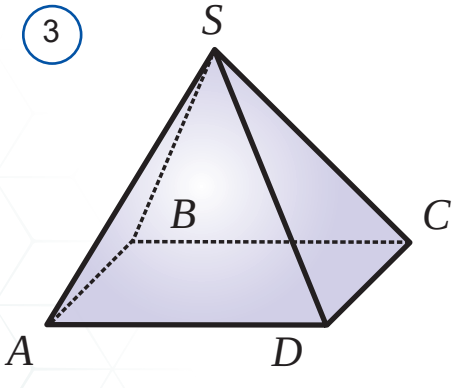
1



2



3



1. Haýsy pikir ýöretme nädogry?

A) Giňişlikdäki islendik üç nokatdan diňe we diňe bir sany tekizlik geçýär.

B) Kesişýän iki göni çyzyk arkaly diňe we diňe bir sany tekizlik geçýär.

C) Parallel iki göni çyzyk arkaly diňe we diňe bir sany tekizlik geçýär.

2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – kub *(1-nji surat)*. ABC we DD_1C_1 tekizlikler ...

A) kesişýär;

B) kesişmeýär;

C) gabat gelýär.

3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – kub *(2-nji surat)*. MN göni çyzyk haýsy tekizligi kesip geçmeýär?

A) ABC;

B) AA_1B_1;

C) BB_1C_1.

4. $SABCD$ – dörtburçly piramida *(3-nji surat)*. SD göni çyzyk haýsy göni çyzygy kesip geçmeýär?

A) BC;

B) AD;

C) SC.

5. Iki her hili tekizlik …

A) umumy nokada eýe däl

B) umumy göni çyzyga eýe däl

C) bir göni çyzykda ýatmaýan üç umumy nokada eýe däl

6. m we k göni çyzyklar arkaly bir sanydan köp tekizlik geçirmek mümkin. Onda m we k göni çyzyklar ...

A) kesişýär

B) parallel

C) gabat gelýär

7. Nokat a göni çyzyga degişli. Olar arkaly ...

A) iň bolmanda bir tekizlik geçirmek mümkin

B) diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin

C) bir sanydan artyk tekizlik geçirmek mümkin

8. A, B, C we D nokatlar bir tekizlikde ýatmaýar. AB we CD göni çyzyklar barada näme diýmek mümkin?

A) kesişýär

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

B) parallel

C) atanaklaýyn

9. Göni çyzyklar barada haýsy pikir ýöretme dogry *(2-nji surat)*?

A) BC we MN kesişýär.

B) BC we MN atanaklaýyn.

C) MN we DC kesişmeýär.

10. Iki çyzygyň özara parallelligini subut etmek üçin nämäni anyklamak ýeterli?

A) olaryň kesişmeýändigini

B) olaryň nähilidir göni çyzyga perpendikulýardygyny;

C) olaryň kesişmezligi we bir tekizlikde ýatmaýandygyny.

11. Haýsy pikir ýöretme nädogry?

A) $a \parallel b,\ b \parallel c \rightarrow a \parallel c$

B) $a \parallel b,\ c \perp a \rightarrow c \perp b$

C) $a \perp b,\ b \perp c \rightarrow a \parallel c$

12. F nokat $ABCD$ parallelogramyň tekizliginde ýatmaýar. K nokat DF kesimiň, N nokat bolsa BF kesimiň ortasy. Onda AK we CN göni çyzyklar...

A) atanaklaýyn

B) kesişýär

C) parallel

13. a göni çyzyk α tekizlige parallel. Aşakdaky pikir ýöretmeleriň haýsysy nädogry?

A) a göni çyzyk α tekizlikde ýatýan islendik göni çyzyga parallel.

B) a göni çyzyk α tekizlikde ýatýan hiç haýsy göni çyzygy kesip geçmeýär.

C) α tekizlikde ýatýan we a göni çyzyga parallel göni çyzyk bar.

14. Haýsy pikir ýöretme nädogry?

A) Eger tekizlik başga tekizlige parallel bolan göni çyzykdan geçip, bu tekizligi kesip geçse, onda tekizlikleriň kesişme çyzygy berlen çyzyga parallel bolýar.

B) Eger göni çyzyk kesişýän iki tekizlige parallel bolsa, onda olaryň kesişme çyzygyna parallel bolýar.

C) Bir tekizlige parallel bolan göni çyzyklar parallel.

15. $ABCD$ trapesiýanyň MN orta çyzygy α tekizlikde ýatýar. Trapesiýanyň A depesi bu tekizlige degişli däl. Onda BC göni çyzyk...

A) α tekizlikde ýatýar

B) α tekizligi kesip geçýär

C) α tekizlige parallel

16. M nokat a göni çyzykda ýatmaýar. Onda haýsy pikir ýöretme nädogry?

A) M nokat arkaly a göni çyzygy kesip geçmeýän diňe bir sany göni çyzyk geçirmek mümkin.

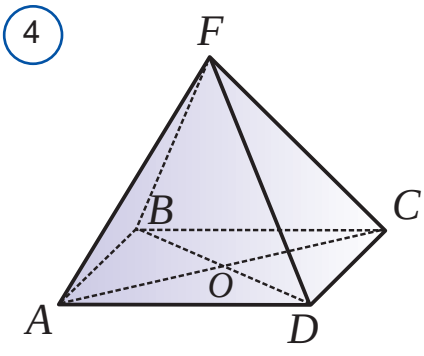
B) M nokat arkaly a göni çyzyga parallel diňe bir göni çyzyk geçirmek mümkin.

C) M nokat arkaly a göni çyzygy kesip geçmeýän çäksiz köp göni çyzyk geçirmek mümkin.

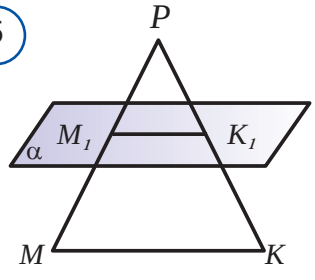
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

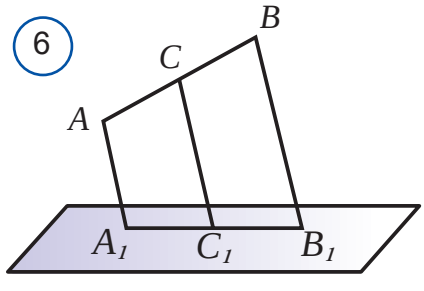
4



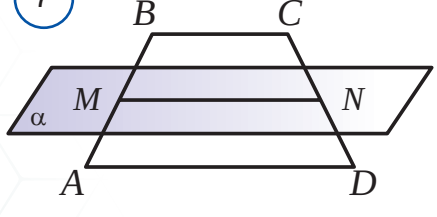
5



6



7



17. a göni çyzyk α tekizlige parallel, b göni çyzyk hem α tekizlige parallel. a we b göni çyzyklar barada näme diýmek mümkin?

A) parallel

B) kesişýär

C) atanaklaýyn

18. a göni çyzyk boýunça iki tekizlik kesişýär. a we b göni çyzyklar atanaklaýyn we a, c göni çyzyklar parallel. b we c göni çyzyklar barada näme diýmek mümkin?

A) bu tekizliklerden birinde ýatýar;

B) berlen dürli tekizliklerde ýatýar;

C) bu tekizlikler bilen kesişýär (jogap dogry bolsa, a we b göni çyzyklar özara ýerleşmegini görkeziň).

2. Meseleler

1. A, B we C nokatlar bir sany göni çyzykda ýatýar, D nokat bolsa onda ýatmaýar. Her üç nokatdan geçirilen tekizlikleriň sany näçe?

2. α we β tekizlikler m göni çyzyk boýunça kesişýär. A nokat α tekizlikde, B nokat β tekizlikde ýatýar. Haýsy ýagdaýda AB göni çyzygy β tekizlikde ýatýar?

3. Bäş tekizlik çyzylan. Olaryň ikisi-de kesişýär. Jübüt-jübüt kesişýän tekizlikleriň kesişme çyzyklarynyň iň köp sany nämä deň?

4. $ABCD$ – parallelogram (*4-nji surat*). $F \in ABC$. AFC we BFD tekizlikler haýsy göni çyzyk boýunça kesişýär?

5. MKP üçburçluk berlen (*5-nji surat*). MK göni çyzyga parallel tekizlik MP tarapy M_1 nokatda, PK tarapy K_1 nokatda kesip geçýär. $MK = 18\ cm$, $MP : M_1P = 12 : 5$. M_1K_1 kesimiň uzynlygy tapyň.

6. AB kesim α tekizlik bilen kesişmeýär (*6-njy surat*). Kesimiň depeleri we onuň ortasy C nokat arkaly parallel göni çyzyklar geçirilen. Bu göni çyzyklar α tekizligi degişlilikde A_1, B_1 we C_1 nokatlarynda kesip geçýär. $AA_1 = 6\ cm$, $CC_1 = 9\ cm$. BB_1 kesimiň uzynlygyny tapyň.

7. $ABCD$ trapesiýanyň esaslaryna parallel bolan tekizlik AD we CD taraplaryny degişlilikde M we N nokatlarda kesip geçýär (*7-nji surat*). $CN = ND$. $AD = 6\ cm$, $BC = 4\ cm$. MN kesimiň uzynlygyny tapyň.

8. $ABCD$ piramidada M, H we P nokatlar degişlilikde AD, DC we AB gapyrgalaryň ortasy (*8-nji surat*).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

$KH \parallel ABD$. $AC = 8\ cm$, $BD = 10\ cm$. $MHKP$ dört-burçlugyň perimetrini tapyň.

9. Iki hili tekizligiň bir göni çyzykda ýatmaýan üç umumy nokady bolmagy mümkinmi?

10. a göni çyzyk α tekizlikde ýatýar. β tekizlik α tekizligi b göni çyzyk boýunça kesip geçýär. a göni çyzyk bolsa β tekizligi B nokatda kesip geçýär. B nokat nirede ýatýar?

11. Bir tekizlikde ýatmaýan a, b we c göni çyzyklar bir nokatdan geçýär. Bu çyzyklar jübüti arkaly näçe dürli xil tekizlikleri geçirmek mümkin?

12. A, B nokatlar we CD göni çyzyk bir tekizlikde ýatmaýar. CD we AB göni çyzyklar özara nähili ýerleşen?

13. Kwadratyň iki goňşy depesi bilen diagonallarynyň kesişme nokady α tekizlikde ýatýar. Kwadratyň galan iki depesi hem şu tekizlikde ýatýandygyny subut ediň.

14. a we b göni çyzyklar atanaklaýyn. c göni çyzyk b göni çyzyga parallel. a we c göni çyzyklar kesişmegi mümkinmi?

1) α tekizlikde ýatýan we BC göni çyzyga parallel bolan islendik göni çyzyk AD göni çyzyga parallel-digini subut ediň.

2) M we N nokatlar gapdal taraplaryň ortalary. $BC = 8$, $MN = 12$ bolsa, AD-ni tapyň.

15. M nokat $ABCD$ parallelogramyň tekizliginden daşarda ýerleşen.

1) MAD we MBC üçburçluklaryň orta çyzyklarynyň paralleldigini subut ediň.

2) $ABCD$ parallelogramyň esasy 5-e deň. Beýikligi bolsa 4-e deň we ol geçirilen tarapy ikä bolýar. MAD we MBC üçburçluklaryň orta çyzyklaryny tapyň.

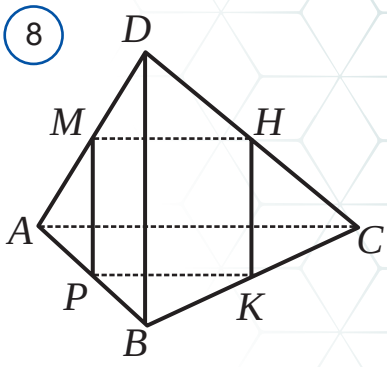
16. α tekizlik ABC üçburçlugyň AB we BC taraplaryny degişlilikde M we N nokatlarda kesip geçýär.

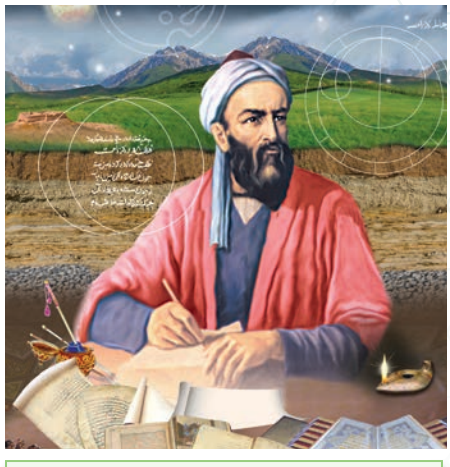
$BN : NC = 5 : 8$ we $MB : AB = 5 : 13$.

1) $AC \parallel \alpha$ bolýandygyny subut ediň.

2) $AC = 26$ bolsa, MN-i tapyň.

8





Abu Reýhan Beruni – dünýä ylymlarynyň taryhynda ajaýyp yz galdyran beýik ensiklopedist alymlaryň biri. Onuň eserlerinde geometriýanyň ähli ugurlary (planimetriýa, stereometriýa we görälim teoriýasy)na degişli gymmatly maglumatlar onuň eserlerinde öz beýanyny tapýar. Mysal üçin, «Yulduzshunoslik san'ati negizlarini tushuntirish kitobi)(«Astrologiýa sungatynyň esaslarynyň düşündiriş kitaby»)nyň geometriýa bölüminde esasy geometrik şekiller, olaryň kesgitlemeleri we häsiýetleri, tekizlikdäki şekilleriniň ýüzlerini hasaplamagyň usullary hem-de kosmosdaky jisimleriň görnüşi we göwrümini tapmaga degişli düzgünler giňişleýin beýan edilen. Abu Reýhan Beruniniň bu eseri Gündogar ýurtlarynda uzak wagtdan bäri matematikadan okuw kitaby hökmünde peýdalanylypdyr.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

«GeoGebra»ny ulanyp

GeoGebra – matematikadan «janly» çyzgylar maksatnamasy

GeoGebra bu – geometriýa, algebra we başga ylymlar boýunça tälimiň dürli derejelerinde peýdalanmak üçin dinamik («janly») çyzgylar döretmäge mümkinçilik berýän tölegsiz maksatnama hasaplanýar. Ol geometrik figuralar, algebraik aňlatmalar, jedweller, grafikler we statistika bilen işlemek üçin giň mümkinçilikleri hödürleýär.

Bu maksatnama üpjünçiligi 2002-nji ýylda awstriýaly matematik Markus Hohenwarter tarapyndan döredilen bolup, häzirki günde ondan millionlarça adamlar peýdalanyp gelýärler.

GeoGebra maksatnamasynyň artykmaçlyklary:

- tölegsiz;
- köp dilli interfeýse eýe;
- grafiki interfeýsi ýönekeý we peýdalanmaga amatly;
- dürli operasion ulgamlara (hatda planşetler we smartfonlara) ornaşdyrmak mümkin we onlaýn wersiýanyň barlygy;
- peýdalanjylar tarapyndan materiallary goşmak üçin açyk bazanyň barlygy.

GeoGebra maksatnamasynyň bölümleriniň wezipeleri

	Kalkulýatorlar toplumy Funksiýalary barlamak, deňlemeleri çözmek, geometrik figuralar we 3D obýektleri gurmak		**Geometriýa** Dürli geometrik figuralary çyzmak we olaryň şekillerini çalşyrmak
	3D kalkulýator Dürli çyzgylary, 3D (üç ölçegli) geometrik figuralary we obýektleri çyzmak		**CAS kalkulýator** Dürli deňlemeleri çözmek, algebraik aňlatmalaryň şekilini çalşyrmak, önüm we integrallary hasaplamak
	Grafiki kalkulýator Dürli funksiýalaryň grafiklerini gurmak, deňlemeleri barlamak we maglumatlary şekillendirmek		**Klassyk GeoGebra** Geometriýa, maglumatlary şekillendirmek, ähtimallyklary we dürli ululyklary hasaplamak

Amaly ýumuş

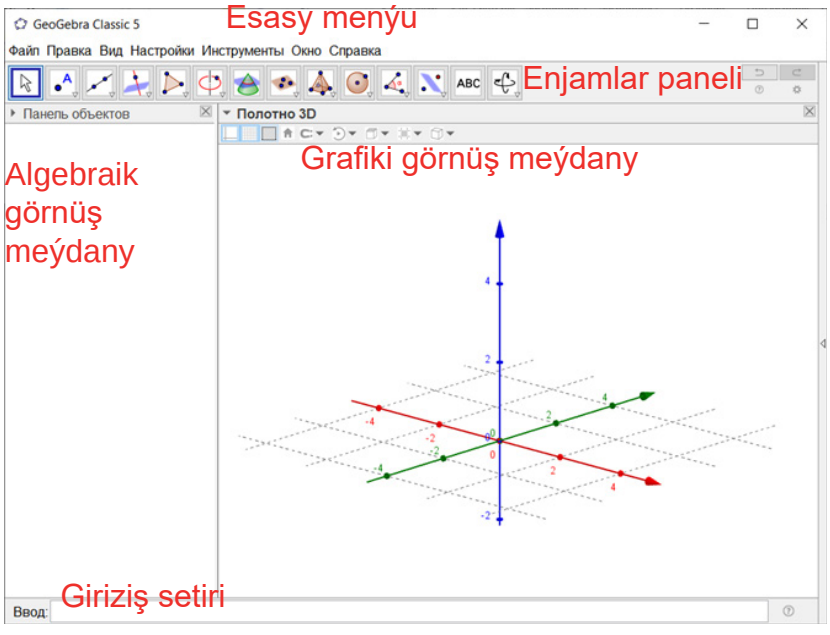
1. GeoGebra resmi websaýty (http://www.geogebra.org/)dan GeoGebra barada doly maglumat alyň we ony kompýuteriňize, planşetiňize ýa-da smartfonyňyza şu websaýtdan ýükläp alyň.
2. Youtube kanalynda (https://www.youtube.com/GeoGebraChannel) GeoGebrany öwrenmek üçin wideodersler we ondan peýdalanmaga degişli mysallary gözden geçiriň.
3. 3D kalkulýatorda döredilen ýönekeý işleri öwrenjek boluň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

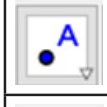
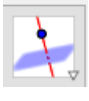
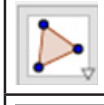
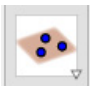
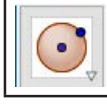
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

GeoGebra 3D kalkulýatorynyň interfeýsiniň görnüşi

GeoGebra maksatnamasy «3D Kalkulýator« režimine geçirilenden soň aşakdaky görnüşdäki aýna emele gelýär:



3D kalkulýatorynyň panelindäki esasy enjamlaryň wezipeleri

	**Перемещать** (Süýşürmek) – dürli obýektleri (nokat, göni çyzyk, köpburçluk we başgalar) süýşürmek. Bir wagtyň özünde birnäçe obýektleri saýlamak üçin Ctrl düwmesini basyp syçan bilen yzygider belgilemeli.
	**Точка** (Nokat) – tekizlikde nokat gurmak. Nokat gurmak üçin tekizlikdäki ýeri belgilemeli.
	**Прямая** (Göni çyzyk) – tekizlikde berlen iki nokat arkaly göni çyzyk gurmak. Çyzgyda bar nokatlary saýlasaňyz ýa-da syçanyň kömeginde nokatlaryň ornuny belgiläp bilersiňiz.
	**Перпендикулярная линия** (Perpendikulýar göni çyzyk) – berlen nokat arkaly göni çyzyga perpendikulýar geçirmek. Perpendikulýar geçirmek üçin tekizlikde perpendikulýar gurulýan çyzygy we çyzyk geçýän nokady görkezmeli.
	**Многоугольник** (Köpburçluk) – tekizlikde islendik görnüşdäki köpburçlugy gurmak
	**Окружность по точке и оси** (Okuna we nokadyna görä töwerek) – berlen oka we nokada görä belli bir radiusly töwerek gurmak.
	**Плоскость через три точки** (Üç nokat arkaly tekizlik) – berlen üç nokat arkaly tekizlik geçirmek. Şonuň ýaly-da, parallel we perpendikulýar tekizlikler hem geçirmek mümkin.
	**Пирамида** (Piramida) – berlen nokatlary arkaly piramida, prizma, konus, silindr we kub ýaly giňişlikdäki jisimleri gurmak.
	**Сфера по центру и точке** (merkezine we nokadyna görä sfera) – merkezinde we üstüdäki berlen nokat arkaly sfera gurmak.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

7 KÖPGRANLYKLARY ŞEKILLENDIRMEK WE MODELINI GURMAK

Köpgranlyklary tekizlikde şekillendirmek

Geometrik meseleleri çözende meseläniň şertine laýyk çyzgyny çyzmak örän möhüm hasaplanýar. Käte dogry çyzylan çyzgy meseläniň «ýarym çözüwi» bilen deňleşdirilýär. Stereometriýada meseläniň çyzgysyny dogry çyzmak iňňän möhüm, gaty jogapkärli we käte bolsa çylşyrymly iş hasaplanýar. Çünki stereometrik figuralar üç ölçegli bolup, olary tekizlikde, depderiň sahypasynda şekillendirmeli bolýar. Nädogry çyzylan çyzgy nädogry çözüwe ýa-da öňi ýapyk köçä eltýär.

Prizmany şekillendirmek aşakdaky tertipde alnyp barylýar *(1-nji surat)*. Ilki köpburçluk şeklindäki esaslaryndan biri çyzylýar. Soň onuň her bir depesinden özara parallel we deň kesimler, ýagny prizmanyň ýasaýjylary çyzylýar. Kesimiň ahyrlary degişlilikde utgaşdyrylyp çykylýar. Munda ikinji esas peýda bolýar.

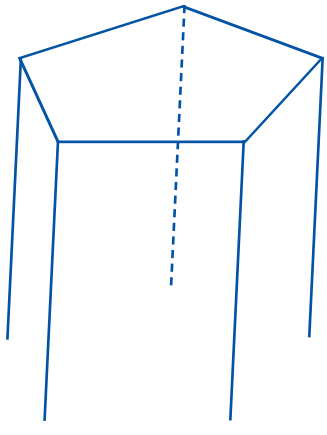
Çyzgyda prizmanyň görünmeýän gapyrgalary üzük çyzyklar bilen çyzylýar.

Piramidany şekillendirmek hem şoňa meňzeş yzygiderlikde alnyp barylýar *(2-nji surat)*. Ilki köpburçluk şeklindäki esasy çyzylýar. Soň piramidanyň depesi bellik edilip, bu nokat esasynyň her bir depesi bilen utgaşdyrylyp çykylýar. Çyzgyda piramidanyň görünmeýän gapyrgalary üzük çyzyklar bilen çyzylýar.

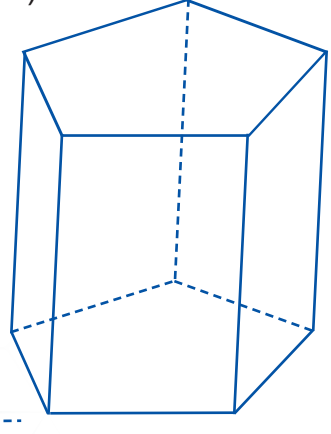
1 a)



b)

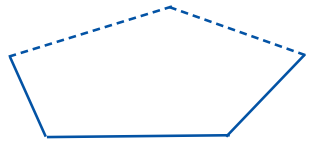


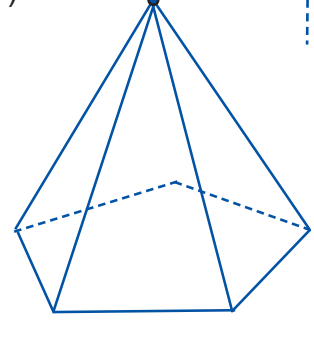
c)



2 a) b) c)







*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

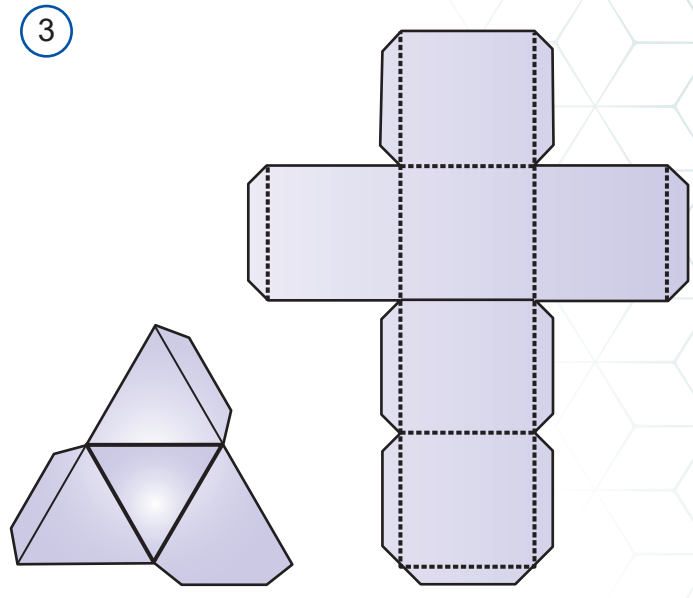
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Giňişlikdäki figuralaryň modellerini gurmak

Köpgranlygy käbir gapyrgalary boýunça gyrkyp, tekizlige ýaýanda, köpgranlygyň ähli granlary şu tekizlige ýatsa, bu tekiz figura köpgranlygyň *ýaýylmasy* diýip atlandyrylýar. 3-nji suratda kubuň we üçburçly piramidanyň ýaýylmasy şekillendirilen.

Köpgranlygyň makedini gurmak üçin ilki onuň ýaýylmasyny galyň kagyza çyzyp, soň gaýçy bilen gyrkyp, degişli gapyrgalaryny ýelimläp almak mümkin. Ýelimlemek oňaýly bolmagy üçin ýelimlenýän gapyrgalarda mälim galyňlykda jähekler taşlap çyzylýar we gyrkylýar.

3

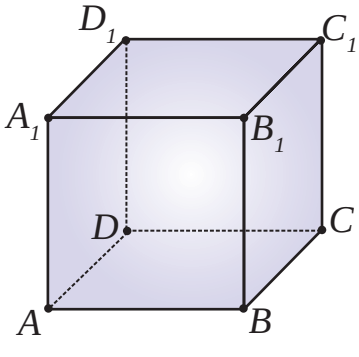


Amaly gönükme we ulanma

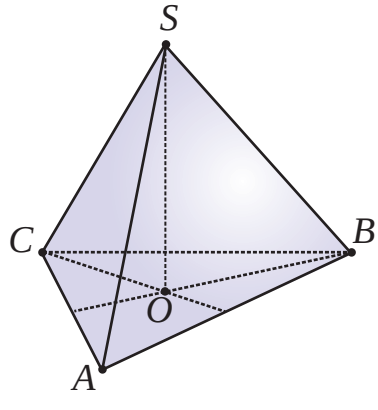
7.1. 4-nji suratda getirilen giňişlikdäki figuralary depderiň gözeneklerinden peýdalanyp çyzyň we görnüşini aýdyň. Üzük çyzyklaryň ulanylyşyna üns beriň.

4

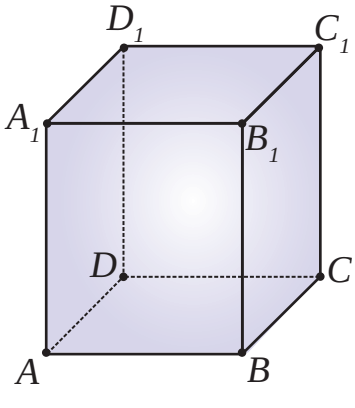
a)



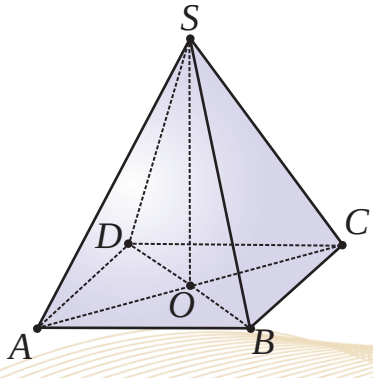
b)



c)



d)



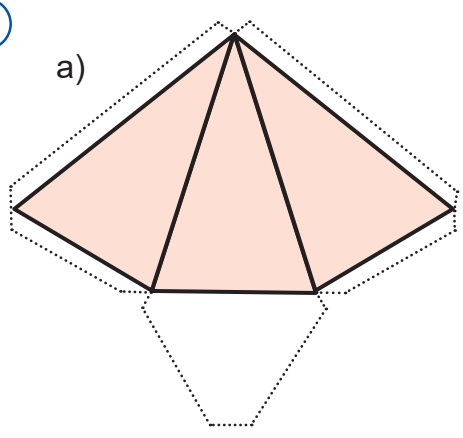
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

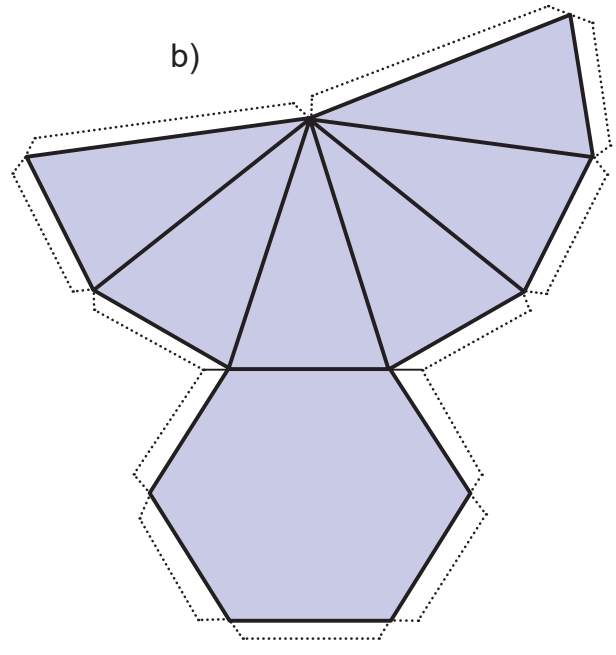
7.2. Giňişlikdäki jisimleri gowy göz öňüne getirmek üçin olaryň modelinden peýdalanmak makul. Giňişlikdäki jisimleriň modelini olaryň ýaýylmasyndan peýdalanyp gurmak mümkin (*5-nji surat*). Görşüňiz ýaly, giňişlikdäki jisimleriň ýaýylmasy tekiz geometrik figuralardan ybarat. Aşakdaky ýaýylmalardan peýdalanyp gönüburçly parallelepipediň, kubuň we piramidalaryň modelini guruň.

5

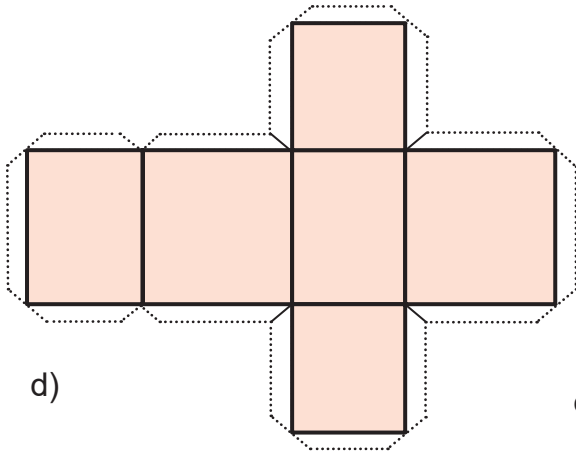
a)



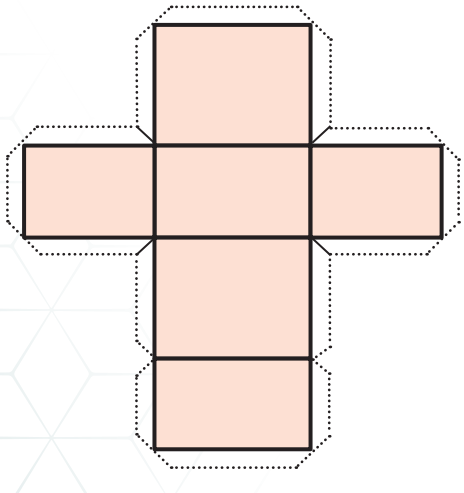
b)



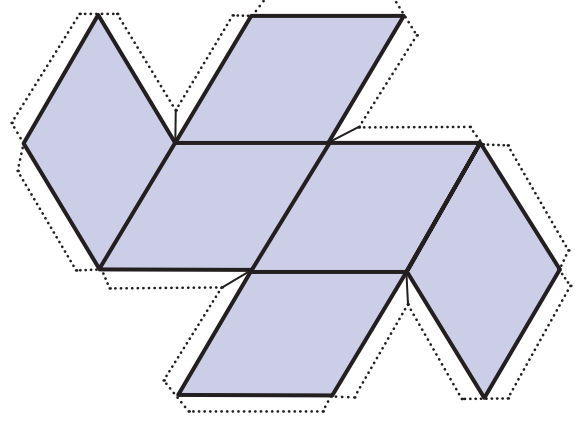
c)



d)



e)



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

7.3. Gönüburçly parallelepiped we dogry dörtburçly piramidanyň ýaýylmasyny çyzyň.

7.4. 6-njy suratdaky ýaýylmalaryň haýsylary kubuň ýaýylmasy bolýar?

7.5. 7-nji suratdaky ýaýylmalaryň haýsylary prizmalaryň ýaýylmasy bolar? Prizmalaryň görnüşini anyklaň.

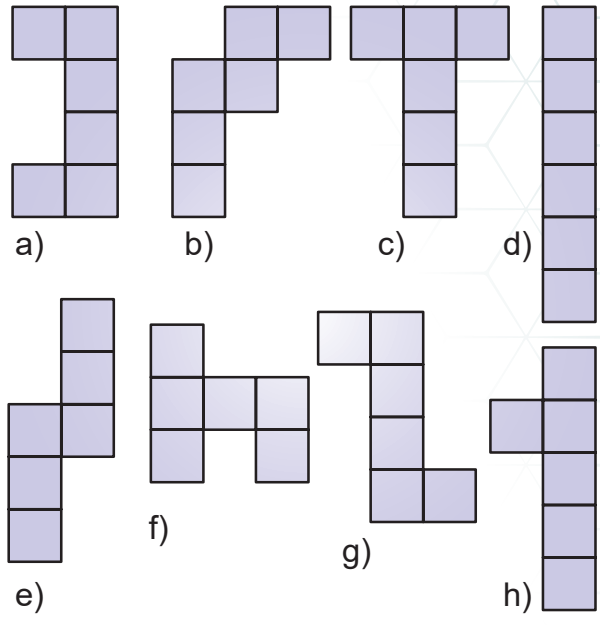
7.6. 8-nji suratdaky ýaýylmalaryň haýsylary piramidalaryň ýaýylmasy bolar? Piramidalaryň görnüşini anyklaň.

7.7. Üç hili reňk bilen kuby onuň goňşy granlary dürli reňkde boýalýan edip boýamak mümkinmi? Kubuň modelini ýasaň we laýyk reňke boýaň.

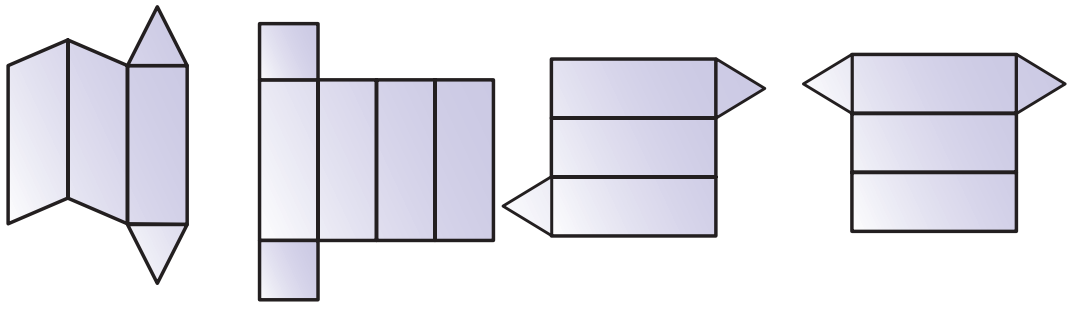
7.8. 9 sany ötluçöpüň çöpünden 7 sany deň üçburçluk guruň.

7.9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubuň üstünde A depesinden C_1 depä barýan iň gysga ýoly tapyň.

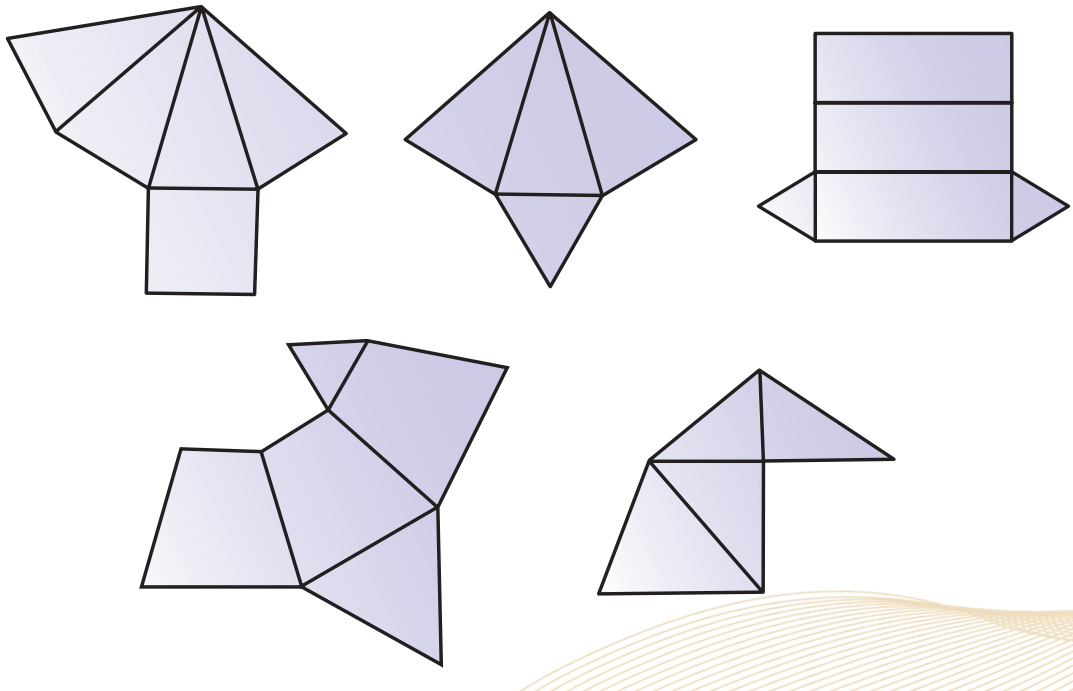
6



7



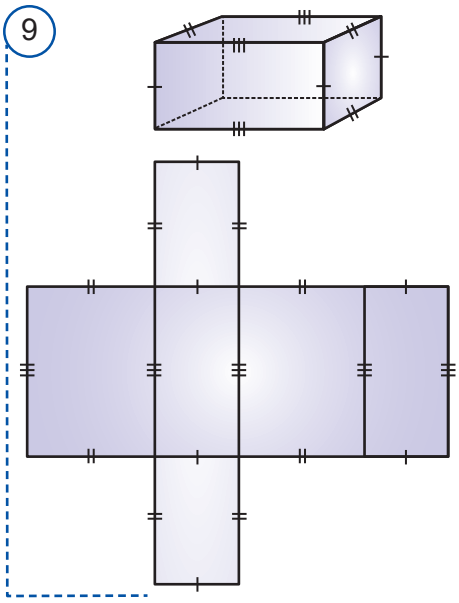
8



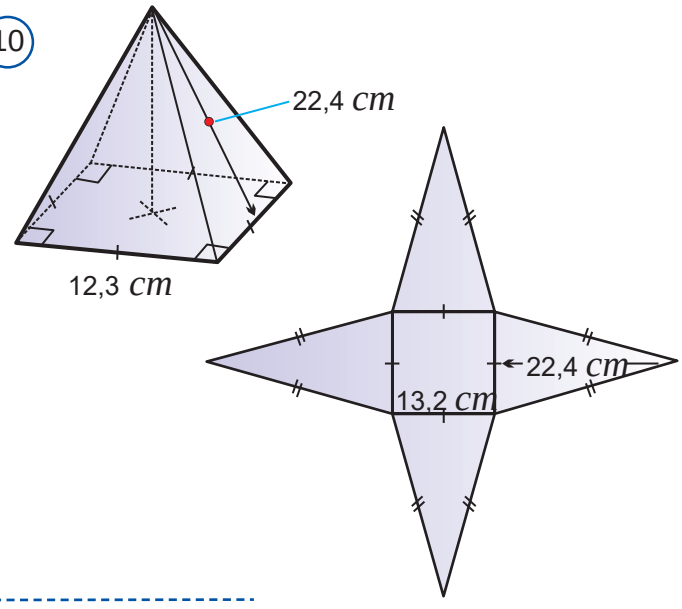
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

9



10



7.10. 9-njy suratda şekillendirilen gönüburçly parallelepipediň ýaýylmasyna görä onuň doly üstüniň formulasyny tapyň.

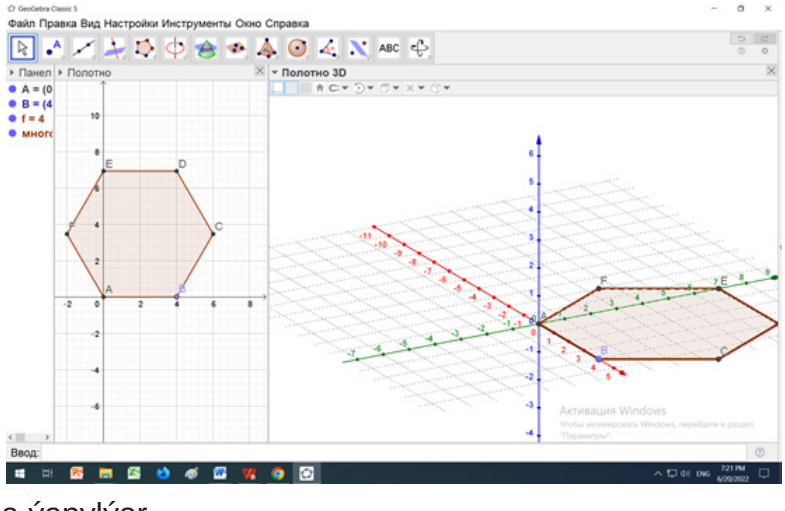
7.11. 10-njy suratda şekillendirilen dörtburçly dogry piramidanyň ýaýylmasyna görä onuň doly üstüniň formulasyny tapyň we berlen maglumatlara görä hasaplaň.

«GeoGebra»ny ulanyp

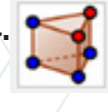
Dogry altyburçly prizma we onuň ýaýylmasyny gurmak

1. Prizma gurmak üçin ilki dogry altyburçluk (prizma esasy) ýasalýar. Munuň üçin «**Вид**» menýusyndan «**Полотно**» buýrugy saýlanýar. Netijede iki aýratyn işçi aýna emele gelýär. Çep tarapdaky işçi aýnada «**Правильный многоугольник**» enjamynyň kömeginde dogry altyburçluk ýasalýar. Munuň üçin köpburçlugyň bir tarapynyň uzynlygyy we taraplary sanyny girizmek ýeterli.

2. Netijede işçi aýnanyň sag tarapynda dogry altyburçlugyň şekili emele gelýär.

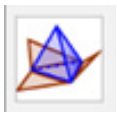


3. Çep aýna ýapylýar.

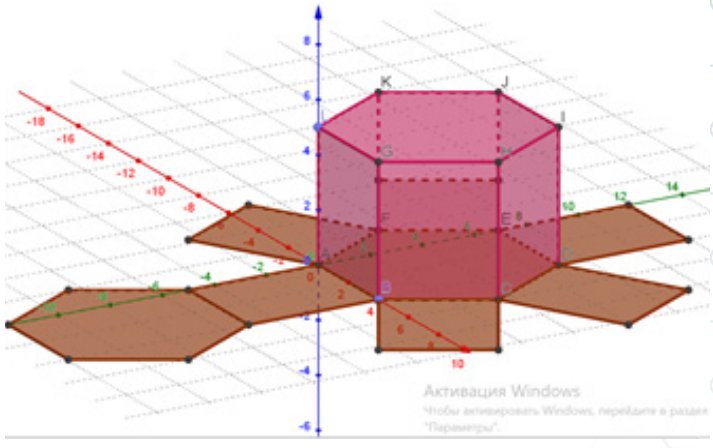
4.  – «**Призма**» enjamyndan peýdalanyp, syçanyň çep düwmesi çyzylan dogry altyburçlugyň nokatlarynyň üstünde yzygider basylýar. Soňra koordinata okunyň gerekli ýerine basmyk arkaly dogry altyburçly prizma alynýar.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

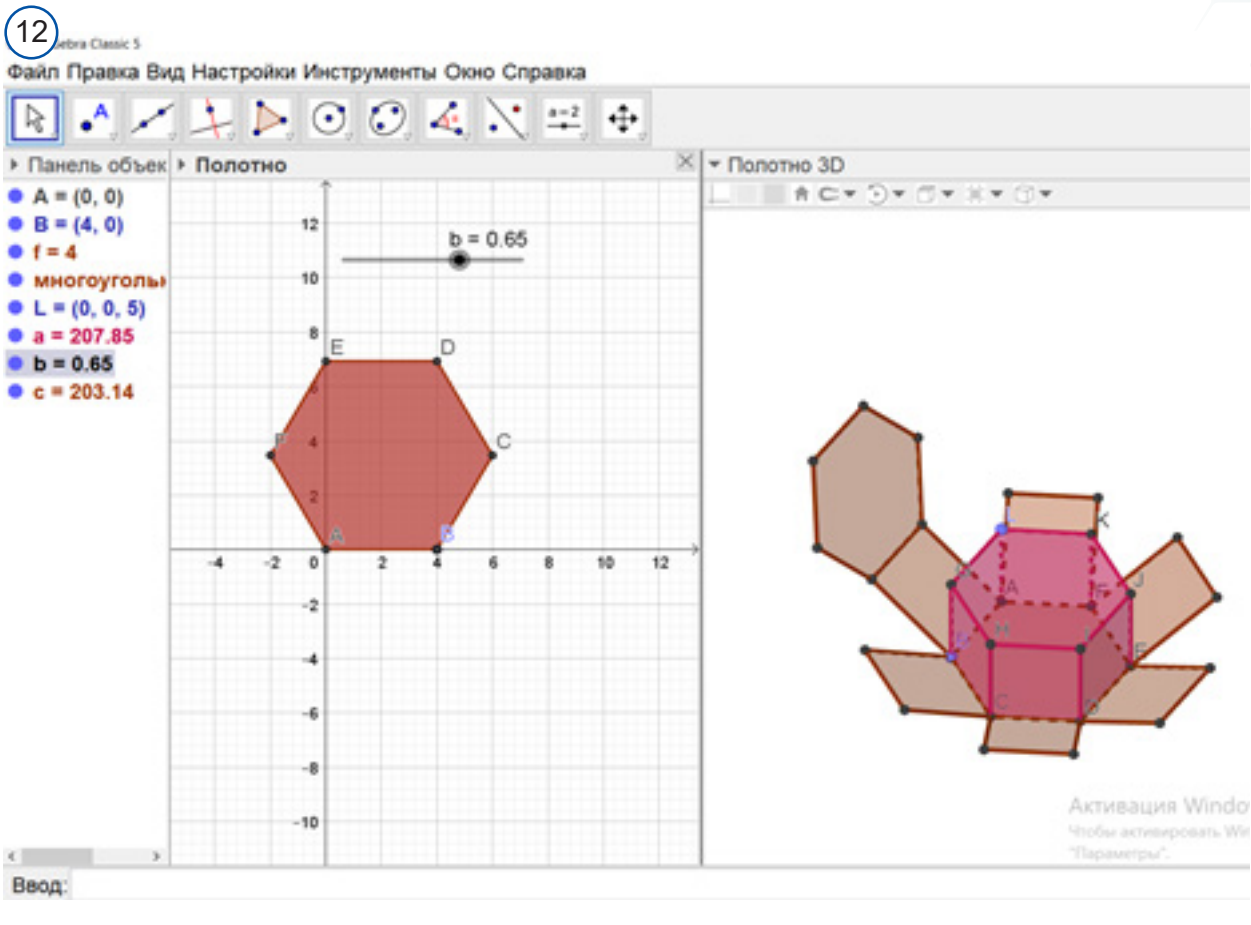
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5.  – «**Развёртка**» enjamy işjeňleşdirilýär we prizmanyň üstünde syçanyň çep düwmesi basylýar. Netijede dogry altyburçly prizmanyň ýaýylmasy emele gelýär (11-nji surat).
6. «**Вид**» menýusyndan «**Полотно**» buýrugy saýlanýar. Çep aýnadaky «**Ползунок**» (sürgüç) düwmesiniň kömeginde çyzgynyň ýaýylmasy hereketе getirilýär *(12-nji surat)*.

11



12



Özbaşdak ýerine ýetirmek üçin ýumuşlar

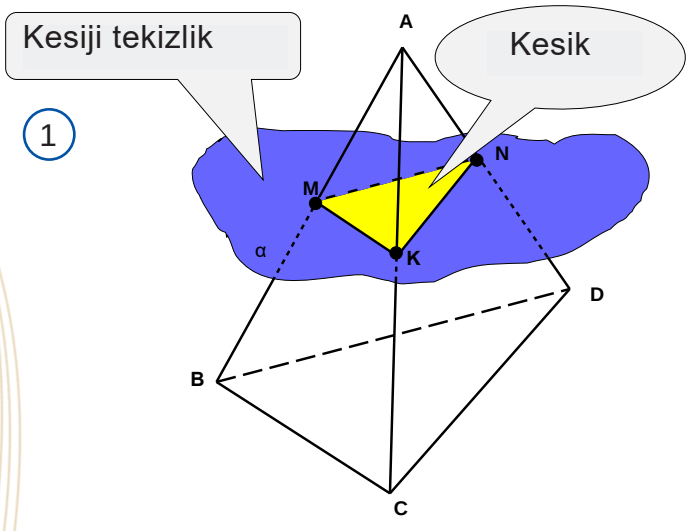
1. Dogry altyburçly piramida we onuň «janly» ýaýylmasyny ýasaň.
2. Dogry üçburçly prizma we onuň «janly» ýaýylmasyny ýasaň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

8 KÖPGRANLYKLARYŇ ÝÖNEKEÝ KESIKLERINI GURMAK

1

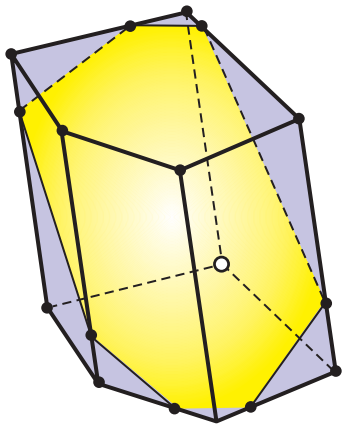


Giňişlikdäki geometrik figuralaryň özara ýerleşişini diňe dogry göz öňüne getirilende onuň çyzgysyny dogry çyzmak mümkin. Giňişlikdäki figuralaryň biri köpgranlyk, ikinjisi bolsa tekizlik bolanda dürli kesikleri şekillendirmeli bolýar. Aşakda köpgranlyklaryň kesiklerini gurmak bilen meşgullanarys.

Aýdaly, köpgranlygy käbir tekizlik kesip geçen bolsun. *Köpgranlygyň kesigi* diýip köpgranlygyň kesiji tekizlige degişli nokatlaryndan ybarat geometrik figura aýdylýar.

Kesiji tekizlik köpgranlygyň üstüni kesikler boýunça kesip geçýär. Şonuň üçin kesik kesiji tekizlikde ýatýan köpburçlukdan ybarat bolýar. 2-nji suratda bäşburçly prizmanyň ýediburçdan ybarat kesigi şekillendirilen. 3-nji suratdaky ramkany tekizlik bilen kesende emele gelen kesigi iki dörtburçlukdan ybarat.

2

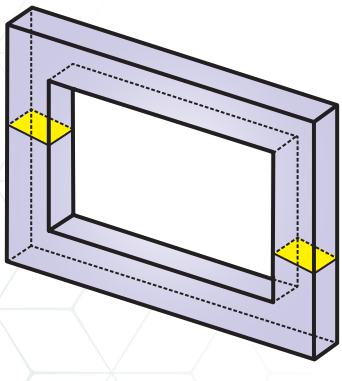


Köpgranlygyň kesigini şekillendirmek üçin onuň granlarynyň kesiji tekizlik bilen umumy nokatlaryny anyklamak ýeterli.

Kesigiň taraplarynyň sany köpgranlygyň granlarynyň sanyndan uly bolup bilmeýär.

Meselem, bäşburçly prizmanyň kesikleri: üçburçluk, dörtburçluk, bäşburçluk, altyburçluk we ýediburçluk bolmagy mümkin *(4-nji surat)*. Ýöne sekizburçluk bolup bilmeýär. Näme üçin?

3



1-nji mesele. $QABC$ üçburçly piramidanyň AB, AQ we CQ gapyrgalaryny degişlilikde K, L we M nokatlarda kesip geçýän α tekizlik bilen kesende emele gelen kesigi guryarys *(5-nji surat)*.

Gurmak. Kesiji α tekizlik piramidanyň AQB grany bilen iki – K we L umumy nokatlara eýe. Onda kesiji tekizlik bu grany KL kesik boýunça kesip geçýär.

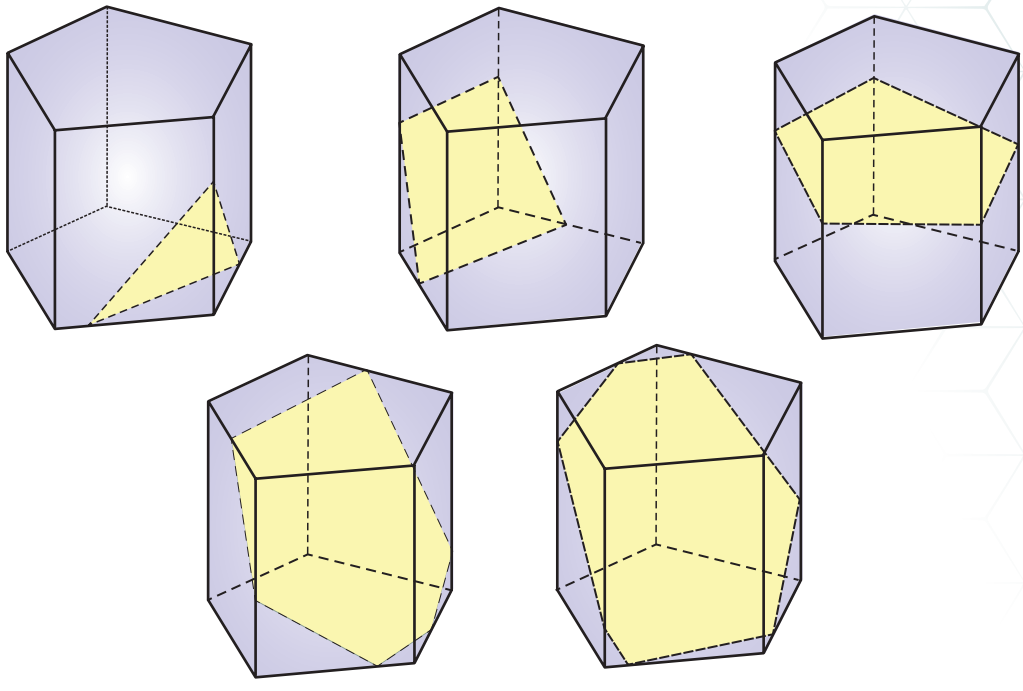
Edil şoňa meňzeş α tekizlik piramidanyň AQC grany bilen iki – M we L umumy nokatlara eýe bolany üçin bu grany ML kesik boýunça kesip geçýär.

Kesiji α tekizlik piramidanyň ABC grany bilen bir sany K umumy nokada eýe. Bu tekizligiň BC gapyrgany kesip geçýän nokadyny tapýarys.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4



Bu tekizlige degişli LM we AC göni çyzyklary dowam etdirip, olaryň kesişme nokady – X-i tapýarys. X nokat AQC we ABC tekizliklerde hem ýatýar.

Kesiji α tekizlik piramidanyň ABC grany bilen iki – K we X umumy nokatlara eýe. Onda kesiji tekizlik bu grany KX kesik boýunça kesip geçýär.

KX göni çyzyk we BC gapyrganyň kesişme nokady N hem α tekizlikde ýatýar.

Diýmek, α tekizlik ABC grany KN kesim boýunça, BQC grany bolsa MN kesik boýunça kesip geçýär.

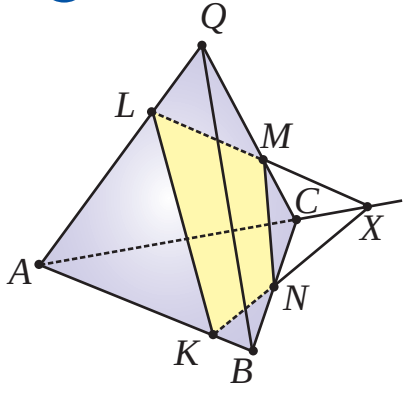
$KLMN$ dörtburçluk α tekizligiň piramida bilen kesiginden ybarat bolýar. KL we KN kesikler α tekizligiň ABQ we ABC granlardaky *yzlary* diýip atlandyrylýar.

Şu sebäpli kesik gurmagyň şeýle usuly *yzlar usuly* diýip atlandyrylýar.

Bu usulyň manysy aşakdakylardan ybarat:

- Kesiji tekizlik bilen köpgranlygyň käbir granynyň kesişme çyzygyndan ybarat bolan kömekçi göni çyzygy gurmakdan ybarat.
- Adatda kesiji tekizlik bilen köpgranlygyň aşaky esasy ýatýan tekizlik bilen kesişme çyzygyny gurmak amatly hasaplanýar. Bu çyzyk *kesiji tekizligiň yzy* diýip atlandyrylýar.
- Yzdan peýdalanyp kesiji tekizligiň köpgranlygyň gapdal gapyrgalarynda we granlarynda ýatýan nokatlar aňsat anyklanýar.

5

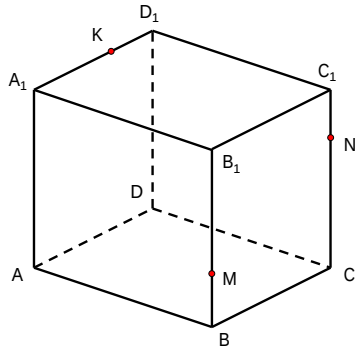


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

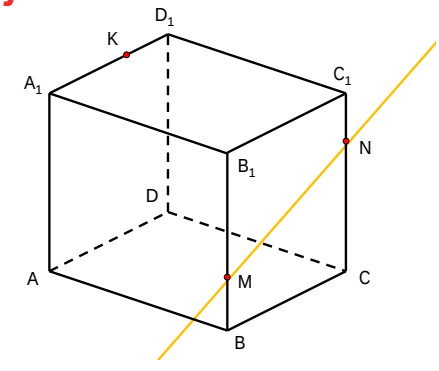
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

6

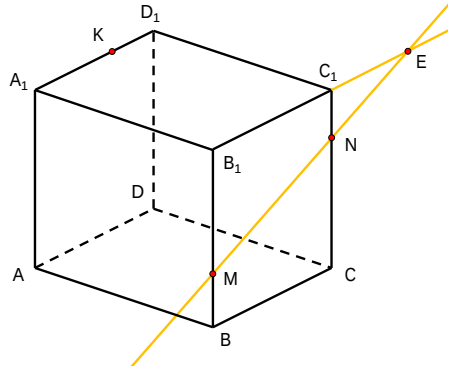
1-nji ädim



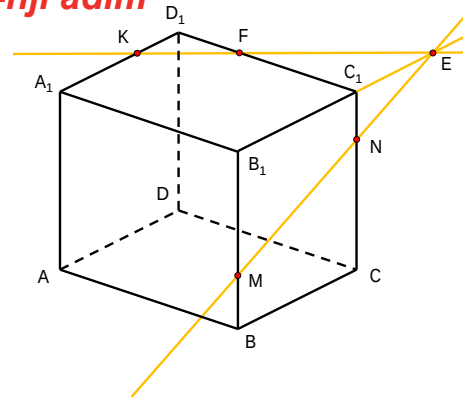
2-nji ädim



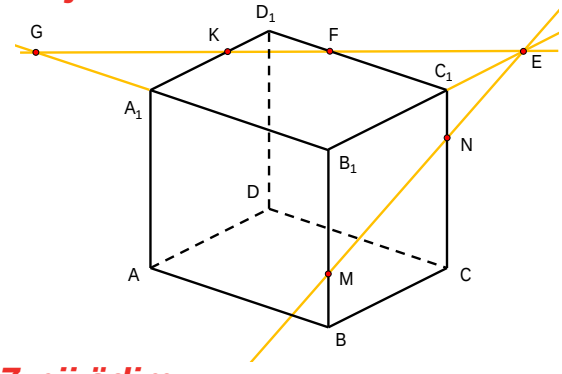
3-nji ädim



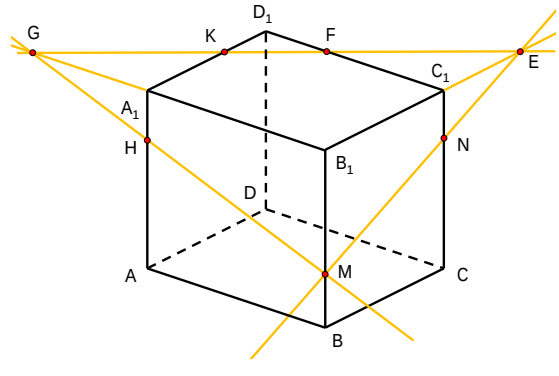
4-nji ädim



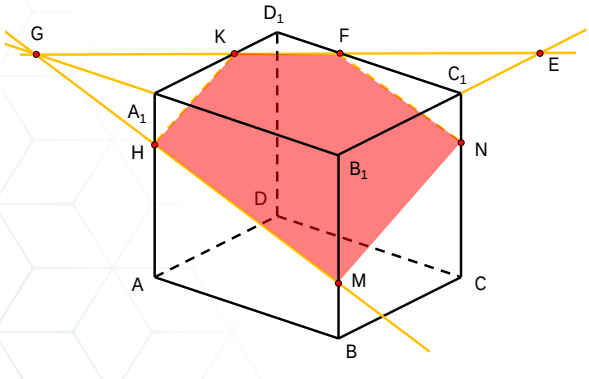
5-nji ädim



6-njy ädim



7-nji ädim



2-nji mesele. Kubuň M, P we K nokatlardan geçýän tekizlik bilen kesigini guryarys.

Gurmak. Kesigi gurmak yzlar usulynda ýerine ýetirilen. Gurmak yzygiderligi 6-njy suratda ädimme-ädim getirilen. Ony öwrenip çykyp, gurmak prosesini düşündiriň.

$MNFKH$ – gözlenýän kesik.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

3-nji mesele. $OKLMN$ piramidanyň OL gapyrgasynyň A nokady we piramidanyň $KLMN$ esasy tekizliginde ýatýan k göni çyzykdan geçýän β tekizlik bilen kesende emele gelýän kesigi guryarys *(7-nji surat)*.

Gurmak. LM we k göni çyzyklar kesişýän nokady tapýarys. Bu nokat k göni çyzykda ýatýanlygy üçin β tekizlige degişli. Şonuň ýaly-da, bu nokat LM göni çyzykda ýatýany üçin LOM grana hem degişli. A nokat bu iki tekizligiň ikisine-de degişli. Şonuň üçin β tekizlik LOM tekizligi AX göni çyzyk boýunça, LOM grany bolsa AB kesik boýunça kesip geçýär. Bu ýerde B nokat – AX we OM göni çyzyklaryň kesişme nokady.

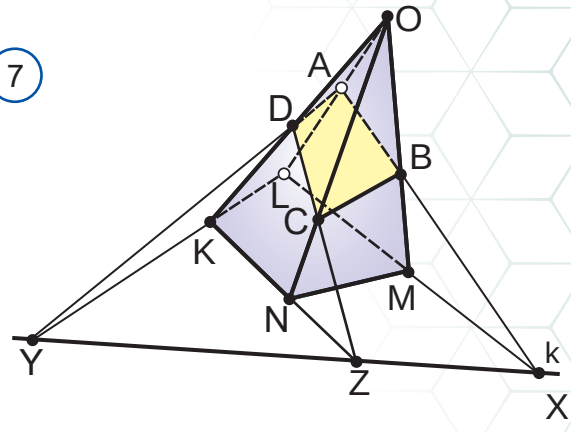
Edil şunuň ýaly β tekizligiň OLK grany kesip geçýän Y we D nokatlary we AD kesigi anyklaýarys. Soň Z we C nokatlar hem-de DC we BC kesikleri anyklaýarys. Netijede emele gelen $ABCD$ dörtburçluk gözlenýän kesikden ybarat bolýar.

4-nji mesele. A, B we C – dörtburçly prizmanyň dürli granlaryndaky nokatlary. Prizmanyň ABC tekizlik bilen kesigini tapýarys *(8-nji surat)*.

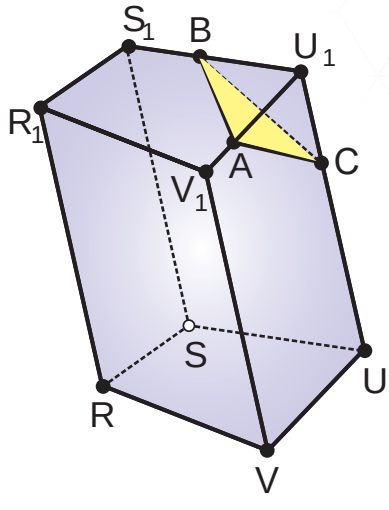
Gözlenýän kesik A, B we C nokatlaryň dörtburçly prizmanyň haýsy granlarynda we nähili ýatýanlygyna bagly bolýar. 8-nji suratda A, B we C nokatlaryň bir depeden çykýan granlarda ýatýan, iň ýönekeý ýagdaýy şekillendirilen.

9-njy suratda şekillendirilen ýagdaýda kesigi gurmak çylşyrymlyrak iş hasaplanýar. Galan ýagdaýlardaky kesikleriň aşakdaky – 10-njy we 11-nji suratlarda getirilen. Görşüňiz ýaly, kesik üçburçluk, dörtburçluk, bäşburçluk we altyburçlukdan ybarat bolýar. Bu kesikleriň gurluşyny özbaşdak derňäň.

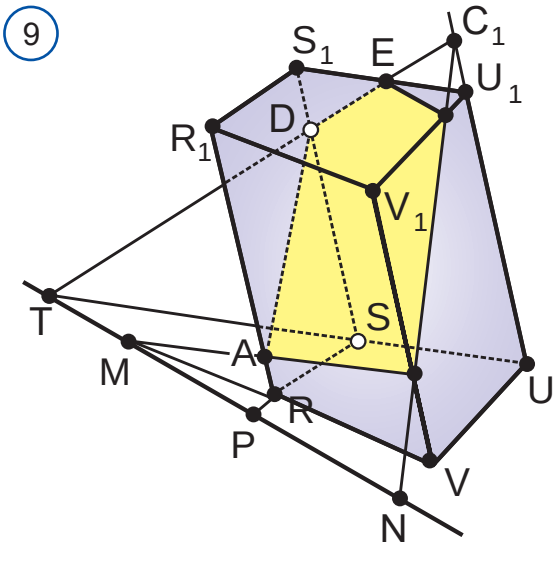
7



8



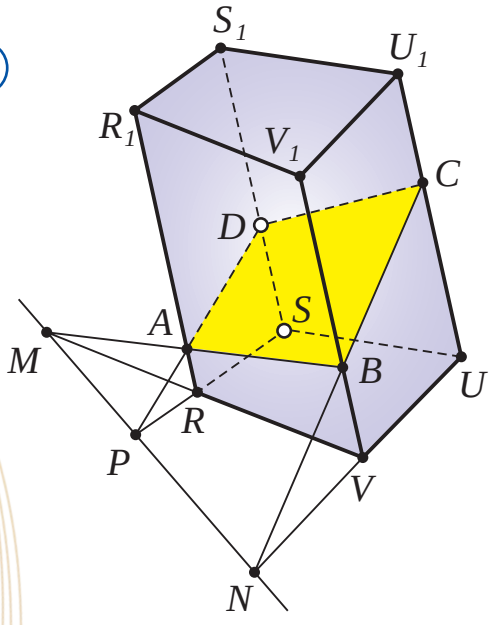
9



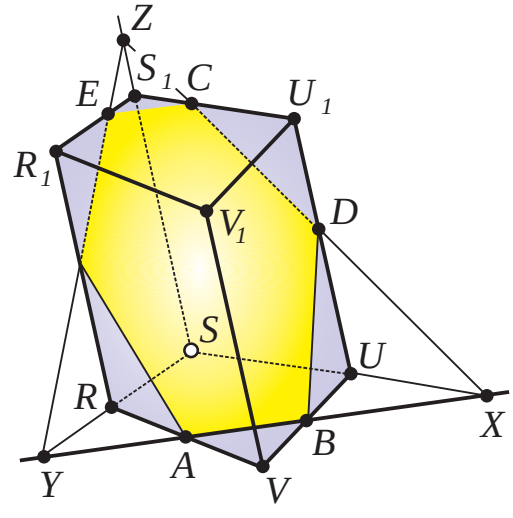
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10



11



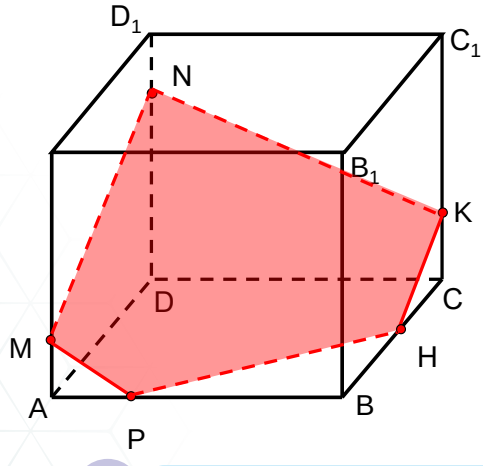
Yzlar usulyny ulanmagyň düzgünleri

- *kesigiň depeleri köpgranlygyň diňe gapyrgalarynda ýatýar;*
- *kesigiň taraplary köpgranlygyň diňe granlarynda ýatýar;*
- *kesiji tekizlik bilen köpgranlygyň grany kesişse, olaryň kesişme çyzygy ýeke-täk göni çyzykdan ybarat bolýar.*

Parallel göçürmek usuly

5-nji mesele. Kubuň M, N we K nokatlardan geçýän tekizlik bilen kesigini guruň.

12



Gurmak.

1. M we N nokatlary kesik bilen utgaşdyrýarys.
2. N we K nokatlary kesik bilen utgaşdyrýarys.
3. M nokatdan NK -a parallel göni çyzygy geçirýäris. Onuň AB gapyrga bilen kesişme nokadyny P bilen belgileýäris.
4. K nokatdan MN-e parallel göni çyzyk geçirýäris. Onuň BC gapyrga bilen kesişme nokadyny H bilen belgileýäris.
5. P we H nokatlary kesik bilen utgaşdyrýarys.
6. $MNKHP$ gözlenýän kesik bolýar.

Tema degişli soraglar we ýumuşlar

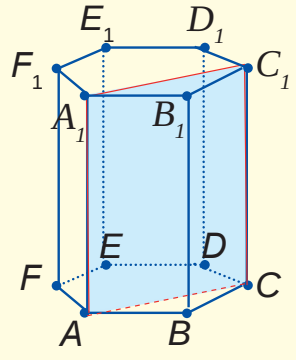
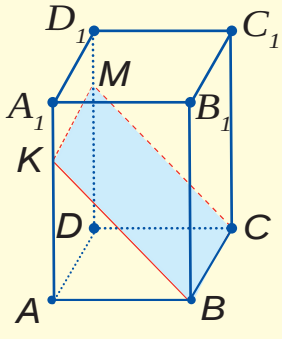
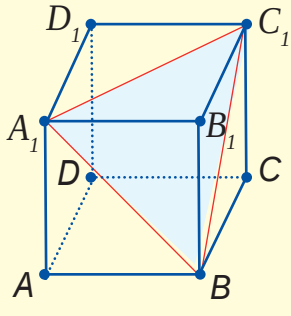
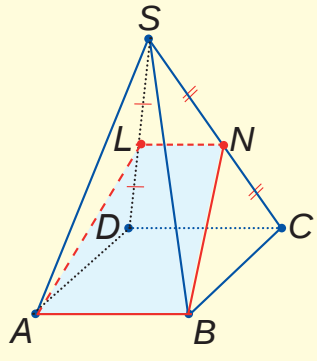
1. *Köpgranlygyň kesigi diýip nämä aýdylýar?*
2. *Köpgranlygyň kesigi nähili figura bolmagy mümkin?*
3. *Bir tekizligiň ikinji tekizlikdäki yzyny düşündirip beriň.*
4. *Dörtburçly köpgranlygyň kesigi nämeler bolmagy mümkin?*
5. *Kesik gurmagyň yzlar usulyny düşündirip beriň.*
6. *Kesik gurmagyň parallel göçürmek usulyny düşündirip beriň.*

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

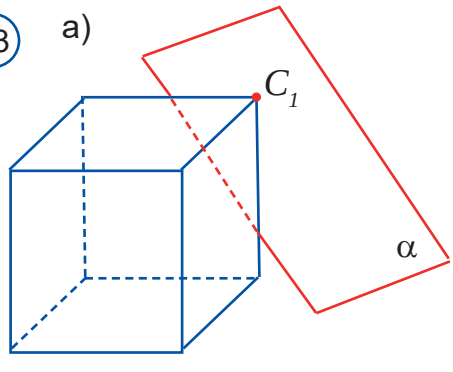
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

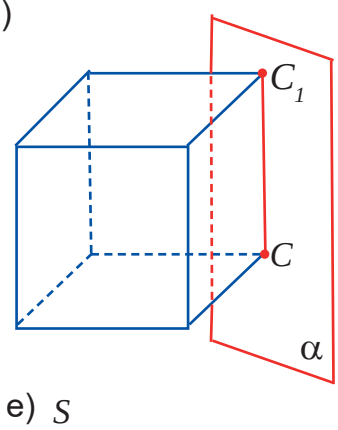
Amaly gönükme we ulanma

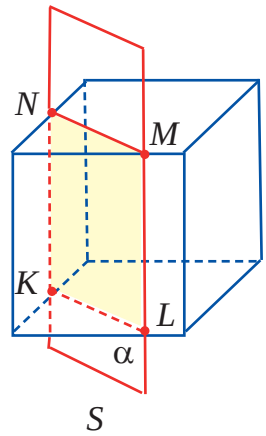
8.1. Jedwelde 8-nji temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

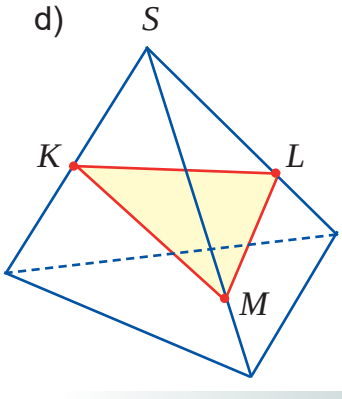
Köpgranlyklaryň ýönekeý kesikleri			
Köpburçly prizma	**Gönüburçly parallelepiped**	**Kub**	**Piramida**
			
ACC_1 – A, C, C_1 nokatlardan geçýän, kesiji tekizlik. ACC_1A_1 – kesik.	CBK – K nokat we CB göni çyzykdan geçýän, kesiji tekizlik. $CBKM$ – kesik.	A_1BC_1 – BC_1 we BA_1 göni çyzyklardan geçýän, kesiji tekizlik. A_1C_1B – kesik.	ABN – AB we LN parallel göni çyzyklardan geçýän, kesiji tekizlik. $ABNL$ – kesik.

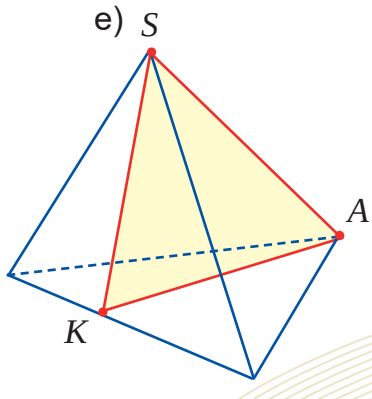
13

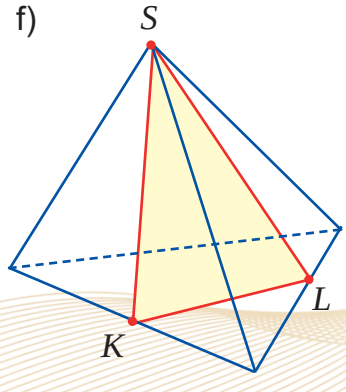
a)


b)


c)


d)


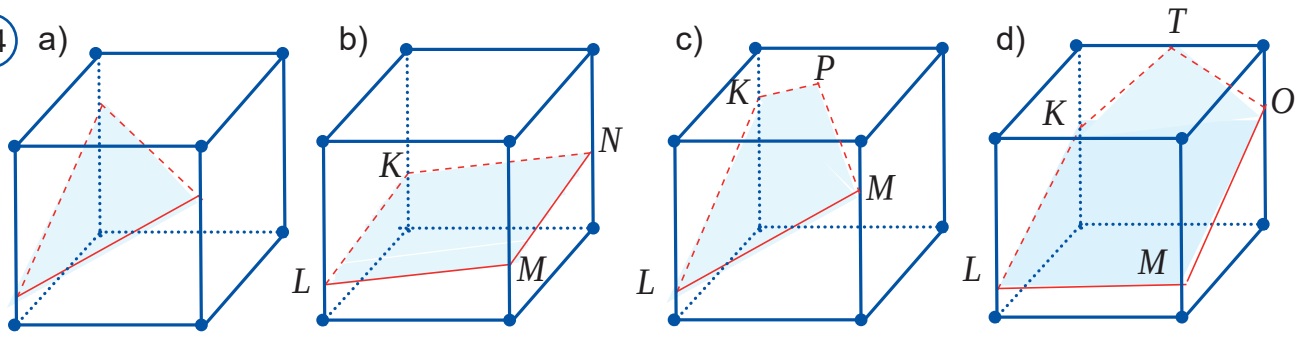
e)


f)


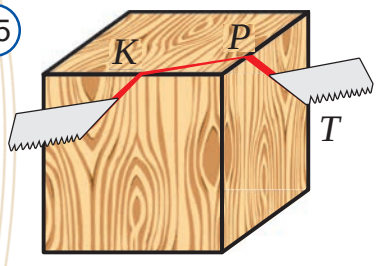
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

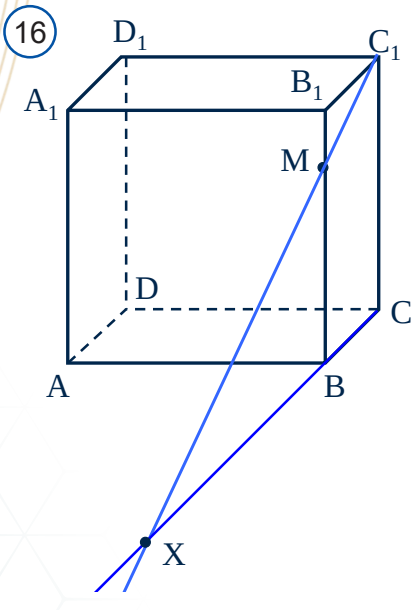
14 a) b) c) d)



15



16



8.2. 13-nji suratda getirilen ýagdaýlarda giňişlikdäki figuralaryň nähili kesigi şekillendirilenligini düşündiriň.

8.3. Kuby tekizlik bilen kesende kesikde 14-nji suratda şekillendirilen haýsy ýagdaýlaryň bolmagy mümkin? Haýsylary bolmagy mümkin däl?

8.4. 15-nji suratda şekillendirilen agaç kub byçgylananda K, P we T nokatlardan geçýän kesik emele gelýär. Doly kesik nähili figuradan ybarat bolar?

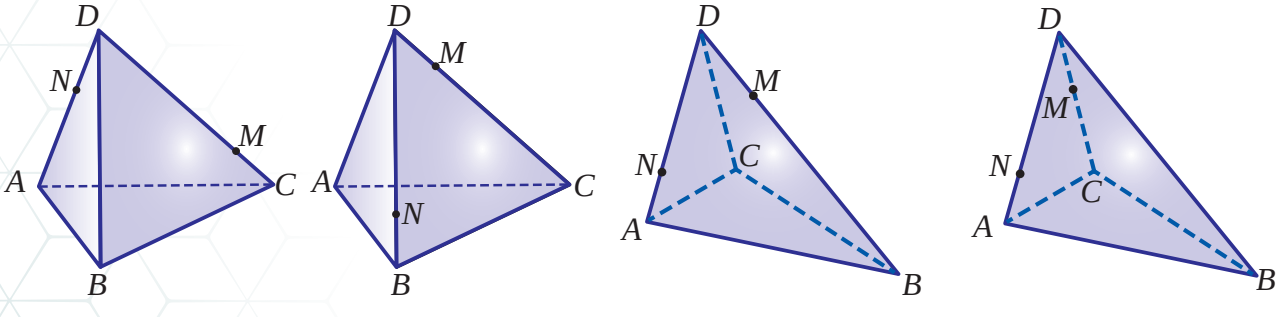
8.5. Kub çyzyň. Onuň gapyrgalarynda şeýle üç nokady şu nokatlardan geçýän tekizlik kesikde: a) üçburçluk; b) dörtburçluk; c) bäşburçluk emele getirer ýaly edip belgiläň.

8.6. Aşakdaky algoritm esasynda gurmagy ýerine ýetiriň we gurmak prosesini düşündiriň.
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ kub we $M \in BB_1$ nokat berlen. C_1M göni çyzyk bilen kubuň $ABCD$ grany kesişme nokadyny tapmak algoritmi *(16-njy surat)*:
C_1M we BC kesikleri dowam etdirip, olaryň kesişme nokadyny X bilen belgileýäris.
X – gözlenýän nokat bolýar.

8.7. 17-nji suratda şekillendirilen $ABCD$ tetraedriň gapyrgalarynda M we N nokatlar belgilenen. MN göni çyzygyň ABC tekizlik bilen kesişme nokady haýsy göni çyzykda ýatýandygyny anyklaň.

8.8. Aşakdaky algoritm esasynda kubuň berlen nokatlardan geçýän kesigini guruň we düşündiriň.
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubuň A_1, $M \in D_1C_1$ we $N \in DD_1$ nokatlaryndan geçýän kesigini gurmak algoritmi (*18-nji surat*):

17



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1. A_1 nokady M nokat bilen utgaşdyrýarys.
2. A_1 nokady N nokat bilen utgaşdyrýarys.
3. M nokady N nokat bilen utgaşdyrýarys.
4. A_1MN üçburçluk gözlenýän kesim bolýar.

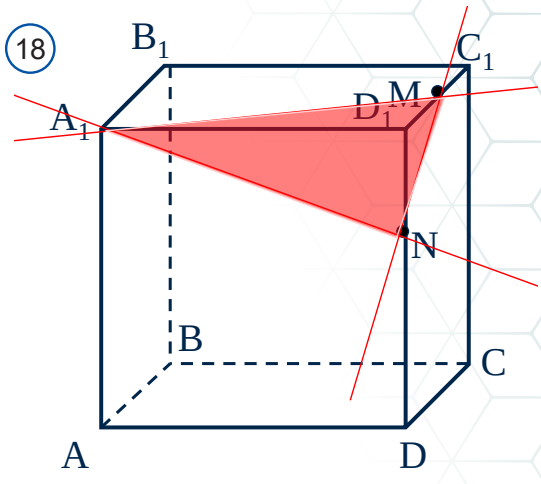
8.9. Aşakdaky algoritm esasynda kubuň berlen nokatlardan geçýän kesigini guruň we gurmak prosesini düşündiriň.
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubuň M, Q we P nokatlardan geçýän kesigini gurmak algoritmi *(19-njy surat)*:

1. A_1 we M nokatlardan geçýän göni çyzyk geçirýäris. A_1M we D_1C_1 göni çyzyklar kesişme nokadyny X bilen belgileýäris.
2. A_1 we N nokatlardan göni çyzyk geçirýäris. A_1N we DD_1 göni çyzyklar kesişme nokadyny Y bilen belgileýäris.
3. X nokady Y nokat bilen utgaşdyrýarys. XY we CC_1 göni çyzyklar kesişme nokadyny Q bilen belgileýäris.
4. XY we DC göni çyzyklar kesişme nokadyny P bilen belgileýäris.
5. M we Q nokatlardan geçýän göni çyzyk geçirýäris. N we P nokatlardan geçýän göni çyzyk geçirýäris.
6. A_1MQPN bäşburçluk gözlenýän kesik bolýar.

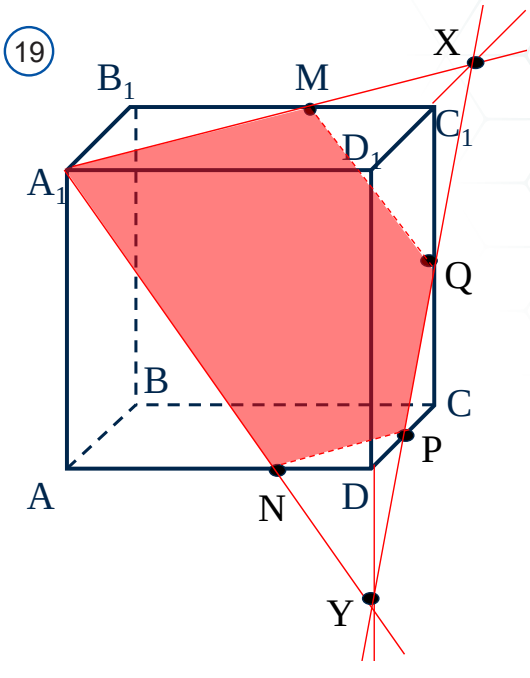
8.10. 20-nji suratda şekillendirilen gönüburçly parallelepipediň berlen üç nokadyndan geçýän kesigini guruň.

8.11. 21-nji suratda şekillendirilen piramidanyň berlen üç nokadyndan geçýän kesigini guruň.

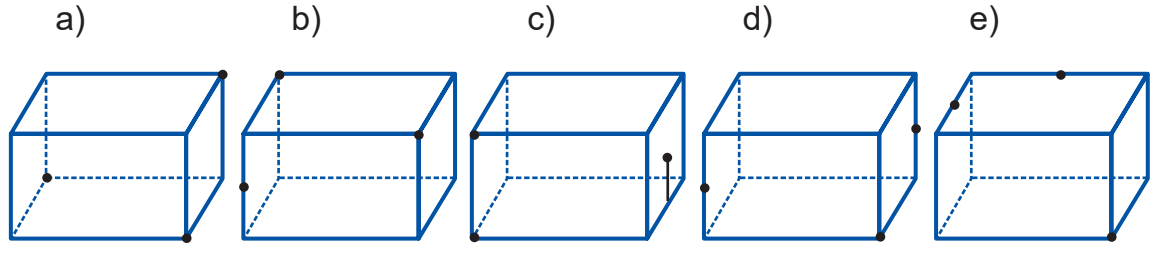
18



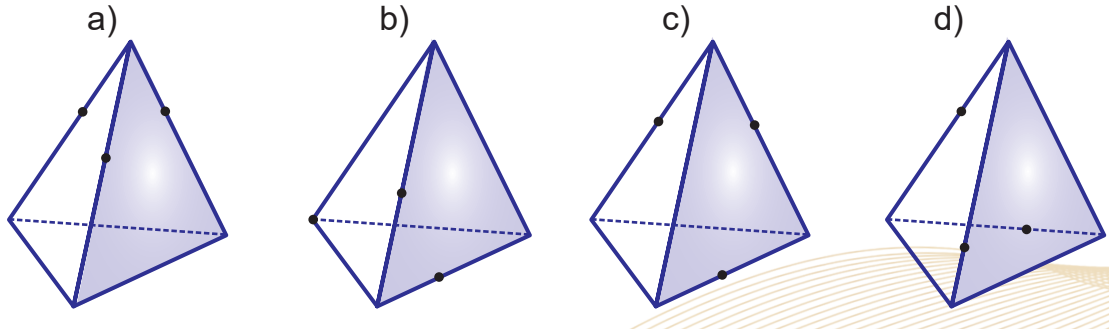
19



20



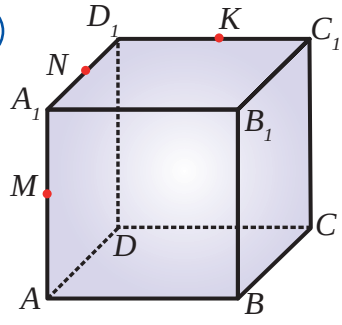
21



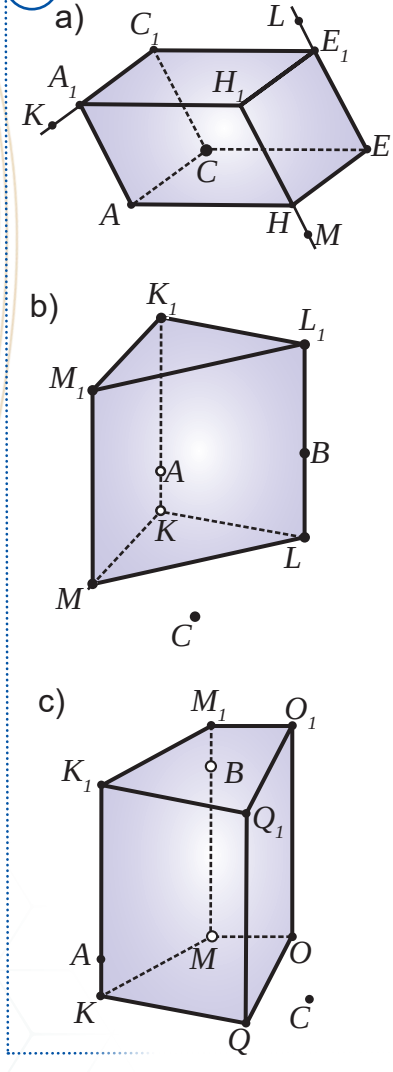
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

22



23



8.12. Kubuň M, N we K nokatlardan geçýän tekizlik bilen kesigini parallel göçürmek usuly bilen guruň *(22-nji surat)*.

8.13. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubuň AD hem-de CD gapyrgalarynda M we N nokatlar berlen. Kuby MNB_1 tekizlik bilen kesende emele gelýän kesigi guruň.

8.14. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kuby çyzyň we AB, BC we BB_1 gapyrgalary ortalary bolan M, N we L nokatlary belgiläň. Soň: a) kuby MNL tekizlik bilen kesende emele gelýän kesigi guruň; b) MNL üçburçlugyň dogrudygyny subut ediň; c) kubuň gapyrgasy 1 cm bolsa, MNL üçburçlugyň meýdanyny tapyň.

8.15. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ gönüburçly parallelepipediň gapyrgalary AB = 6 cm, AD = 6 cm we AA_1 = 8 cm. Parallelepipediň BC_1D tekizlik bilen kesigi deňýanly üçburçlukdygyny subut ediň we bu üçburçlugyň beýikligini tapyň.

8.16. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ prizmany çyzyň. Prizmanyň AD, AA_1 we DD_1 gapyrgalary ortalary bolan M, N we L nokatlardan geçýän tekizlik bilen kesigini guruň.

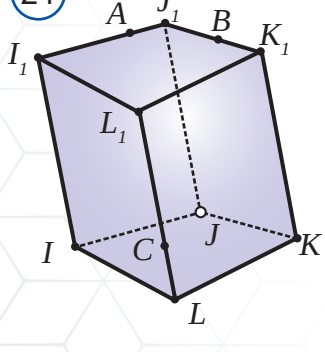
8.17. 23-nji suratda berlen maglumatlar esasynda: a) M, N we L; b) A, B we C; c) A, B we C nokatlardan geçýän giňişlikdäki figuralaryň degişli kesiklerini guruň.

8.18. $IJKLI_1J_1K_1L_1$ prizmanyň JI_1, J_1K_1 we LL_1 gapyrgalarynda ýatýan A, B we C nokatlar alnan *(24-nji surat)*. Prizmanyň ABC tekizlik bilen kesigini guruň.

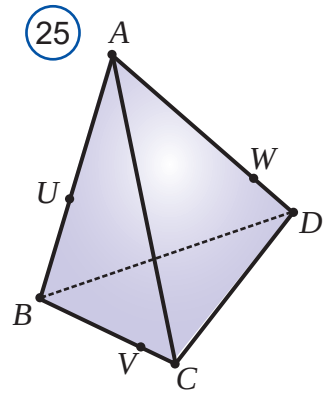
8.19. Berlen maglumatlar esasynda 25-nji suratdaky giňişlikdäki figuranyň U, V we W nokatlardan geçýän tekizlik bilen kesende emele gelen kesigini guruň.

8.20. Berlen maglumatlar esasynda 26-njy suratdaky giňişlikdäki figuranyň A, B we X nokatlardan geçýän tekizlik bilen kesende emele gelen kesigini guruň.

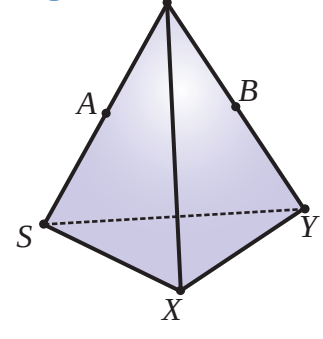
24



25



26



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

«GeoGebra»ny ulanyp

Köpgranlyklaryň kesiklerini gurmak

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubuň AB, CC_1 we A_1D_1 gapyrgalarynda degişlilikde E, F we G nokatlar berlen. Kuby EFG tekizlik bilen kesende emele gelýän kesigi guruň.

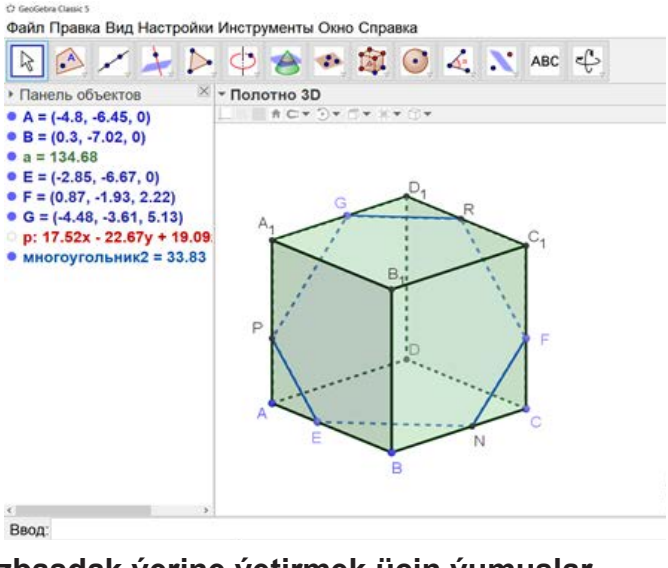
Gurmak:

- «GeoGebra»da täze aýna açyň.
- «GeoGebra» interfeýsini «**Настройки**» – «**3D Графика**» görnüşine geçiriň.

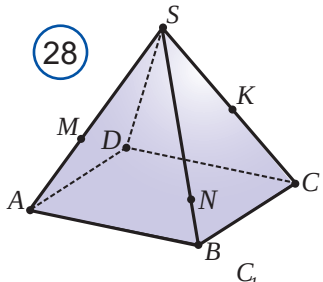
Kesigi gurmagyň basgançaklary

1		**Куб**	Islendik kub gurulýar.
2		**Точка в объекте**	$ABCDA_1B_1C_1D_1$ kub we onuň AB, CC_1 we A_1D_1 gapyrgalarynda degişlilikde E, F we G nokatlar belgilenýär.
3		**Плоскость через 3 точки**	EFG nokatlardan geçýän tekizlik gurulýar.
4		**Крывая пересечения**	Kub we EFG nokatlardan geçýän tekizlik kesigi emele getirilýär.
5		**Показывать объект**	Tekizligiň artykmaç bölegi gizlin ýagdaýa getirilýär.
6		**Перемещение**	E, F we G nokatlary süýşürmek arkaly kubuň kesiginiň dogry ýerine ýetirilendigi barlanýar (27-*nji surat*).

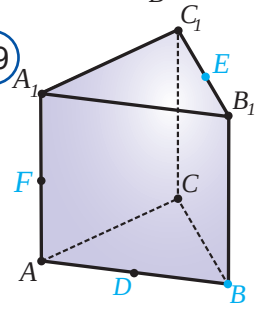
27



28



29



Özbaşdak ýerine ýetirmek üçin ýumuşlar

1. Piramidanyň M, N we K nokatlaryndan geçýän tekizlik bilen kesendäki kesigi guruň *(28-nji surat)*.

2. Dogry üçburçly prizmanyň berlen nokatlaryndan geçýän kesigi tapyň *(29-njy surat)*.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

9 TASLAMA IŞI BOÝUNÇA SAPAK

Irki geometrik bilimler gadymy Müsürde hem 5 müň ýyldan köpräk wagt öň peýda bolupdyr. Müsüriler olardan diňe bir piramidalary gurmakda däl, eýsem Niliň kenaryndaky ekin meýdanlaryny bellemekde-de peýdalanypdyrlar. Miladydan öňki 2-nji müňýyllyklarda gadymy Müsürde geometriýanyň döreýşi barada gadymy grek alymy Gerodot (miladydan öňki V asyr) şeýle diýip ýazypdy: «Müsür faraony Seozoostris ýeri bölüp, her bir müsürlä bije boýunça mellek ýer berip, her bir mellekden degişli tertipde salgyt ýygnap alypdyr. Nil derýasy daşyp mellekler suwuň aşagynda galypdyr. Ýer eýeleri mellekleriň çägini bellemegi ýa-da salgydy kemeltmek üçin korola ýüzlenipdirler. Korol mellegiň näçe kemelendigini anyklamak we şoňa görä salgydy kemeltmek üçin öz wekilleri - ýer ölçeýjileri iberipdir. Şeýdip Müsürde ýer ölçemek baradaky ylym – geometriýa peýda bolupdyr we ol ýerden Gresiýa göçüp geçipdir».

Okuw taslamasy bu – predmetleri has-da çuňrak, sazlaşykly ýagdaýda öwrenmäge gönükdirilen, bilim prosesine tejribe, amaly işler esasynda çemeleşmäge mümkinçilik berýän, barlag we gözleg alyp barmagy talap edýän bilim prosesini guramak şekli hasaplanýar. Şunuň bilen birlikde, taslama işi bir predmetiň çäginde-de ýerine ýetirilmegi mümkin.

Okuwçylar taslama işi boýunça gözleglerini ýylyň dowamynda adatda dersden daşary, özbaşdak sapaklarda alyp barýarlar.

Taslama işiniň temalary *amaly, nazary* we *barlag* häsiýetli bolmagy mümkin.

Amaly taslama işinde predmetlerde özleşdirilen bilimler we endikler gündelik durmuşdaky meseleleri (keýsler) çözende ulanylýar. Mälim bir ylma ýa-da ylymlara degişli amaly endikleri we başarnyklary ösdürmek zerurlygy peýda bolanda amaly ugrukdyrylan taslamalardan peýdalanmak gowy netije berýär. Iň adaty ýagdaýda mugallym okuwçylara predmete degişli goşmaça okuw materialyny, testler toplumyny, prezentasiýa, paýlanýan materiallary ýa-da glossariý (adalgalar sözlügini) düzmek, görkezmeli okuw gurallarynyň modelini döretmek we gurmak ýaly ýumuşlary bermegi mümkin. Amaly ugrukdyrylan taslamalar bilen işlemek prosesinde okuwçylarda predmete degişli bilimler, endikler we ukup başarnyklary kämilleşýär, işe degişli kompetentlik emele gelýär.

Nazary taslama işinde bolsa predmetleriň käbir temasy çuňlaşdyrylyp öwrenilýär. Şeýle taslama işinde berlen tema boýunça maglumatlar toplanýar, gaýtadan işlenýär, analiz edilýär, toparlara bölünýär, umumylaşdyrylýar hem-de peýdaly we goşmaça ýazuw okuw resursy hökmünde hödürlenilýär.

Barlag taslama işinde bolsa käbir standart däl mesele ýa-da gündelik meseleleri çözmegiň üstünde kiçi ylmy gözleg alnyp barylýar. Okuwçylaryň derňew, logiki pikirlenmek ukyplaryny ösdürmek, akyl ýetirmegiň logiki usullaryny özleşdirmek we uly göwrümdäki maglumatlary gaýtadan işlemek maksat edip goýulsa, barlaýjylyga degişli okuw taslamasyndan peýdalanmak maksada laýyk. Bu okuw taslamasynyň maksady taslama çakyny esaslandyryp bermekden ybarat. Şu maksada ýetmek üçin tejribe-synag işlerini geçirmek, alnan netijeleri derňemek, umumylaşdyrmak, deňeşdirmek, ösüş kanunalaýyklyklaryny kesgitlemek, mundan daşary, netijeler çykarmak, öz nukdaýnazaryny esaslandyrmalydyr. Ine şeýdip barlaýjylyga

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

degişli okuw taslamasynda esasy üns pikir kompetentligini ösdürmäge gönükdirilýär.

Okuw taslamasynda iň uly ünsi okuwçylarda döredijilik ukybyny ösdürmäge gönükdirmeli. Hut döredijilikli taslama okuwçylara özüni görkezip bilmek, islendik žanrdaky eseri döretmek mümkinçiligini berýär. Şonuň ýaly-da, döredijilikli taslamalar okuwçylaryň topardaky derejesini ýokar landyrmak, öz-özüni bahalamaga mümkinçilik bermek arkaly olaryň döredijilik ukyplaryny ösdürýär. Islendik döredijilikli iş ony hödürlemek we synp okuwçylary bilen aragatnaşygy talap edýär. Ine şu sebäpli döredijilikli taslamalar okuwçylarda kommunikatiw kompetentligi ösdürmäge uly täsir edýär.

Taslama işiniň temasynyň üstünde okuwçylar aýry-aýry ýa-da 3-4 adamly topar bolup işlemegi mümkin. Taslama işi okuw ýylynyň ahyrynda geçirilýän gorag (kiçi konferensiýa) bilen tamamlanýar. Taslama işiniň üstündäki iş prosesi aşakdaky okuw işlerini öz içine almagy mümkin:

- taslama işi boýunça işleri meýilleşdirmek;
- wezipeleri özara paýlaşmak;
- okuw maksatlaryny goşmak;
- gerekli maglumatlary gözläp tapmak;
- tema degişli meseleleriň çözgütlerini agtarmak;
- çözgütlerden iň makulyny saýlamak we ony esaslandyrmak;
- zerur bolanda soragnama ýa-da tejribe geçirmek;
- taslama işiniň netijeleri barada hasabat taýýarlamak;
- öz işlerini derňemek we bahalamak;
- taslama işini goramak üçin prezentasiýa taýýarlamak;
- taslama işini goramak.

Şu sapagyň dowamynda okuwçylara taslama işi barada maglumat berilýär. Taslama işiniň temalary okuwçylar arasynda paýlanýar. Käbir taslama işi nusga hökmünde görkezilýär.

Taslama işiniň nusga temalary

(bu temalardan daşary başga temalar hem hödürlenmegi mümkin)

1. Ýewklidiň geometriýasy.
2. Lobaçewskiýniň geometriýasy.
3. Köpgranlyklaryň geometriýasy.
4. Müsür piramidalarynyň syrlary.
5. Köpgranlygyň üsti.
6. Meniň şäherimiň geografiýasy we geometriýasy.
7. Geometrik mozaika.
8. Geometrik paradokslar.

Stereometriýa ýa-da giňişlikdäki geometriýa geometriýanyň dürli giňişlikdäki jisimleriň şeklini, ölçeglerini we häsiýetlerini öwrenýän bölümi hasaplanýar.

Ol grekçe «stereo» – jisim we «metrio» – ölçemek sözlerinden gelip çykypdyr hem-de giň manyda «jisimleri ölçemek» diýen manyny aňladýar. Stereometriýa hem planimetriýa ýaly adamyň amaly iş zerurlyklary bilen baglylykda peýda bolupdyr we ösüpdir.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



Iň gadymy we iň meşhur mekdeplerden biri – Pifagoryň mekdebi (miladydan öňki VI-V asyrlar), onuň düýbüni tutan Pifagoryň ady bilen atlyndyrylypdyr. Pifagorçylar özleriniň filosofik nazaryýetlerinde dogry köpburçluklardan peýdalanypdyrlar. Olaryň figuralary barlygyň esaslaryna berlen. Gadymy barlagçylar: ot – tetraedr, ýer (toprak) – kub, howa – oktaedr, suw – ikosaedr, bütin älem – dodekaedr şekline eýe diýip hasaplapdyrlar.

9. Minaralar arhitekturasyndaky geometrik figuralar.
10. Ýodalary taslamalamakda we bezemekde geometrik figuralar.
11. Gadymy nakgaşlykda geometriýa.
12. Surat, heýkel we arhitektura geometriýasy.
13. Muzeýdäki suratlarda geometriýa.
14. Nagyşly geometriýa.
15. Binalaryň we desgalaryň geometriýasy.
16. Gözeneklerde geometriýa.
17. Merkezi Aziýa arhitekturasynda geometriýa.
18. Müsür piramidasynyň matematiki aýratynlyklary.
19. Stereometrik jisimler.
20. Tebigatda simmetriýa.
21. Geometriýa adalgalarynyň sözlügi.
22. «Simmetriýa näme?» okuw filmi.
23. «Köpgranlyklaryň kesigi» temada didaktik material.
24. Geometriýadan testler toplumy.
25. «Geometrik söweş» oýnunyň ssenariýasyny düzmek.
26. Ölçeg birlikleri barada hekaýa – animasiýa.
27. «Geometrik başdan geçirmeler» sahna görnüşi ssenariýasyny işläp taýýarlamak.
28. Geometrik meseleler çözmek trenažýory.
29. Geometrik kalkulýator.
30. «Geometrik figuralar» öwrediji multimediýa goşmaça.
31. Simmetriýa elektron görkezmeli gural.
32. «Geometriýa» okuw-test maksatnamasy.
33. Stereometriýa boýunça elektron gollanma.
34. Geometriýanyň gelip çykyşy, ösüşi we adamzat tarapynda peýdalanylyşy.
35. Fizikada matematika
36. Himiýada matematika
37. Biologiýada we lukmançylykda matematika
38. Ekologiýada matematika
39. Geografiýada matematika
40. Ykdysadyýetde matematika
41. Sungatda matematika
42. GeoGebra maksatnamasyndan stereometriýa derslerinde peýdalanmak
43. Stereometriýany öwrenmek üçin peýdaly elektron resurslar sanawy
44. Bahalamak boýunça halkara barlaglarda stereometrik meseleler.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

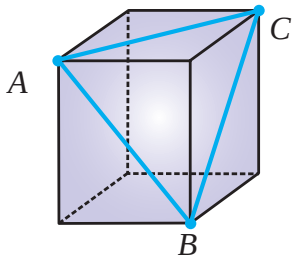
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10 BABY GAÝTALAMAGA DEGIŞLI AMALY GÖNÜKMELER

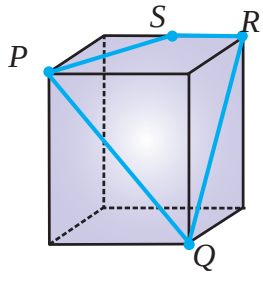
10.1. 1-nji suratda şekillendirilen döwük çyzyk tekizmi ýa-da giňişlikdäki?

1

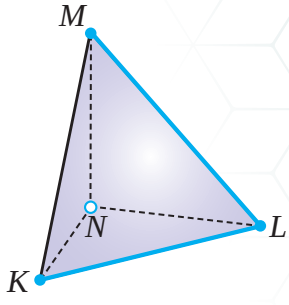
a)



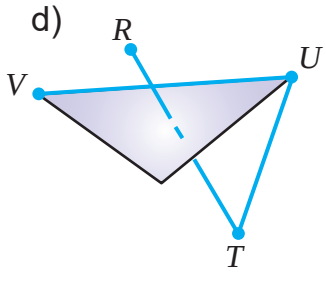
b)



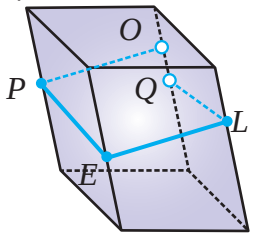
c)



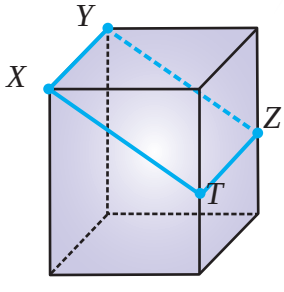
d)



e)



f)

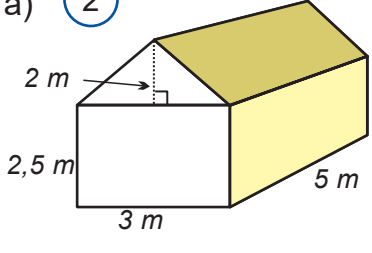


10.2. Dogry dörtburçly piramidanyň esasy 12 cm-e, piramidanyň depesini esasyň merkezi bilen utgaşdyrýan kesimiň uzynlygy 16 cm-e deň. Piramidanyň: a) gapdal gapyrgasyny we apofemasyny; b) gapdal üstüni; c) doly üstüni tapyň.

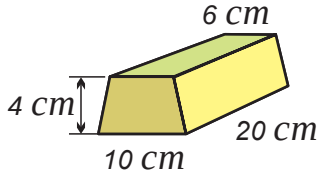
10.3*. $REFGH$ piramidanyň esasy taraplary 10 cm we 18 cm bolan we meýdany 90 cm^2-a deň bolan $EFGH$ parallelogramdan ybarat. Piramidanyň depesi – R-i esasyň diagonallarynyň kesişme nokady – O bilen utgaşdyrýan kesimiň uzynlygy 6 cm-e deň we ol şu diagonallara perpendikulýar. Piramidanyň: a) gapdal gapyrgalaryny; b) gapdal üstüni; c) doly üstüni tapyň.

10.4. 2-nji suratda şekillendirilen jisimleriň doly üstüni tapyň.

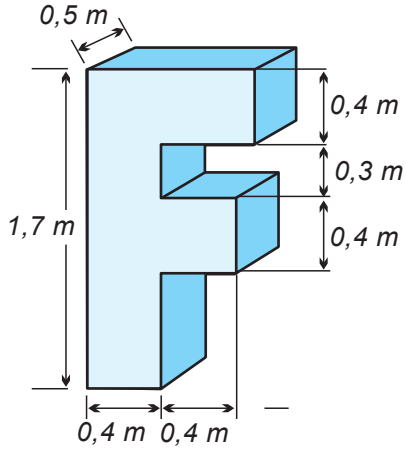
a) 2



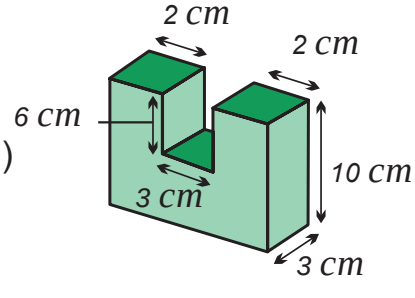
b)



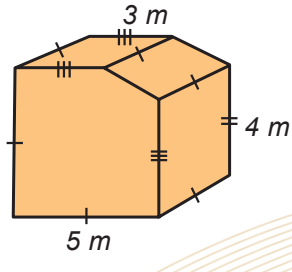
c)



d)



e)



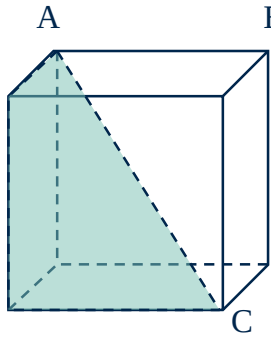
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

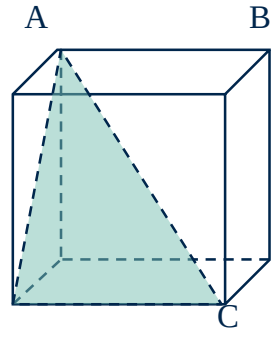
10.5. Kuby tekizlik bilen kesen wagt kesikde 3-nji suratda şekillendirilen haýsy ýagdaýlaryň bolmagy mümkin? Haýsylarynyň bolmagy mümkin däl?

3

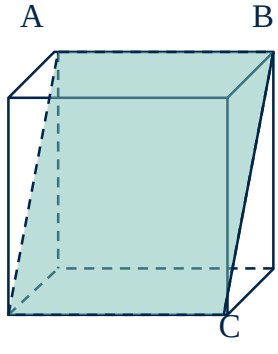
a)



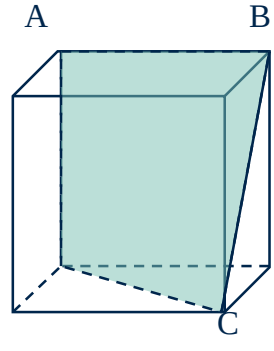
b)



c)



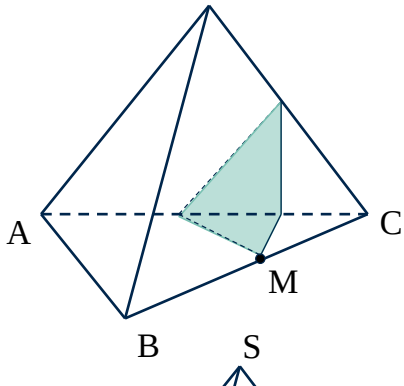
d)



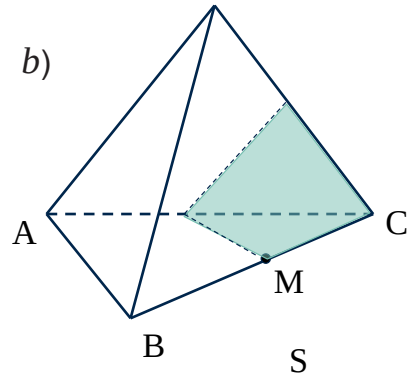
10.6. Haýsy suratda M nokatdan geçýän we tetraedriň SAB granyna parallel bolan kesik şekillendirilen?

4

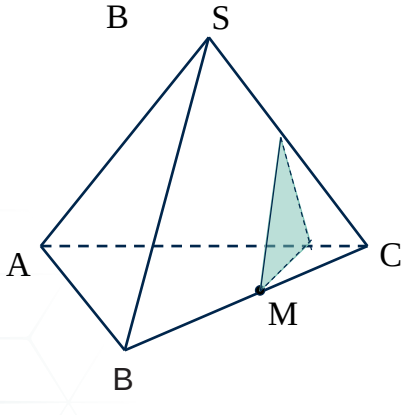
a)



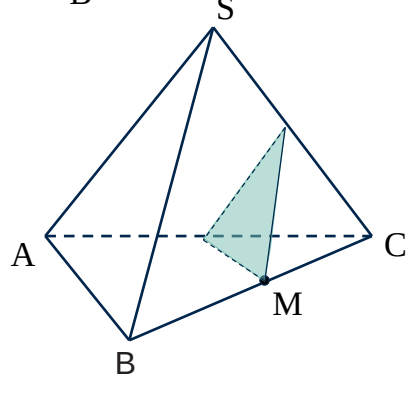
b)



c)



d)



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

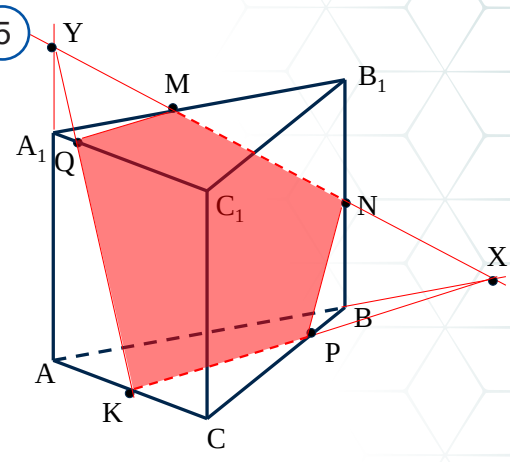
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10.7. Aşakdaky algoritm esasynda prizmanyň berlen nokatlardan geçýän kesigini guruň we gurmak prosesini düşündiriň.

$ABCA_1B_1C_1$ prizmanyň M, N, P we Q nokatlaryndan geçýän kesigini gurmak algoritmi:

1. $M \leftrightarrow N, \quad MN \cap AB = X$
2. $X \leftrightarrow K, \quad XK \cap BC = P$
3. $MN \cap AA_1 = Y$
4. $Y \leftrightarrow K, \quad YK \cap A_1C_1 = Q$
5. $P \leftrightarrow N, \quad Q \leftrightarrow M$
6. $MNKPQ$ gözlenýän kesik bolýar.

5



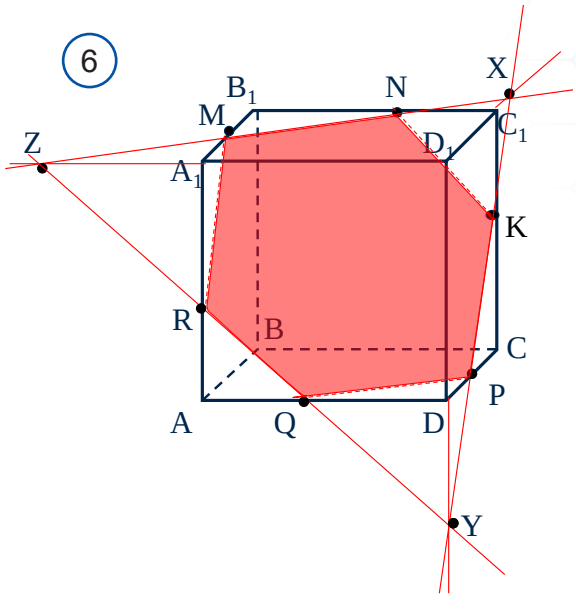
Bu ýerde $M \leftrightarrow N$ belgileme – M we N nokatlardan geçýän göni çyzygy geçirýäris, $MN \cap AB = X$ belgileme bolsa MN we AB göni çyzyklar kesişme nokadyny X bilen belgileýäris diýen manyny aňladýar.

10.8. Aşakdaky algoritm esasynda kubuň berlen nokatlardan geçýän kesigini guruň we gurmak prosesini düşündiriň.

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubuň $M \in A_1B_1$, $N \in B_1C_1$ we $K \in CC_1$ nokatlaryndan geçýän kesigini gurmak algoritmi:

1. $M \leftrightarrow N;$
2. $MN \cap D_1C_1 = X;$
3. $N \leftrightarrow K, \quad X \leftrightarrow K;$
4. $XK \cap DC = P;$
5. $KP \cap DD_1 = Y;$
6. $MN \cap A_1D_1 = Z;$
7. $Y \leftrightarrow Z$
8. $YZ \cap AD = Q;$
9. $YZ \cap AA_1 = R;$
10. $Q \leftrightarrow P, \quad R \leftrightarrow M;$
11. $MNKPQR$ gözlenýän kesik bolýar.

6

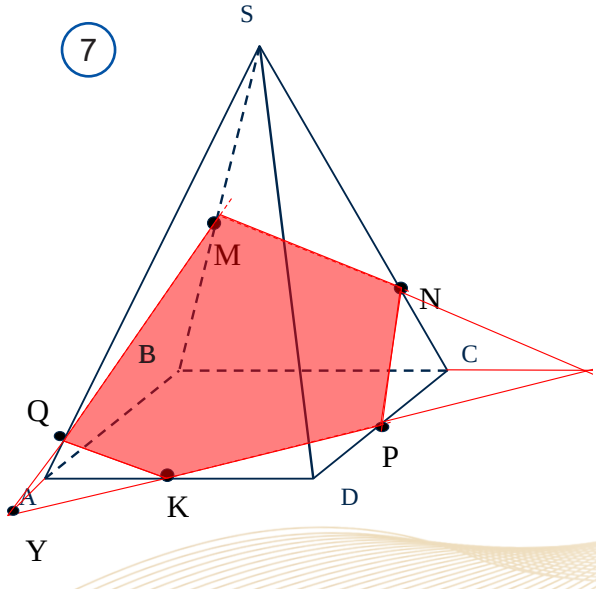


10.9. Aşakdaky algoritm esasynda piramidanyň berlen nokatlardan geçýän kesigini guruň we gurmak prosesini düşündiriň.

$SABCD$ piramidanyň $M \in SB$, $N \in SC$ we $K \in AD$ nokatlaryndan geçýän kesigini gurmak algoritmi:

1. $M \leftrightarrow N$
2. $MN \cap BC = X$
3. $X \leftrightarrow K$
4. $XK \cap DC = P$
5. $XK \cap AB = Y$
6. $Y \leftrightarrow M$
8. $YM \cap SA = Q$
9. $P \leftrightarrow N, \quad K \leftrightarrow Q$
10. $MNPKQ$ gözlenýän kesik bolýar.

7

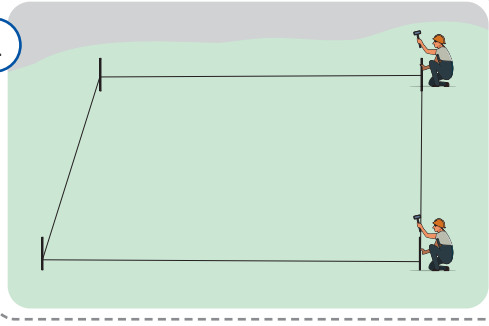


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Ulanmalar we amaly kompetensiýalary şekillendirmek

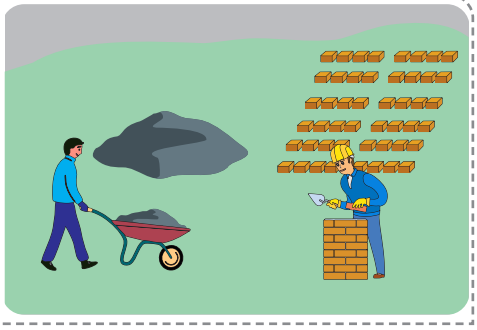
1



1. Näme sebäpden käbir ymarat üçin çukur gazmazdan öň belgilemek işleri dartyp çekilen ýüpüň kömeginde ýerine ýetirilýär? *(1-nji surat)*

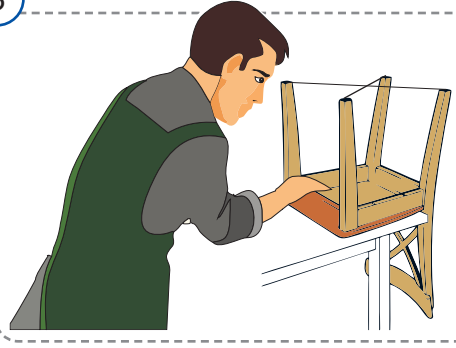
Jogaby: *iki tekizligiň kesişmesi göni çyzykdan ybarat bolýar.*

2



2. Kerpiç guýmak prosesinde galyba laýlanyp, tekiz agaç bölegi galybyň üstünde ýöredilip, laýyk artykmaç bölegi sürüp alyp taşlanýar. Munda näme sebäpden kerpijiň üsti tekiz çykýar? *(2-nji surat)*

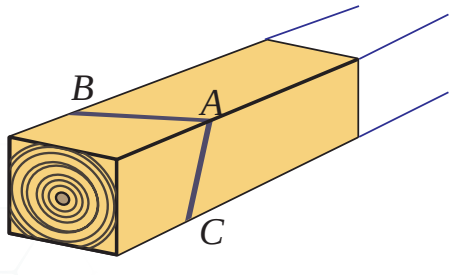
3



3. Ýasalan stuluň detallary bir tekizlikde ýatýandygyny barlamak üçin neçjarlar stuluň garşylykly detallaryna ýüp çekip barlaýar. Bu usuldan peýdalanyp görüň we ol nämä esaslanandygyny aýdyň. *(3-nji surat)*

Jogaby: *iki kesişýän çyzyk ýeke-täk tekizligi kesgitleýär.*

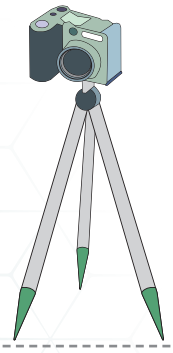
4



4. Bir bölek agaç tagtany byçgylanda neçjar byçgylama üstüniň tekiz bolmagyny nähili gazanýar? *(4-nji surat)*

Jogaby: *agaç tagtanyň iki goňşy granlaryna AB we AC kesimleri çyzýar we byçgyny mümkin boldugyndan şu kesimlerden geçýän edip goýup, byçgylamany ýerine ýetirýär. Netijede iki kesişýän göni çyzykdan geçýän tekizlik ýeke-täk bolany üçin byçgylama üsti tekiz çykýar.*

5



5. Fotoapparaty ýerleşdirmek üçin niýetlenen gurluş näme sebäpden üç aýakly edip ýasalýar? *(5-nji surat)*

Jogaby: *bir göni çyzykda ýatmadyk üç nokatdan diňe bir sany tekizlik geçýär.*

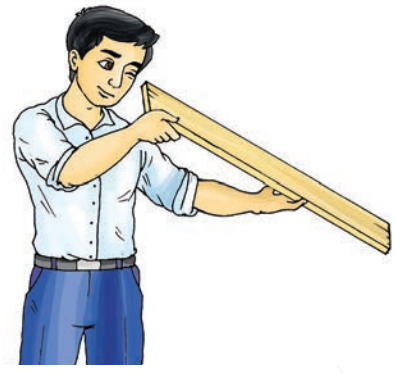
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

6. Neçjar işläp bejeren tagtanyň üstüniň tekizligini nähili barlaýar? Bu usul nämä esaslanan? *(6-njy surat)*

Jogaby: *eger göni çyzygyň iki nokady tekizlikde ýatsa, onuň özi-de bütinligiçe şu tekizlikde ýatýar.*

6



7. Näme sebäpden üç tigirli motosikl iki tigirlisine seredende esli durnukly bolýar? *(7-nji surat)*

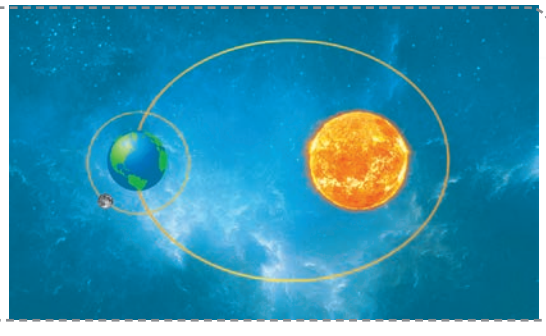
Jogaby: *bir göni çyzykda ýatmadyk üç nokatdan diňe bir sany tekizlik geçýär.*

7



8. Günüň, Ýeriň we Aýyň merkezleri bir tekizlikde ýatmagy mümkinmi? Bir göni çyzykda nähilii? Haçan? *(8-nji surat)*

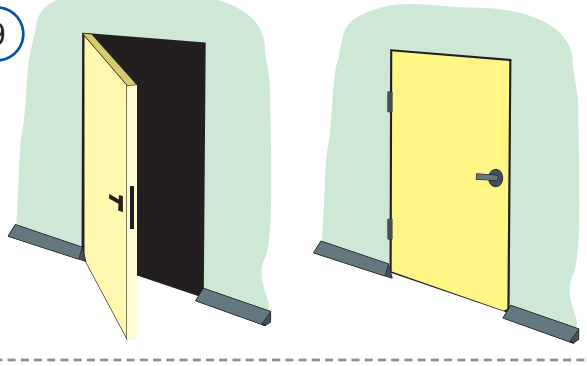
8



9. Näme üçin açyk gapylar zowwam şemalda öz-özünden herekete gelýär? Näme sebäpden bu ýagdaý ýapyk gapylar bilen bolmaýar? *(9-njy surat)*

Jogaby: *göni çyzyk we onda ýatmadyk nokatdan diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.*

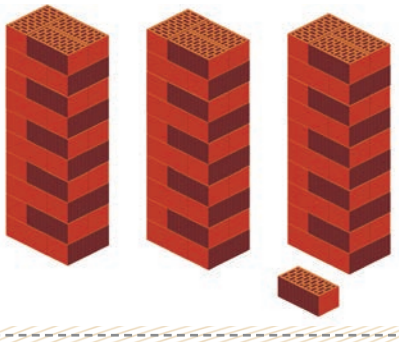
9



10. Kesiminiň tarapy 7 dm bolan kwadratdan ybarat, beýikligi 4 m bolan 18 sany sütüni gurmak üçin näçe kerpiç gerek bolar? (Kerpijiň ölçegleri: 1 : 1,5 : 3 dm. Gurmak prosesinde 5% kerpiç galynda gidýär). *(10-njy surat)*

Jogaby: *8200 sany.*

10

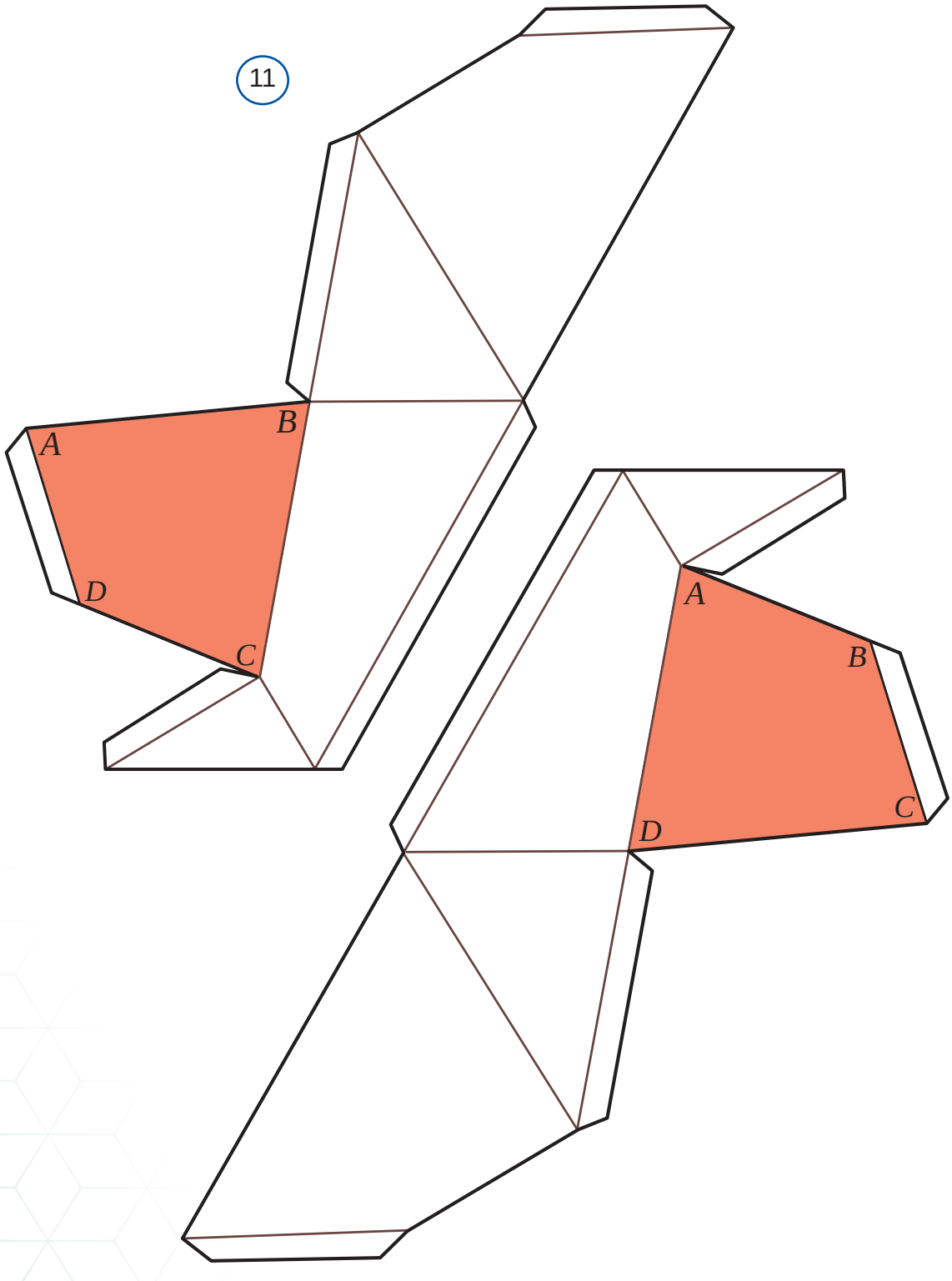


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Amaly iş

1. 11-nji suratda berlen ýaýylmalary galyň kagyza çyzyp alyň. Olary gaýçy bilen gyrkyp alyp, degişli çyzyklar boýunça epläp, soň ýelimläň. Netijede tetraedriň nähilidir tekizlik bilen kesendäki iki böleginiň modeli emele gelýär. Olary birleşdirip, $ABCD$ kesikli bütin tetraedri emele getiriň.



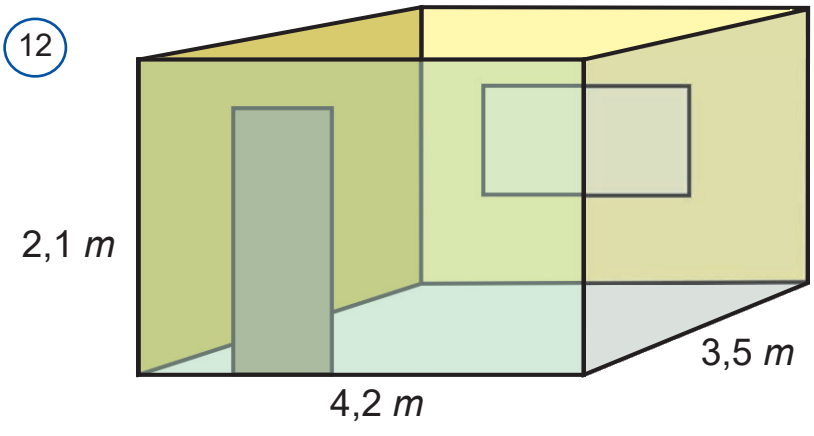
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2. 12-nji suratda şekillendirilen otagy abatlamaly. Otagda ölçegleri 0,8 *m* we 2,2 *m* bolan gapy we ölçegleri 183 *cm* we 91 *cm* bolan äpişge bar. Gapynyň iki tarapy hem boýalmaly. Jedwelde iki hili boýagyň nyrhlary berlen. Şu maglumatlardan peýdalanyp tygşytly abatlamak üçin näçe pul gerekdigini hasaplaň.

Boýagyň görnüşi	Göwrümi	Boýamaly üst	Nyrhy *(somda)*
Diwar üçin	*4 l*	*16 m²*	*32450*
	2 l	*8 m²*	*20800*
Gapy üçin	*2 l*	*10 m²*	*23600*
	1 l	*5 m²*	*15400*

12

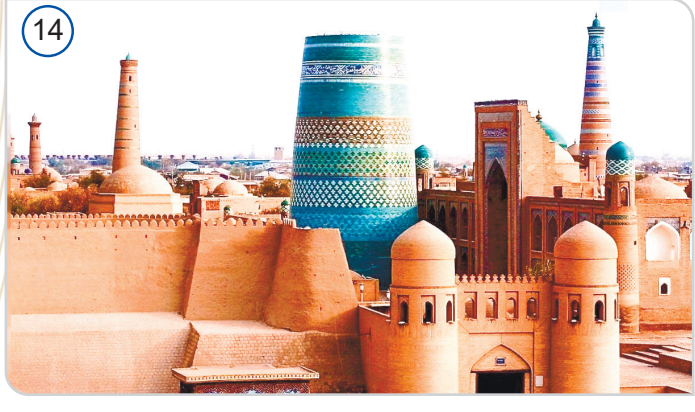


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



Äpet binalary we desgalary guran ata-babalarymyz uly geometrik bilime we ukyba eýe bolupdyr. Muny ýeke Samarkant şäherindäki Registan meýdanyndaky taryhy ýadygärliklerden hem bilmek mümkin (13-nji surat).



Hywa şäherindäki Içangalanyň suratynda (14-nji surat) nähili geometrik figuralary görýärsiňiz?



«Täçmahal» – dünýäniň täze ýedi täsinliklerinden biri (15-nji surat), Hindistanyň Agra şäherinde Babury hökümdar Şa jahan gurduran gadymy ýadygärlik. Ony guran ussalar geometriýadan kämil bilime eýe bolandyklary aýdyň.



Sidneý şäheriniň opera teatry (16-njy surat) – Awstraliýadaky döwrebap binagärlik nusgasy. Özüniň täsin geometrik görnüşi bilen ünsüň çekýär.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

17



18



Gözel geometrik düşünjäniň eýesi, yrakly meşhur arhitektor aýal – Zaha Hadidiň taslamasy esasynda Hytaýyň pýtagty Pekin şäherinde gurlan «Galaxy Soho» dynç alyş kompleksiniň ajaýyp görnüşinden lezzet alman bolmaz (17-nji surat).

Ýurdumyzyň paýtagtynda gurulýan «Tashkent city» toplumynyň taslamasy hem adamy haýran galdyrýar. Şeýle täsin desgalary döretmekde inžener-gurluşykçylara nähili derejedäki geometrik bilimler gerekdigini göz öňüne getirmek mümkin (18 – 19-njy suratlar).

19

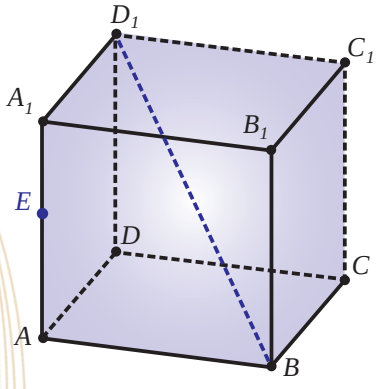


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

«GeoGebra»ny ulanyp

Köpgranlyklaryň kesiklerini gurmak



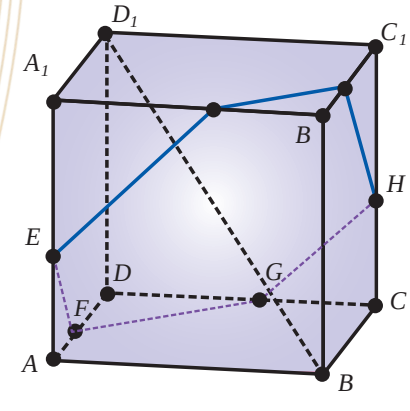
Kubuň berlen E nokadyndan geçýän we BD_1 çyzygyna perpendikulýar kesigi guruň.

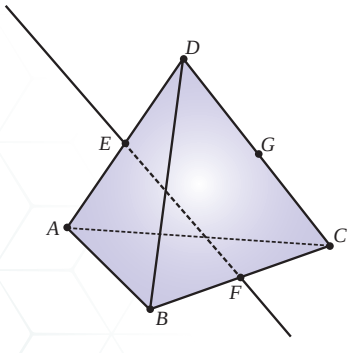
Gurmak:

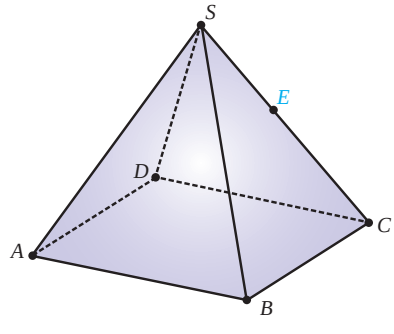
- «GeoGebra»da täze aýna açyň.
- «GeoGebra» interfeýsini «**Настройки**»– «**3D Графика**» görnüşie geçiriň.

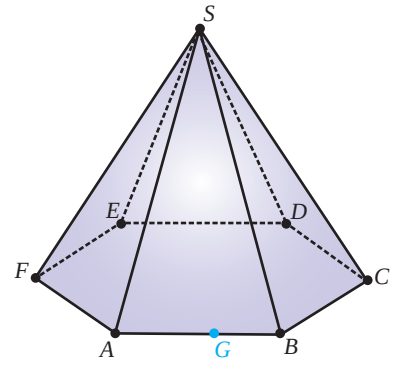
Kesigi gurmagyň basgançaklary

1		Islendik kub gurulýar.
2		Kubuň AA_1 gapyrgasynda E nokat belgilenýär.
3		BD_1 çyzyk geçirilýär.
4		E nokatdan we BD_1 çyzykdan perpendikulýar tekizlik geçirilýär.
5		Kubuň E nokadyndan geçýän kesik emele getirilýär.
6		Tekizligiň gerekmejek bölegi gizlin ýagdaýa geçirilýär.
7		E nokady süýşürmek arkaly kesigil dogry ýerine ýetirilendigi barlanýar.





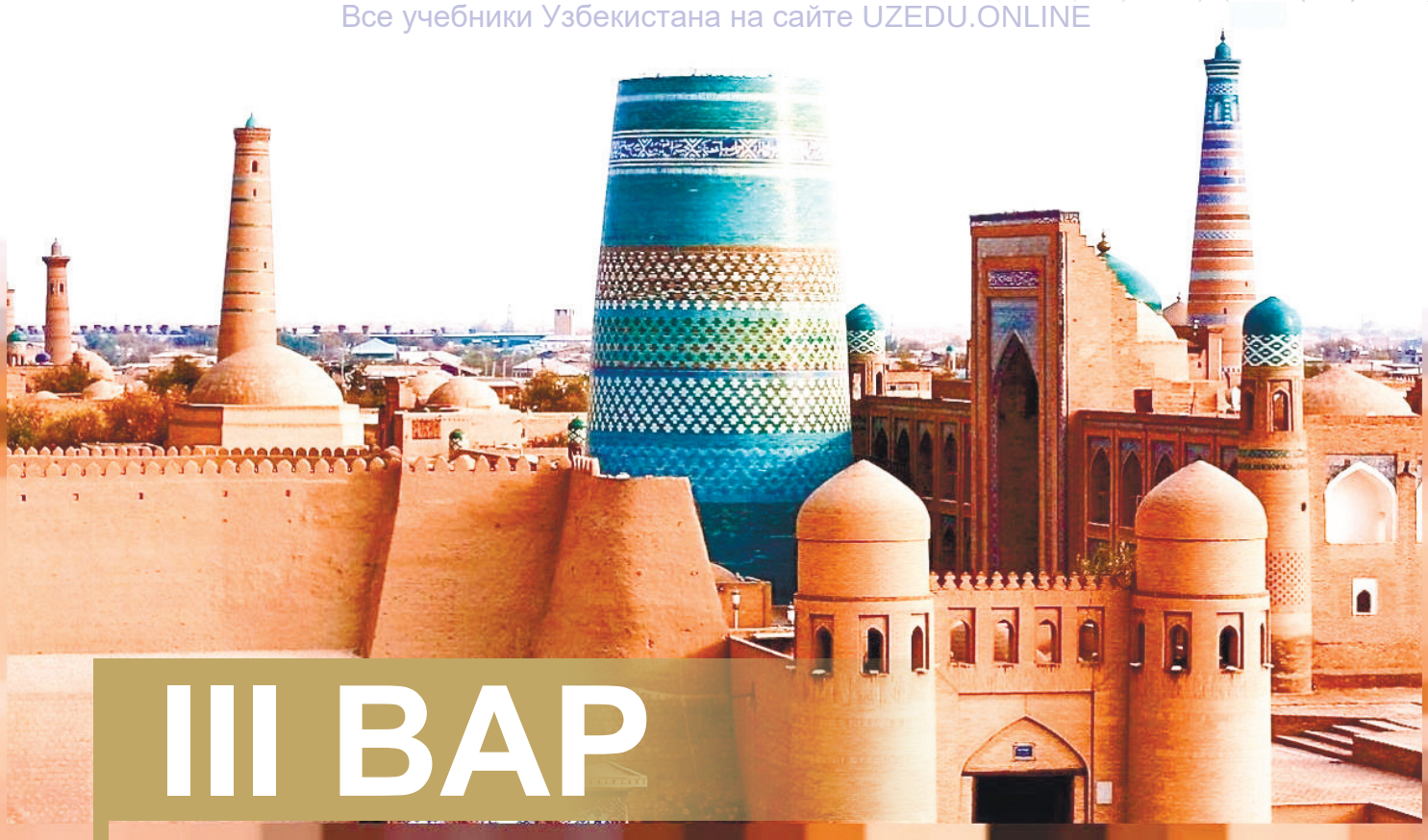




1. $ABCD$ dogry tetraedr CD gapyrgasynyň G ortasy we EF perpendikulýar çyzykdan geçýän tekizligiň kesigi nähili figura bolýandygyny anyklaň. Bu ýerde E, F nokatlar – AD we BC gapyrgalaryň ortasy.
2. Dogry dörtburçly piramidanyň SC gapyrgasyndaky E nokatdan geçýän we şu gapyrgasyna perpendikulýar tekizligiň kesigini çyzyň.
3. Dogry altyburçly piramidanyň berlen G nokadyndan geçýän we SAF tekizligine parallel tekizligiň kesigini çyzyň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



III BAP

GIŇIŞLIKDE GÖNI ÇYZYKLARYŇ WE TEKIZLIKLERIŇ PARALLELLIGI

Şu baby öwrenmek netijesinde aşakdaky bilimlere we endiklere eýe bolarsyňyz:

- giňişlikde parallel göni çyzyklary göz öňüne getirmek;
- parallel göni çyzyklaryň häsiýetlerini bilmek hem-de olary subut etmäge degişli we amaly meseleleri çözmekde peýdalanmak;
- parallelepipediň häsiýetlerini bilmek we olary meseleler çözmekde peýdalanmak;
- atanaklaýyn göni çyzyklary göz öňüne getirmek;
- göni çyzyklaryň atanaklaýynlyk nyşanyny bilmek we ony meseleler çözmekde peýdalanmak;
- giňişlikde göni çyzyklaryň arasyndaky burçy anyklamak;
- atanaklaýyn göni çyzyklaryň arasyndaky burçy anyklamak;
- perpendikulýar göni çyzyklary göz öňüne getirmek;
- tekizlige parallel göni çyzygyň kesgitlemesini bilmek;
- tekizlige parallel göni çyzyklaryň häsiýetlerini bilmek we olary peýdalanyp bilmek;
- parallel we kesişýän tekizlikleriň kesgitlemesini bilmek;
- iki tekizligiň parallellik nyşanyny bilmek we ondan peýdalanmak;
- parallel tekizlikleriň häsiýetlerini bilmek we olary peýdalanyp bilmek;
- parallel proýeksiýanyň häsiýetlerini bilmek we olary peýdalanyp bilmek;
- öwrenilen düşünjeleri, faktlary we metodlary nätanyş ýa-da gündelik ýagdaýlarda peýdalanyp bilmek.

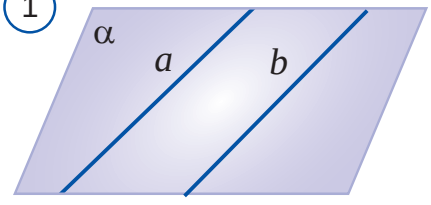
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

11 GIŇIŞLIKDE GÖNI ÇYZYKLARYŇ ÖZARA ÝERLEŞIŞI

Giňişlikde parallel göni çyzyklar

1



Giňişlikde bir tekizlikde ýatyp, özara kesişmeýän göni çyzyklar *parallel göni çyzyklar* diýip atlandyrylýar *(1-nji surat)*.

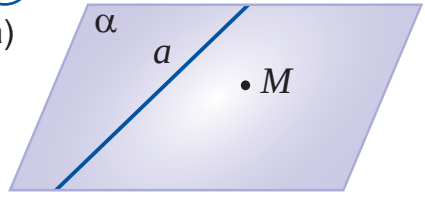
a we b göni çyzyklaryň parallelligi $a \parallel b$ ýaly ýazylýar.

Tekizlikde berlen nokat arkaly berlen göni çyzyga ýeke-täk parallel göni çyzyk geçirmek mümkin. Şeýle häsiýet giňişlikde hem orunly bolýar.

Teorema 3.1. Giňişlikde berlen göni çyzykda ýatmadyk nokatdan şu göni çyzyga ýeke-täk parallel göni çyzyk geçirmek mümkin.

2

a)

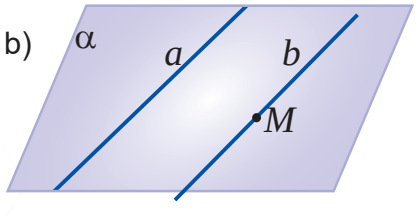


Subudy. a – berlen göni çyzyk we M bu göni çyzykda ýatmadyk nokat bolsun *(2-nji a surat)*. 34-nji sahypadaky 1-nji netijä görä, a berlen göni çyzyk we onda ýatmadyk M nokat arkaly ýeke-täk α tekizlik geçirmek mümkin.

α tekizlikde bolsa M nokat arkaly a – berlen göni çyzyga parallel ýeke-täk b – göni çyzygy geçirmek mümkin *(2-nji b surat)*.

Edil şu b göni çyzyk gözlenýän ýeke-täk parallel göni çyzyk bolýar.

b)



Tekizlikde iki parallel göni çyzyklardan biri üçünji göni çyzygy kesip geçse, olaryň ikinjisi hem şu göni çyzygy kesip geçýär. Şoňa meňzeş häsiýet giňişlikde hem ýerlikli bolýar.

Teorema 3.2. Giňişlikde iki parallel göni çyzyklardan biri tekizligi kesip geçse, olaryň ikinjisi hem bu tekizligi kesip geçýär.

Subudy. b we c parallel göni çyzyklar berlen bolup, olaryň biri – b göni çyzyk β tekizligi M nokatda kesip geçsin *(3-nji surat)*.

b we c göni çyzyklar parallel bolany üçin olar bir tekizlikde ýatýar. Bu γ tekizlik bolsun.

β we γ tekizlikler üçin M – umumy nokat. Onda S_3 aksioma görä, bu tekizlikler bir sany l göni çyzyk boýunça kesişýär. Bu göni çyzyk γ tekizlikde ýatýar we b göni çyzygy M nokatda kesip geçýär. Şonuň üçin bu göni çyzyk b göni çyzyga parallel c göni çyzygy hem N nokatda kesip geçýär.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

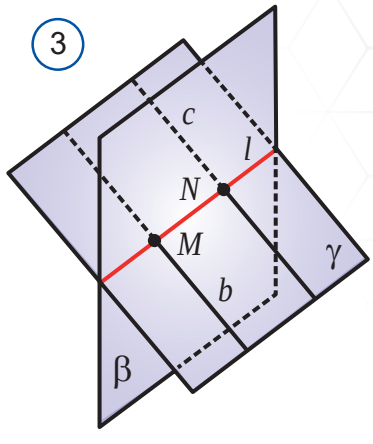
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

l göni çyzyk β tekizlikde hem ýatýany üçin N nokat β tekizlige hem degişli bolýar. Diýmek, N nokat – β we γ tekizlikler üçin umumy nokat.

Indi c göni çyzygyň β tekizlik bilen başga umumy nokadynyň ýoklugyny görkezýäris.

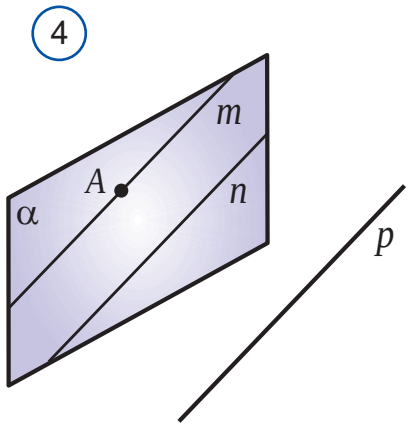
Tersini çak edýäris. Aýdaly, c göni çyzygyň β tekizlik bilen ýene başga – K umumy nokady bar bolsun. Onda S_2 aksioma görä, c göni çyzyk β tekizlikde ýatýar. Onda c göni çyzyk β we γ tekizlikler üçin umumy bolýar. Ýöne l göni çyzykdy. Mundan c göni çyzygyň l göni çyzyk bilen gabat gelýändigi gelip çykýar. Şeýle bolmagy bolsa mümkin däl. Çünki b göni çyzyk c göni çyzyga parallel we l göni çyzygy kesip geçýär. Gapma-garşylyk çakymyzyň nädogrudygyny görkezýär.

Planimetriýadan size mälim bolşy ýaly, iki göni çyzygyň her biri üçünji göni çyzyga parallel bolsa, olar özara parallel bolýar. Bu häsiýet giňişlikde hem orunly bolup, oňa göni çyzyklaryň *parallellik nyşany* diýip aýdylýar.



Teorema 3.3. Üçünji göni çyzyga parallel iki göni çyzyk özara paralleldir.

Subudy. Aýdaly, m we n göni çyzyklar p göni çyzyga parallel bolsun *(4-nji surat)*. m we n göni çyzyklaryň bir tekizlikde ýatýandygyny we özara kesişmeýändigini, ýagny paralleldigini görkezýäris.



m göni çyzykda A nokady alýarys hem-de bu nokat we n göni çyzyk arkaly α tekizlik geçirýäris. m göni çyzygyň α tekizlikde ýatýandygyny subut edýäris.

Aýdaly, şeýle bolmasyn. m göni çyzyk α tekizlik bilen umumy nokada eýe bolany üçin tekizligi kesip geçýär. Onda 3.2-nji teorema görä, bu tekizligi m göni çyzyga parallel bolan p göni çyzyk hem, p göni çyzyga parallel bolan n göni çyzyk hem kesip geçýär. Ýöne şeýle bolmagy mümkin däl, çünki n göni çyzyk α tekizlikde ýatýar.

Diýmek, m we n göni çyzyklar α tekizlikde ýatýar.

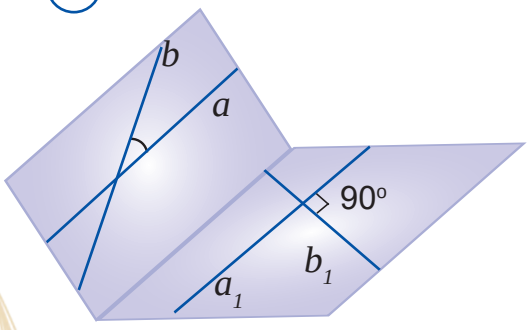
Indi bu göni çyzyklaryň kesişmeýändigini subut edýäris.

Ýene tersini çak edýäris. m we n göni çyzyklar nähilidir B nokatda kesişsin. Onda B nokat arkaly p göni çyzyga parallel ikiki – m we n göni çyzyklar geçýär. 3.1-nji teorema görä bolsa, şeýle bolmagy mümkin däl.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5



Bir göni çyzykda ýa-da parallel göni çyzyklarda ýatýan kesimler (şöhleler) özara *parallel kesimler (şöhleler)* diýip atlandyrylýar.

Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen goňşy burçlaryň kiçisi *iki göni çyzygyň arasyndaky burç* diýilýär *(5-nji surat)*.

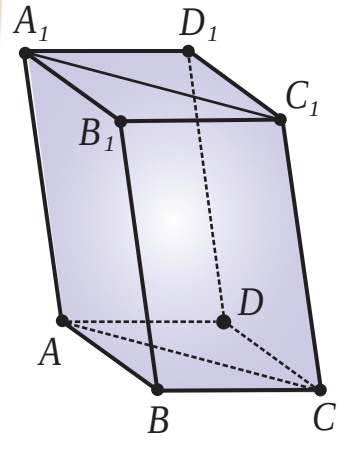
Arasyndaky burç 90° -a deň göni çyzyklar *perpendikulýar göni çyzyklar* diýip atlandyrylýar.

Parallel göni çyzyklaryň arasyndaky burç 0-a deň diýip hasaplanýar.

Indi parallelepipediň aşakdaky häsiýetlerini subut edýäris. Munuň üçin II bölümde berlen parallelepiped we onuň elementleriniň kesgitlemesini ýada salmaly.

Parallelepipediň häsiýetleri

6



Häsiýet 1. ***$ABCDA_1B_1C_1D_1$ parallelepipedde esasyň diagonallary we gapdal gapyrgalaryndan düzülen ACC_1A_1 dörtburçluk parallelogramdan ybarat bolýar.***
(6-njy surat).

Subudy. Hakykatdan hem, parallelepipediň ABB_1A_1 we BCC_1B_1 granlary kesgitlemesine görä, parallelogramdan ybarat.

Bu parallelogramlaryň garşylykly taraplary özara deň bolýar.

Hususan-da, $AB = A_1B_1$ we $BC = B_1C_1$.

Parallelepipediň kesgitlemesine görä, $AA_1 // BB_1$ we $BB_1 // CC_1$. Onda 3.3-nji teorema görä, $AA_1 // CC_1$ we $AA_1 = CC_1$ bolýar.

Diýmek, AC_1CA_1 dörtburçluk – parallelogram.

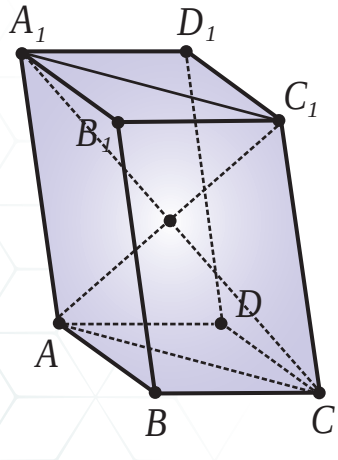
Häsiýet 2. ***$ABCDA_1B_1C_1D_1$ parallelepipediň garşylykly granlary özara deň*** *(6-njy surat).*

Subudy. Ýokardaky häsiýete görä, AC_1CA_1 – parallelogram we $AC = A_1C_1$.

Onda ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklar üç tarap boýunça deň bolup, ABC we $A_1B_1C_1$ burçlar hem özara deň bolýar. Netijede $ABCD$ we $A_1B_1C_1D_1$ parallelogramlar hem özara deň bolýar.

Başga garşylykly granlaryň deňligi hem şeýle subut edilýär.

7



Häsiýet 3. ***Parallelepipediň ähli diagonallary bir nokatda kesişýär we bu nokatda deň ikä bölünýär*** *(7-nji surat).*

Subudy. 1-nji häsiýete görä, AC_1CA_1 – parallelogram. Onda bu parallelogram diagonallary A_1C we AC_1 bir nokatda kesişýär we kesişme nokadynda deň ikä bölünýär.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Galan diagonallaryň kesişmegi we şu nokatda deň ikä bölünişi şoňa meňzeş subut edilýär.

Mesele. Depeleri bir tekizlikde ýatmaýan giňişlikdäki dörtburçlugyň taraplarynyň ortalary parallelogramyň depeleri bolýandygyny subut ediň.

Subudy. $ABCD$ – giňişlikdäki dörtburçluk we A_1, B_1, C_1 we D_1 dörtburçlugyň taraplarynyň ortalary bolsun *(8-nji surat)*. Onda A_1B_1 kesim – ABC üçburçlugyň AC tarapyna parallel orta çyzygy, C_1D_1 *bolsa* ACD üçburçlugyň AC tarapyna parallel orta çyzygy bolýar.

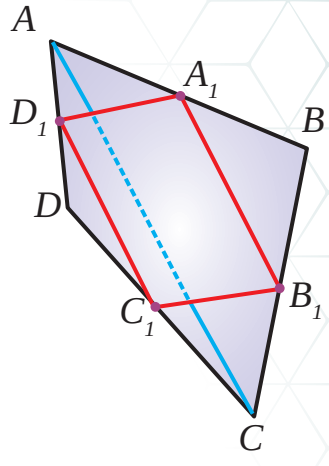
3.3-nji teorema görä, A_1B_1 we C_1D_1 göni çyzyklar parallel bolýar. Diýmek, olar bir tekizlikde ýatýar.

A_1D_1 we B_1C_1 göni çyzyklaryň parallelligi hem edil şeýle subut edilýär.

Şeýdip, $A_1B_1C_1D_1$ dörtburçluk bir tekizlikde ýatýar we onuň garşylykly taraplary parallel.

Diýmek, ol parallelogramdyr.

8



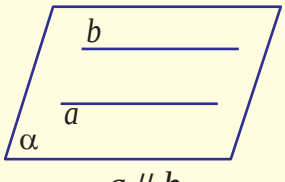
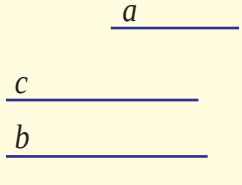
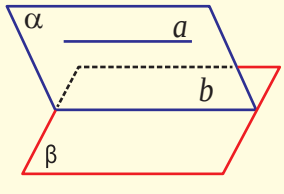
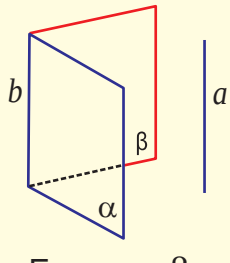
Tema degişli soraglar we ýumuşlar

1. *Parallel göni çyzyklaryň nähili häsiýetlerini bilýärsiňiz?*
2. *Göni çyzyklaryň parallellik nyşanyny aýdyň.*
3. *Parallelepipediň nähili häsiýetlerini bilýärsiňiz?*

Amaly gönükme we ulanma

11.1. Jedwelde 11-nji temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

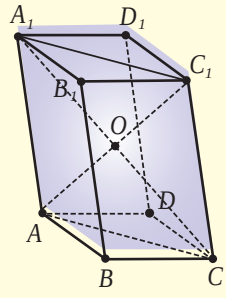
1. Parallel göni çyzyklar

Kesgitlemesi	Nyşanlary		
 $a \parallel b$, a we b göni çyzyklar bir tekizlikde ýatyp, özara kesişmese, *parallel göni çyzyklar* diýip atlandyrylýar.	 Eger $a \parallel b$, $a \parallel c$ bolsa, $b \parallel c$ bolýar.	 Eger $\alpha \cap \beta = b$, $a \subset \alpha$ we $a \parallel \beta$ bolsa, $b \parallel a$ bolýar.	 Eger $\alpha \cap \beta = b$, $a \parallel \alpha$ we $a \parallel \beta$ bolsa, $a \parallel b$ bolýar.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2. Parallelepipediň häsiýetleri



1-nji häsiýet. Esasynyň diagonallaryndan we gapdal gapyrgalaryndan düzülen dörtburçluk (AA_1C_1C) parallelogramdyr.
2-nji häsiýet. Garşylykly granlary özara deň ($AA_1B_1B = DD_1C_1C$).
3-nji häsiýet. Ähli diagonallary bir nokatda kesişýär we bu nokatda deň ikä bölünýär ($AO = OC_1$, $CO = OA_1$).

9

a)



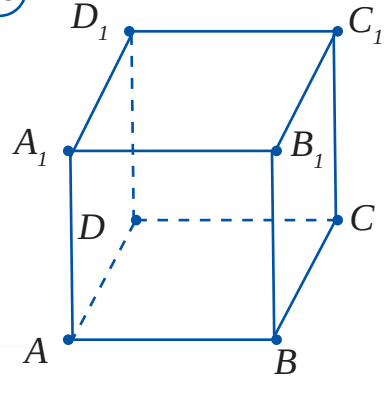
b)



c)



10



11.2. 9-njy suratda giňişlikde parallel göni çyzyklaryň tymsallaryny anyklaň.

11.3. 10-njy suratda şekillendirilen a) $ABCDA_1B_1C_1D_1$ parallelepipeddäki; b) $ABCA_1B_1C_1$ prizmadaky parallel gapyrgalaryň jübütlerini anyklaň.

11.4. Nähili piramidalarda parallel gapyrgalar bolýar?

11.5. Mälim bolşy ýaly, tekizlikde göni çyzyk parallel göni çyzyklardan birini kesip geçse, ikinjisini hem kesip geçýär. Bu häsiýet giňişlikde hem orunly bolarmy?

11.6. a we b göni çyzyklar c göni çyzyga parallel. a we b göni çyzyklar özara nähili ýerleşmegi mümkin?

11.7. 10-njy suratda şekillendirilen $ABCDA_1B_1C_1D_1$ parallelepipedde BC_1 we AD_1 diagonallar özara deň we paralleldigini subut ediň.

11.8. A depesi α tekizlikde ýatýan AB kesimden C nokat saýlanan. B we C nokatlardan geçirilen parallel göni çyzyklar α tekizligi degişlilikde B_1 we C_1 nokatlarda kesip geçýär. Eger: a) C nokat B kesimiň ortasy we $BB_1 = 14\ cm$; b) $AC : CB = 3 : 2$ we $BB_1 = 50\ cm$ bolsa, CC_1 kesimiň uzynlygyny tapyň.

11.9. Bir tekizlikde ýatmaýan $MNOP$ parallelogram we EK esasly $MNEK$ trapesiýa berlen.
1) PO we EK göni çyzyklaryň özara ýerleşişini anyklaň. 2) Trapesiýanyň esaslary $MN = 45\ cm$, $EK = 55\ cm$-e deň bolup, onuň içinden töwerek çyzmak mümkin. Trapesiýanyň perimetrini tapyň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

11.10. Aşakdaky häsiýetleriň haýsylary parallelepipede degişli? Dogry jogaplary bellik ediň.

A) Esasyň diagonallaryndan we gapdal gapyrgalardan düzülen dörtburçluk parallelogramdan ybarat.

B) Gapdal granlary esasyna perpendikulýar.

C) Esasyň diagonallaryndan we gapdal gapyrgalardan düzülen dörtburçluk parallelogramdan ybarat bolýar.

D) Ähli diagonallary bir nokatda kesişýär we bu nokatda deň ikä bölünýär.

E) Garşylykly gapyrgalary özara parallel.

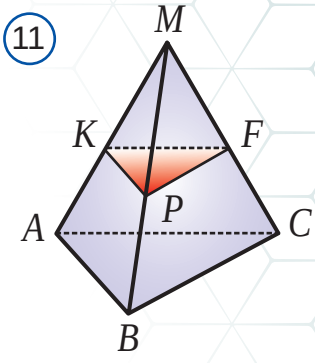
F) Hemme granlary gönüburçlukdan ybarat.

G) Garşylykly granlary özara deň.

H) Gapyrgalary özara atanaklaýyn.

J) Gapyrgalary arasynda özara atanaklaýynlary hem bar.

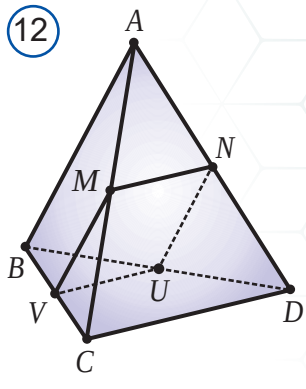
11



11.11. Giňişlikde bir göni çyzyga perpendikulýar bolan göni çyzyklar özara parallel bolarmy?

11.12. 11-nji suratda M nokat ABC üçburçlugyň daşky ýaýlasynda ýatyr. MA, MB, MC kesimleriň ortalary degişlilikde K, F, P nokatlar bilen belgilenen. 1) KP; 2) PF; 3) KF; 4) KM; 5) PM; 6) FM; 7) AB; 8) BC; 9) AC göni çyzyklardan haýsylary özara papallel?

12



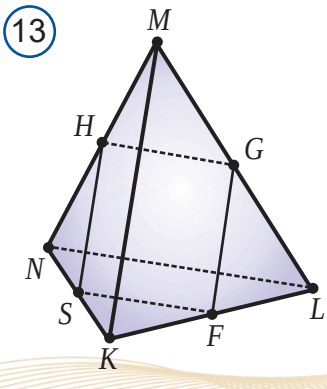
11.13. Aşakdaky jümleleri okaň. Jümle dogry bolsa «+», nädogry bolsa «–» belgisini ýanyndaky gözenege goýuň.

1	Giňişlikde göni çyzyga onda ýatmadyk nokatdan oňa parallel ençeme göni çyzyklary geçirmek mümkin.	
2	Üçünji göni çyzyga parallel iki göni çyzyk özara kesişýär.	
3	Eger iki göni çyzyk tekizlikde ýatsa, olar kesişýär.	
4	Göni çyzyk we onda ýatmadyk nokatdan geçýän iki tekizlik geçirmek mümkin.	
5	Giňişligiň tekizlikde ýatmadyk nokadyndan bu tekizligi kesýän ençeme göni çyzyklary geçirmek mümkin.	

11.14. M, N, U, V nokatlar – $ABCD$ piramidanyň degişlilikde AC, AD, BD we BC gapyrgalarynyň ortalary *(12-nji surat)*. Eger $AB = 20\ cm$, $CD = 30\ cm$ bolsa, $MNUV$ dörtburçlugyň perimetrini tapyň.

11.15. H, G, F, S nokatlar – $KLMN$ üçburçly piramidanyň degişlilikde MN, ML, LK we KN gapyrgalarynyň ortalary *(13-nji surat)*. Eger $LK = 18\ mm$, $MN = 22\ mm$ bolsa, $HGFS$ dörtburçlugyň perimetrini tapyň.

13



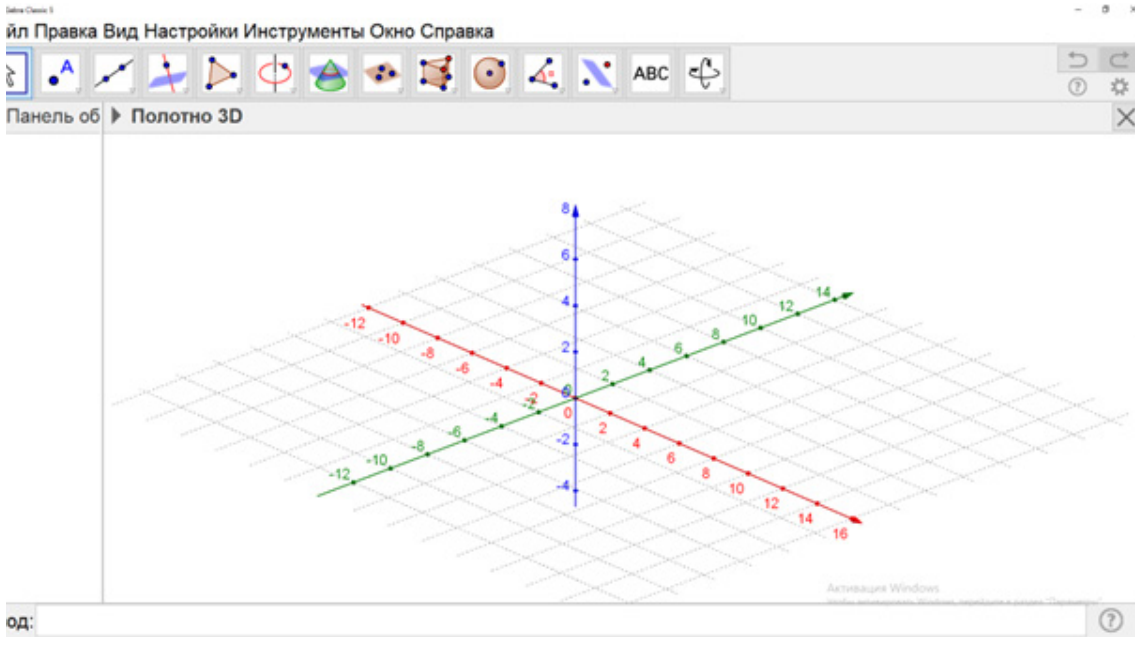
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

«GeoGebra»ny ulanyp

3D kalkulýatorynyň kömeginde dürli tekizlikleri gurmak

	3D kalkulýatory enjamlar panelindäki **«Плоскость через три точки»** (Üç nokat arkaly tekizlik) serişdesiniň üstüne syçanyň çep düwmesi basylsa, täze aýnada onuň başga ýene 3 mümkinçiligi: • **«Плоскость»** (Tekizlik), • **«Перпендикулярная плоскость»** (Perpendikulýar tekizlik); • **«Параллельная плоскость»** (Parallel tekizlik) açylýar.



Bu enjamlar aşakdaky wezipeleri ýerine ýetirýär:

	**«Плоскость»** (Tekizlik) kömeginde tekizlik gurulýar.
	**«Перпендикулярная плоскость»** (Perpendikulýar tekizlik) kömeginde perpendikulýar tekizlik gurulýar.
	**«Параллельная плоскость»** (Parallel tekizlik) kömeginde parallel tekizlik gurulýar.

Özbaşdak ýerine ýetirmek üçin ýumuşlar

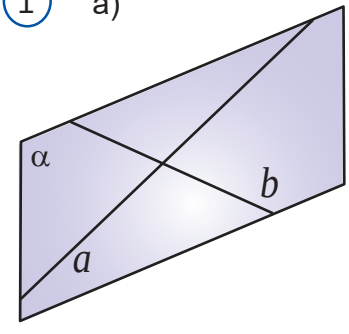
1. Erkin üç nokat belgiläň. Olar arkaly geçýän tekizlik guruň.
2. Käbir tekizlik guruň, soň oňa perpendikulýar tekizlik guruň.
3. Käbir tekizlik guruň, soň oňa parallel tekizlik guruň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

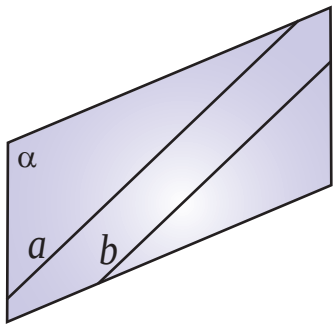
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

12 ATANAKLAÝYN GÖNI ÇYZYKLAR

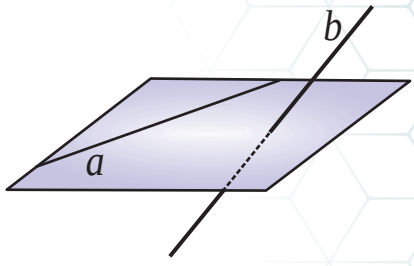
1 a)



b)



c)



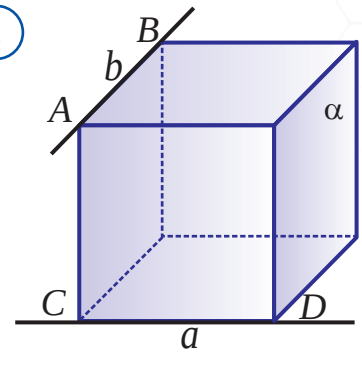
Eger giňişlikde iki göni çyzyk özara kesişse ýa-da özara parallel bolsa, olar bir tekizlikde ýatýar (*1-nji a, b suratlar).*

Giňişlikde bir tekizlikde ýatmaýan göni çyzyklar *atanaklaýyn göni çyzyklar* diýip atlandyrylýar *(1-nji c surat)*. a we b göni çyzyklaryň atanaklaýynlygy $a \div b$ ýaly aňladylýar.

Atanaklaýyn göni çyzyklarda ýatýan kesimleri *atanaklaýyn kesimler* diýip atlandyrýarys. 2-nji suratda kubuň AB we CD atanaklaýyn gapyrgalary görkezilen.

Atanaklaýyn göni çyzyklary aşakdaky nyşana görä tanap almak mümkin:

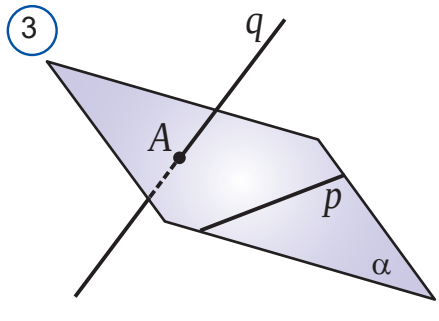
2



Teorema 3.4. ***Eger iki göni çyzykdan biri käbir tekizlikde ýatsa, ikinjisi bolsa bu tekizligi birinji göni çyzykda ýatmadyk nokatda kesip geçse, onda bu göni çyzyklar atanaklaýyn bolýar.***

Subudy. Aýdaly, p göni çyzyk α tekizlikde ýatsyn. q göni çyzyk bolsa bu tekizligi p göni çyzyga degişli bolmadyk A nokatda kesip geçsin *(3-nji surat)*. p we q göni çyzyklaryň atanaklaýyndygyny subut edýäris.

3

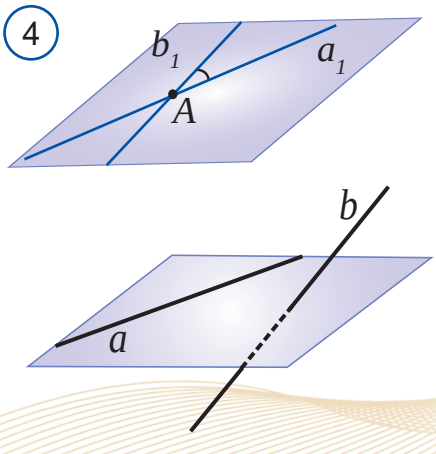


Tersini çak edýäris: p we q göni çyzyklar käbir β tekizlikde ýatsyn. Onda β tekizlige p göni çyzyk we A nokat degişli bolýar. Öz gezeginde A nokat α tekizlige hem degişli. Diýmek, α we β tekizlikler gabat gelýär. Netijede şerte görä, α tekizlige degişli bolmadyk q göni çyzyk bu tekizlige degişli bolup galdy. Gapma-garşylyk çakymyzyň nädogrudygyny görkezýär.

Atanaklaýyn göni çyzyklaryň arasyndaky burç diýip bu göni çyzyklara parallel bolan kesişýän göni çyzyklaryň arasyndaky burça aýdylýar.

Amalda a we b atanaklaýyn göni çyzyklaryň arasyndaky burçy tapmak üçin *(4-nji surat)*:

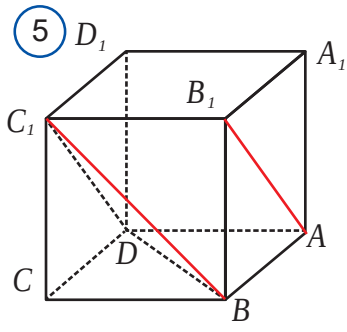
4



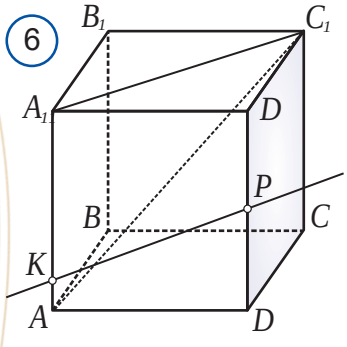
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5



6



1) käbir A nokat saýlanýar;

2) A nokatdan atanaklaýyn göni çyzyklara parallel a_1 we b_1 göni çyzyklar geçirilýär;

3) bu göni çyzyklaryň arasyndaky burç ölçenýär.

Bu algoritmiň netijesi – A nokada bagly dälligi barada oýlap görüň.

Mesele. Kubuň goňşy granlarynyň atanaklaýyn diagonallarynyň arasyndaky burçy tapyň.

Çözülişi. Şerte görä, $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – kub goňşy ABA_1B_1 we CBC_1B_1 granlarynyň AB_1 we C_1B diagonallarynyň arasyndaky burçy tapmaly *(5-nji surat)*.

AB_1 -e parallel bolan DC_1 diagonaly geçiýäris. Onda kesgitlemä görä, AB_1 we BC_1 diagonallarynyň arasyndaky burç – DC_1 we C_1B diagonallaryň arasyndaky DC_1B burça deň bolýar.

DC_1B – deň taraply üçburçluk.

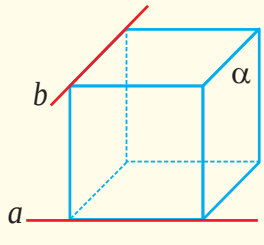
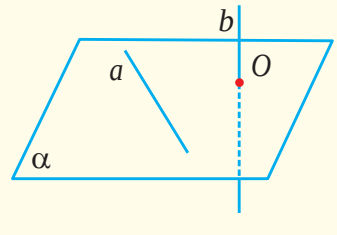
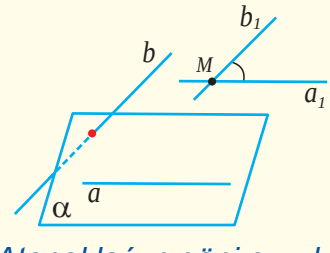
Diýmek, $DC_1B = 60^o$.

Tema degişli soraglar we ýumuşlar

1. *Göni çyzyklaryň atanaklaýynlyk nyşanyny aýdyň.*
2. *Göni çyzyklaryň arasyndaky burç nähili anyklanýar?*
3. *Atanaklaýyn göni çyzyklar parallel bolmagy mümkinmi?*
4. *Atanaklaýyn göni çyzyklaryň arasyndaky burç nähili anyklanýar?*
5. *Giňişlikde göni çyzyklar özara nähili ýerleşmegi mümkin?*
6. *Giňişlikde özara kesişmeýän göni çyzyklar hemişe hem parallel bolarmy?*

Amaly gönükme we ulanma

12.1. Jedwelde 12-nji temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

1. Atanaklaýyn göni çyzyklar		
Kesgitlemesi	**Nyşany**	**Arasyndaky burç**
 Bir tekizlikde ýatmaýan göni çyzyklar *atanaklaýyn göni çyzyklar* diýip atlandyrylýar we $a \div b$ ýaly aňladylýar.	 Eger $a \subset \alpha$, $\alpha \cap b = O$, $O \notin a$ bolsa, $a \div b$ bolýar.	 *Atanaklaýyn göni çyzyklaryň arasyndaky burç* diýip olara parallel bolan, kesişýän göni çyzyklaryň arasyndaky burça aýdylýar.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

12.2. 6-njy suratda $ABCDA_1B_1C_1D_1$ gönüburçly parallelepiped we onuň AA_1 we DD_1 gapyrgalaryndaky degişlilikde K we P nokatlar şekillendirilen. Jedwelde getirilen göni çyzyklaryň özara ýerleşişinden ugur alyp, jedweliň laýyk gözeneklerine degişli belgi ($\otimes$ – kesişme we $\div$ – atanaklaýynlyk) goýlan. Jedweldäki ýalňyşlary tapyň.

	AB	BB_1	A_1D_1
KP	$\otimes$	$\div$	$\otimes$
C_1A_1	$\div$	$\div$	$\otimes$
C_1B	$\otimes$	$\otimes$	$\div$

12.3. a we b göni çyzyklar bir tekizlikde ýatýar. Bu göni çyzyklaryň mümkin bolan özara ýerleşişlerini görkeziň.

A) parallel B) kesişýär C) kesişmeýär

D) atanaklaýyn E) perpendikulýar

12.4. a) $ABCDA_1B_1C_1D_1$ parallelepiped; b) $ABCA_1B_1C_1$ prizma; d) $ABCD$ tetraedr; e) $SABCD$ piramidany çyzyň we ondaky atanaklaýyn gapyrgalaryň jübütlerini anyklaň.

12.5. a göni çyzyk b göni çyzyga, b göni çyzyk bolsa c göni çyzyga atanaklaýyn bolsa, a göni çyzyk c göni çyzyga atanaklaýyn bolarmy?

12.6. 7-nji suratdaky atanaklaýyn göni çyzyklar tymsallaryny tapyň.

12.7. 8-nji suratda şekillendirilen EF we GH kesimleriň özara ýerleşişi nähili?

12.8. 9-njy suratda şekillendirilen EH we FG kesimler özara kesişýärmi?

12.9. K, Z, M, N nokatlar – degişlilikde $SABC$ üçburçly dogry piramidanyň SA, AC, BC, SB gapyrgalarynyň ortalary. Eger piramidanyň gapdal gapyrgalary b, esasynyň tarapy a-ga deň bolsa, $KZMN$ dörtburçlugyň perimetrini tapyň.

12.10. 10-njy suratdaky $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubda aşakdaky göni çyzyklaryň arasyndaky burçlary tapyň: a) DC we BC; b) AB we BB_1; c) AA_1 we D_1C; d) AA_1 we D_1C_1; e) A_1C_1 we AC; f) AB we B_1D_1.

12.11. XU we VT göni çyzyklar parallel, XY we VT göni çyzyklar bolsa atanaklaýyn. Eger: a) $\angle YXU = 40^\circ$; b) $\angle YXU = 135^\circ$; c) $\angle YXU = 90^\circ$ bolsa, XY we VT göni çyzyklaryň arasyndaky burçy tapyň.

12.12. l göni çyzyk $ABCD$ parallelogramyň BC tarapyna parallel we onuň tekizliginde ýatmaýar. l we CD göni çyzyklar atanaklaýyndygyny subut ediň. Eger parallelogramyň burçlaryndan biri: a) 58°; b) 133° bolsa, l we CD göni çyzyklaryň arasyndaky burçy tapyň.

7

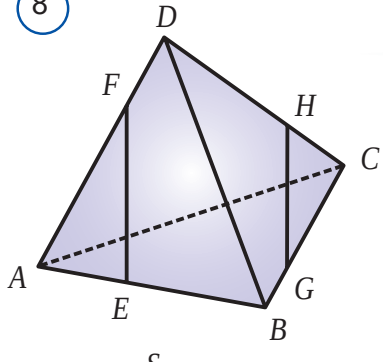
a)



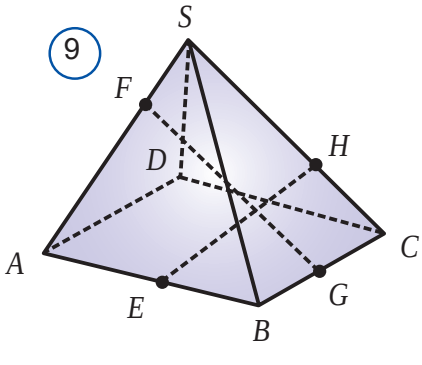
b)



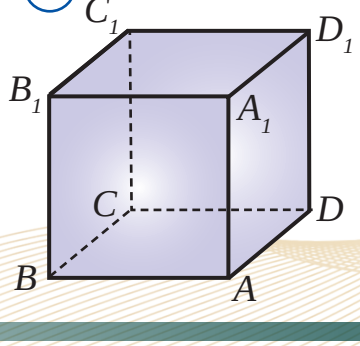
8



9



10



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

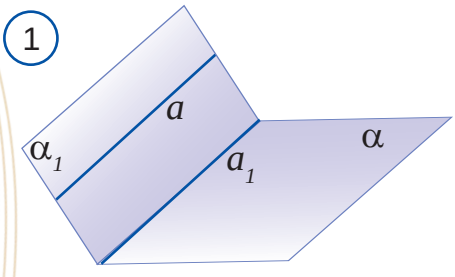
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

13 GIŇIŞLIKDE GÖNI ÇYZYKLARYŇ WE TEKIZLIKLERIŇ ÖZARA ÝERLEŞIŞLERI

Eger göni çyzyk bilen tekizlik kesişmese, *göni çyzyk we tekizlik parallel* diýilýär. Göni çyzyk bilen tekizligiň parallelligi aşakdaky nyşan arkaly anyklanýar.

3.5-nji teorema ***Eger tekizlikde ýatmadyk göni çyzyk şu tekizlikdäki käbir göni çyzyga parallel bolsa, bu göni çyzyk tekizligiň özüne-de parallel bolýar.***

1



Subudy. Aýdaly, α – tekizlik, a – onda ýatmadyk göni çyzyk, a_1 bolsa α tekizlikde ýatýan we a-a parallel göni çyzyk bolsun.

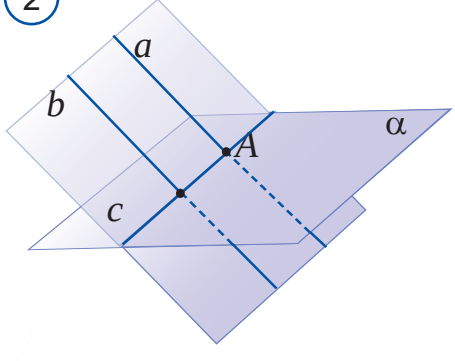
a we A_1 göni çyzyklar arkaly a_1 tekizligi geçirýäris *(1-nji surat)*. Görnüşi ýaly, α we α_1 tekizlikler a_1 göni çyzyk boýunça kesişýär.

Eger a göni çyzyk α tekizligi kesip geçse, onda kesişme nokady a_1 göni çyzyga degişli bolardy. Emma bonuň alajy ýok, çünki a we a_1 göni çyzyklar özara parallel. Şeýlelikde, a göni çyzyk α tekizligi kesip geçip bilmeýär.

Diýmek, a göni çyzyk α tekizlige parallel.

Mesele. Eger tekizlik iki parallel göni çyzykdan birini kesip geçse, ikinjisini hem kesip geçýändigini subut ediň.

2



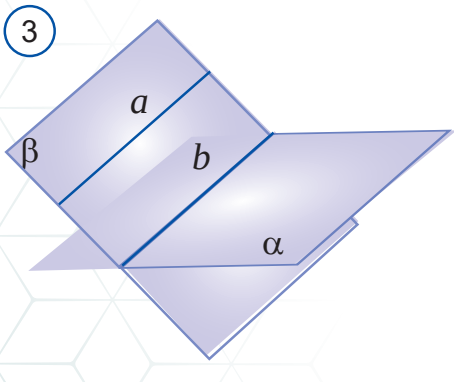
Subudy. a we b – iki parallel göni çyzyk, α bolsa a göni çyzygy A nokatda kesip geçýän tekizlik bolsun *(2-nji surat)*.

a we b göni çyzyklardan tekizlik geçirýäris. Ol α tekizligi käbir c göni çyzyk boýunça kesýär. c göni çyzyk a göni çyzygy A nokatda kesip geçýär.

Diýmek, oňa parallel bolan b göni çyzygy hem kesip geçýär. c göni çyzyk α tekizlikde ýatýany üçin α tekizlik b göni çyzygy hem kesip geçýär.

Teorema 3.6. ***Eger bir tekizlik ikinji tekizlige parallel bolan göni çyzykdan geçse, bu tekizlikleriň kesişme göni çyzygy hem berlen göni çyzyga parallel bolýar.***

3



Subudy. Aýdaly, a göni çyzyk α tekizlige parallel we β tekizlikde ýatsyn. b göni çyzyk bolsa α we β tekizlikleriň kesişme çyzygy bolsun (3-nji surat). Onda a we b göni çyzyklar β tekizlikde ýatýar we özara kesişmeýär. Tersine bolanda a göni çyzyk β tekizligi kesip geçerdi.

Diýmek, a we b göni çyzyklar özara parallel.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Tema degişli soraglar we ýumuşlar

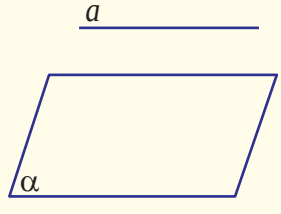
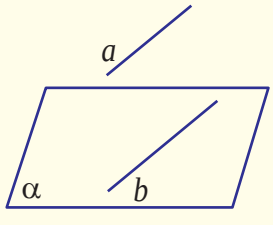
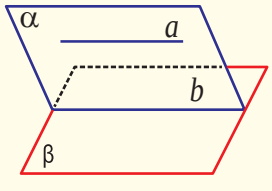
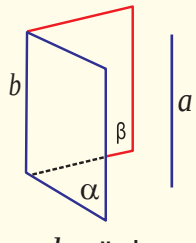
1. *Göni çyzyk we tekizlik giňişlikde özara nähili ýerleşmegi mümkin?*
2. *Göni çyzyk we tekizlik haçan parallel bolýar?*
3. *Göni çyzygyň tekizlige parallellik nyşanyny aýdyň.*
4. *Giňişlikde göni çyzyklaryň we tekizlikleriň ýerleşişi bilen bagly nähili häsiýetleri bilýärsiňiz?*

Amaly gönükme we ulanma

13.1. Jedwelde 13-nji temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

a göni çyzyk we α tekizlik	köp umumy nokatlara eýe.	göni çyzyk tekizlikde ýatýar: $a \subset \alpha$.
	bir sany umumy nokada eýe.	göni çyzyk tekizligi kesýär: $a \otimes \alpha$.
	umumy nokada eýe däl.	göni çyzyk tekizlige parallel: $a \parallel \alpha$.

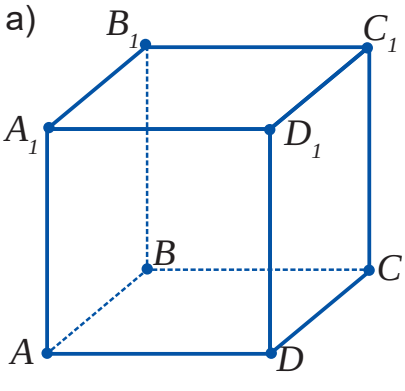
Göni çyzyklaryň we tekizlikleriň parallelligi

Kesgitlemesi	Nyşanlary	Häsiýetleri	
			
Eger a göni çyzyk α tekizlik bilen umumy nokada eýe bolmasa, *göni çyzyk we tekizlik parallel* diýilýär we $a \parallel \alpha$ ýaly aňladylýar.	Eger a göni çyzyk α tekizlikde ýatmasa we $a \parallel b$, $b \subset \alpha$ bolsa, onda $a \parallel \alpha$ bolýar.	Eger b göni çyzyk α we β *tekizlikler kesişme çyzygy*, $a \subset \alpha$ we $a \parallel \beta$ bolsa, onda $b \parallel a$ bolýar.	Eger b göni çyzyk α we β *tekizlikler kesişme çyzygy*, $a \parallel \alpha$ we $a \parallel \beta$ bolsa, $a \parallel b$ bolýar.

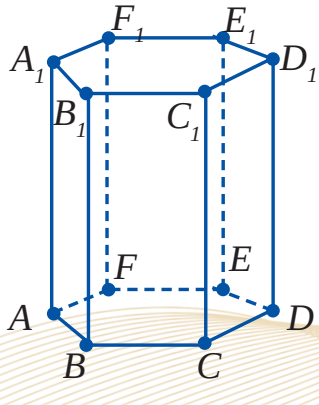
13.2. Surata seredip a) $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubuň; b) $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ dogry altyburçly prizmanyň bir-birine parallel bolan gapyrgalaryny we granlaryny anyklaň *(4-nji surat)*.

4

a)



b)



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5



13.3. 5-nji suratda kombaýn görkezilen. Onuň ekin meýdanyna (tekizligine) görä haýsy böleklerиniň paralleldigini anyklaň.

13.4. 6-njy suratda görkezilen neçjarlaryň guraly – reýsmusyň kömeginde agaç tagtanyň haýsy granyna görä parallel göni çyzyk çyzylýandygyny anyklaň.

13.5. Aşakdaky jümleleri okaň. Jümle dogry bolsa «+», nädogry bolsa, «–» belgisini ýanyndaky gözenege goýuň.

1	Eger tekizlikde ýatmadyk göni çyzyk şu tekizlikdäki käbir göni çyzyga parallel bolsa, bu göni çyzyk tekizligiň özüne-de parallel bolýar.	
2	Bir sany tekizlige parallel göni çyzyklar özara parallel bolýar.	
3	Tekizlige parallel göni çyzyk bu tekizlikde ýatýan islendik göni çyzyga hem parallel bolýar.	
4	Eger bir tekizlik ikinji tekizlige parallel bolan göni çyzykdan geçse, bu tekizlikleriň kesişme göni çyzygy hem berlen göni çyzyga parallel bolýar.	
5	Eger göni çyzyk bilen tekizlik kesişmese, göni çyzyk we tekizlik *parallel* diýilýär.	
6	Arasyndaky burç 90° -a deň göni çyzyklar perpendikulýar göni çyzyklar diýip atlandyrylýar.	
7	Atanaklaýyn göni çyzyklaryň arasyndaky burç diýip bu göni çyzyklara parallel bolan kesişýän göni çyzyklaryň arasyndaky burça aýdylýar.	

6

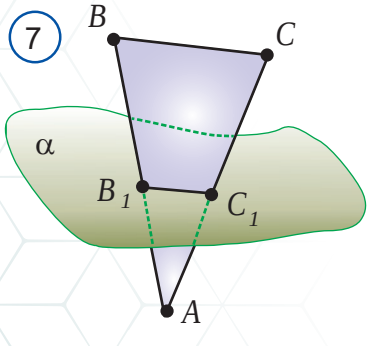


13.6. A we C nokatlar α tekizlikde ýatýar. B we D nokatlar β tekizlikde ýatýar. AC, CD, BD, AB, BC we AD göni çyzyklardan haýsylary β tekizligi kesip geçýär?

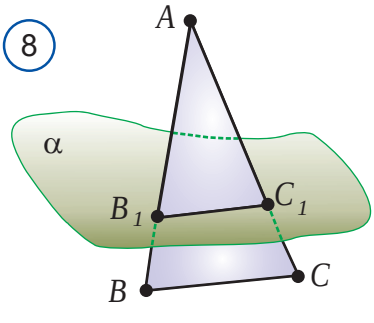
13.7. ABC üçburçluk α tekizligi B_1 we C_1 nokatlarda kesip geçýär *(7-nji surat)*. Eger $AB_1 : BB_1 = 2 : 3$, $BC = 15\ cm$, $BC \parallel B_1C_1$ bolsa, B_1C_1 kesimiň uzynlygyny tapyň.

13.8. α tekizlik ABC üçburçlugyň AB we AC taraplaryny B_1 we C_1 nokatlarda kesip geçýär *(8-nji surat)*. Eger $AB_1 : BB_1 = 3 : 1$, $B_1C_1 = 12\ cm$, $BC \parallel \alpha$ bolsa, BC kesimiň uzynlygyny tapyň.

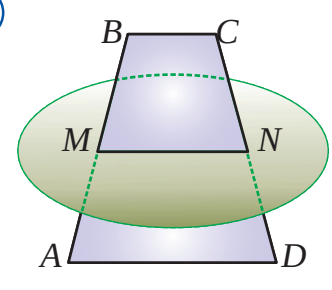
7



8



9



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

13.9. α tekizlik $ABCD$ trapesiýany onuň AD esasyna parallel we gapdal taraplarynyň ortasy M we N nokatlarda kesip geçýär *(9-njy surat)*. Eger $AD = 17\ cm$, $BC = 9\ cm$ bolsa, MN kesimiň uzynlygyny tapyň.

13.10. Tekizlige onda ýatmadyk nokatdan näçe parallel göni çyzyk geçirmek mümkin?

13.11. a göni çyzyk α tekizlige parallel. Dogry tassyklamalary tapyň.

A) a göni çyzyk α tekizligiň diňe bir sany göni çyzygyna parallel bolýar.

B) a göni çyzyk α tekizligiň bir sany göni çyzygyndan başga ähli göni çyzyklaryna atanaklaýyn bolýar.

C) α tekizlikde a göni çyzyga parallel we atanaklaýyn bolan ençeme göni çyzyklar tapylýar.

D) α tekizlikde diňe bir sany a göni çyzyga parallel we bu tekizligiň islendik nokadyndan geçýän göni çyzyk bar.

13.12. A, B, C, D nokatlar bir tekizlikde ýatmaýar. M, N, K, Z nokatlar degişlilikde AD, BD, BC, AC kesimleriň ortalary. Eger $CD=AB$ bolsa, MK we NZ göni çyzyklaryň perpendikulýarlygyny subut ediň.

13.13. $ABCD$ parallelogramyň AB we BC taraplary α tekizligi kesip geçýär. AD we DC göni çyzyklar hem α tekizligi kesip geçýändigini subut ediň.

13.14. ABC we ABD üçburçluklar bir tekizlikde ýatmaýar. CD göni çyzyga parallel bolan islendik göni çyzygyň bu üçburçluklar tekizligini kesip geçýändigini subut ediň.

13.15. Berlen iki göni çyzygy kesip geçýän göni çyzyklaryň bir tekizlikde ýatýandygyny subut ediň.

13.16. $ABCD$ kwadratyň C depesi arkaly kwadratyň tekizliginde ýatmadyk CK göni çyzyk geçýär:

a) CK we AD atanaklaýyndygyny subut ediň;

b) CK we AD arasyndaky burçy tapyň.

13.17. Telekeçi alýuminiýden 10-njy suratda şekillendirilen merdiwany öndürýär. Merdiwany her birinde 7 basgançak bolan, bir-birine berkidilen iki bölekden ybarat.

1) Merdiwanyň haýsy bölekleriniň özara paralleldigini we haýsylary özara atanaklaýyndygyny anyklaň.

2) Eger merdiwanyň giňligi 0,5 m, beýikligi giňliginden 3,5 esse uzyndygy mälim bolsa, bir sany merdiwany taýýarlamak üçin näçe m turba gerek bolar?

3) 1 m alýuminiý turbanyň bahasy 20 000 som bolsa, bir sany merdiwan taýýarlamak üçin näçe somluk alýuminiý turba gerek bolar?

Iň soňky filosofiýa mekdebi – Isgenderiýa mekdebi dünýä miladydan öňki 300-nji ýyllarda ýaşan meşhur alym Ýewklidi beripdir. Geometriýanyň aksiomatik gurluşy birinji gezek Ýewklidiň «Esaslar» eseriniň on üçünji kitabynda hödürlenipdir. Takmynan iki müň ýylyň dowamynda bu iş geometriýanyň ulgamly kursuny öwrenmek üçin esas bolup galýar. Rowaýatlara görä, korol Ptolemeý Ýewklidden geometriýany öwrenmegiň «Esaslar»daka seredende gysgarak we aňsatrak usulyny tapmak mümkin dälmi, diýip sorapdyr. Ýewklid oňa: «Geometriýada korollyk ýoly ýok», diýip jogap beripdir.

10



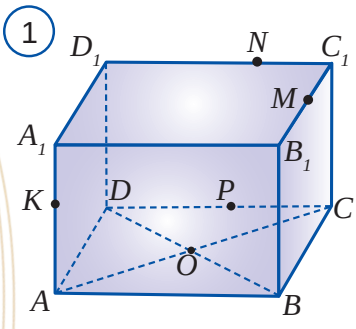
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ÖZÜŇIZI SYNAŇ

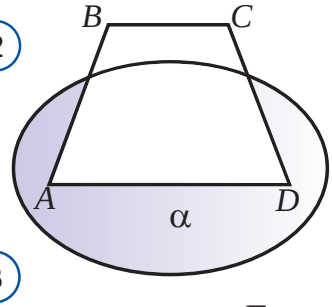
1. 1-nji suratda $ABCDA_1B_1C_1D_1$ gönüburçly parallelepiped we onuň B_1C_1, C_1D_1, CD we AA_1 gapyrgalarynyň ortalary – degişlilikde M, N, P, K nokatlar şekillendirilen. O nokat – $ABCD$ esas merkezi. Jedwelde getirilen göni çyzyklaryň özara ýerleşişini suratdan anyklap, jedweliň degişli gözenegine degişli belgini ($\otimes$ – kesişme, // – parallelllik we $\div$ – atanaklaýynlyk) ýazyň.

1

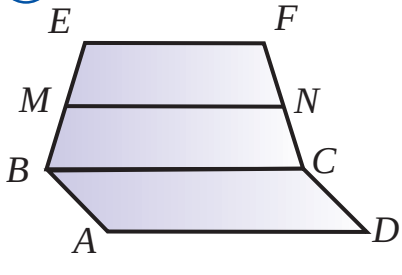


Göni çyzyklar	MN	NP	C_1O	NO
AA_1				
BC_1				
BD				
AC				

2



3



2. A, B, C, D nokatlar bir tekizlikde ýatýar. AB we CD göni çyzyklar barada näme diýmek mümkin?

A) parallel bolýar B) kesişýär C) atanaklaýyn bolýar

3. $ABCD$ dörtburçlugyň AD tarapy arkaly tekizlik geçirilen *(2-nji surat)*. Eger $\angle BCA = \angle CAD$ bolsa, BC tarap α tekizlige parallelidigini subut ediň.

4. $ABCD$ kwadrat we $BEFC$ trapesiýa *(3-nji surat)* bir tekizlikde ýatmaýar. M we N nokatlar – degişlilikde BE we FC kesimleriň ortasy. 1) MN -nyň AD -a parallelidigini subut ediň.

2) Eger $AD = 10\ cm$, $EF = 6\ cm$ bolsa, MN-ny tapyň.

5. $ABCD$ parallelogramyň AD tarapynda A_1 nokat şeýle saýlanýar, ýagny $DA_1 = 4\ cm$. AC diagonala parallel tekizlik A_1 nokatdan geçýär we CD tarapyny C_1 nokatda kesip geçýär.

1) C_1DA_1 we ABC üçburçluklaryň meňzeşligini subut ediň.

2) Eger $BC = 10\ cm$, $A_1C_1 = 6\ cm$ bolsa, AC-ny tapyň.

6. α tekizlik BAC burçuň taraplaryny A_1 we B_1 nokatlarda, oňa parallel β tekizlik bolsa A_2 we B_2 nokatlarda kesýär. $A_1B_1 = 18$, $AA_1 = 24$, $AA_2 = \frac{1}{2}A_1A_2$ bolsa, A_2B_2 we AA_2 -ni tapyň.

7. FA göni çyzyk $ABCD$ parallelogramyň depesinden geçýär we parallelogramyň tekizliginde ýatmaýar.

1) FA we CD atanaklaýyndygyny subut ediň.

2) FAB burçy 30° bolsa, FA we CD göni çyzyklaryň arasyndaky burçy tapyň.

8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubunyň gapyrgasy a-a deň. AD_1 göni çyzykdan we BC kesimiň ortasyndan geçýän tekizlik bilen kub kesende emele gelýän kesigini guruň. Kesigiň meýdanyny tapyň.

9. Dogry dörtburçly piramidanyň gapdal gapyrgasy 8 cm bolup, esas tekizligi bilen 30°-ly burç emele getirýär. Piramidanyň beýikligini we gapdal üstüniň meýdanyny tapyň.

10. A, B, C we D nokatlar bir tekizlikde ýatmaýar. Eger AB we BC kesimleriň ortalarynyň arasyndaky aralyk 6-a deň we $AC = 16$, $BD = 20$ bolsa, AC we BD göni çyzyklaryň arasyndaky burçy tapyň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

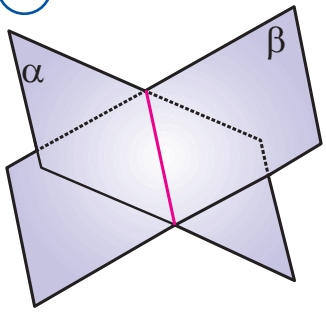
14 GIŇIŞLIKDE TEKIZLIKLERIŇ ÖZARA YERLEŞIŞLERI

Iki tekizlik ýa-da umumy nokada eýe, ýa-da umumy nokada eýe bolmazlygy mümkin. Birinji ýagdaýda S_3 aksioma görä, bu tekizlikler umumy göni çyzyga hem eýe bolýar, ýagny göni çyzyk boýunça kesişýär *(1-nji surat)*. Ikinji ýagdaýda tekizlikler kesişmeýär *(2-nji surat)*.

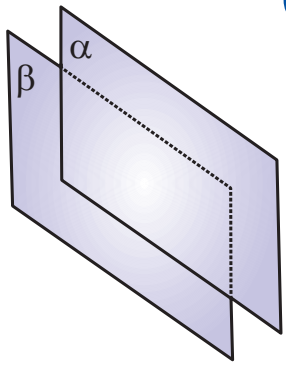
Kesişmeýän tekizlikler *parallel tekizlikler* diýip atlandyrylýar. Parallel tekizlikler barada otagyň poly we petigi, garşylykly diwarlary düşünje bermegi mümkin *(3-nji surat)*.

Iki tekizligiň parallelligi aşakdaky nyşan arkaly anyklanýar.

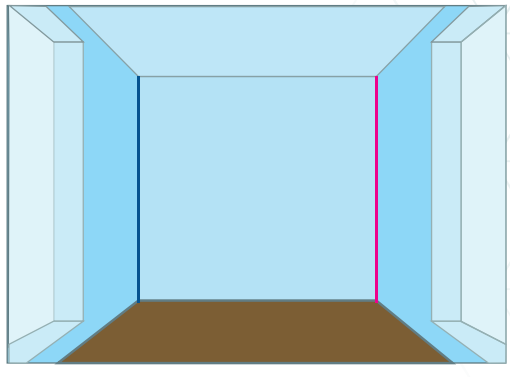
1



2



3



Teorema 3.7. ***Eger bir tekizlikdäki kesişýän iki göni çyzyk ikinji tekizlikdäki iki göni çyzyga degişlilikde parallel bolsa, bu tekizlikler parallel bolýar.***

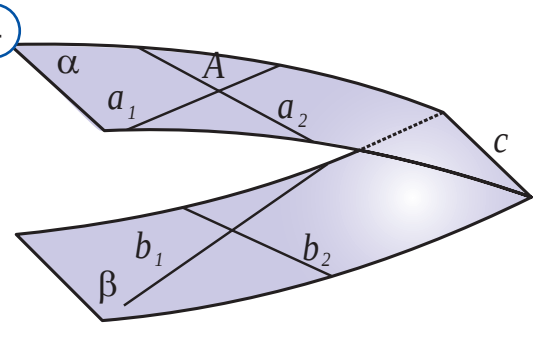
Subudy. Aýdaly, α we β – berlen tekizlikler, a we b – α tekizlikde ýatýan we A nokatda kesişýän göni çyzyklar, a_1 we b_1 bolsa β tekizlikde ýatýan we degişlilikde a we b göni çyzyklara parallel göni çyzyklar bolsun *(4-nji surat)*.

Çak edýäris, α we β tekizlikler özara parallel bolmasyn, ýagny nähilidir c göni çyzyk boýunça kesişsin. Onda 3.6-njy teorema görä, a_1 we a_2 göni çyzyklar degişlilikde b_1 we b_2 göni çyzyklara parallel bolup, β tekizlige hem parallel bolýar. Şonuň üçin olar bu tekizlikde ýatýan c göni çyzygy hem kesip geçmeýär.

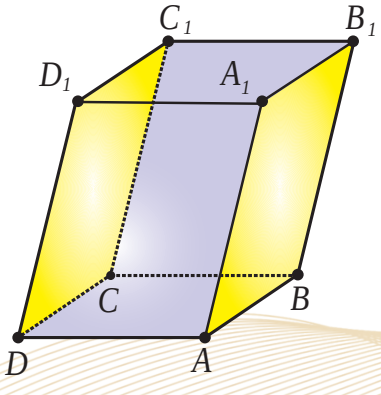
Şeýdip, α tekizlikde ýatýan A nokat arkaly c göni çyzyga parallel iki: a_1 we a_2 göni çyzyklar geçýär. Parallellik aksiomasyna görä, şeýle bolmagy mümkin däl. Gapma-garşylyk çakymyzyň nädogrudygyny görkezýär.

Parallelepipediň gapdal granlary *(5-nji surat)* parallel bolýandygyny şu teoremadan peýdalanyp özbaşdak subut ediň.

4



5

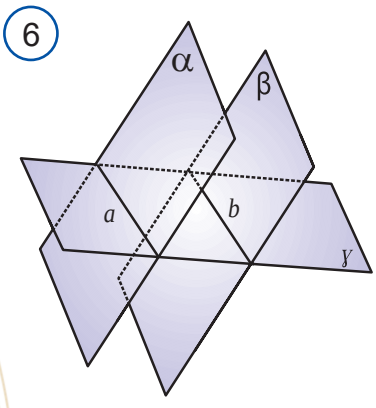


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Teorema 3.8. ***Iki parallel tekizligiň üçünji tekizlik bilen kesişme göni çyzyklary özara parallel bolýar.***

6

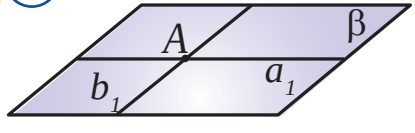


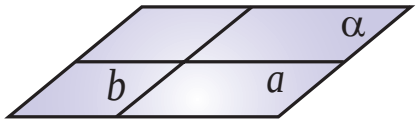
Subudy. Aýdaly, α we β parallel tekizlikler γ tekizligi degişlilikde a we b göni çyzyklar boýunça kesip geçsin *(6-njy surat)*. a we b göni çyzyklaryň paralleldigini subut edýäris.

Çak edýäris, a we b göni çyzyklar käbir Q nokatda kesişsin. Onda Q nokat α tekizlikde ýatýar, çünki a göni çyzyk α tekizlikde ýatýar. Şonuň ýaly-da, Q nokat β tekizlikde ýatýar, çünki b göni çyzyk β tekizlikde ýatýar. Netijede α we β tekizlikler umumy Q nokada eýe bolýar. Munuň bolsa şerte görä alajy ýok. Gapma-garşylyk çakymyzyň nädogrudygyny görkezýär.

Teorema 3.9. ***Berlen tekizlige ondan daşardaky nokatdan ýeke-täk parallel tekizlik geçirmek mümkin.***

7



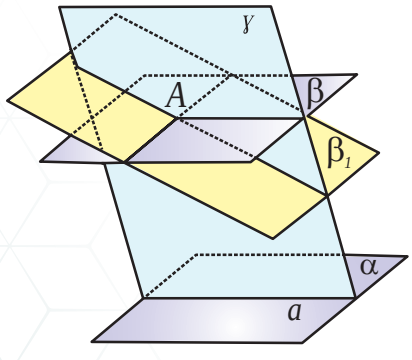


Subut. Berlen α tekizlikde kesişýän iki a, b göni çyzyklary geçirýäris. Berlen A nokatdan olara parallel a_1, b_1 göni çyzyklary geçirýäris *(7-nji surat)*.

a_1, b_1 göni çyzyklar arkaly β tekizlik geçirýäris. Bu tekizlik 3.7-nji teorema görä, α tekizlige parallel bolup, gözlenýän tekizlik bolýar.

Indi bu tekizligiň ýeke-täkligini görkezýäris. Çak edýäris, α tekizlige parallel ýene bir sany β_1 tekizlik bar bolsun *(8-nji surat)*. A nokatdan we a göni çyzykdan geçýän γ tekizligi geçirýäris. Bu tekizlik β tekizligi a_1 göni çyzyk boýunça, β_1 tekizligi a_2 göni çyzyk boýunça kesip geçýär. a_1, a_2 göni çyzyklar 3.6-njy teorema görä a göni çyzyga parallel bolýar. Ýöne şeýle bolmagy mümkin däl, çünki tekizlikde onda ýatmadyk nokatdan diňe bir sany parallel göni çyzyk geçirmek mümkin. Gapma-garşylyk çakymyzyň nädogrudygyny görkezýär.

8



Teorema 3.10. ***Üçünji tekizlige parallel iki tekizlik özara parallel bolýar.***

Bu teoremany özbaşdak subut ediň.

Teorema 3.11. ***Parallel tekizlikler arasyndaky parallel göni çyzyklar kesimleri deňdir.***

Subut. Aýdaly, α we β tekizlikler k we l göni çyzyklardan AC we BD kesimleri bolsun *(9-njy surat)*. Bu kesimleriň deňligini görkezýäris.

k we l göni çyzyklardan geçýän γ tekizlik parallel tekizlikleri AC we BD göni çyzyklar boýunça kesip geçýär. Netijede garşylykly taraplary parallel bolan $ABCD$ dörtburçluga, ýagny parallelograma eýe bolarys. Parallelogramyň garşylykly taraplary özara deň bolýar. Hususan-da, $AB = CD$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

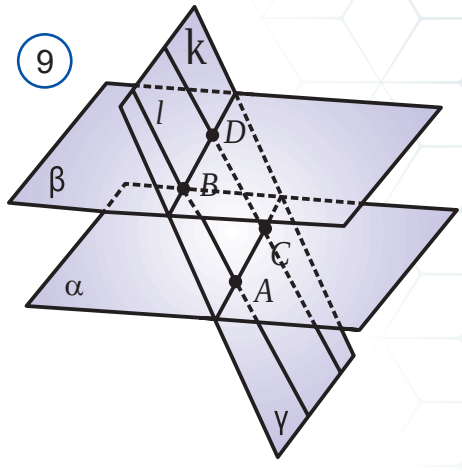
Teorema 3.12. ***Üç parallel tekizlikleriň arasyndaky islendik göni çyzyklaryň kesimleri özara proporsional bolýar.***

Bu teoremany hem özbaşdak subut ediň.

Tema degişli soraglar we ýumuşlar

1. *Tekizlikler giňişlikde nähili ýerleşmegi mümkin?*
2. *Parallel tekizlikler diýip nähili tekizliklere aýdylýar?*
3. *Tekizlikleriň parallellik nyşanyny aýdyň.*
4. *Giňişlikde tekizlikleriň ýerleşişi bilen bagly nähili häsiýetleri bilýärsiňiz?*
5. *Parallelepipediň gapdal granlary parallel bolýandygyny esaslandyryň.*

9

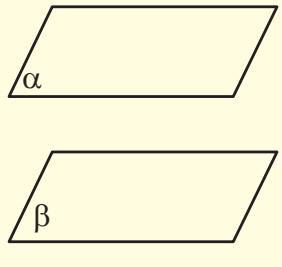
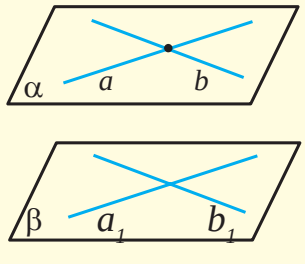
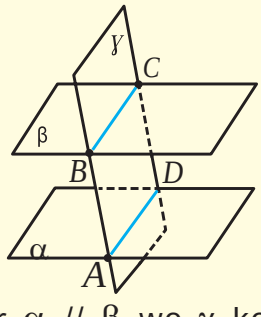


Amaly gönükme we ulanma

14.1. Jedwelde 14-nji temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

α we β tekizlikler	Umumy nokada eýe.	Kesişýär	$\alpha \otimes \beta$
	Umumy nokada eýe däl.	Parallel	$\alpha \parallel \beta$

Tekizlikleriň parallelligi

Kesgitlemesi	Nyşany	Häsiýeti
 Kesişmeýän α we β tekizlikler *parallel tekizlikler* diýip atlandyrylýar we $a \parallel b$ ýaly aňladylýar.	 Eger $a \subset \alpha$, $b \subset \alpha$, $a \otimes b$, $a_1 \subset \beta$, $b_1 \subset \beta$, $a_1 \otimes b_1$, $a \parallel a_1$, $b \parallel b_1$ bolsa, $\alpha \parallel \beta$ bolýar.	 Eger $\alpha \parallel \beta$ we γ kesiji tekizlik, $\alpha \cap \gamma = AD$ we $\beta \cap \gamma = BC$ bolsa, $AD \parallel BC$ bolýar.

14.2. 10-njy suratdan parallel tekizlikler tymsaly nämeler arkaly berlendigini anyklaň.

14.3. 1) $ABCDA_1B_1C_1D_1$ parallelepipediň; 2) $ABCA_1B_1C_1$ prizmanyň parallel granlaryny anyklaň.

14.4. Ýekeje-de umumy nokady bolmadyk α we β tekizlikler giňişlikde nähili ýerleşýär?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10 a)



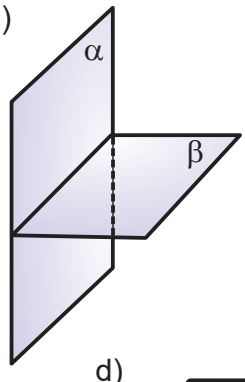
b)



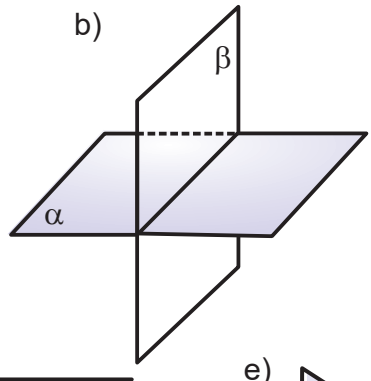
c)



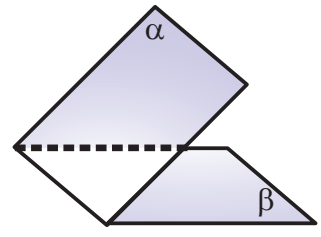
11 a)



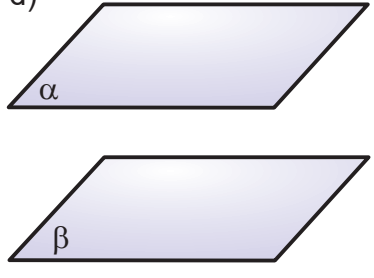
b)



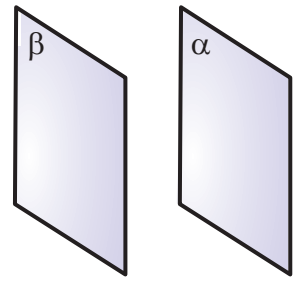
c)



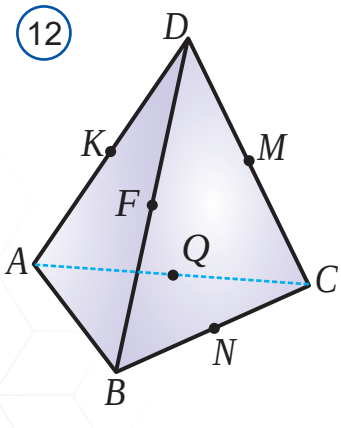
d)



e)



12



14.5. α we β tekizlikler parallel. a we b göni çyzyklar α tekizlikde ýatýar, c we d göni çyzyklar bolsa β tekizlikde ýatýar. Aşakdaky tassyklamalardan haýsylary dogry?

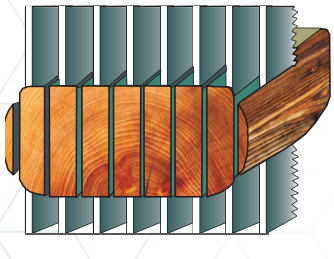
A) $\alpha \parallel b$ B) $c \parallel b$ C) $b \parallel \beta$ D) $\beta \parallel a$

E) $c \parallel a$ F) $d \parallel b$ G) $a \parallel \alpha$ H) $d \parallel \alpha$

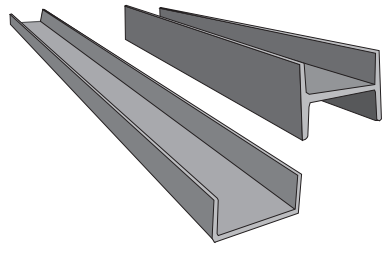
14.6. Kesişýän iki tekizlik şekillendirilen üç suraty görkeziň *(11-nji surat)*.

14.7. K, F, M, N, Q nokatlar 12-nji suratda şekillendirilen $ABCD$ tetraedr degişli gapyrgalarynyň ortalary bolsa, a) K nokatdan geçýän we ABC tekizlige parallel; b) BD göni çyzykdan geçýän we MNQ tekizlige parallel bolan tekizligi anyklaň.

13



14



14.8. 13-nji we 14-nji suratlardan parallel tekizlikleri anyklaň.

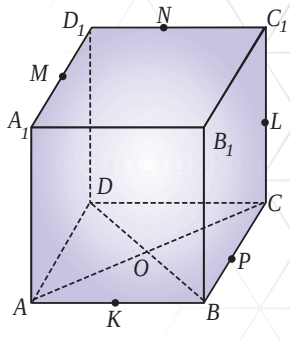
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

14.9. 15-nji suratda $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kub we onuň käbir gapyrgalarynyň ortalary – M, N, P, K we L nokatlar şekillendirilen. O nokat – $ABCD$ esas merkezi. Jedwelde getirilen tekizlikleriň özara ýerleşişini suratdan anyklap, jedweliň degişli gözenegine degişli belgini ($\otimes$ – kesişme, // – parallellik) ýazyň.

Tekizlikler	ADC	PLN	MNP	A_1C_1C
$A_1B_1C_1$				
MNK				
MKP				
A_1DC_1				

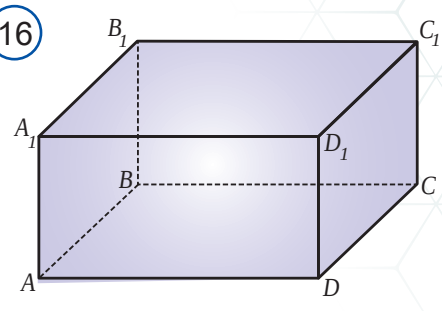
15



14.10. α we β tekizlikler parallel. Olaryň hiç birine degişli bolmadyk nokatdan γ tekizlik geçirilen. Dogry tassyklamalary görkeziň.

a) γ tekizlik – α tekizlige parallel bolan ýeke-täk tekizlik;
b) γ tekizlik – β tekizligi kesip geçýän ýeke-täk tekizlik;
c) γ tekizlik – β tekizlige parallel bolan ýeke-täk tekizlik;
d) γ tekizlik – α tekizligi kesip geçýän ýeke-täk tekizlik;
e) γ tekizlik – α tekizlige hem, β tekizlige hem parallel bolan ýeke-täk tekizlik.

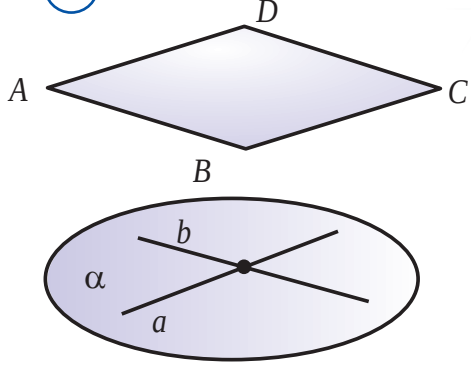
16



14.11. 16-njy suratda $ABCDA_1B_1C_1D_1$ gönüburçly parallelepiped şekillendirilen.

a) $A_1B_1C_1D_1$ we $B_1A_1D_1C_1$; b) ADD_1A_1 we $ABCD$;
c) ABB_1A_1 we C_1D_1DC; d) $BADC$ we ABB_1A_1;
e) CC_1B_1B we ADD_1A_1 tekizlikleriň özara ýerleşişini anyklaň.

17



14.12. AB, BC kesimler $ABCD$ parallelogramyň taraplary bolup, olar degişlilikde a we b göni çyzyklara parallel *(17-nji surat)*. a we b göni çyzyklar özara kesişýär we α tekizlige degişli. $ABCD$ we α tekizlikleriň giňişlikde özara ýerleşişini anyklaň.

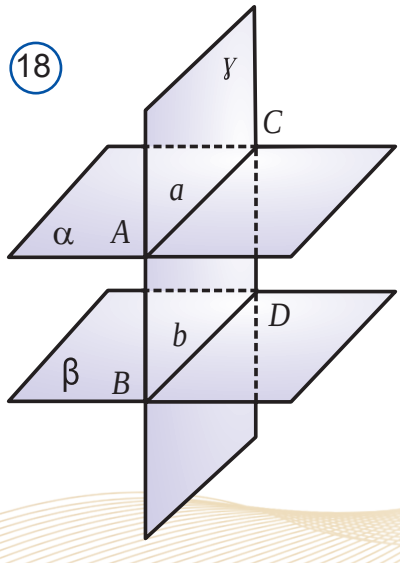
14.13. a we b atanaklaýyn göni çyzyklar berlen. a göni çyzykdan geçýän we β tekizlige parallel bolan näçe tekizlik geçirmek mümkin?

14.14. Iki α we β tekizlikleriň kesişme çyzygy üçünji – γ tekizlige parallel. α we β tekizlikleriň giňişlikde özara ýerleşişini anyklaň.

14.15. AB we CD parallel göni çyzyklar arkaly geçirilen γ tekizlik α we β parallel tekizlikleri degişlilikde AC we BD göni çyzyklar boýunça kesip geçýär. Eger $BD = 15$ cm bolsa, AC kesimiň uzynlygyny tapyň. *(18-nji surat)*.

14.16. Agaç tagta böleginiň hemme granlary gönüburçlukdan ybarat *(19-njy surat)*. Tagtany nähili ugurda byçgylasak-da, hemişe kesigiň parallelelogram bolýandygyny subut ediň.

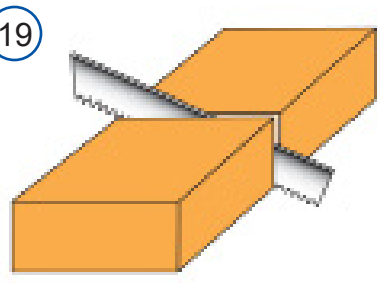
18



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

19



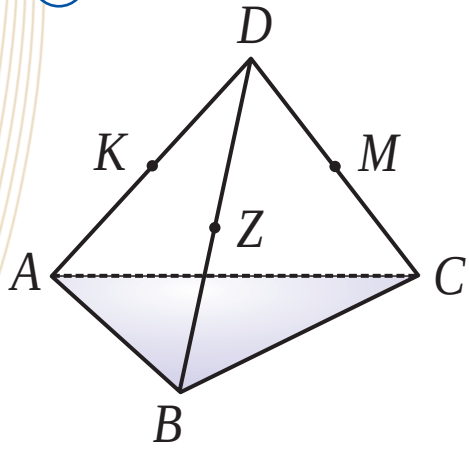
14.17. Erkin iki atanaklaýyn göni çyzyklar arkaly ýeke-täk parallel tekizlikler jübütini geçirmek mümkinligini subut ediň.

14.18. α we β tekizlikler parallel. α tekizlikde ýatýan islendik göni çyzyk β tekizlige parallel bolýandygyny subut ediň.

14.19. O nokat – bir tekizikde ýatmaýan AA_1, BB_1, CC_1 kesimleriň umumy ortasy. ABC we $A_1B_1C_1$ tekizlikler paralleldigini subut ediň.

14.20. $ABCD$ parallelogram we ony kesmeýän tekizlik berlen. Parallelogramyň A, B, C, D depelerinden tekizligi degişlilikde A_1, B_1, C_1, D_1 nokatlarda kesip geçýän parallel göni çyzyklar geçirilen. Eger AA_1 = 4 m, BB_1 = 3 m we CC_1 = 1 m bolsa, DD_1 kesimiň uzynlygyny tapyň.

20



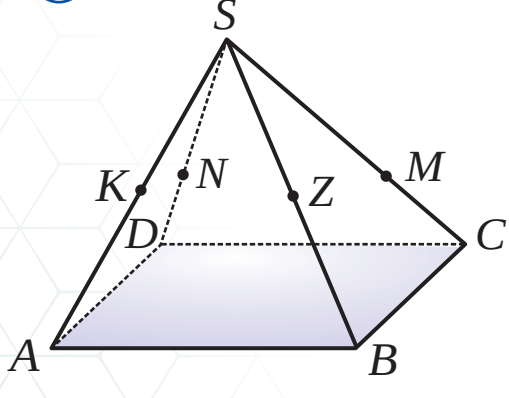
14.21. Iki parallel tekizlik berlen. Bir tekizligiň A we B nokatlaryndan ikinji tekizligi A_1 we B_1 nokatlarda kesip geçýän parallel göni çyzyklar geçirilen. Eger AB = a bolsa, A_1B_1 kesimiň uzynlygyny tapyň.

14.22. α we β tekizlikler parallel. α tekizligiň M we N nokatlaryndan β tekizligi K we L nokatlarda kesip geçýän parallel göni çyzyklar geçirilen. $MNLK$ parallelogramdygyny subut ediň. Eger ML=14 cm, NK = 8 cm we $MK : MN$ = 9 : 7 bolsa, $MNLK$ dörtburçluk perimetrini tapyň.

14.23. OF we OP şöhleler a we β parallel tekizlikleri degişlilikde F_1, P_1, F_2, P_2 nokatlarda kesip geçýär. Eger F_1P_1 = 3 cm, F_2P_2 = 5 cm we P_1P_2= 4 cm bolsa, OP_1 kesimiň uzynlygyny tapyň.

14.24. OA we OB şöhleler a we β parallel tekizlikleri degişlilikde A_1, B_1, A_2, B_2 nokatlarda kesip geçýär. Eger OA_1 = 16 cm, A_1A_2 = 24 cm we A_2B_2= 50 cm bolsa, A_1B_1 kesimiň uzynlygyny tapyň.

21



14.25. D nokat ABC üçburçlugyň tekizligine degişli däl *(20-nji surat)*. K, M, Z nokatlar – degişlilikde DA, DB we DC kesimleriň ortasy. ABC we KZM tekizlikleriň özara ýerleşişini anyklaň.

14.26. S nokat $ABCD$ parallelogramyň tekizligine degişli däl *(21-nji surat)*. K, Z, M, N nokatlar degişlilikde SA, SB, SC we SD kesimlere degişli. Eger $SK = AK$, $SZ = BZ$, $CM : MC$ = 2 : 1, $SN : ND$ = 2 : 1 bolsa, $ABCD$ we $KZMN$ tekizlikleriň özara ýerleşişini anyklaň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

15 GIŇIŞLIKDE PARALLEL PROÝESIRLEME

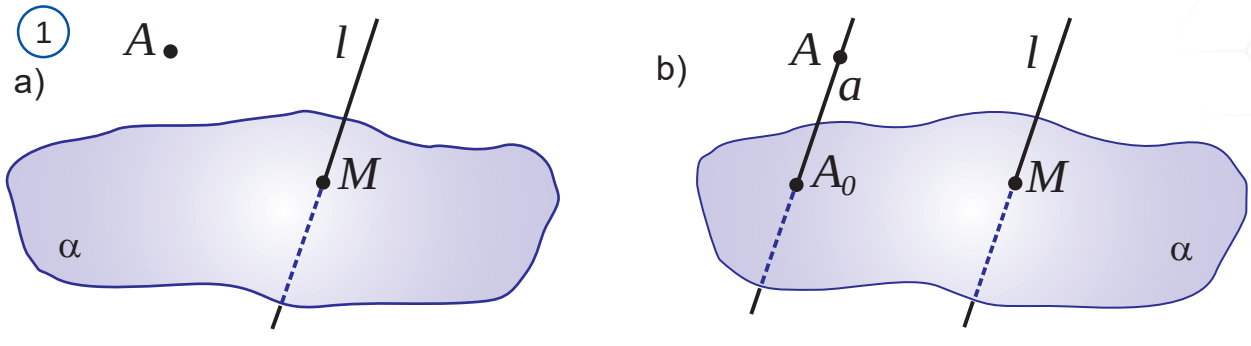
Giňişlikdäki figuralar dürli usullar bilen tekizlikde şekillendirilýär. Aşakda olar bilen tanyşýarys.

Giňişlikdäki figurany tekizlige parallel proýesirleme diýip şeýle şöhllendirmä aýdylýar, ýagny onda figuranyň her bir nokady berlen proýesirleme ugruna parallel bolan göni çyzyklar boýunça tekizlige göçürilýär.

Parallel proýesirlemäni ýagtylyk şöhleleriniň kömeginde käbir zadyň diwardaky ýa-da poldaky kölegesine deňeşdirmek mümkin.

Şeýdip, parallel proýesirlemede käbir figura we *proýesirleme tekizligi* diýip atlanydyrylýan tekizlik alnýar hem-de *proýesirleme ugry*, ýagny käbir göni çyzyk saýlanýar. Elbetde, bu göni çyzyk proýeksiýa tekizligi bilen kesişmelidir.

1



Aýdaly, islendik α tekizlik we proýesirleme göni çyzygy – l we tekizlikde hem, göni çyzykda hem ýatmadyk A nokat berlen bolsun *(1-nji a surat)*.

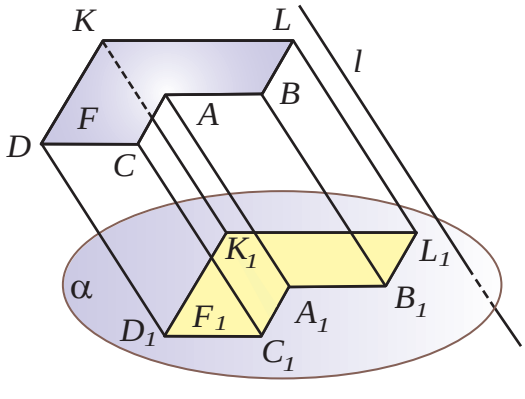
A nokatdan α tekizlige l göni çyzyga parallel bolan göni çyzyk geçirýäris. Bu göni çyzyk α tekiizligi A_0 nokatda kesip geçsin*(1-nji b surat)*.

Tapylan A_o nokat A nokadyň α tekizlige *parallel proýeksiýasy* diýip atlandyrylýar.

Şeýdip, parallel proýesirlemede nokat nokada geçýän eken.

Aýdaly, käbir F figurany α tekizlige l ugur boýunça parallel proýesirlemeli bolsun. Munuň üçin F figuranyň islendik nokadyny alýarys, ondan l-e parallel göni çyzyk geçirýäris we onuň α tekizlik bilen kesişme nokadyny belgileýäris. Şeýle nokatlar α tekizlikde nähilidir F_1 figurasyny emele getirýär. Hut şu F_1 figura F figuranyň α tekizlikdäki parallel proýeksiýasy bolýar. 2-nji suratda F figuranyň α tekizlige proýeksiýasy – F_1 figura şekillendirilen.

2

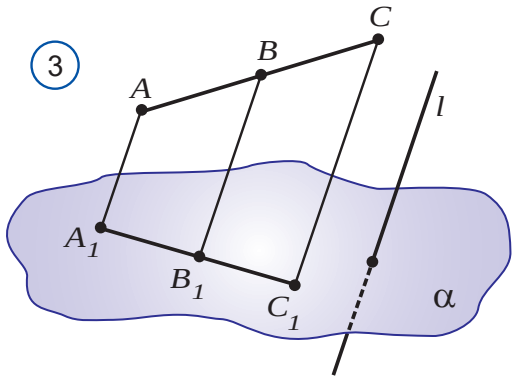


Parallel proýesirlemäniň aşakdaky häsiýetlerini hem getirip geçýäris. Olary özbaşdak subut edip görüň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

3



Parallel proýesirlemede kesim kesime, göni çyzyk, göni çyzyga geçýär.

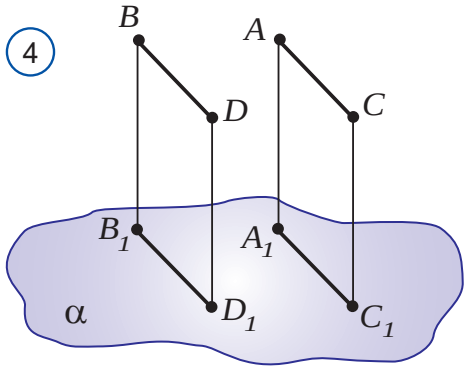
Parallel göni çyzyklary proýeksiýalary parallel bolýar ýa-da gabat gelýär.

Elbetde, bu häsiýetler proýesirleme ugruna parallel bolmadyk kesim we göni çyzyklar üçin orunly bolýar. Indi aşakdaky häsiýetleri subut edeliň.

1-nji häsiýet. *Parallel proýesirlemede figuralaryň göni çyzykly kesimleri hem kesimlere geçýär.*

Hakykatdan hem, AC kesimiň nokatlaryny proýesirleýji ähli göni çyzyklar α tekizligi A_1C_1 göni çyzyk boýunça kesip geçýän tekizlikde ýatýar *(3-nji surat)*. AC kesimiň islendik B nokady A_1C_1 kesimiň B_1 nokadyna geçýär.

4

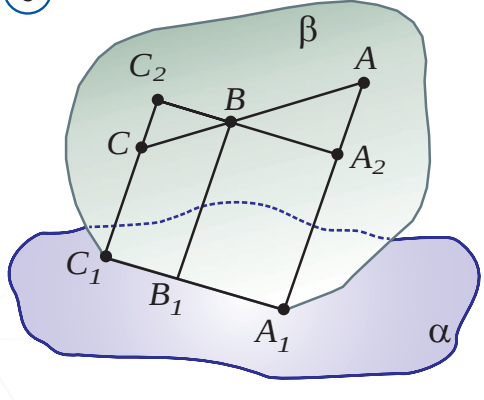


2-nji häsiýet. *Parallel proýesirlemede figuralaryň parallel kesimleri hem parallel kesimlere geçýär.*

Hakykatdan hem, AC we BD käbir figuranyň parallel kesimleri bolsun *(4-nji surat)*. Olaryň proýeksiýalary A_1C_1 we B_1D_1 kesimler hem parallel bolýar, çünki olar iki parallel tekizligi α tekizlik bilen kesende emele gelýär.

3-nji häsiýet. *Bir göni çyzykda ýa-da parallel göni çyzyklarda ýatýan kesimleriň uzynlyklarynyň gatnaşygy olaryň parallel proýeksiýalarnyň uzynlyklarynyň gatnaşygyna deň.*

5



Hakykatdan hem, 5-nji suratda AC we A_1C_1 göni çyzyklar β tekizlikde ýatýar. AC kesimiň B nokadyndan A_1C_1 -e parallel bolan A_2C_2 göni çyzygy geçirýäris. Emele gelen BAA_2 we BCC_2 üçburçluklar meňzeş bolýar. Üçburçluklaryň meňzeşligi we $A_1B_1=A_2B$ we $B_1C_1=BC_2$ deňliklerden gözlenýän gatnaşykda bölýäris: $AB:BC=A_1B_1:B_1C_1$.

Şeýdip, parallel proýesirlemede göni çyzykda ýa-da parallel göni çyzyklarda ýatýan kesimleriň uzynlyklarynyň gatnaşygy saklanýan eken.

Hususan-da, kesimiň ortasy proýeksiýanyň ortasyna geçýär.

6



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

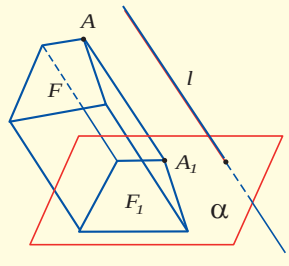
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Tema degişli soraglar we ýumuşlar

1. *Giňişlikdäki figurany tekizlige parallel proýesirleme diýip nähili şöhlelendirmä aýdylýar?*
2. *Nokadyň tekizlige parallel proýeksiýasy nähili tapylýar?*
3. *6-njy suratdaky «kölegeler teatry» jandarlary nähili emele getirilýär?*
4. *Parallel proýesirleme tekizligi we proýesirleme ugry diýip nämä aýdylýar?*
5. *Parallel proýesirlemäniň nähili häsiýetlerini bilýärsiňiz?*
6. *Parallel proýesirlemeden nirede peýdalanmak mümkin?*

Amaly gönükme we ulanma

15.1. Jedwelde 15-nji temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

<table>
<tr><th colspan="3">Parallel proýesirleme</th></tr>
<tr><th>Kesgitlemesi</th><th colspan="2">Parallel proýesirlemede figuralaryň häsiýetleri</th></tr>
<tr><td rowspan="2"> 

F – figura,
α – proýesirleme tekizligi,
l – proýesirleme ugry,
F_1 – F figuranyň proýeksiýasy.</td><th>Saklanýar</th><th>Saklanmaýar</th></tr>
<tr><td>1) Figuralaryň synplara degişliligi (nokat nokada, göni çyzyk göni çyzyga, kesim kesime, üçburçluk üçburçluga geçýär);
2) nokatlaryň göni çyzyga degişliligi;
3) nokatlaryň göni çyzykda ýerleşişi;
4) göni çyzyklaryň parallelligi;
5) bir sany ýa-da parallel göni çyzyklarda ýatýan kesimleriň deňligi (ýa-da proporsionallygy).</td><td>1) kesimiň uzynlygy;
2) burçuň ululygy;
3) göni çyzyklaryň perpendikulýarlygy;
4) burçlaryň deňligi (proporsionallygy);
5) kesişýän göni çyzyklarda ýatýan kesimleriň deňligi (proporsionallygy).</td></tr>
</table>

15.2. Parallel proýesirlemede kesimiň proýeksiýasy: a) kesim; b) nokat; c) iki nokat; d) şöhle; e) göni çyzyk bolmagy mümkinmi?

15.3. Parallel proýesirlemede kwadratyň proýeksiýasy: a) kwadrat; b) parallelogram; c) romb; d) gönüburçluk; e) trapesiýa; f) kesim bolmagy mümkinmi?

15.4. Parallel tekizliklerden birinde ýatýan üçburçluk ikinji tekizlige parallel proýesirlense, onuň meýdanynyň üýtgemeýändigini subut ediň.

15.5. Parallelogramyň parallel proýeksiýasy trapesiýa bolmagy mümkinmi? Jogabyňyzy esaslandyryň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

15.6. Dogry üçburçlugyň parallel proýeksiýasy dogry üçburçluk bolarmy?

15.7. Gönüburçly üçburçlugyň parallel proýeksiýasy gönüburçly üçburçluk bolarmy?

15.8. ABC üçburçlugyň parallel proýeksiýasy $A_1B_1C_1$ üçburçlukdan ybarat. Bu proýesirlemede ABC üçburçlugyň: a) medianasy; b) beýikligi; c) bissektrisasy $A_1B_1C_1$ üçburçlugyň degişli: a) medianasy; b) beýikligi; c) bissektrisasyna geçermi?

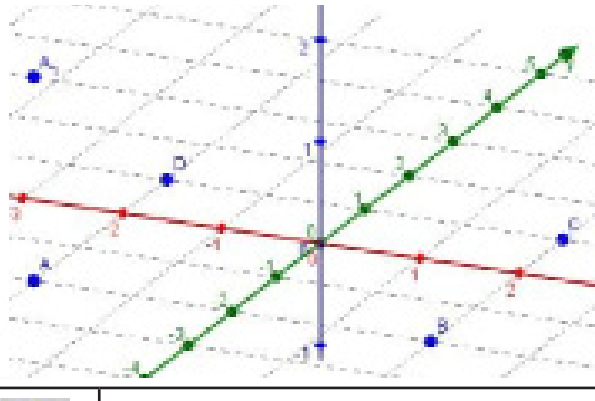
15.9. ABC üçburçlugyň parallel proýeksiýasy $A_1B_1C_1$ üçburçlukdan ybarat. Eger $\angle A = 30^o$, $BC = 20\ cm$ bolsa, $\angle A_1 = 30^o$, $B_1C_1 = 20\ cm$ bolarmy?

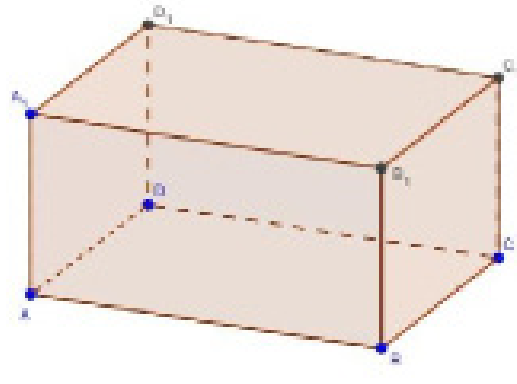
15.10. AB kesimiň parallel proýeksiýasy A_1B_1 kesimden ybarat. AB kesimden alnan C nokadyň proýeksiýasy bolsa C_1 nokat. $AB = 48\ cm$, $A_1B_1 = 36\ cm$. Eger AC kesim uzynlygy: a) 24 cm; b) 12 cm; c) 8 cm; d) 32 cm; e) 36 cm bolsa, A_1C_1 kesimiň uzynlygyny tapyň.

«GeoGebra»ny ulanyp

3D kalkulýatorynyň kömeginde gönüburçly parallelepipedi gurmak

«Ввод» (Girizme) setiri arkaly xOy tekizliginde 4 sany – A, B, C, D nokatlary we xOz tekizliginde bolsa bir sany A_1 nokady çep tarapdaky suratda görkezilişi ýaly edip guryarys.





«Призма» (Prizma) enjamyny saýlaýarys we yzygider A, B, C, D nokatlaryň üstüne basyp çykýarys, soň A_1 nokady basýarys we netijede sag tarapdaky suratdaky gönüburçly parallelepipedi alarys.

Özbaşdak ýerine ýetirmek üçin ýumuşlar

1. Ýokarda gurlan gönüburçly parallelepipediň parallel granlaryny anyklaň we «GeoGebra» 3D kalkulýatorynyň kömeginde olaryň parallelligini barlaň.

2. Käbir kub guruň. Onuň parallel granlaryny «GeoGebra» 3D kalkulýatorynyň kömeginde anyklaň.

3. Käbir kub guruň. Onuň goňşy granlarynyň atanaklaýyn diagonallarynyň arasyndaky burçy «GeoGebra» 3D kalkulýatorynyň kömeginde anyklaň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

16 BAPY GAÝTALAMAGA DEGIŞLI AMALY GÖNÜKMELER

16.1. a) Iki göni çyzyk; b) göni çyzyk we tekizlik; c) iki tekizlik näçe umumy nokada eýe bolmagy mümkin?

16.2. a) Iki göni çyzyk; b) göni çyzyk we tekizlik; c) iki tekizlik; d) üç tekizlik ýeke-täk umumy nokada eýe bolmagy mümkinmi?

16.3. Dört nokat bir tekizlikde ýatmaýar. a) olardan üçüsi bir göni çyzykda ýatmagy mümkinmi; b) olar arkaly näçe tekizlik geçirmek mümkin?

16.4. m we n göni çyzyklar kesişýär, d göni çyzyk bolsa n göni çyzyga parallel. m we d göni çyzyklar özara nähili ýerleşmegi mümkin?

16.5. ABC üçburçlugyň C depesinden geçýän we AB tarapyna parallel bolan näçe tekizlik geçirmek mümkin?

16.6. $ABCD$ we $ABKZ$ parallelogramlar dürli tekizliklerde ýatýar. Parallel göni çyzyklary görkeziň.

A) DA we KB B) CD we KZ C) BC we AZ

D) DA we ZA E) CB we KB

16.7. A we C nokatlar α tekizlige, B we D nokatlar β tekizlige degişli. AC, CD, BD, AB, BC, AD göni çyzyklardan haýsylary β tekizligi kesip geçýär?

16.8. AB, AC, KB, KD kesimler α tekizligi kesip geçýär. AK, AD, BD, KC, CD göni çyzyklardan haýsylary α tekizligi kesip geçýär?

16.9. Bir tekizlikde ýatmadyk AB, AC we AD göni çyzyklar α tekizligi B_1, C_1 we D_1 nokatlarda kesip geçýär. B_1, C_1 we D_1 nokatlar yzygider utgaşdyrylsa, nähili figura peýda bolar?

16.10. α tekizligi kesip geçmeýän MN kesim depelerinden we ortasyndan parallel göni çyzyklar geçirilen. Eger bu göni çyzyklar α tekizligi degişlilikde M_1, N_1 we K_1 nokatlarda kesip geçse we $KK_1 = 9\ cm$, $NN_1 = 15\ cm$ bolsa, MM_1 kesimiň uzynlygyny tapyň.

16.11. α tekizliginiň P we Z nokatlaryndan ondan daşarda uzynlyklary $PK = 6\ cm$ we $ZM = 9\ cm$ bolan parallel kesimler geçirilen. MK göni çyzyk α tekizligi O nokatda kesip geçýär. Eger $MK = 6\ cm$ bolsa, MO kesimiň uzynlygyny tapyň.

16.12. Parallellogramy parallel proýesirlemede kwadrat emele gelmegi mümkinmi?

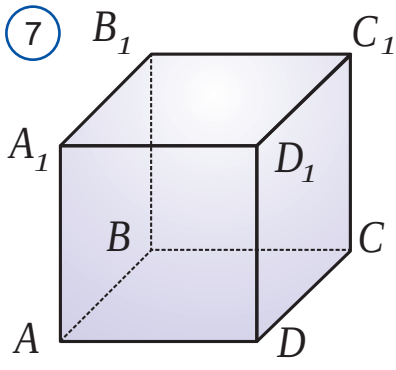
16.13. Üçburçlugyň parallel proýeksiýasy berlen. Bu üçburçluk medianalarynyň proýeksiýalary nähili gurulýar?

16.14. MNZ üçburçluk we $MNPS$ (BC – esas) parallelogram bir tekizlikde ýatmaýar. Q we R nokatlar – CB we DA kesimleriň ortasy, M we N bolsa DP we CZ kesimleriň ortasy. MN we QR göni çyzyklaryň paralleldigini subut ediň.

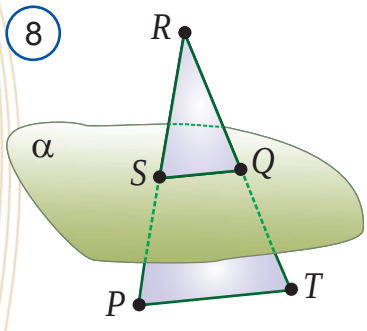
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

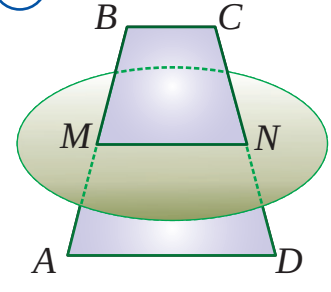
7



8



9



16.15. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubuň *(7-nji surat)* AA_1D_1D; BB_1C_1C; $ABCD$; DD_1C_1C; $B_1C_1D_1A_1$; ADD_1A_1 granlaryndan haýsylary A_1B_1 göni çyzyga parallel bolar?

16.16. PRT üçburçluk berlen. PT göni çyzyga parallel α tekizlik PR tarapy S nokatda, RT tarapy Q nokatda kesip geçýär *(8-nji surat)*. Eger $SR = 7\ cm$, $SQ = 3\ cm$ we $SP = 35\ cm$ bolsa, PT tarapy tapyň.

16.17. α tekizlik $ABCD$ deňýanly trapesiýanyň esasy AD-e parallel hem-de AB we CD taraplaryny M we N nokatlarda kesip geçýär *(9-njy surat)*. $AD = 20\ cm$, $MN = 16\ cm$. Eger M nokat – AB kesimiň ortasy we $AB = 8\ cm$ bolsa, trapesiýanyň perimetrini tapyň.

16.18. α tekizliginiň P we Z nokatlaryndan ondan daşarda $PK = 6\ cm$ we $ZM = 9\ cm$ kesimler geçirilen. MK göni çyzyk tekizligi O nokatda kesip geçýär. Eger $MK = 6\ cm$ bolsa, MO aralygy tapyň.

16.19. $ABCD$ gönüburçlugyň AB tarapy α tekizlige parallel, AD tarapy bolsa bu tekizlige parallel däl. $ABCD$ we α tekizlikleriň giňişlikde özara ýerleşişini anyklaň.

16.20. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ gönüburçly parallelepipediň aşakda berlen granlaryndan haýsylary $ABCD$ granyna parallel bolar?

A) D_1A_1AD B) $D_1A_1B_1C_1$ C) ABB_1A_1 D) D_1C_1CD

16.21. Rombuň iki diagonaly α tekizlige parallel. Romb tekizligi we α tekizlikleriň giňişlikde özara ýerleşişini anyklaň.

16.22. Jedweliň çep sütüninde tekizlikdäki, sag sütüninde bolsa giňişlikdäki geometrik figuralaryň bir-birine meňzeş käbir häsiýetleri getirilen. Olary göz öňüne getiriň we nähili meňzeşlge eýedigini anyklaň, soň boş gözenekleri dolduryň. Tekizlikdäki we giňişlikdäki ýene nähili meňzeş häsiýetleri getirmek mümkin?

Tekizlikde	Giňişlikde
Eger göni çyzyklar umumy nokada eýe bolsa, olar şu nokatda kesişýär.	Eger tekizlikler umumy göni çyzyga eýe bolsa, olar şu göni çyzyk boýunça kesişýär.
Tekizliginiň käbir nokadyndan çäksiz köp göni çyzyk geçirmek mümkin.	
	Tekizlikde ýatmadyk göni çyzyk arkaly berlen tekizlige parallel bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.
Bir sany göni çyzyga parallel göni çyzyklar özara paralleldir.	

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Amaly kompetensiýalary şekillendirmäge degişli ýumuşlar

1. Demir ýol wagonlarynyň tigirleriniň oklary bir-birine görä nähili ýerleşen *(1-nji surat)*?

2. Demir ýol wagonlarynyň tigiriniň oky relslere görä nähili ýerleşen *(1-nji surat)*?

3. Daş-töwerekden parallel we atanaklaýyn göni çyzyklara mysallar getiriň.

1



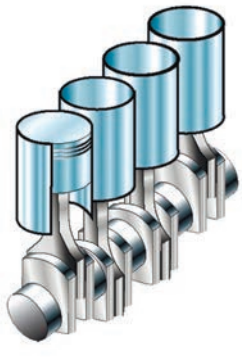
4. Näme üçin ýazuw stolunyň çekmeleri käte ýeňil açylmaýar *(2-nji surat)*?

2



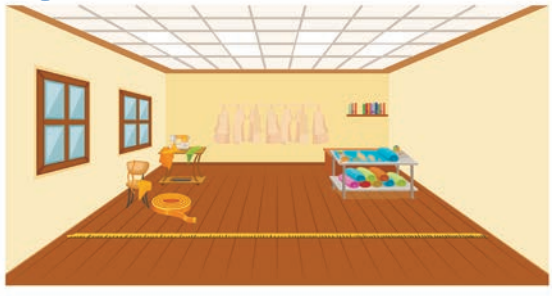
5. Näme üçin nasosyň porşeni onuň içinde ýeňil hereketlenýär *(3-nji surat)*?

3



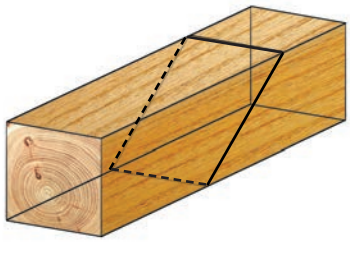
6. Tikinçilik lentasy ýa-da islendikçe uzyn taýagyň kömeginde koridoryň polunyň gyrasyna kakylan reýkalaryň parallelligini nähili barlamak bolýar *(4-nji surat)*?

4



7. Agaçdan işlenen brusyň (tagtanyň) hemme granlary gönüburçluk şeklinde. Ony kese gapyrgalary boýunça nähili byçgylasaň-da, emele gelen ähli kesikleriň parallelogram bolýandygyny subut ediň *(5-nji surat)*.

5



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

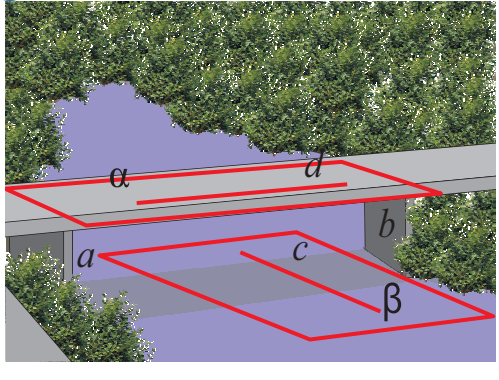
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ÖZÜŇIZI SYNAŇ

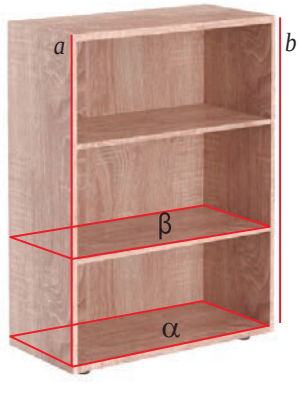
1. Aşakdaky jümleleri okaň. Jümleleriň manasyndan ugur alyp, olaryň hemişe, käte dogry bolýandygyny ýa-da hiç haçan dogry bolmaýandygyny anyklaň we «+» belgisini degişli sütüne goýuň. Jogabyňyzy düşündiriň.

	Jümle	Hemişe	Käte	Hiç haçan
a	Giňişlikde iki göni çyzyk kesişmeýär.			
b	Giňişlikde iki tekizlik kesişmeýär.			
c	Giňişlikde göni çyzyk bilen tekizlik kesişýär.			
d	Giňişlikde göni çyzyklar atanaklaýyn bolýar.			
e	Tekizlikde göni çyzyklar atanaklaýyn bolýar.			
f	Tekizligi kesiji göni çyzyklar kesişýär.			
g	Tekizlige parallel göni çyzyklar kesişýär.			

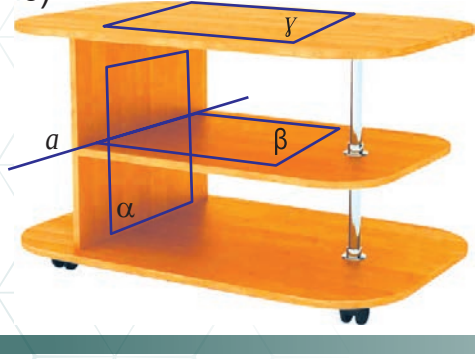
1 a)



b)



c)



2. 1-nji suratda käbir obýektler giňişlikdäki geometrik figuralar tymsaly hökmünde çyzyp görkezilen. Nähili giňişlikdäki geometrik figuralary görýärsiňiz? Olaryň özara nähili ýerleşenligini anyklap, ýazyň.

3. Bir tekizlikde ýatyp, bir sany umumy nokada eýe bolan göni çyzyklar nähili atlandyrylýar?

A) atanaklaýyn B) kesişýän C) parallel

4. Atanaklaýyn göni çyzyklar näçe umumy nokada eýe bolmagy mümkin?

A) 1 sany B) eýe däl C) 2 sany

5. Bir tekizlikde ýatyp, umumy nokada eýe bolmadyk göni çyzyklar nähili atlandyrylýar?

A) atanaklaýyn B) kesişýän C) parallel

6. Göni çyzykdan dürli iki tekizlik geçirmek mümkinligini subut ediň.

7. Bir tekizlikde ýatmadyk dört nokat berlen. Olaryň üçüsinden geçýän näçe tekizlik geçirmek mümkin?

8. A, B, C nokatlar berlen iki tekizlikleriň hersinde ýatýar. Bu nokatlaryň bir tekizlikde ýatýandygyny subut ediň.

9. a göni çyzyk boýunça kesişýän iki tekizlik berlen. b göni çyzyk olardan birinde ýatýar we ikinjisini kesip geçýär. a we b göni çyzyklaryň kesişýändigini subut ediň.

10. Üç tekizligiň ikisi özara kesişýär. Tekizlikleriň kesişme göni çyzyklaryndan ikisi käbir nokatda kesişse, üçünji kesişme çyzygy hem bu nokatdan geçýändigini subut ediň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

11. Eger giňişlikdäki dörtburçlugyň diagonallary kesişse, onda onuň depeleri bir tekizlikde ýatýandygyny subut ediň. Suratda şekillendirilen göni çyzyklar nähili atlandyrylýar?

A) atanaklaýyn B) kesişýän C) parallel

12. $ABCD$ parallelogramyň A we C depeleri arkaly parallelogramyň tekizliginde ýatmaýan A_1C we C_1C parallel göni çyzyklar geçirildi. A_1AB we C_1CD tekizlikleriniň parallelligini subut ediň.

13. Trapesiýanyň esaslary nähilidir tekizlige parallel. Trapesiýanyň taraplary hem şu tekizlige parallel bolmagy mümkinmi? Jogabyňyzy esaslandyryň.

14. Kwadratyň A we B depeleri we diagonallary kesişme nokady – O-yň proýeksiýalary A_1, B_1 we O_1 nokatlardan ybaratdygy mälim. $ABCD$ kwadratynyň proýeksiýasyny ýasaň.

15. 2-nji surata görä berlen göni çyzyk we tekizligiň özara nähili ýerleşenini anyklaň we olaryň arasyna degişli ($\otimes$ – kesişme, // – parallellik, $\div$ – atanaklaýynlyk we $\subset$ – degişli) belgileri goýuň.

Göni çyzyklar/ tekizlikler	AA_1	BC_1	CC_1	CB_1	AB_1
ADD_1					
AA_1B_1					
ABD					
AA_1D					
BCD					

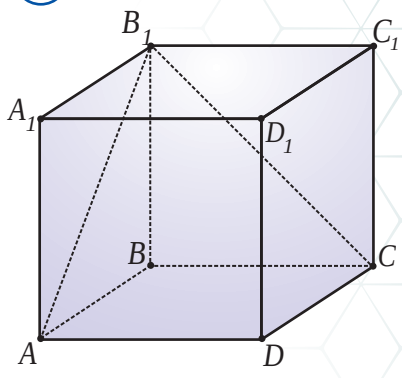
16. 3-nji suratdaky $ABCD$ trapesiýanyň AB esasy α tekizlikde ýatýar, CD esasy bolsa α tekizlikde ýatmaýar. Berlen göni çyzyklar we α tekizligiň özara ýerleşmegini aňladýan jümleleri dolduryň:

a) DB göni çyzyk berlen tekizlik bilen umumy nokada eýe bolany üçin u α tekizlik bilen _____;

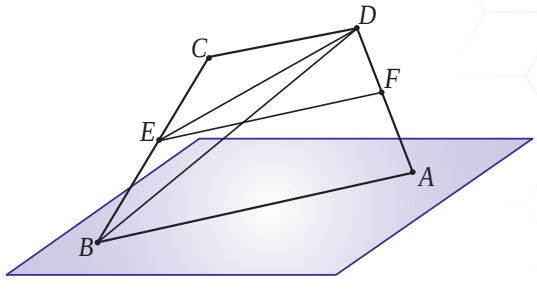
b) trapesiýanyň EF orta çyzygy onuň esaslaryna parallel bolany üçin α tekizlige _____ bolýar.

17. 4-nji suratdaky ABC üçburçlugyň AB we AC taraplarynda D we E nokatlar şeýle belgilenen, ýagny $DE = 5\ cm$ we $AD : BD = 3 : 4$. B we C nokatlardan DE kesime parallel α tekizlik geçirilen. BC tarapyň uzynlygyny tapyň.

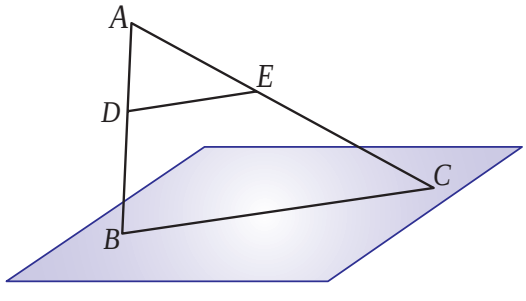
2



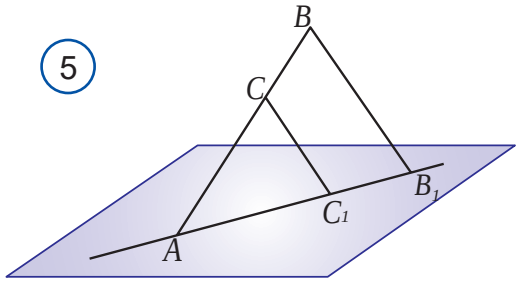
3



4



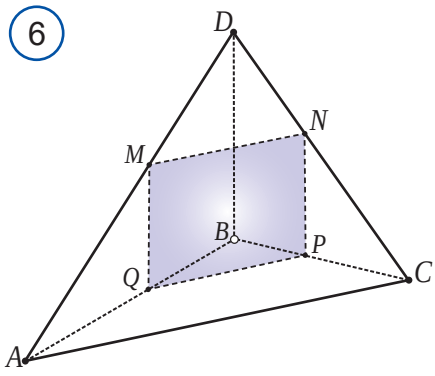
5



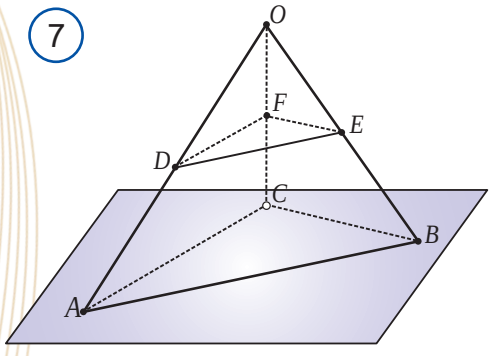
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

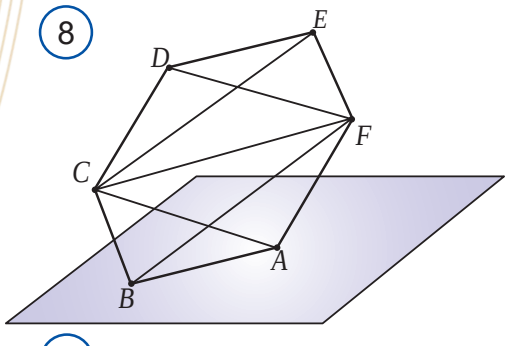
6



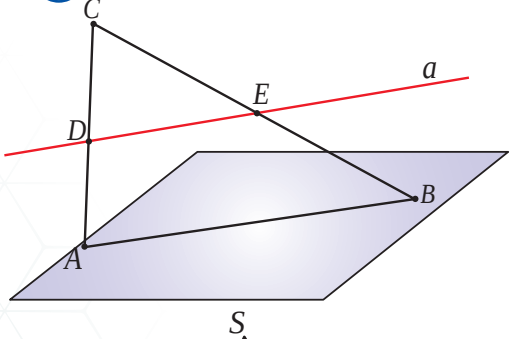
7



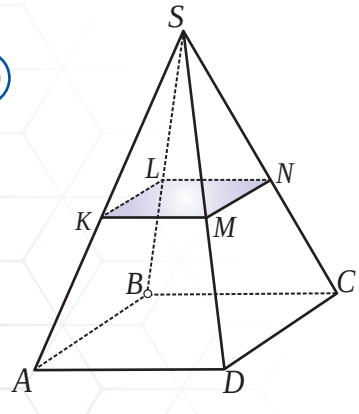
8



9



10



18. 5-nji suratdaky C nokat AB kesime degişli. A nokatdan tekizlik, B we C nokatlardan bolsa parallel göni çyzyklar geçirilen. Bu göni çyzyklar tekizligi degişlilikde: B_1 we C_1 nokatlarda kesip geçýär. Eger $AC : BC = 3 : 2$ we $BB_1 = 9$ bolsa, CC_1 kesimiň uzynlygyny tapyň.

19. a we b parallel göni çyzyklar iki parallel tekizlikden birini degişlilikde A_1 we B_1 nokatlarda, ikinjisini bolsa A_2 we B_2 nokatlarda kesip geçýär:
a) A_1B_1 -iň A_2B_2 -e paralleldigini subut ediň;
b) $\angle A_1A_2B_2 = 140°$ bolsa, $\angle A_2A_1B_1$ -i tapyň.

20. α tekizlik BAC burç taraplaryny A_1 we B_1 nokatlarda, oňa parallel β tekizlik bolsa A_2 we B_2 nokatlarda kesýär. $A_1B_1 = 8$, $AA_1 = 12$, $AA_2 = 0{,}5\,A_1A_2$ bolsa, A_2B_2 we AA_2 ny tapyň.

21. D nokat ABC üçburçlugyň tekizliginde ýatmaýar. K, Z we M nokatlar – degişlilikde DA, DB, we DC kesimleriň ortalary. ABC we KZM tekizlikleriň giňişlikde özara ýerleşişini anyklaň.

22. 6-njy suratdaky M, N, P, Q nokatlar – degişlilikde AB, CD, BC, AB kesimleriň ortasy. Eger $AC = 10\ cm$, $BD = 18\ cm$ bolsa, $MNPQ$ dörtburçlugyň perimetrini tapyň.

23. 7-nji suratdaky O nokat ABC üçburçlugyň tekizliginde ýatmaýar. D, E, F nokatlar – degişlilikde AO, BO, CO kesimleriň ortasy. Eger ABC üçburçluk meýdany 380 cm^2 bolsa, DEF üçburçlugyň meýdanyny tapyň.

24. 8-nji suratdaky $ABCDEF$ dogry altyburçlugyň AB tarapy α tekizlikde ýatýar. Berlen α tekizlik bilen DE, CD we EC göni çyzyklaryň özara ýerleşişini anyklaň.

25. 9-njy suratdaky A we B nokatlar α tekizlikde ýatýar. C nokat bolsa α tekizlikde ýatmaýar. AC we BC kesimleriň ortasyndan a göni çyzyk geçirilen. Bu göni çyzygyň α tekizlige paralleldigini subut ediň.

26. 10-njy suratdaky $SABCD$ dogry piramidanyň esasyna parallel $KLNM$ tekizlik bilen kesilen.
1) BS we CS; AB we KL; CS we KL göni çyzyklar;
2) ASD we DSC; ABD we ASC tekizlikleriň özara ýerleşişini anyklaň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



IV BAP

GIŇIŞLIKDE GÖNI ÇYZYKLARYŇ WE TEKIZLIKLERIŇ PERPENDIKULÝARLYGY

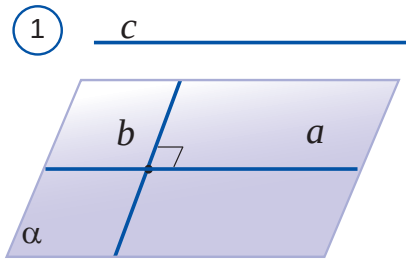
Şu baby öwrenmek netijesinde aşakdaky bilimlere we endiklere eýe bolarsyňyz:

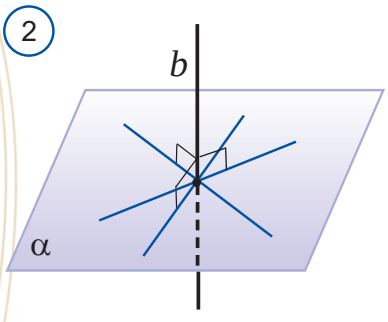
- tekizlige perpendikulýar göni çyzyklary göz öňüne getirmek, olaryň häsiýetlerini, göni çyzygyň tekizlige perpendikulýarlyk nyşanyny bilmek we olary meseleler çözende ulanyp bilmek;
- umumylaşan Pifagoryň teoremasyny bilmek we ony meseleler çözende ulanyp bilmek;
- giňişlikde tekizlige geçirilen perpendikulýar we gyşarma barada düşünjä eýe bolmak we olary amaly meseleler çözende ulanyp bilmek;
- nokatdan göni çyzyga çenli we tekizlige çenli, göni çyzykdan oňa parallel bolan tekizlige çenli bolan aralyklary anyklap tapyp bilmek;
- parallel tekizlikleriň arasyndaky, atanaklaýyn göni çyzyklaryň arasyndaky aralyklary anyklap tapyp bilmek;
- üç perpendikulýar hakyndaky teoremany bilmek we ony meseleler çözende ulanyp bilmek;
- tekizlikleriň arasyndaky burçy çyzgyda şekillendirip bilmek we hasaplap bilmek;
- giňişlikde perpendikulýar tekizlikler baradaky teoremalary we tekizlikleriň perpendikulýarlyk nyşanlaryny meseleler çözende ulanyp bilmek;
- ortogonal proýeksiýa we olardan tehnikada peýdalanmak barada maglumata eýe bolmak;
- köpburçlugyň ortogonal proýeksiýasynyň meýdanyny tapyp bilmek.

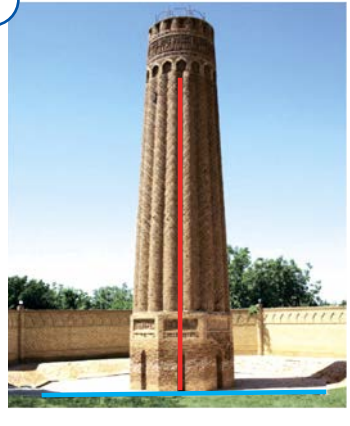
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

17 GIŇIŞLIKDE PERPENDIKULÝAR GÖNI ÇYZYKLAR WE TEKIZLIKLER

1


2


3


Ýatladyp geçýäris, giňişlikde berlen iki göni çyzygyň arasyndaky burç 90° -a deň bolsa, olara özara *perpendikulýar göni çyzyklar* diýilýär.

Perpendikulýar göni çyzyklar kesişýän we atanaklaýyn bolmagy mümkin. 1-nji suratda a we b perpendikulýar göni çyzyklar kesişýän, b we c perpendikulýar göni çyzyklar bolsa atanaklaýyndyr. a we b göni çyzyklaryň perpendikulýarlygy $a \perp b$ ýaly ýazylýar.

Tekizlikdäki islendik göni çyzyga perpendikulýar bolan göni çyzyk *tekizlige perpendikulýar göni çyzyk* diýip atlandyrylýar *(2-nji surat)*.

α tekizlik we b göni çyzyklaryň perpendikulýarlygy $b \perp \alpha$ ýaly ýazylýar.

Daş-töwerekden özara perpendikulýar figuralara ençeme mysallar getirmek mümkin. Adatda öýüň diwarlary we sütünleri, minaralar, çyra sütünleri we simagaçlar ýere görä dik, ýagny perpendikulýar edip gurulýar *(3-nji surat)*.

Otagdaky şkaf, stol we doňduryjylar hem pola görä dik ýerleşdirilýär.









Indi giňişlikdäki perpendikulýar göni çyzyklaryň käbir häsiýetleri barada durup geçýäris.

Eger a göni çyzyk α tekizlikde ýatsa ýa-da oňa parallel bolsa, onda α tekizlikde ýatýan, a göni çyzyga parallel başga b göni çyzyk hem tapylýar.

Tekizlige perpendikulýar göni çyzyk bu tekizligi hökman kesip geçýär.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Teorema 4.1. ***Eger iki göni çyzyk tekizlige perpendikulýar bolsa, olar özara parallel bolýar.***

Subut. a we b göni çyzyklar α tekizlige perpendikulýar bolsun *(4-nji surat)*. Bu göni çyzyklaryň özara paralleldigini subut edýäris.

a göni çyzygyň käbir M nokadyndan b göni çyzyga parallel a_1 göni çyzygy geçirýäris.

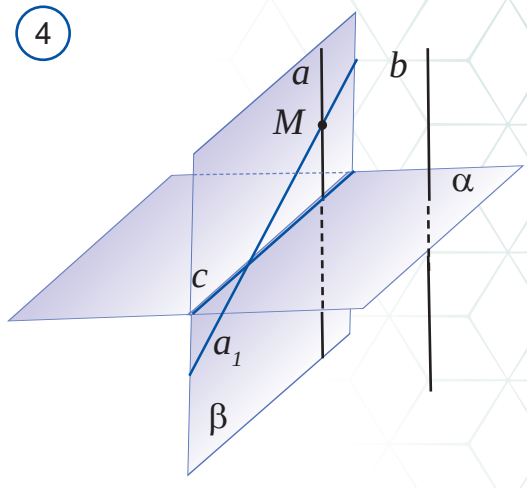
Onda $a_1 \perp \alpha$ bolýar.

a we a_1 göni çyzyklaryň üstme-üst düşýändigini görkezýäris. Aýdaly, beýle bolmasyn, a we a_1 göni çyzyklar üstme-üst düşmesin. Onda a we a_1 göni çyzyklar ýatýan β tekizlikdäki M nokatdan α we β tekizlikleriň kesişme çyzygy – c göni çyzyga iki – a we a_1 perpendikulýar göni çyzyklar geçýär. Şeýle bolmagy bolsa mümkin däl. Gapma-garşylyk çakymyzyň nädogrudygyny görkezýär.

Diýmek, a we b göni çyzyklar özara parallel.

Indi göni çyzygyň tekizlige perpendikulýarlyk nyşanyny getirýäris.

4



Teorema 4.2. ***Eger göni çyzyk tekizlikde ýatýan iki kesişýän göni çyzyga perpendikulýar bolsa, ol tekizlige-de perpendikulýar bolýar.***

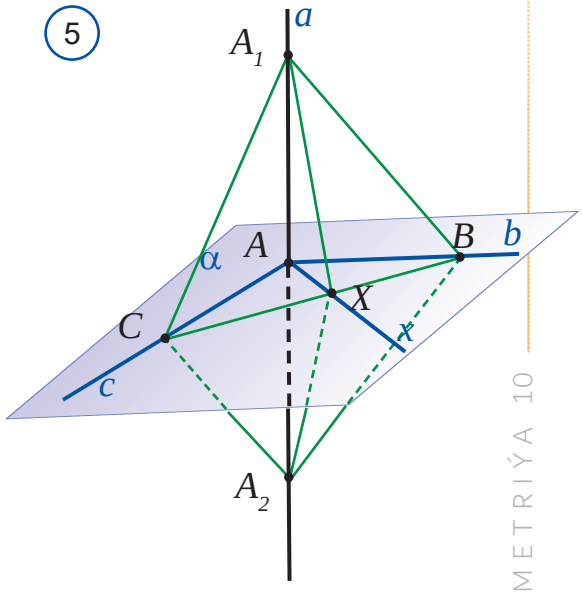
Subudy. a göni çyzyk α tekizlikde ýatýan iki – b we c göni çyzyklara perpendikulýar bolsun. Onda a göni çyzyk b we c göni çyzyklaryň kesişme nokady A arkaly geçýär *(5-nji surat)*. a göni çyzygyň α tekizlige perpendikulýar bolýandygyny subut edýäris.

α tekizliginiň A nokady arkaly islendik x göni çyzyk geçirýäris we onuň a göni çyzyga perpendikulýar bolýandygyny görkezýäris. α tekizlikde A nokatdan geçmeýän, b, c we x göni çyzyklary kesip geçýän x göni çyzygy geçirýäris. Bu kesişme degişlilikde B, C we X nokatlar bolsun.

a göni çyzykda A nokadyň dürli taraplarynda AA_1 we AA_2 deň kesimleri goýýarys. Emele gelen A_1BA_2 we A_1CA_2 üçburçluklar deňýanly bolýar (muny özbaşdak esaslandyryň). Mundan A_1BC we A_2BC üçburçluklar deň bolýandygy gelip çykýar (muny hem özbaşdak esaslandyryň). Öz gezeginde, mundan A_1BX we A_2BX burçlaryň deň bolmagy we ahyrynda A_1BX we A_2BX üçburçluklaryň hem deň bolmagy gelip çykýar (muny hem özbaşdak esaslandyryň).

Hususan-da, $A_1X = A_2X$ bolýar. Onda A_1XA_2 üçburçluk deňýanly bolýar. Şonuň üçin onuň XA medianasy onuň beýikligi hem bolýar. Bu bolsa, öz gezeginde, x göni çyzygyň a göni çyzyga perpendikulýar bolýandygyny görkezýär.

5



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Diýmek, a göni çyzyk α tekizlige perpendikulýar.

Bu teoremadan netije hökmünde aşakdaky häsiýetler gelip çykýar. Olary özbaşdak esaslandyryň.

4.3-nji teorema. Eger göni çyzyk iki parallel tekizligiň birine perpendikulýar bolsa, ikinjisine-de perpendikulýar bolýar.

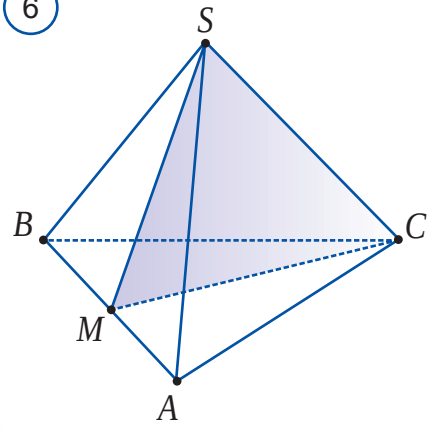
4.4-nji teorema. Eger iki tekizlik bir sany göni çyzyga perpendikulýar bolsa, olar parallel bolýar.

Aşakda «barlyk we ýeke-täklik teoremalary» diýlip atlandyrylýan häsiýetleri hem özbaşdak subut etmek üçin getirýäris.

4.5-nji teorema. Giňişligiň islendik nokadyndan berlen göni çyzyga perpendikulýar ýeke-täk tekizlik geçirmek mümkin.

4.6-njy teorema. Giňişligiň islendik nokadyndan berlen tekizlige perpendikulýar ýeke-täk göni çyzyk geçirmek mümkin.

6



1-nji mesele. $SABC$ dogry üçburçly piramidada M nokat – AB gapyrganyň ortasy *(6-njy surat)*. AB göni çyzygyň SMC tekizlige perpendikulýardygyny subut ediň.

Subudy. Şerte görä, $SABC$ piramida dogry bolany üçin onuň esasy deň taraply, gapdal granlary bolsa deňýanly üçburçluklardan ybarat bolýar.

Onda ABC we ABS üçburçluklaryň CM we SM medianalary olaryň beýiklikleri hem bolýar.

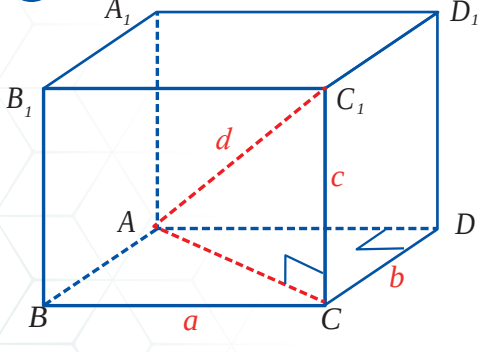
Onda AB göni çyzyk hem CM, hem SM göni çyzyklara perpendikulýar bolýar.

Netijede AB göni çyzyk SMC tekizlikde ýatýan iki SM we CM göni çyzyklaryna perpendikulýardygyny anykladyk.

Bu bolsa, 4.2-nji teorema görä AB göni çyzygyň SMC tekizlige perpendikulýardygyny aňladýar.

Indi gönüburçly parallelepiped üçin umumylaşan Pifagoryň teoremasyny subut edýäris. Munuň üçin III bölümde berlen parallelepipediň häsiýetlerini ýada salýarys.

7



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

4.7-nji teorema. (umumylaşan Pifagoryň teoremasy). Gönüburçly parallelepipediň diagonalynyň kwadraty onuň üç ölçeginiň kwadratlarynyň jemine deň.

Subudy. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ gönüburçly parallelepiped bolsun *(7-nji surat)*.

CC_1 gapyrga $ABCD$ grana perpendikulýar bolany üçin ACC_1 gönüburçly üçburçluk bolýar.

Onda Pifagoryň teoremasyna görä,

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

$AC_1^2 = CC_1^2 + AC^2$. (1)

ADC hem gönüburçly üçburçluk. (Näme üçin?)

Ýene Pifagoryň teoremasyndan peýdalansak:

$AC^2 = AD^2 + DC^2$. (2)

Onda (1) we (2)-ä görä:

$A_1C^2 = CC_1^2 + AC^2 = CC_1^2 + AD^2 + DC^2$.

$AD = BC$ bolany üçin

$A_1C^2 = CC_1^2 + BC^2 + DC^2$.

Eger gönüburçly parallelepipediň diagonalyny d, onuň üç ölçegini a, b we c harplary bilen belgilesek, umumylaşan Pifagoryň teoremasyny aşakdaky ýaly ýazmak mümkin:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

7

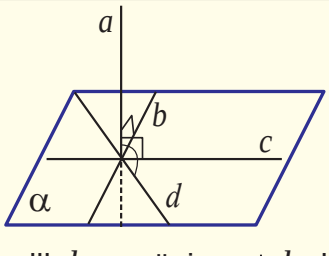
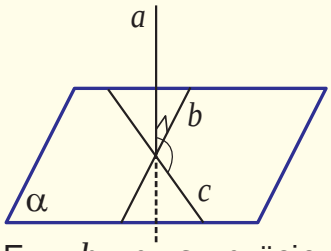


Tema degişli soraglar we ýumuşlar

1. *Giňişlikde nähili göni çyzyklar özara perpendikulýar bolýar?*
2. *Atanaklaýyn göni çyzyklaryň perpendikulýar bolmagy mümkinmi?*
3. *7-nji suratda haýsy şäher şekillendirilen? Onda siz nähili göni çyzyklary we tekizlikleri görýärsiňiz? Suratdan parallel, perpendikulýar we atanaklaýyn göni çyzyklara mysallar getiriň.*
4. *Nähili göni çyzyk tekizlige perpendikulýar diýip atlandyrylýar?*
5. *Bir tekizlige perpendikulýar göni çyzyklaryň häsiýetlerini aýdyň.*
6. *Göni çyzyklaryň we tekizlikleriň perpendikulýarlyk nyşanyny aýdyň.*
7. *Parallel tekizlikleriň birine perpendikulýar bolan göni çyzygyň häsiýetini aýdyň.*
8. *Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan tekizlikleriň häsiýetini aýdyň.*
9. *Umumylaşan Pifagoryň teoremasy näme barada?*

Amaly gönükme we ulanma

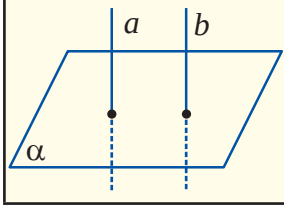
17.1. Jedwelde 17-nji temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

Göni çyzygyň tekizlige perpendikulýarlygy	
Kesgitlemesi	**Nyşany**
	
Eger islendik $b \in \alpha$ üçin $a \perp b$ bolsa, $a \perp \alpha$ diýip atlandyrylýar.	Eger $b \in \alpha$, $c \in \alpha$ üçin $a \perp b$, $a \perp c$ bolsa, $a \perp \alpha$ bolýar.

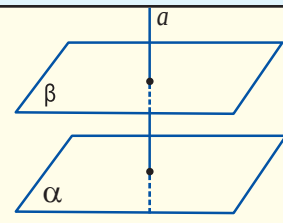
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Tekizlikleriň parallelligi bilen perpendikulýarlygynyň arasyndaky baglanyşyklar

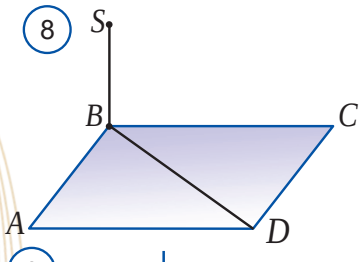


Eger $a \parallel b$, $\alpha \perp a$ bolsa, $\alpha \perp b$ bolýar. Eger $\alpha \perp a$, $b \perp \alpha$ bolsa, $a \parallel b$ bolýar.

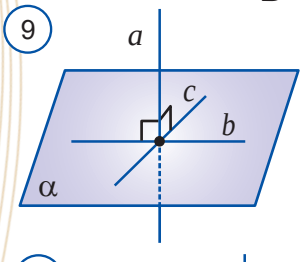


Eger $\alpha \parallel \beta$, $a \perp \beta$ bolsa, $a \perp \alpha$ bolýar. Eger $\alpha \perp a$, $\beta \perp a$ bolsa, $\alpha \parallel \beta$ bolýar.

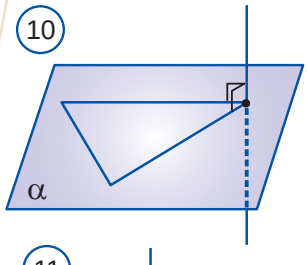
8



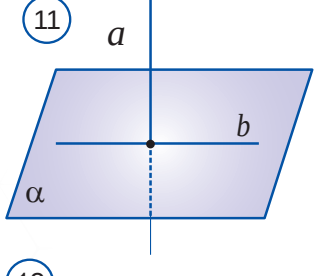
9



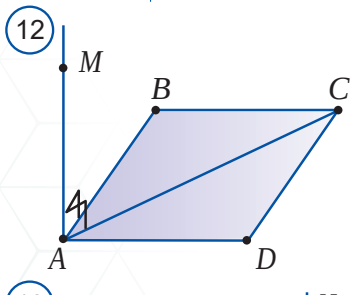
10



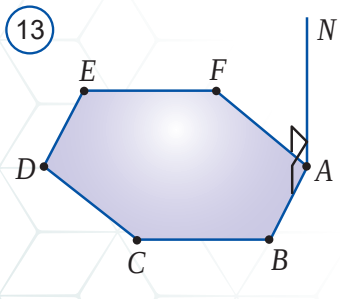
11



12



13



17.2. SB kesim $ABCD$ parallelogram tekizligine perpendikulýar *(8-nji surat)*. SB kesim perpendikulýar bolan göni çyzyklary aýdyň.

17.3. 9-njy suratda α tekizlikde ýatýan b we c göni çyzyklara perpendikulýar bolan a göni çyzyk şekillendirilen. $a \perp \alpha$ bolýandygyny esaslandyryň.

17.4. 10-njy suratdaky göni çyzyk üçburçlugyň iki tarapyna perpendikulýar. Onuň üçburçlugyň tekizligine perpendikulýar bolýandygyny esaslandyryň.

17.5. 11-nji suratda $a \perp \alpha$. a göni çyzygyň α tekizlikde ýatýan b göni çyzyga hem perpendikulýar bolýandygyny esaslandyryň.

17.6. 12-nji suratda $ABCD$ gönüburçlugyň A ujuna MA perpendikulýar geçirilen. Eger $MA \perp AB$ we $MA \perp AC$ bolsa, $MA \perp AD$ bolýandygyny esaslandyryň.

17.7. 13-nji suratda $ABCDEF$ altyburçlugyň A depesine NA perpendikulýar geçirilen. Eger $NA \perp AB$ we $NA \perp AF$ bolsa, a) $NA \perp AC$; b) $NA \perp AD$; c) $NA \perp AE$ bolýandygyny esaslandyryň.

17.8. ABC üçburçlugyň A depesinden onuň AB we AC taraplaryna perpendikulýar bolan AK göni çyzyk geçirilen. Bu göni çyzyk üçburçlugyň A nokadyndan geçirilen beýikligi, medianasyna we bissektrisasyna perpendikulýar bolýandygyny esaslandyryň.

17.9. l göni çyzyk ABC üçburçlugyň AB we AC taraplaryna perpendikulýar. l göni çyzyk we ABC üçburçlugyň tekizliginiň özara ýerleşişini anyklaň.

A) l göni çyzyk ABC tekizligi kesip geçýär, ýöne oňa perpendikulýar däl.

B) l göni çyzyk ABC tekizlige degişli.

C) l göni çyzyk ABC tekizlige perpendikulýar.

D) l göni çyzyk ABC tekizlige parallel.

17.10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ gönüburçly parallelepiped berlen. a) DD_1 göni çyzyk $ABCD$ grana; b) AD göni çyzyk bolsa DD_1CC_1 grana perpendikulýar bolýandygyny esaslandyryň.

17.11. 14-nji suratda $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kub berlen. a) AB_1D – gönüburçly üçburçluk; b) AB_1C_1D – gönüburçlukdygyny esaslandyryň.

17.12. CM göni çyzyk ABC üçburçlugyň tekizligine perpen-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

dikulýar ($\angle C = 90°$). a) BC göni çyzyk AC we CM göni çyzyklar ýatýan tekizlige perpendikulýar; b) AC göni çyzyk BC we CM göni çyzyklar ýatýan tekizlige perpendikulýardygyny subut ediň.

17.13. CD göni çyzyk ABC üçburçlugyň BC tarapyna perpendikulýar ($\angle C = 90°$). Özara perpendikulýar göni çyzyk we tekizlikleri anyklaň we düşündiriň.

17.14. 15-nji suratdaky ABC we DBC gönüburçly üçburçluklar dürli tekizliklerde ýatyr we BC tarap boýunça kesişýär. Haýsy göni çyzyk we tekizlikler özara perpendikulýar bolar? Jogabyňyzy esaslandyryň.

17.15. KO göni çyzyk $ABCD$ parallelogram tekizligine perpendikulýar *(16-njy surat)*. KO göni çyzyga perpendikulýar göni çyzygy anyklaň

17.16. MB göni çyzyk ABC üçburçlugyň AB we BC taraplaryna perpendikulýar *(17-nji surat)*. X nokat AC tarapyň islendik nokady bolsa, MBX üçburçlugyň görnüşini anyklaň.

17.17. $ABCD$ dörtburçlugyň taraplary $A_1B_1C_1D_1$ gönüburçlugyň taraplaryna degişlilikde parallel. $ABCD$ gönüburçlukdygyny subut ediň.

17.18. α tekizlik m göni çyzyga perpendikulýar, m göni çyzyk bolsa n göni çyzyga parallel. α tekizliginiň n göni çyzyga hem perpendikulýar bolýandygyny subut ediň.

17.19. $ABCD$ trapesiýanyň AB esasy ýatýan göni çyzyk α tekizlige perpendikulýar. Bu trapesiýanyň CD esasy ýatýan göni çyzyk hem α tekizlige perpendikulýar bolýandygyny subut ediň.

17.20. Giňişlikdäki göni çyzygyň islendik nokadyndan oňa perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkindigini subut ediň.

17.21. Giňişlikdäki göni çyzygyň islendik nokadyndan oňa iki dürli perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkindigini subut ediň.

17.22. AB, AC, AD göni çyzyklar jübüt-jübüti bilen özara perpendikulýar *(18-nji surat)*. Eger

1) $AB = 3\ cm$, $BC = 7\ cm$, $AD = 1{,}5\ cm$;

2) $BD = 9\ cm$, $BC = 16\ cm$, $AD = 5\ cm$;

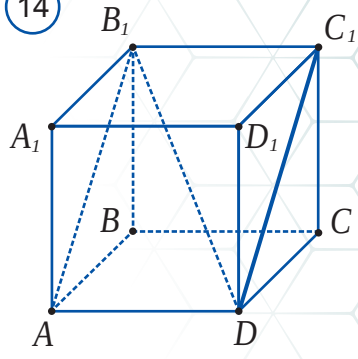
3) $AB = b\ cm$, $BC = a\ cm$, $AD = d\ cm$;

4) $BD = c\ cm$, $BC = a\ cm$, $AD = d\ cm$ bolsa, CD kesimiň uzynlygyny tapyň.

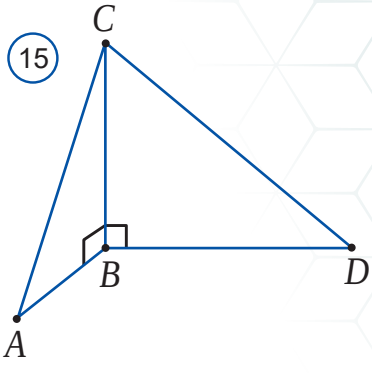
17.23. $ABCD$ gönüburçlugyň A depesinde onuň tekizligine perpendikulýar AK göni çyzyk geçirilen. K nokatdan gönüburçlugyň başga depelerine çenli aralyk 6 m, 7 m, 9 m. AK aralygy tapyň.

17.24. A we B nokatlardan α tekizlige perpendikulýar we ony degişlilikde C we D nokatlarda kesiji göni çyzyklar geçirilen. Eger $AC = 3\ m$, $BD = 2\ m$ we $CD = 2{,}4\ m$ bolsa we AB kesim α tekizligi kesip geçmese, A we B nokatlaryň arasyndaky aralygy tapyň.

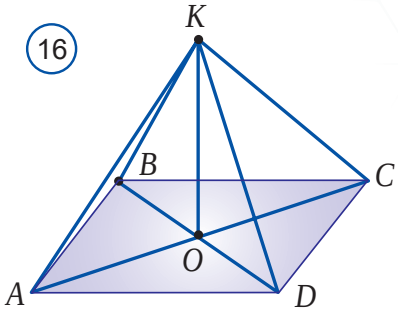
14



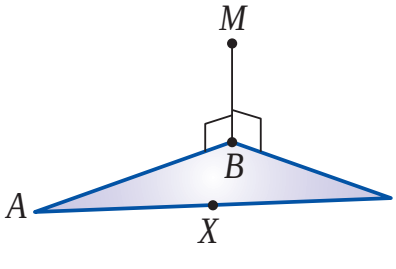
15



16



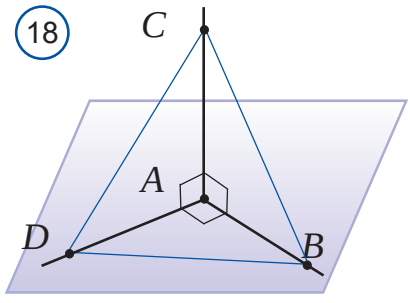
17



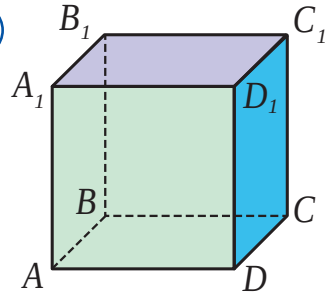
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

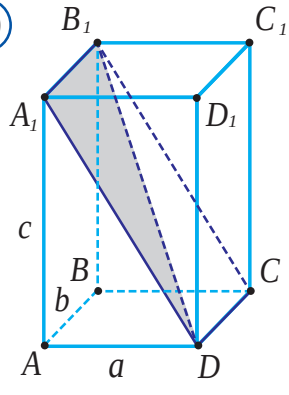
18



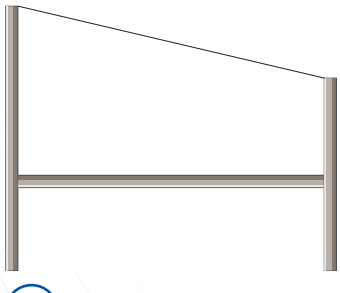
19



20



21



22



17.25. 19-njy suratda şekillendirilen kubuň gapyrgasy a) 4 cm; b) 8 cm bolsa, AB_1C üçburçlugyň perimetrini we DAC_1 üçburçlugyň meýdanyny tapyň.

17.26. CM göni çyzyk tarapy a -a deň bolan $ABCD$ kwadrat tekizligine perpendikulýar we $CM = b$. Eger a) $a = 2$ cm, $b = 1$ cm; b) $a = 3$ cm, $b = 4$ cm bolsa, M nokatdan kwadratyň depelerine çenli bolan aralyklary tapyň.

17.27. ABC gönüburçly üçburçlugyň C depesi arkaly onuň tekizligine CD perpendikulýar geçirilen. Eger a) $AC = 6$ cm, $BC = 8$ cm, $CD = 12$ cm; b) $AC = 12$ cm, $BC = 16$ cm, $CD = 24$ cm bolsa, D nokatdan üçburçlugyň gipotenuzasynyň ortasyna çenli bolan aralygy tapyň.

17.28. 20-nji suratdaky $ABCDA_1B_1D_1C_1$ gönüburçly parallelepipediň ölçegleri a) $a = 12$ cm, $b = 8$ cm, $c = 16$ cm; b) $a = 5$ cm, $b = 10$ cm, $c = 12$ cm bolsa, A_1B_1D üçburçluk we A_1B_1CD dörtburçlugyň meýdanyny tapyň.

17.29. $ABCDA_1B_1D_1C_1$ gönüburçly parallelepipediň ölçegleri a) $a = 12$ cm, $b = 8$ cm, $c = 16$ cm; b) $a = 5$ cm, $b = 10$ cm, $c = 12$ cm; d) $a = 2$ m, $b = 12$ m, $c = 6$ m bolsa, onuň diagonalyny tapyň.

17.30. Dogry gönüburçly parallelepiped esasynyň tarapy 4 cm we beýikligi 5 cm bolsa, onuň diagonalyny tapyň.

17.31. Gönüburçly parallelepipediň esasynyň taraplary 12 cm we 8 cm hem-de diagonaly 16 cm bolsa, onuň beýikligini tapyň.

17.32. ABC gönüburçly üçburçlugyň tekizligine onuň C göni burçy depesi arkaly perpendikulýar geçirilen. $AD = a$, $BD = b$, $CD = c$ bolsa, ABC üçburçlugyň CM medianasyny tapyň.

17.33. $ABCD$ gönüburçlugyň tekizligine onuň A depesi arkaly AE perpendikulýar geçirilen. E nokatdan gönüburçlugyň galan depelerine çenli bolan aralyklar a, b we c ($a < c$, $b < c$) bolsa, AE kesimiň we gönüburçlugyň taraplarynyň uzynlyklaryny tapyň.

17.34. ABC üçburçlukda $\angle C = 90°$ we $\angle A = 30°$. Üçburçlugyň tekizligine onuň C depesi arkaly CM perpendikulýar geçirilen. $AC = 18$ cm, $CM = 12$ cm bolsa, M nokatdan AB göni çyzyga çenli bolan aralygy tapyň.

17.35. Bir-birine parallel bolan sütünleriň ýokarky depeleriniň arasyndaky aralyk 3,4 m *(21-nji surat)*. Sütünler bir-biri bilen gorizontal pürsüň kömeginde daňlan. Birinji sütüniň beýikligi 5,6 m, ikinji sütüniň beýikligi 3,9 m bolsa, pürsüň uzynlygyny tapyň.

17.36. Uzynlygy 15 m bolan telefon simi beýikligi 6 m bolan simagaçdan beýikligi 20 m bolan öý çekip daňlan *(22-nji surat)*. Sütün bilen öýüň arasyndaky aralygy tapyň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

18 GIŇIŞLIKDE PERPENDIKULÝAR, GYŞARMA WE ARALYK

α tekizlige onda ýatmadyk A nokatdan perpendikulýar a göni çyzyk geçiriýäris *(1-nji surat)*. Bu göni çyzyk tekizligi B nokatda kesip geçsin. Şonuň ýaly-da, tekizliginiň käbir C nokadyny A nokat bilen utgaşdyrýarys. Netijede emele gelen

AB kesim *tekizlige geçirilen perpendikulýar*,

AC kesim *tekizlige geçirilen gyşarma,*

BC kesim *gyşarmanyň tekizlikdäki proýeksiýasy,*

B nokat *perpendikulýaryň esasy*,

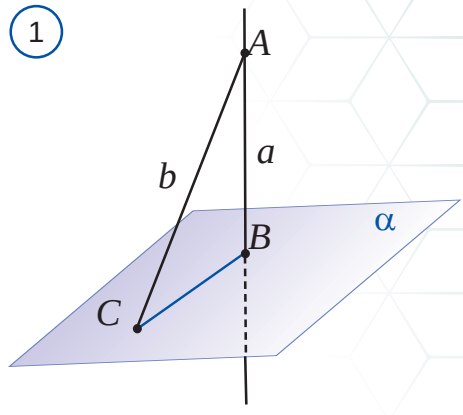
C nokat *gyşarmanyň esasy* diýip atlandyrylýar.

ABC üçburçluk gönüburçly we onda AB katet, AC bolsa gipotenuza bolany üçin hemişe $AB < AC$ bolýar.

Diýmek, käbir nokatdan tekizlige geçirilen perpendikulýaryň uzynlygy şu nokatdan geçirilen islendik gyşarmanyň uzynlygyndan kiçi bolýar.

Käbir nokatdan tekizlige geçirilen perpendikulýar, gyşarmalar we olaryň proýeksiýalary barada aşakdaky teorema orunly bolýar:

1



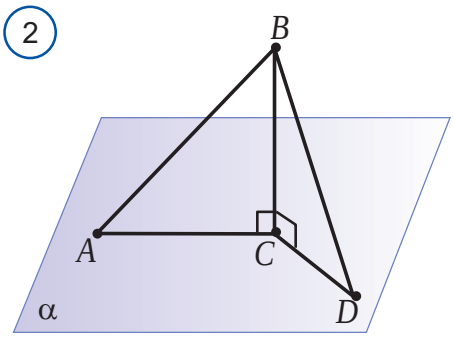
4.7-nji teorema. ***Eger käbir nokatdan tekizlige perpendikulýar we gyşarmalar geçirilen bolsa, onda:*** *(2-nji surat)*

a) perpendikulýaryň uzynlygy islendik gyşarmanyň uzynlygyndan kiçi bolýar;

b) haýsy gyşarmanyň proýeksiýasy uzyn bolsa, şol gyşarma uzyn bolýar;

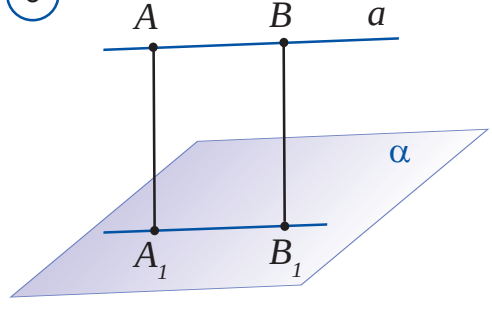
c) haýsy gyşarma uzyn bolsa, şol gyşarmanyň proýeksiýasy uzyn bolýar.

2



Indi parallel göni çyzyklaryň aşakdaky häsiýetini subut edeliň

3



4.8-nji teorema. ***Eger göni çyzyk tekizlige parallel bolsa, onda onuň ähli nokatlary tekizlikden deň aralykda bolýar.***

Subudy. a – berlen göni çyzyk we α bolsa berlen tekizlik bolsun *(3-nji surat)*. a göni çyzykda iki A we B nokady alýarys. Olardan α – tekizlige perpendikulýarlar düşürýäris. Bu perpendikulýarlaryň esasy degişlilikde A we B nokatlar bolsun. Onda A we B nokatlardan α tekizlige çenli bolan

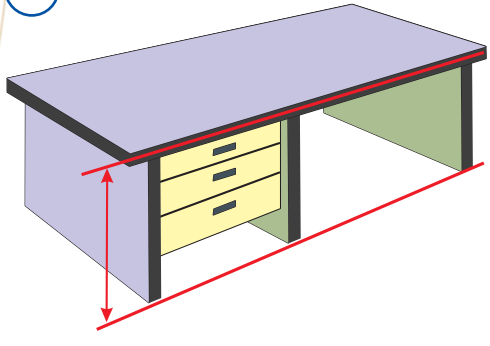
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

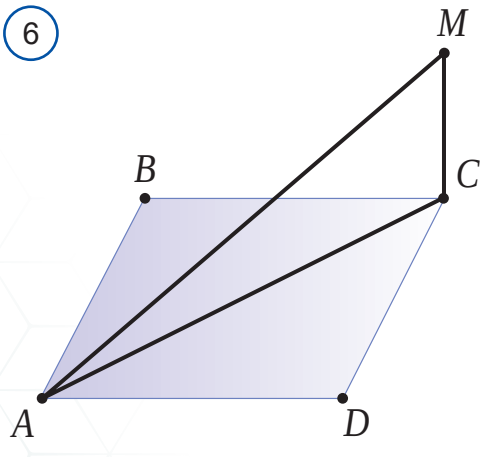
4



5



6



aralyklar degişlilikde AA_1 we BB_1 kesimler bolýar. 3.6-njy teorema görä, AA_1 we BB_1 kesimler parallel bolýar.

Diýmek, olar bir tekizlikde ýatýar. Bu tekizlik α tekizligi A_1B_1 göni çyzyk boýunça kesýär.

a göni çyzyk A_1B_1 göni çyzyga parallel bolýar, çünki ol α tekizligi kesip geçmeýär.

Şeýdip, ABA_1B_1 dörtburçlugyň garşylykly taraplary parallel.

Diýmek, ol parallelogram. Bu parallelogramda $AA_1 = BB_1$.

Nokatdan tekizlige çenli bolan aralyk diýip nokatdan tekizlige geçirilen perpendikulýaryň uzynlygyna aýdylýar.

Daşketdäki sagat minarasynyň beýikligi 30 m diýlende minaranyň depesinden onuň esasynyň tekizligine geçirilen perpendikulýaryň uzynlygy düşünilýär *(4-nji surat)*.

Göni çyzykdan oňa parallel bolan tekizlige çenli bolan aralyk diýip göni çyzygyň islendik nokadyndan şu tekizlige çenli bolan aralyga aýdylýar.

Tekizligiň islendik iki nokadyndan oňa parallel bolan tekizlige çenli bolan aralyklar birmeňzeş bolýar.

Iki parallel tekizligiň arasyndaky aralyk diýip bir tekizligiň islendik nokadyndan ikinji tekizlige çenli bolan aralyga aýdylýar.

5-nji suratda şekillendirilen stoluň beýikligi pol bilen stoluň tekizlikleriniň arasyndaky aralyga deň bolýar.

1-nji mesele. $ABCD$ kwadratyň C depesinden ol ýatýan tekizlige perpendikulýar CM çykarylan *(6-njy surat)*. Eger CM = 6 cm, kwadrat tarapy $4\sqrt{2}$ -ä deň bolsa, M nokatdan kwadratyň A depesine çenli bolan aralygy tapyň.

Çözülişi. Şerte görä, berlen kwadratyň tarapy $AD = 4\sqrt{2}$.

$ABCD$ kwadratyň AC diagonalyny geçirýäris we onuň uzynlygyny hasaplaýarys:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{16 \cdot 2 + 16 \cdot 2} = \sqrt{64} = 8 \ cm;$$

CM tekizlige perpendikulýar bolany üçin $CM \perp AC$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Diýmek, ACM gönüburçly üçburçluk.

Onda Pifagoryň teoremasyna görä:

$MA = \sqrt{AC^2 + CM^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10\ (cm)$

Jogaby: 10 cm.

4.9-njy teorema. Iki atanaklaýyn göni çyzyk ýeke-täk umumy perpendikulýara eýe bolýar.

Subudy. a we b atanaklaýyn göni çyzyklar bolsun *(7-nji a surat)*. Ilki umumy perpendikulýaryň bardygyny görkezýäris. Munuň üçin berlen atanaklaýyn göni çyzyklarda şeýle A we B nokatlary saýlamak mümkindigini görkezmelidiris, ýagny AB göni çyzyk hem a -a, hem b -e perpendikulýar bolsun.

α tekizlik b göni çyzykdan geçýän we a göni çyzyga parallel bolsun. a göni çyzykda C nokady alýarys we ondan α tekizlige CD perpendikulýar düşürýäris. Kesişýän a we CD göni çyzyklardan β tekizligi geçiriýäris. a_1 göni çyzyk α we β tekizlikleriň kesişme çyzygy bolsun *(7-nji b surat)*.

$a_1 \parallel a$ bolany üçin a_1 we b göni çyzyklar nähilidir B nokatda kesişýär. B nokatdan β tekizlikde ýatýan we a göni çyzyga perpendikulýar BA göni çyzygy çykaryarys.

Netijede AB we CD göni çyzyklaryň ikisi-de β tekizlikde ýatýar we a göni çyzyga perpendikulýar bolýar. Şonuň üçin $AB \parallel CD$ we $AB \perp a$ bolýar.

Diýmek, $AB \perp a$ we $AB \perp b$, ýagny AB gözlenýän göni çyzyk bolup, ol a we b atanaklaýyn göni çyzyklaryň ikisi-de perpendikulýar bolýar.

Umumy perpendikulýaryň ýeke-täkdigini özbaşdak subut ediň.

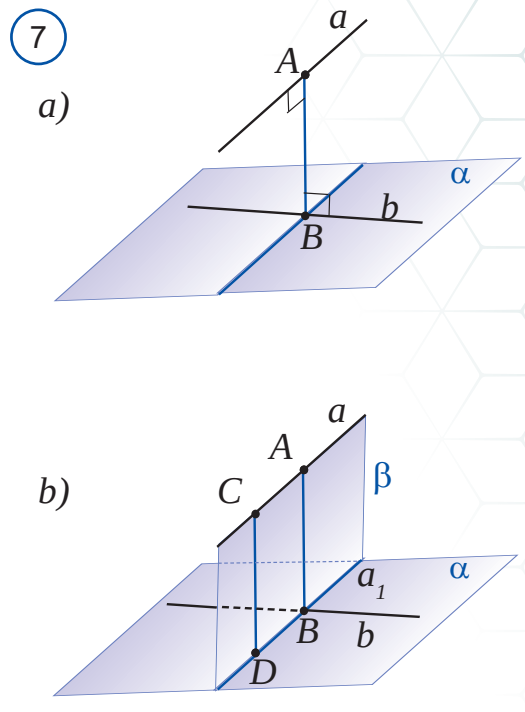
Iki atanaklaýyn göni çyzygyň arasyndaky aralyk diýip olaryň umumy perpendikulýarynyň uzynlygyna aýdylýar.

Ýokardaky teoremadan aşakdaky netije gelip çykýar:

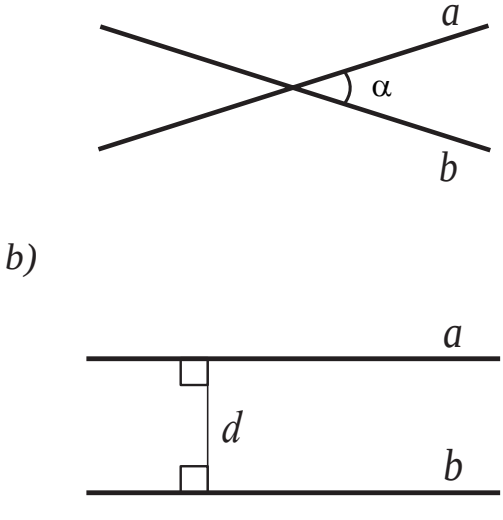
Häsiýet. *Iki atanaklaýyn a we b göni çyzyklaryň arasyndaky aralyk (8-nji surat) a göni çyzygyň islendik nokadyndan b göni çyzyk ýatýan we a göni çyzyga parallel bolan α tekizlige çenli bolan aralyga deň bolýar.*

Ýokardakylara esaslanyp giňişlikde iki göni çyzygyň özara ýerleşişini sanlaryň kömeginde şekillendirip bileris.

7



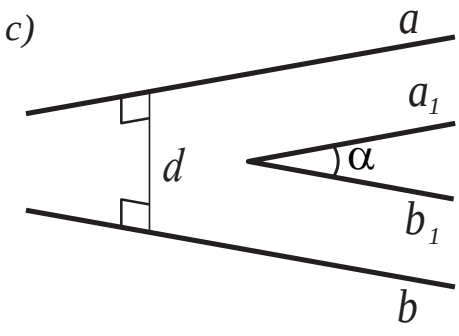
8



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

c)



Eger giňişlikde iki göni çyzyk:

- özara kesişse, olaryň arasyndaky α burç *(8-nji a surat)*,
- özara parallel bolsa, olaryň arasyndaky d aralyk *(8-nji b surat)*,
- özara atanaklaýyn bolsa, olaryň arasyndaky α burç we olaryň arasyndaky d aralyk *(8-nji c surat)* bu göni çyzyklaryň özara ýerleşişini sanly häsiýetlendirýär.

Tema degişli soraglar we ýumuşlar

9



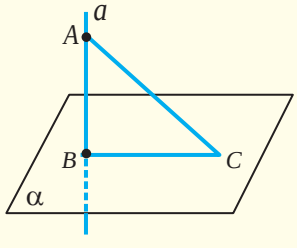
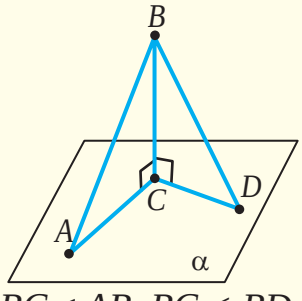
1) *Tekizlige geçirilen perpendikulýara we gyşarma kesgitleme beriň.*
2) *9-njy suratlarda näme: a) perpendikulýar; b) gyşarma tymsalynda şekillendirilen?*
3) *Gyşarmanyň tekizlikdäki proýeksiýasy diýip nämä aýdylýar?*
4) *Nokatdan tekizlige çenli bolan aralyk nähili anyklanýar?*
5) *Tekizlige parallel bolan göni çyzyk bilen tekizliginiň arasyndaky aralyk nähili tapylýar?*
6) *Iki parallel tekizlikleriň arasyndaky aralyk nähili anyklanýar?*
7) *Iki atanaklaýyn göni çyzygyň arasyndaky aralyk nähili anyklanýar?*
8) *Giňişlikde iki göni çyzygyň özara ýerleşişini haýsy sanly ululyklar anyklaýar?*

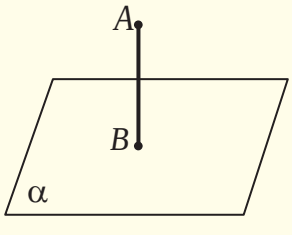
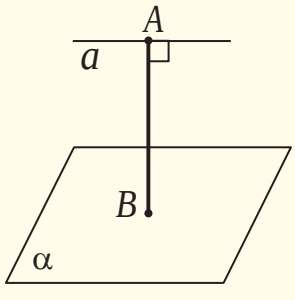
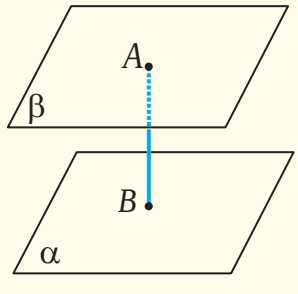
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Amaly gönükme we ulanma

18.1. Jedwelde 18-nji temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

Perpendikulýar we gyşarma	
Kesgitlemesi	**Häsiýetleri**
 Eger $a \perp \alpha$, $AB \notin \alpha$ bolsa: AB – α tekizlige A nokatdan geçirilen perpendikulýar; AC – gyşarma, BC – gyşarmanyň α tekizlige proýeksiýasy.	 $BC < AB$, $BC < BD$; eger $AB = BD$ bolsa, $AC = CD$ bolýar; eger $AC = CD$ bolsa, $AB = BD$ bolýar; eger $AC > CD$ bolsa, $AB > BD$ bolýar.

Aralyklar		
Nokatdan tekizlige çenli bolan aralyk	**Göni çyzykdan tekizlige çenli bolan aralyk**	**Tekizlikleriň arasyndaky aralyk**
 $A \notin \alpha$ $AB \perp \alpha$	 $a \parallel \alpha$, $A \in a$, $AB \perp \alpha$	 $\alpha \parallel \beta$, $A \in \beta$, $AB \perp \alpha$

18.2. 10-njy suratdan a) perpendikulýar; b) gyşarma: c) perpendikulýar esasy; d) gyşarma proýeksiýasyny anyklaň we ýazyň.

18.3. 11-nji suratdan AD we DC kesimler AB we BC gyşarmalaryň proýeksiýasy:

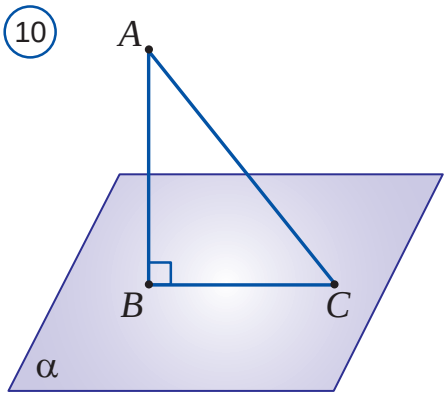
a) Eger $AD > DC$ bolsa, gyşarmalar barada näme diýmek mümkin?

b) Eger $AB = BC$ bolsa, proýeksiýalar barada näme diýmek mümkin?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10



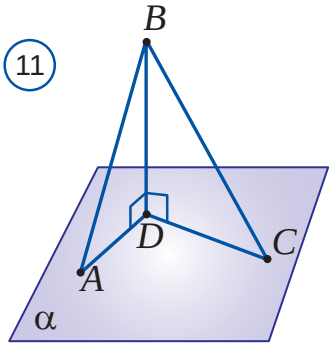
18.4. 12-nji suratdaky näbelli kesimleriň uzynlygyny tapyň.

18.5. 13-nji suratda berlenlerden peýdalanyp MA we MC gyşarmalaryň uzynlyklaryny özara deňeşdiriň.

18.6. AB – perpendikulýar, AC – gyşarma we BC– gyşarma proýeksiýasy bolsa, jedweli berlenlerden peýdalanyp dolduryň.

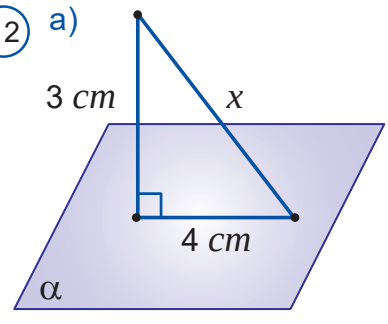
AB	24	15			12
BC	7		24	$4a$	
AC		25	26	$5a$	13

11

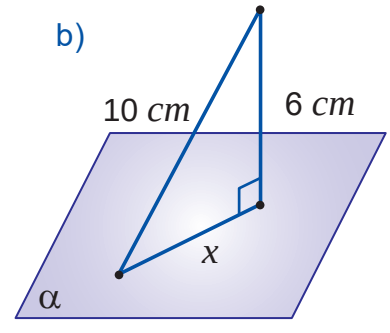


12

a)



b)

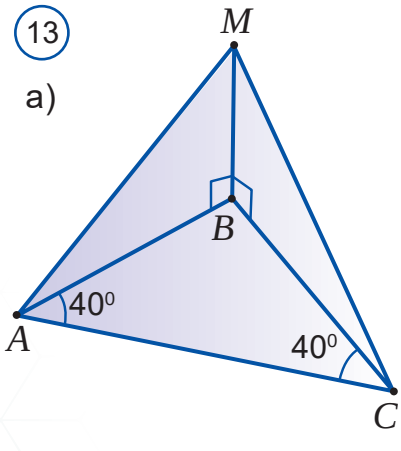


18.7. AB – perpendikulýar, AC – gyşarma, BC – gyşarma proýeksiýasy, α – perpendikulýar bilen gyşarmanyň arasyndaky burç bolsa, jedweli berlenlerden peýdalanyp dolduryň.

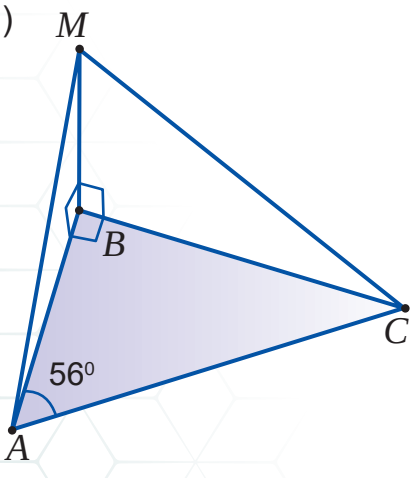
AB			5	6	14
BC		4			14
AC	6	8		12	
α	30^0		45^0		

13

a)



b)



18.8. M nokatdan tekizlige özara deň MA, MB, MC, MD gyşarmalar geçirilen. $ABCD$ dörtburçlugyň görnüşi aşakdakylardan haýsysy bolýar: a) kwadrat; b) parallelogram; c) gönüburçluk. Jogabyňyzy esaslandyryň.

18.9. Eger parallelogramyň depelerinden deň uzaklykda ýatýan nokat bar bolsa, bu parallelogramyň gönüburçlukdygyny subut ediň.

18.10. Eger rombuň depelerinden deň uzaklykda ýatýan nokat bar bolsa, bu romb kwadratdygyny subut ediň.

18.11. A, B, Q nokatlar α tekizlige degişli, M nokat bolsa oňa degişli däl we $MQ \perp \alpha$. MA, AQ, MQ, BQ, MB kesimleriň haýsysy: a) perpendikulýar; b) gyşarma; c) gyşarma proýeksiýasydygyny anyklaň.

18.12. A nokatdan α tekizlige AB we AC gyşarmalar

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

we AO perpendikulýar geçirilen *(14-nji surat)*. Eger AB = 2,5 cm, AC = 3 cm bolsa, gyşarmalaryň proýeksiýalaryny özara deňeşdiriň.

18.13. Nokatdan tekizlige iki gyşarma geçirilen (14-nji surat). Eger gyşarmalaryň biri ikinjisinden 26 cm uzyn, proýeksiýalary bolsa 12 cm we 40 cm bolsa, bu gyşarmalaryň uzynlyklaryny tapyň.

18.14. Üçburçlugyň daşyndan çyzylan töweregiň merkezinden üçburçlugyň tekizligine perpendikulýar göni çyzyk geçirilen. Bu göni çyzygyň her bir nokady üçburçlugyň depelerinden deň uzaklykda ýatýandygyny subut ediň.

18.15. Meýdany a) 21 cm^2; b) 96 cm^2; c) 44 cm^2; d) 69 cm^2; e) 156 cm^2 bolan $ABCD$ kwadratyň tekizligine uzynlygy 10 cm bolan DM perpendikulýar geçirilen. MA gyşarmanyň uzynlygyny tapyň.

18.16. Göni burçy C bolan ABC üçburçlugyň ýiti burçy depesinden üçburçlugyň tekizligine perpendikulýar AD göni çyzyk geçirilen. Eger $AC = c$, $BC = b$ we $AD = c$ bolsa, D nokatdan B we C depelerine çenli bolan aralyklary tapyň.

18.17. Bir-birinden 4,2 m uzaklykda bolan wertikal sütünleriň ýokarky depeleri pürs bilen utgaşdyrylan. Sütünleriň beýiklikleri 5,8 m we 4,1 m bolsa, pürsüň uzynlygyny tapyň.

18.18. 20 m uzynlykdaky telefon simi simagaja ýeriň üstünden 8 m beýiklikde berkidilen we ondan beýikligi 18 m bolan köp gatly öýüň tamyna çekilen. Öý bilen sütüniň arasyndaky aralygy tapyň.

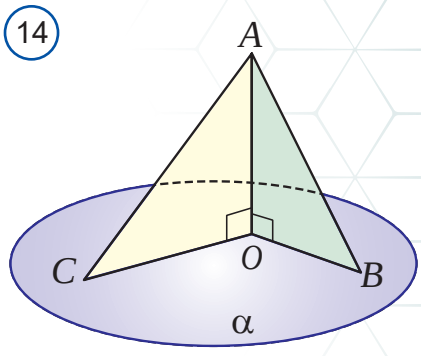
18.19. Tekizlige P nokatdan geçirilen PQ perpendikulýaryň uzynlygy 1-e, PA we PB gyşarmalaryň uzynlyklary bolsa 2-ä deň. C nokat AB kesimiň ortasy. Eger a) $\angle APB = 90^o$; b) $\angle APB = \beta$ bolsa, QC kesimiň uzynlygyny tapyň.

18.20. $ABCD$ parallelogramyň kütek B burçunyň depesinden onuň tekizligine perpendikulýar bolan BH kesim geçirilen. Eger AH = 5 cm, $HD = HC$ = 8,5 cm, $AC = 1{,}5\sqrt{33}$ bolsa, parallelogramyň taraplaryny tapyň.

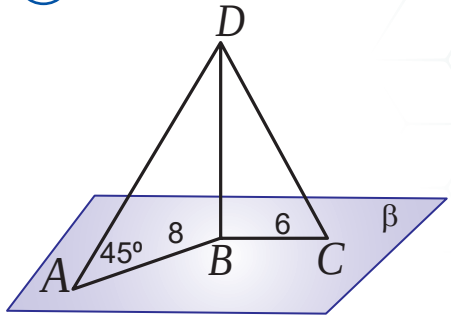
18.21. M nokat tarapy 60 cm bolan göni ABC üçburçlugyň her bir depesinden 40 cm aralykda ýerleşen. ABC üçburçlugyň tekizliginden M nokada çenli bolan aralygy tapyň.

18.22. β tekizlige BD perpendikulýar *(15-nji surat)*, AD we DC gyşarmalar geçirilen. $\angle DCB$ = 45º, AB = 8, BC = 6. CD -ny tapyň.

14



15



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

«GeoGebra»ny ulanyp

3D kalkulýatorynyň kömeginde nokatdan göni çyzyga çenli bolan aralygy kesgitlemek

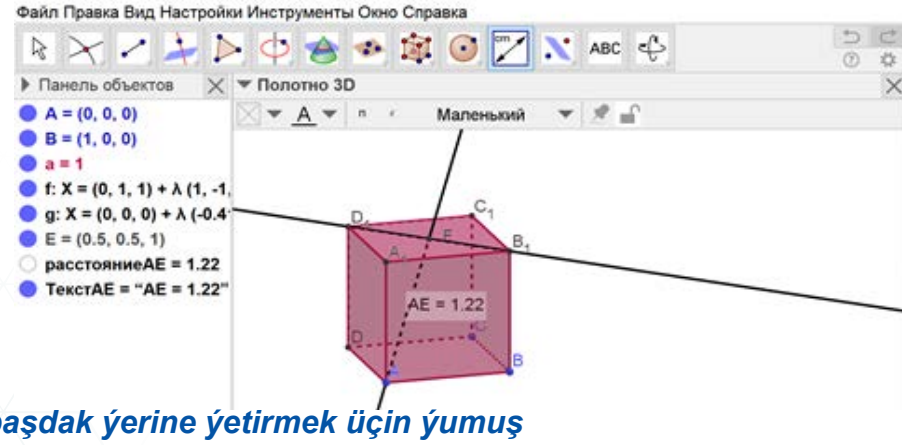
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ birlik kub berlen. Kubuň A depesinden B_1D_1 göni çyzyga perpendikulýar geçirilen. A depesinden B_1D_1 göni çyzyga çenli bolan aralygy tapyň.

Gurmak:

- «GeoGebra»da täze aýna açyň.
- «GeoGebra» interfeýsini **«Настройки»** – **«3D Графика»** görnüşine geçiriň.

Aralygy kesgitlemegiň basgançaklary

1.		**Ввод** (Girizme) setiri arkaly	A=(0,0,0) nokat gurulýar.
2.		**Ввод** (Girizme) setiri arkaly	B=(1,0,0) nokat gurulýar.
3.		**Куб** (Kub)	Birlik kub gurulýar.
4.		**«Переименовать»** (Adyny çalşyrmak)	E, F, G, H nokatlar degişlilikde A_1, B_1, C_1, D_1 -i üýtgedilýär. Munuň üçin nokadyň üstüne basylýar we täze belgi girizilýär.
5.		**«Прямая»** (Göni çyzyk)	B_1D_1 göni çyzyga geçirilýär.
6.		**«Перпендикулярная прямая»** (Perpendikulýar göni çyzyk)	Kubuň A depesinden B_1D_1 göni çyzyga perpendikulýar geçirilýär.
7.		**«Пересечение»** (Kesişme)	B_1D_1 göni çyzyk we geçirilen perpendikulýar çyzyklar kesişme nokady – E belgilenýär.
8.		**«Расстояние или длина»** (Aralyk ýa-da uzynlyk)	Kubuň A depesi bilen E nokadynyň arasyndaky aralyk anyklanýar: AE = 1.22.



Özbaşdak ýerine ýetirmek üçin ýumuş

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ birlik kub berlen. Kubuň A depesinden BD_1 göni çyzygyna perpendikulýar geçirilen. A depesinden BD_1 göni çyzyga çenli bolan aralygy tapyň.

2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ birlik kubuň AA_1 granynyň ortasy – E-den BD_1 çyzygyna perpendikulýar geçirilen. E nokatdan BD_1 çyzyga çenli bolan aralygy tapyň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

19 ÜÇ PERPENDIKULÝARLAR HAKYNDAKY TEOREMA

4.9-njy teorema. ***Eger tekizlige geçirilen gyşarmanyň esasyndan geçýän göni çyzyk gyşarmanyň proýeksiýasyna perpendikulýar bolsa, onda ol gyşarmanyň özüne-de perpendikulýar bolýar.***

Subudy. Diýeliň, AB kesim α tekizlige geçirilen perpendikulýar, AC kesim bolsa gyşarma bolsun.

c göni çyzyk bolsa α tekizlikde ýatýan, C nokatdan geçýän we gyşarma proýeksiýasyna perpendikulýar bolan göni çyzyk bolsun *(1-nji surat)*.

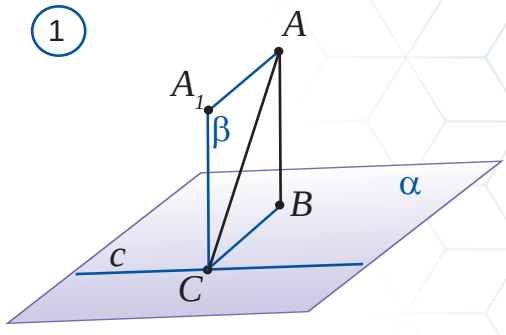
AB-e parallel A_1C göni çyzygy geçirýäris. Bu göni çyzyk α tekizlige perpendikulýar bolýar.

AB we A_1C göni çyzyklar arkaly β tekizligi geçirýäris. c göni çyzyk CA_1 göni çyzyga perpendikulýar bolýar. Şerte görä, ol CB göni çyzyga hem perpendikulýardyr. Onda c göni çyzyk β tekizlige-de perpendikulýar bolýar.

Diýmek, c göni çyzyk β tekizlikde ýatýan AC gyşarma hem perpendikulýar bolýar.

Bu teoremada üç perpendikulýarlar barada aýdylýandygy üçin ol «Üç perpendikulýar hakyndaky teorema» adyny alypdyr. Bu teorema ters bolan teorema hem orunly bolýar. Ony özbaşdak subut ediň.

1



4.10-njy teorema. ***Eger tekizlige geçirilen gyşarmanyň esasyndan geçýän göni çyzyk gyşarma perpendikulýar bolsa, onda ol gyşarmanyň proýeksiýasyna hem perpendikulýar bolýar.***

1-nji mesele. Üçburçlugyň içinden çyzylan töweregiň merkezinden üçburçlugyň tekizligine perpendikulýar göni çyzyk geçirilen *(2-nji surat)*. Bu göni çyzygyň islendik nokady üçburçlugyň taraplaryndan deň uzaklykda ýatýandygyny subut ediň.

Subudy. Diýeliň, A,B,C – üçburçlugyň taraplarynyň töwerek bilen kesişme nokatlary, O – töweregiň merkezi, S bolsa perpendikulýardaky islendik nokat bolsun.

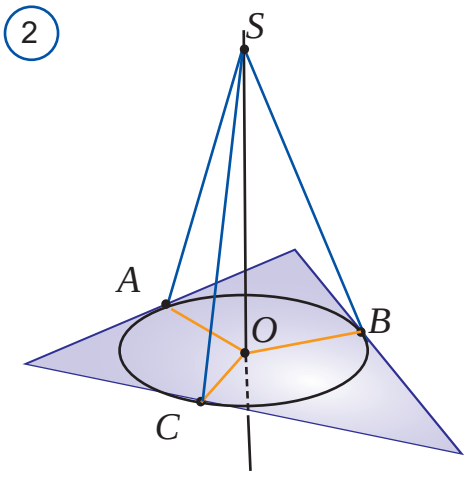
OA üçburçluk tarapyna perpendikulýar bolany üçin üç perpendikulýar hakyndaky teorema görä, OA hem bu tarapa perpendikulýar bolýar. Onda SAO gönüburçly üçburçluk bolýar. Bu üçburçlukda Pifagoryň teoremasyna görä:

$$SA=\sqrt{AO^2+OS^2}=\sqrt{r^2+OS^2}$$

bu ýerde r – töweregiň radiusy.

Edil şoňa meňzeş SBO gönüburçly üçburçlukdan $SB=\sqrt{r^2+OS^2}$ we SCO gönüburçly üçburçlukdan bolsa $SC=\sqrt{r^2+OS^2}$ bolýandygyny tapýarys.

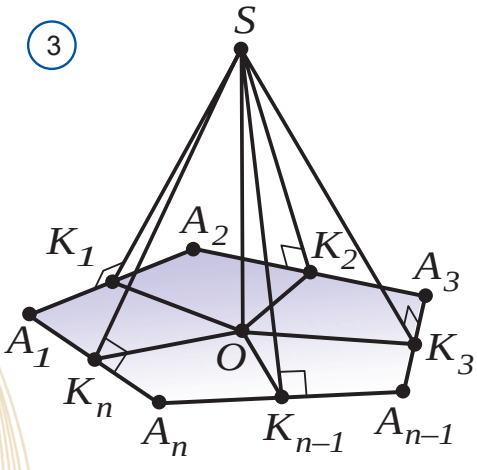
2



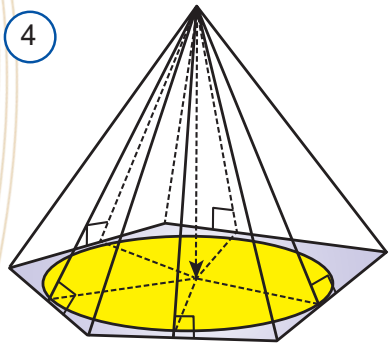
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

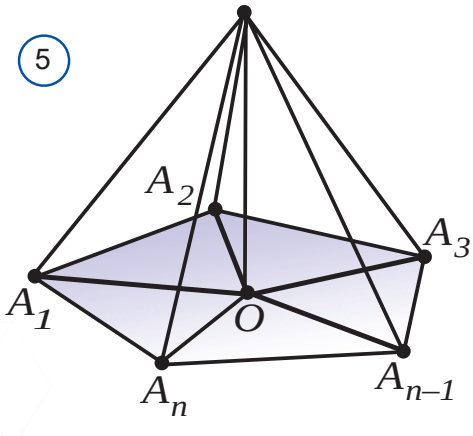
3



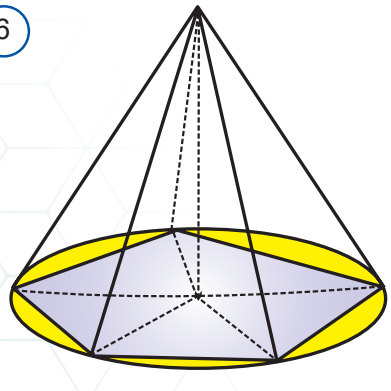
4



5



6



Diýmek, $SA = SB = SC$.

Bu häsiýetiň islendik köpburçluk üçin umumy bolan ýagdaýlaryna-da seredeliň.

2-nji mesele. Giňişlikdäki nokat köpburçlugyň taraplaryndan deň uzaklykda ýerleşen bolup, ondan köpburçlugyň tekizligine perpendikulýar geçirilen. Bu perpendikulýar esasy nokat köpburçlugyň içinden çyzylan töweregiň merkezi bilen gabat gelýändigini subut ediň *(3-nji surat)*.

Subudy. Diýeliň, S – berlen nokat, $A_1A_2...A_{n-1}A_n$ – berlen köpburçluk we O bolsa S nokatdan köpburçlugyň tekizligine geçirilen perpendikulýaryň esasy bolsun.

Onda, şerte görä, SK_1, SK_2, ... SK_n – S nokatdan köpburçlugyň taraplaryna çenli bolan aralyklar (ýagny bu taraplara geçirilen perpendikulýarlar) özara deň bolýar:

$SK_1 = SK_2 = ... = SK_n$.

O nokady K_1, K_2, ... K_n nokatlar bilen utgaşdyryp çykýarys. Netijede, SOK_1, SOK_2, ... , SOK_n – bir sany SO umumy katete we deň gipotenuzalara eýe gönüburçly üçburçluklary alarys.

Bir sany kateti we gepotenuzalary deňligine hem-de üçburçluklaryň deňlik nyşanyna görä bu gönüburçly üçburçluklar deň bolýar.

Onda olaryň ikinji katetleri – OK_1, OK_2, ... OK_n hem özara deň bolýar: $OK_1 = OK_2 = ... = OK_n$.

Bu deňlikler perpendikulýaryň esasy – O nokat köpburçlugyň içinden çyzylan töweregiň merkezi bilen gabat gelýändigini görkezýär.

Bu häsiýetden aşakdaky möhüm netije gelip çykýar.

Netije. Eger piramidanyň ähli gapdal granlarynyň beýiklikleri özara deň bolsa (ýa-da gapdal granlary esas tekizligi bilen birmeňzeş burç düzse), onda bu piramidanyň beýikligi esasyna içinden çyzylan töweregiň merkezine düşýär *(4-nji surat)*.

3-nji mesele. Giňişlikdäki nokat köpburçlugyň depelerinden deň uzaklykda ýerleşen bolup, ondan köpburçlugyň tekizligine perpendikulýar geçirilen. Bu perpendikulýaryň esasy köpburçlugyň daşyndan çyzylan töweregiň merkezi bilen gabat gelýändigini özbaşdak subut ediň *(5-nji surat)*.

Netije. Eger piramidanyň ähli gapdal gapyrgalary özara deň bolsa (ýa-da gapdal gapyrgalary esas tekizligi bilen birmeňzeş burç düzse), onda bu piramidanyň beýikligi esasyň daşyndan çyzylan töweregiň merkezine düşýär *(6-njy surat)*.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4-nji mesele. Giňişlikde berlen nokatdan tekizlige iki gyşarma geçirilen. Bu gyşarmalaryň biri ikinjisinden 26 cm uzyn bolup, olaryň proýeksiýalary uzynlygy degişlilikde 12 cm we 40 cm. Gyşarmalaryň uzynlygyny tapyň.

Çözülişi. Aýdaly, AB – perpendikulýar, AC we AD bolsa mos gyşarmalar bolsun *(7-nji surat)*.

$AC = x$ cm diýip alýarys. Onda şerte görä:

$AD = x + 26$ cm bolýar.

1) ABC – gönüburçly üçburçluk. Pifagoryň teoremasyna görä:

$AC^2 = AC^2 + AB^2$ ýa-da $AB^2 = x^2 + 144$.

2) ABD hem gönüburçly üçburçluk. Pifagoryň teoremasyna görä:

$AD^2 = BD^2 + AB^2$ ýa-da $AB^2 = (x + 26)^2 - 1600$.

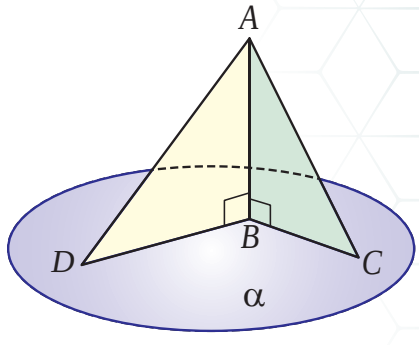
1 we 2-den $x^2 + 144 = (x + 26)^2 - 1600$-i alarys.

Ondan $x = 16$ cm bolýandygyny anyklaýarys.

Diýmek, $AC = 15$ cm, $AD = x + 26 = 41$ (cm) bolýar.

Jogaby: $AC = 15$ cm, $AD = 41$ cm.

7



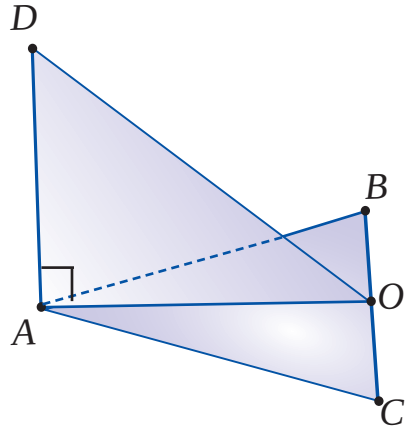
5-nji mesele. ABC üçburçlugyň tekizligine onuň A nokadyndan perpendikulýar geçirilen *(8-nji surat)*. Eger $AB = 13$, $BC = 20$, $AC = 11$ we $AD = 36$ bolsa, D nokatdan BC göni çyzyga çenli bolan aralygy tapyň.

Çözülişi. Gözlenýän aralyk D nokatdan BC tarapa geçirilen perpendikulýaryň uzynlygyna deň bolýar. Bu kesimi düşürmek üçin onuň BC tarapdaky esasyny tapmaly. Munuň üçin ABC üçburçlugyň A depesinden BC tarapyna AO beýikligi düşürýäris: $AO \perp BC$.

Onda üç perpendikulýar hakyndaky teorema görä, $BC \perp DO$ bolýar. Diýmek, DO gözlenýän kesimdir.

Indi DO kesimiň uzynlygyny tapýarys. Munuň üçin ilki ABC üçburçlugyň meýdanyny Geronuň formulasyndan peýdalanyp tapýarys:

8



$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{20+11+13}{2} = 22;$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$= \sqrt{22 \cdot (22-20) \cdot (22-11) \cdot (22-13)} = 66$$

$$AO = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 66}{20} = 6,6$$

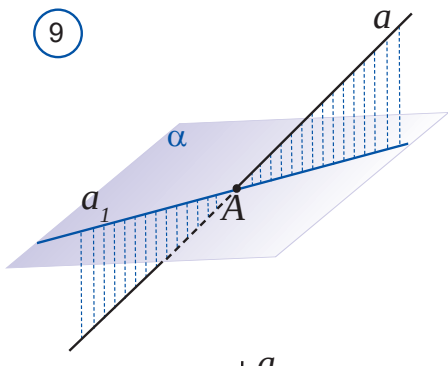
ADO gönüburçly üçburçlukda Pifagoryň teoremasyna görä:

$$DO = \sqrt{AD^2 + AO^2} = \sqrt{36^2 + 6,6^2} = 36,6$$

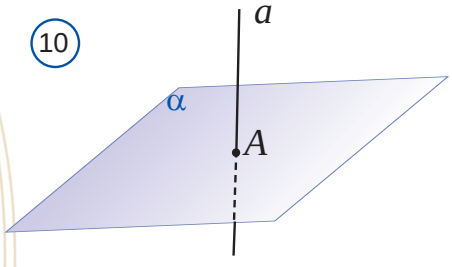
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

9



10



Aýdaly, α tekizlik we ony kesip geçýän we bu tekizlige perpendikulýar bolmadyk a göni çyzyk berlen bolsun *(9-njy surat)*. a göni çyzygyň her bir nokadyndan perpendikulýarlar düşürýäris. Bu perpendikulýarlaryň esaslary a_1 göni çyzygy düzýär.

a_1 göni çyzyk a göni çyzygyň α tekizlikdäki *proýeksiýasy* diýip atlandyrylýar.

a göni çyzyk we α tekizligiň arasyndaky burç diýip, göni çyzyk bilen onuň bu tekizlikdäki proýeksiýasynyň arasyndaky burça aýdylýar.

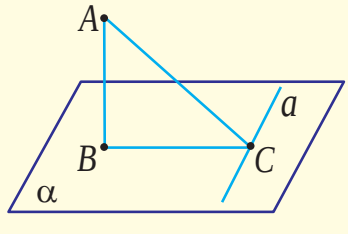
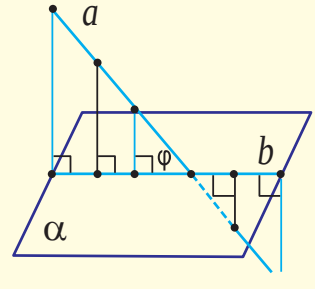
Eger göni çyzyk tekizlige perpendikulýar bolsa *(10-njy surat)*, onuň bilen tekizligiň arasyndaky burç 90° -a, eger parallel bolsa, bu göni çyzyk bilen tekizligiň arasyndaky burç 0° -a deň diýip alynýar.

Tema degişli soraglar we ýumuşlar

1. *Üç perpendikulýar hakyndaky teoremany düşündiriň. Näme sebäpden ol şeýle atlandyrylan?*
2. *Üç perpendikulýar hakyndaky teorema ters teoremany aýdyň we düşündiriň.*
3. *Göni çyzyk bilen tekizligiň arasyndaky burç nähili anyklanýar?*
4. *Tekizlik we oňa perpendikulýar göni çyzygyň arasyndaky burç näçe gradus?*

Amaly gönükme we ulanma

19.1. Jedwelde 19-njy temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

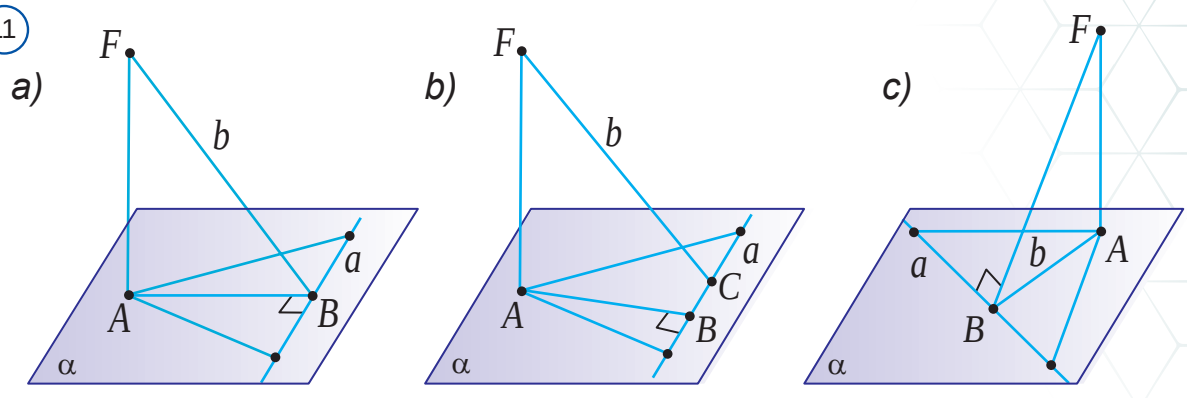
Üç perpendikulýar hakyndaky teorema	Göni çyzyk bilen tekizligiň arasyndaky burç
 $AB \perp \alpha$ Eger $a \perp BC$ bolsa, $a \perp AC$ bolýar. Eger $a \perp AC$ bolsa, $a \perp BC$ bolýar.	 b – a -nyň α tekizlikdäki proýeksiýasy. φ – a we α tekizligiň arasyndaky burç.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

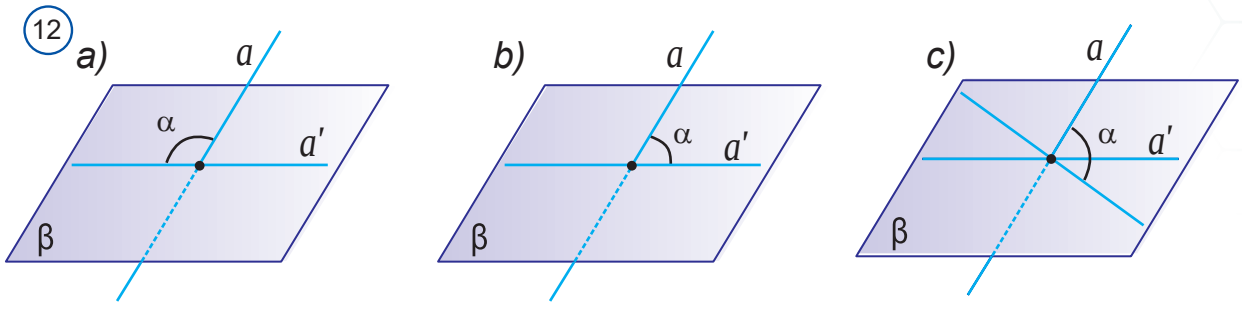
19.2. 11-nji suratda $AF \perp \alpha$. a we b göni çyzyklaryň özara ýerleşişini anyklaň.

11



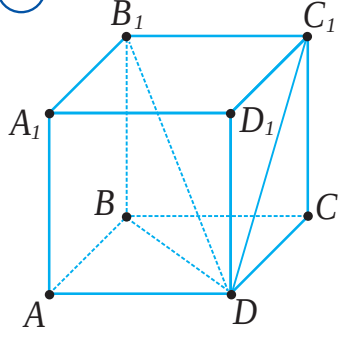
19.3. 12-nji suratda a' göni çyzyk – a göni çyzygyň β tekizlikdäki proýeksiýasy. Suratlaryň haýsysynda a göni çyzyk we β tekizliginiň arasyndaky α burç dogry görkezilen?

12

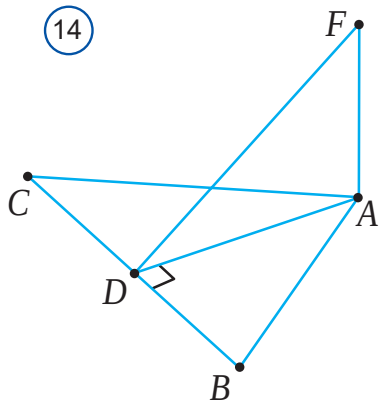


19.4. 13-nji suratda $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kub berlen. a) DD_1C_1C granyň DC_1 diagonaly we $ABCD$ esas tekizliginiň arasyndaky; b) kubuň B_1D diagonaly we $ABCD$ esas tekizliginiň arasyndaky; c) kubuň B_1D diagonaly we DD_1C_1C gran tekizliginiň arasyndaky burçy anyklaň.

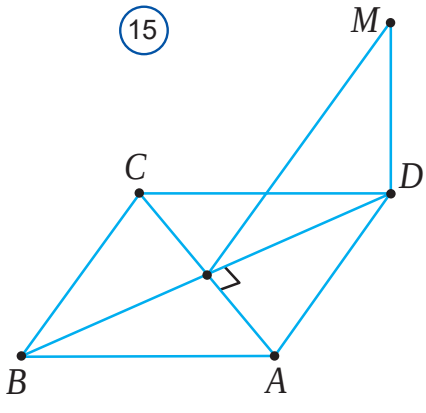
13



14



15



19.5 14-nji we 15-nji suratlara degişli meseleler düzüň we olary çözüň.

19.6. Aşakdaky pikir ýöretmeleriň haýsysy nädogry?

A) Eger iki göni çyzyk bir sany tekizlige perpendikulýar bolsa, bu göni çyzyklar parallelidir.

B) Eger tekizlikde ýatmaýan göni çyzyk tekizlikdäki käbir göni çyzyga parallel bolsa, tekizlik we göni çyzyk özara parallelidir.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

C) Eger tekizlige geçirilen gyşarma tekizlikde ýatýan göni çyzyga perpendikulýar bolsa, onuň proýeksiýasy hem göni çyzyga perpendikulýar bolýar.

D) Tekizlikde ýatýan iki göni çyzyga perpendikulýar bolan göni çyzyk tekizlige hem perpendikulýar bolýar.

E) Iki göni çyzygyň her biri üçünji göni çyzyga parallel bolsa, bu göni çyzyklar parallelldir.

19.7. Aşakdaky pikir ýöretmeleriň haýsysy nädogry?

A) Eger tekizlik iki parallel tekizliklerden birine perpendikulýar bolsa, onda bu tekizlik ikinji tekizlige hem perpendikulýar bolýar.

B) Tekizlikde ýatýan kesişýän iki göni çyzyga perpendikulýar bolan göni çyzyk tekizlige hem perpendikulýar bolýar.

C) Giňişlikdäki iki göni çyzyk üçünji göni çyzyga perpendikulýar bolsa, olar özara parallelldir.

D) Eger tekizlikdäki göni çyzyk tekizlige geçirilen gyşarma perpendikulýar bolsa, bu göni çyzyk gyşarmanyň proýeksiýasyna hem perpendikulýar bolýar.

E) Iki parallel tekizligi üçünji tekizlik bilen kesende emele gelen göni çyzyklar özara parallel bolýar.

19.8. A nokat tarapy a -a deň bolan deň taraply üçburçlugyň depelerinden a aralykda ýatýar. A nokatdan üçburçlugyň tekizligine çenli bolan aralygy tapyň.

19.9. α tekizligiň daşarsyndaky S nokatdan oňa üç deň SA, SB, SC gyşarmalar we SO perpendikulýar geçirilen. Perpendikulýaryň O esasy ABC üçburçlugyň daşyndan çyzylan töweregiň merkezi bolýandygyny subut ediň.

19.10. Deň taraply üçburçlugyň taraplary 3 m-e deň. Üçburçlugyň her bir depesinden 2 m aralykda bolan nokatdan üçburçlugyň tekizligine çenli bolan aralygy tapyň.

19.11. Deňýanly üçburçluk esasy we beýikligi 4 m-e deň. Berlen nokat üçburçlugyň tekizliginden 6 m aralykda we onuň depelerinden birmeňzeş aralykda ýatýar. Şu aralygy tapyň.

19.12. A nokatdan kwadratyň depelerine çenli bolan aralyk a -a deň. Kwardatyň tarapy b-e deň bolsa, A nokatdan kwadratyň tekizligine çenli bolan aralygy tapyň.

19.13. Berlen nokatdan tekizlige geçirilen berlen uzynlykdaky gyşarmalaryň esaslarynyň geometrik ornuny tapyň.

19.14. Berlen nokatdan tekizlige uzynlyklary 10 cm we 17 cm bolan iki gyşarma geçirilen. Bu gyşarmalaryň proýeksiýasynyň tapawudy 9 cm-e deň. Gyşarmalaryň proýeksiýalaryny tapyň.

19.15. Nokatdan tekizlige iki gyşarma geçirilen. Eger: a) olardan biri ikinjisinden 26 cm uzyn, gyşarmalaryň proýeksiýalary 12 cm we 40 cm bolsa; b) gyşarmalaryň uzynlyklary 1 : 2 gatnaşykda bolup, olaryň proýeksiýalary 1 cm we 7 cm-e deň bolsa, gyşarmalaryň uzynlyklaryny tapyň.

19.16. α tekizlikden d aralykda ýatýan A nokada tekizlik bilen 30° burçy düzýän AB we AC gyşarmalar geçirilen. Olaryň α tekizlige proýeksiýalary özara 120°-ly burçy düzýär. BC kesimiň uzynlygyny tapyň.

19.17. Eger gönüburçly we deňýanly üçburçlugyň katetlerinden biri tekizlige degişli, ikinjisi bolsa onuň bilen 45°-ly burç düzse, gipotenuza bu tekizlik bilen 30°-ly burçy düzýändigini subut ediň.

19.18. ABC üçburçlugyň tekizligine MA perpendikulýar geçirilen. $\angle MBC = 45°$. $\angle ACB = 90°$. $MA = MC$. $\angle AMB$-ni tapyň *(16-njy surat)*.

19.19. a gyşarma α tekizlik bilen 45°-ly burç düzýär, tekizligiň b göni çyzygy bolsa gy-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

şarma proýeksiýasy bilen 45°-ly burç düzýär. a we b göni çyzyklaryň arasyndaky burçuň 60°-a deňdigini subut ediň.

19.20. P nokat tarapy a -a deň $ABCD$ kwadratyň her bir depesinden a aralykda ýatýar. Kwadratyň tekizliginiň we AP göni çyzygyň arasyndaky burçy tapyň.

19.21. Üçburçly piramidanyň hemme gapyrgalary özara deň. Piramidanyň gapyrgasy we bu gapyrga degişli bolmadyk granynyň arasyndaky burçy tapyň.

19.22. Gönüburçly parallelepipediň ölçegleri a, b we c -e deň. Parallelepipediň diagonaly bilen onuň granlarynyň diagonallarynyň arasyndaky aralygy tapyň.

19.23. $AB \perp \alpha$, $CD \perp \alpha$, $AB = CD$ berlen *(17-nji surat)*. $ABCD$ dörtburçlugyň görnüşini anyklaň.

19.24. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kub berlen. $AD \perp DCC_1$ bolýandygyny subut ediň.

19.25. S nokatdan α tekizlige perpendikulýar SO, SA we SB gyşarmalar geçirilen. $SA = 20\ cm$, $AO = 16\ cm$, $OB = 5\ cm$ bolsa, SB-ni tapyň.

19.26. S nokat $ABCD$ dörtburçlugyň tekizliginde ýatmaýar we onuň depelerinden deň aralykda ýerleşen. S nokatdan ABC tekizlige çenli bolan aralyk $24\ cm$, $AB = 12\ cm$, $BC = 16\ cm$ bolsa, S nokatdan dörtburçlugyň depelerine çenli bolan aralyklary tapyň.

19.27. Nokatdan katetleri $15\ cm$ we $20\ cm$ bolan gönüburçly üçburçlugyň tekizligine, uzynlygy $16\ cm$ bolan perpendikulýar geçirilen. Perpendikulýaryň esasy üçburçlugyň gönüburçly depesinde. Bu nokatdan gipotenuza çenli bolan aralygy tapyň.

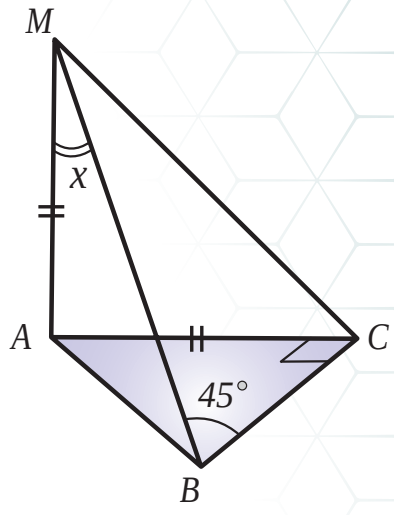
19.28. A nokatdan α tekizlige tekizlik bilen 60° burç emele getirýän AB we AC gyşarmalar geçirilen. Eger $BC = AC = 6$ bolsa, AB-ni tapyň.

19.29. β tekizlige CD perpendikulýar *(18-nji surat)*, AD we BD gyşarmalar geçirilen. $BC = 6$, $AD = 10$, $AC = 8$. $\angle DBC$-ni tapyň.

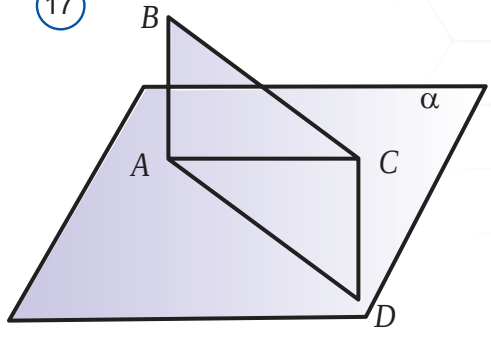
19.30. 19-njy suratda $ABCD$ gönüburçluk.

MC – gönüburçlugyň tekizligine perpendikulýar. $\angle BAM = 64°$. $\angle BMA$-ni tapyň.

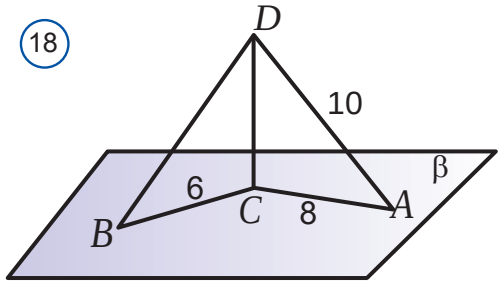
16



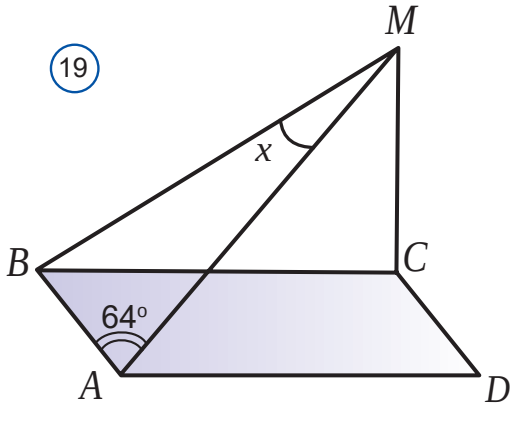
17



18



19

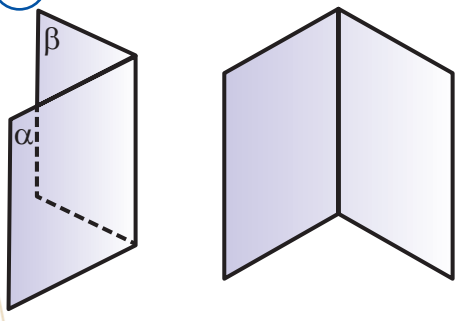


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

20 GIŇIŞLIKDE TEKIZLIKLERIŇ PERPENDIKULÝARLYGY

1



Iki ýarymtekizlik we olary çäklendirip duran umumy göni çyzykdan ybarat geometrik figura *iki granly burç* diýilýär *(1-nji surat)*. Ýarymtekizlikler iki granly burçuň *granlary*, olary çäklendirýän göni çyzyk bolsa iki granly burçuň *gapyrgasy* diýip atlandyrylýar.

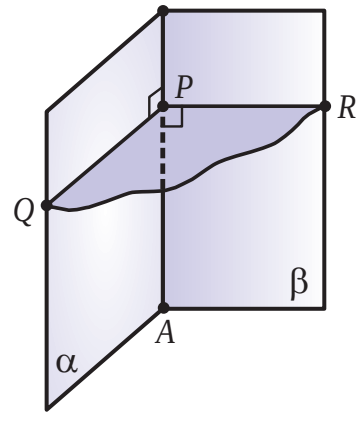
Iki granly burçlar barada daş-töwerekdäki aşakdaky zatlar düşünje berýär *(2-nji surat)*: kitap, noutbuk, açyk gapy we ymaratyň tamy.

Iki granly burçuň gapyrgasynyň islendik nokadyndan onuň granlarynda ýatýan we bu gapyrga perpendikulýar bolan şöhleleri çykaryarys. Bu şöhleler emele getiren burç iki granly burçuň *çyzykly burçy* diýip atlandyrylýar *(3-nji surat)*.

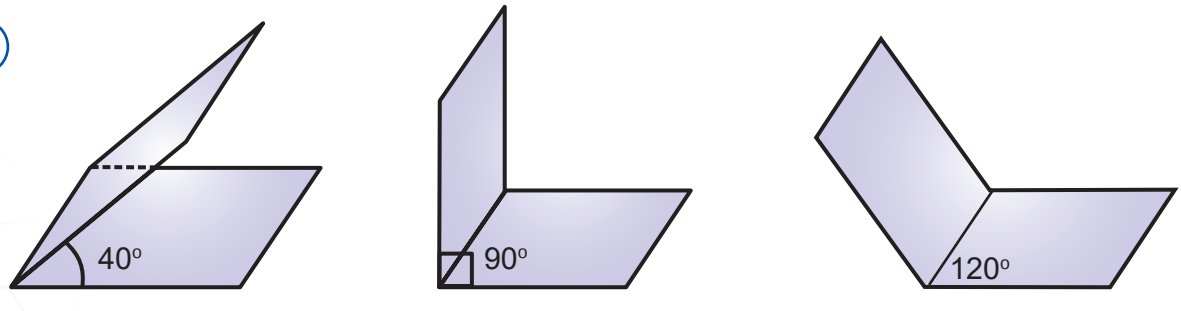
2



3



4



Kesgitlemeden görnüşi ýaly, iki granly burçuň çyzykly burçy gapyrgada saýlanan nokat bilen anyklanýar we çäksiz köp bolýar. Şeýle bolsa-da, iki granly burçuň çyzykly burçuň ululygy gapyrgada saýlanan nokada bagly däl, ýagny olaryň hemmesi özara deň bolýar.

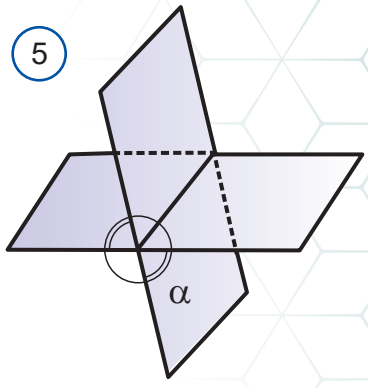
Iki granly burçlaryň ululygy onuň çyzykly burçunyň ululygy bilen anyklanýar. Çyzykly burçlar ýiti, göni, kütek we ýazgyn bolmagyna garap iki granly burçlar hem degişlilikde ýiti, göni, kütek we ýazgyn-iki granly burçlara bölünýär. 4-nji suratda dürli iki granly burçlar şekillendirilen.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Iki kesişýän tekizlik bütin giňişligi umumy gapyrga eýe bolan dört sany iki granly burça bölýär *(5-nji surat)*. Bu iki granly burçlaryň biri α deň bolsa, olardan ýene bir sanysynyň bahasy hem α deň bolýar. Galan ikisiniň bahasy bolsa $180^o - \alpha$ deň bolýar.

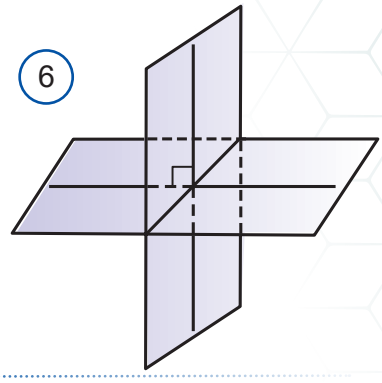
5



Bu iki granly burçlaryň içinde 90°-dan kiçisi hem bolýar. Şu burçuň bahasy kesişýän *tekizlikleriň arasyndaky burç* diýip alynýar.

Eger iki granly burçlaryň biri göni, ýagny 90°-a deň bolsa, galan üçüsi-de göni bolýar *(6-njy surat)*.

6

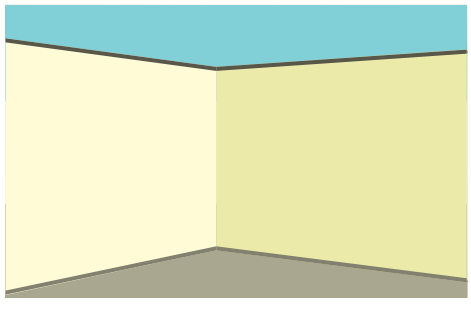


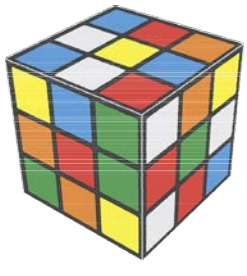
Göni burç astynda kesişýän tekizlikler *perpendikulýar tekizlikler* diýip atlandyrylýar.

Perpendikulýar tekizliklere daş-töwerekden mysal hökmünde otagyň poluny we diwarlaryny, umumy gapyrga eýe otagyň diwarlaryny, umumy gapyrga eýe rubik kubunyň granlaryny we ýeriň üstüni we öýüň diwarlaryny hem-de öýüň bir-birine utgaşýan diwarlaryny mysal hökmünde getirmek mümkin *(7-nji surat)*.

α we β tekizlikleriň perpendikulýarlygy göni çyzyklardaky ýaly «$\perp$» belginiň kömeginde, $\alpha \perp \beta$ ýaly ýazylýar.

7

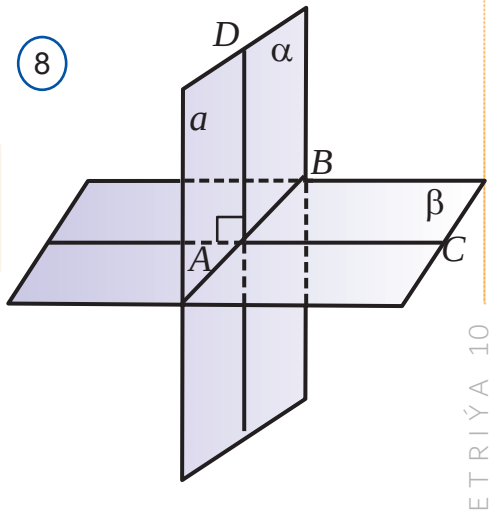






Indi perpendikulýar tekizlikleriň häsiýetlerine seredeliň. Aşakdaky teorema tekizlikleriň *perpendikulýarlyk nyşany* diýip atlandyrylýar.

8



4.11-nji teorema. Eger tekizliklerden biri ikinjisine perpendikulýar bolan göni çyzykdan geçse, şeýle tekizlikler özara perpendikulýar bolýar.

Subudy. Diýeliň, α we β tekizlikler berlen bolup, α tekizlik β tekizlige perpendikulýar bolan a göni çyzykdan geçsin *(8-nji surat)*. β tekizlik bilen a göni çyzygyň kesişme nokady A bolsun. $\alpha \perp \beta$ bolýandygyny subut edýäris.

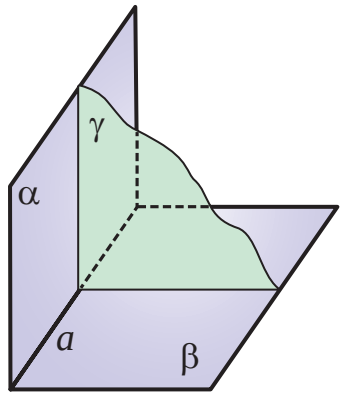
α we β tekizlikler AB göni çyzyk boýunça kesişýär. Onda $AB \perp a$ bolýar, çünki şerte görä $\beta \perp a$. β tekizlikde ýatýan we AB göni çyzyga perpendikulýar bolan AC göni çyzygy geçirýäris. Netijede emele gelen $\angle DAC$ α, β – iki granly burçuň çyzykly burçy bolýar. Şerte görä, $a \perp \beta$. Onda $\angle DAC$ – göni burç. Diýmek, $\alpha \perp \beta$.

Bu teoremadan aşakdaky netije gelip çykýar.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

9

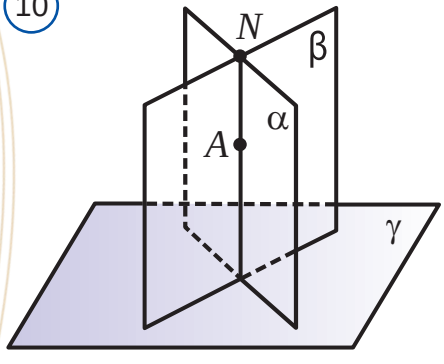


Netije. ***Eger tekizlik iki tekizligiň kesişme çyzygyna perpendikulýar bolsa, bu tekizlikleriň her birine hem perpendikulýar bolýar*** *(9-njy surat).*

4.11-nji teorema ters teorema hem orunly bolýar. Ony subutsyz getirýäris.

4.12-nji teorema. ***Eger iki perpendikulýar tekizliklerden biriniň käbir nokadyndan ikinjisine perpendikulýar göni çyzyk geçirilse, bu göni çyzyk birinji tekizlikde ýatýar.***

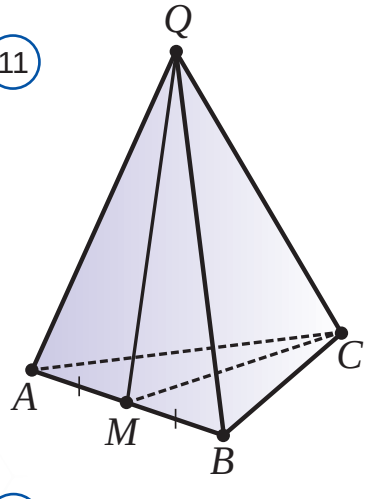
10



Netije. ***Eger iki perpendikulýar tekizlik üçünji tekizlige perpendikulýar bolsa, olaryň kesişme çyzygy hem şu tekizlige perpendikulýar bolýar*** *(10-njy surat).*

1-nji mesele. M nokat $QABC$ dogry piramidanyň esasyndaky gapyrgasynyň ortasy bolsa *(11-nji surat)*, QCM tekizlik piramidanyň esasynyň tekizligi ABC-ä perpendikulýardygyny subut ediň.

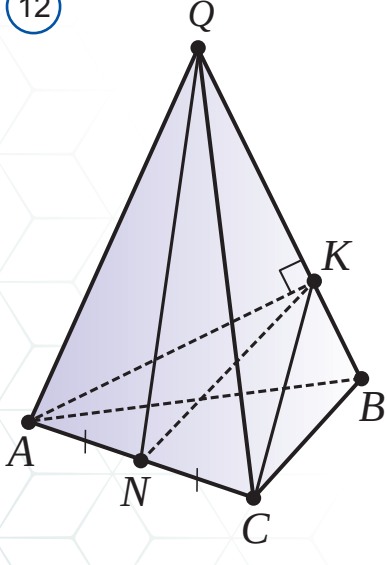
11



Subudy. AB kesim deňýanly AQB we ACB üçburçluklaryň esasy bolany üçin bu üçburçluklaryň medianalary QM we CM -e hem perpendikulýar bolýar. Şunuň bilen birlikde, AB kesim QCM tekizlige hem perpendikulýar bolýar. Onda 4.12-nji teorema görä, ABC tekizlik QCM tekizlige perpendikulýar bolýar.

2-nji mesele. $QABC$ dogry piramidanyň depesindäki tekiz AQB burçy α deň. Onuň gapdal gapyrgasyndaky iki granly burçuny tapyň *(12-nji surat)*.

12



Çözülişi. Aýdaly, N nokat AC gapyrganyň ortasy, AK bolsa A nokatdan BQ gapyrga geçirilen perpendikulýar bolsun.

ABQ we CBQ üçburçluklaryň deňliginden $CK \perp BQ$ bolýar. Şonuň üçin AKC burç BQ iki granly burçuň çyzykly burçy bolýar.

AKQ we ANQ gönüburçly üçburçluklardan $AK = sin\ \alpha$, $AN = AQ\ sin\ \frac{\alpha}{2}$ bolýandygyny tapýarys.

AKN gönüburçly üçburçluklardan bolsa:

$$sin\left(\frac{\angle AKC}{2}\right) = \frac{AN}{AK} = \frac{1}{2\cdot cos(\frac{\alpha}{2})}$$ eýediris.

Mundan $\angle AKC = 2\ arcsin\ \frac{1}{2cos(\frac{\alpha}{2})}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

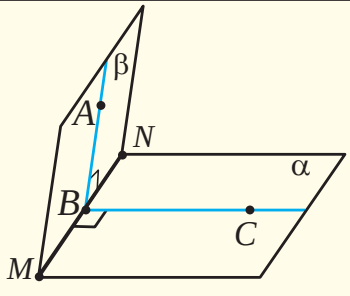
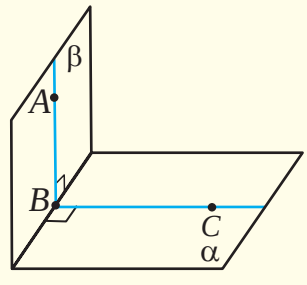
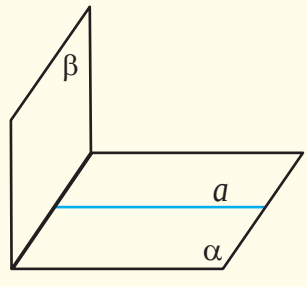
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Tema degişli soraglar we ýumuşlar

1. *Iki granly burç diýip nämä aýdylýar?*
2. *Nähili burç tekizlikleriň arasyndaky burç diýip atlandyrylýar?*
3. *Göni burç astynda kesişýän tekizlikler nähili atlandyrylýar?*
4. *Tekizlikleriň perpendikulýarlyk nyşanyny aýdyň.*
5. *Perpendikulýar tekizlikleriň häsiýetlerini aýdyň we düşündiriň.*

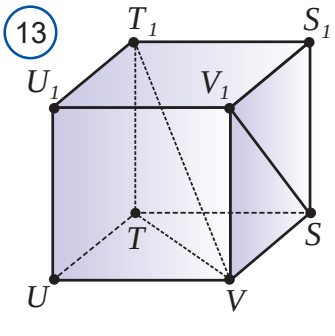
Amaly gönükme we ulanma

20.1. Jedwelde 20-nji temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

Tekizlikleriň perpendikulýarlygy		
Tekizlikleriň arasyndaky burç	**Tekizlikleriň perpendikulýarlygy**	**Tekizlikleriň perpendikulýarlyk nyşany**
		
Eger $AB \perp MN$ we $CB \perp MN$ bolsa, $\angle ABC$ – α we β tekizlikleriň arasyndaky burç.	Eger $\angle ABC = 90^0$ bolsa, α we β tekizlikler perpendikulýar diýilýär.	Eger $a \subset \alpha$ we $a \perp \beta$ bolsa, $\alpha \perp \beta$ bolýar.

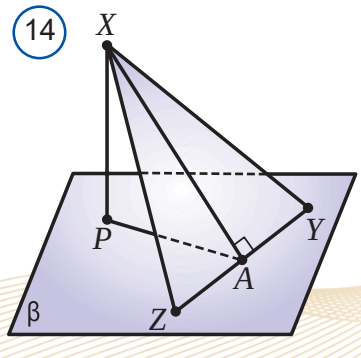
20.2. a) $ABCDA_1B_1C_1D_1$ gönüburçly parallelepipediň; b) $ABCA_1B_1C_1$ dogry prizmanyň perpendikulýar granlaryny anyklaň we göni iki granly burçlaryny aýdyň.

20.3. $STUVS_1T_1U_1V_1$ kubda *(13-nji surat)* a) TVT_1 burç; b) T_1ST burç T_1SVT iki granly burçuň çyzykly burçy bolarmy? V_1UTS iki granly burçuň bahasyny tapyň.

13


20.4. Iki iki granly burçuň bir sanydan grany umumy, galan granlary birlikde tekizligi düzýär. Bu iki granly burçlaryň jemi 180° -a deňdigini subut ediň.

20.5. XYZ üçburçlugyň YZ tarapy β tekizlikde ýatýar. Onuň X depesinden XA beýiklik we β tekizlige XP perpendikulýar geçirilen *(14-nji surat)*. XAP burç $XYZP$ iki granly burçuň çyzykly burçydygyny subut ediň.

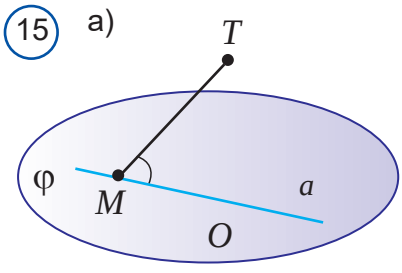
14


20.6. Üçburçly $ABCD$ piramidanyň CD gapyrgasy ABC tekizlige perpendikulýar. $AB = BC = AC = 6$ we $BD = 3\sqrt{7}$ bolsa, $DACB$, $DABC$, $BDCA$ iki granly burçlary tapyň.

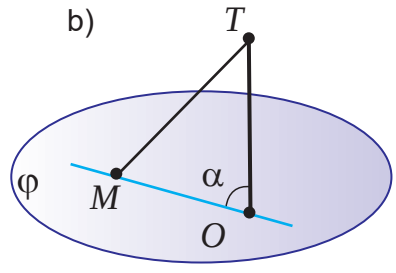
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

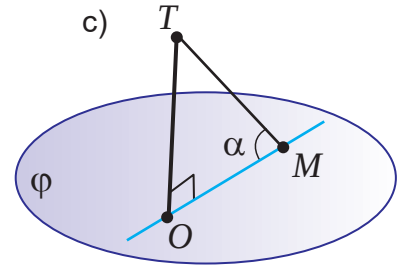
15 a)



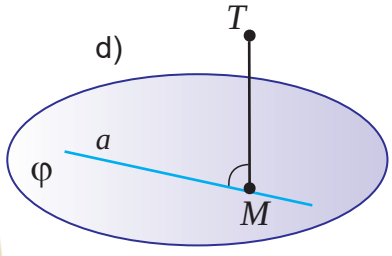
b)



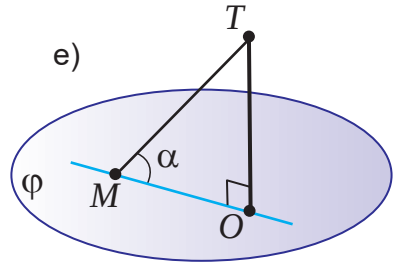
c)



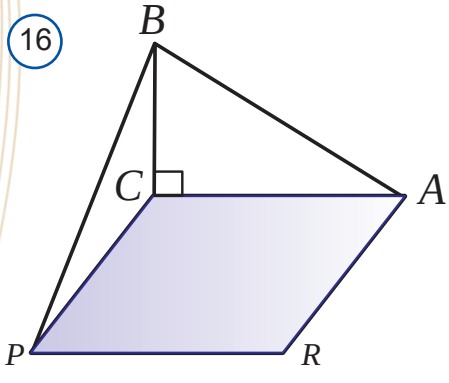
d)



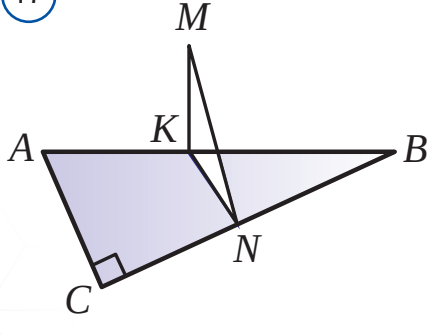
e)



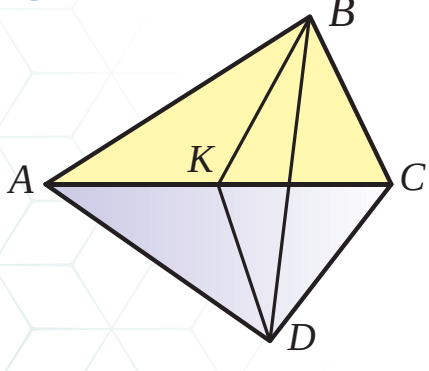
16



17



18



20.7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ dogry parallelepipediň AA_1C_1C we BB_1D_1D diagonal kesikleriniň özara perpendikulýardygyny subut ediň.

20.8. T nokatdan φ tekizlige gyşarma geçirilen *(15-nji surat)*. Suratlaryň haýsylarynda tekizlik bilen gyşarmanyň arasyndaky α burç dogry belgilenen?

20.9. Üçburçly $ABCD$ piramidada DAB, DAC, ACB burçlar göni, $AC = CB = 5$ we $DB = 5\sqrt{5}$ bolsa, $ABCD$ iki granly burçuny tapyň.

20.10. Iki granly burç çyzykly burçunyň tekizligi onuň her bir granynda perpendikulýardygyny subut ediň.

20.11. Iki granly burçuň bir granynda ýatýan iki nokat onuň gapyrgasyndan degişlilikde 51 cm we 34 cm uzaklykda ýatyr. Bu nokatlaryň birinjisi başga granyndan 15 cm uzaklykda ýatýanlygy mälim bolsa, şu grandan ikinji nokada çenli bolan aralygy tapyň.

20.12. ABC gönüburçly üçburçluk ($\angle C = 90^o$) we $ACPR$ kwadrat tekizlikleri özara perpendikulýar *(16-njy surat)*. Kwadratyň tarapy 6 cm, üçburçlugyň gipotenuzasy 10 cm. BP kesimiň uzynlygyny tapyň.

20.13. MK kesim gönüburçly ABC üçburçluk ($\angle C = 90^o$) tekizligine perpendikulýar *(17-nji surat)*. $KN \parallel AC, AK = KB$, $AC = 12$ cm, $MK = 8$ cm bolsa, MN kesimiň uzynlygyny tapyň.

20.14. ABC we ADC deňýanly üçburçluklaryň tekizlikleri perpendikulýar *(18-nji surat)*. AC – olaryň umumy esasy. BK kesim ABC üçburçlugyň medianasy. $BK = 8$ cm, $DK = 15$ cm bolsa, BD kesimiň uzynlygyny tapyň.

20.15. Dogry dörtburçly piramidanyň esasynyň tarapy arkaly onuň garşysyndaky gapdal grana perpendikulýar tekizlik geçirilen. Esasynyň tarapy $a = 30$ cm, piramidanyň beýikligi $h = 20$ cm. Emele gelen kesimiň meýdanyny anyklaň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

«GeoGebra»ny ulanyp

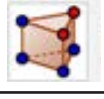
3D kalkulýatorynyň kömeginde nokatdan tekizlige çenli bolan aralygy anyklamak

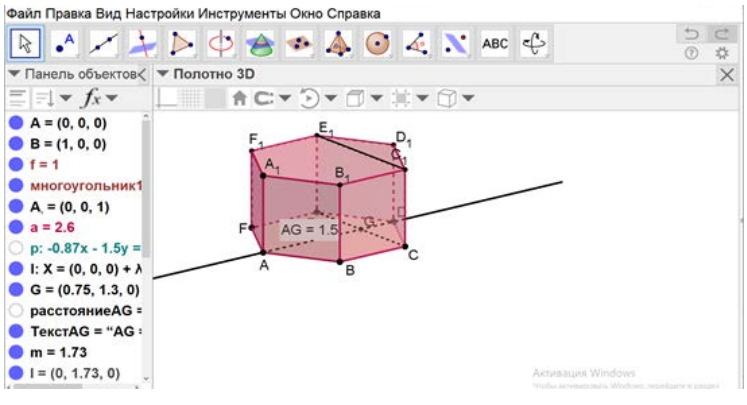
Ähli gapyrgalary 1-e deň bolan dogry altyburçly prizmanyň A depesinden CC_1E_1 tekizlige perpendikulýar geçirilen. Prizmanyň A depesinden şu tekizlige çenli bolan aralygy tapyň.

Gurmak:

- «GeoGebra»da täze aýna açyň.
- «GeoGebra» interfeýsini **«Настройки»** – «**3D Графика**» görnüşine geçiriň.

Aralygy anyklamagyň basgançaklary

1		**Ввод** (Girizme)	A=(0,0,0) nokat gurulýar.
2		**Ввод** (Girizme)	B=(1,0,0) nokat gurulýar.
3		**Правильный многоугольник** (Dogry köpburçluk)	Tarapy 1-e deň bolan dogry altyburçluk gurulýar.
4		**Призма** (Prizma)	Gapyrgasy 1-e deň bolan dogry altyburçly göni prizma gurulýar.
5		**Переименовать** (Adyny çalşyrmak)	Degişli nokatlar degişlilikde $A1$, $B1$, $C1$, $D1$, $E1$, $F1$-e diýip gaýtadan atlandyrylýar.
6		**Плоскость через 3 точки** (3 nokat arkaly tekizlik)	CC_1E_1 tekizlik gurulýar.
7		**Перпендикулярная прямая** (Perpendikulýar göni çyzyk)	Prizmanyň A depesinden CC_1E_1 tekizligine perpendikulýar düşürilýär.
8		**Пересечение** (Kesişme)	A nokat we CC_1E_1 tekizlik kesişme nokady – G nokat belgilenýär.
9		**Расстояние или длина** (Aralyk ýa-da uzynlyk)	Prizmanyň A depesi bilen G nokadynyň arasyndaky aralyk anyklanýar: AG = 1,5.



Özbaşdak ýerine ýetirmek üçin ýumuşlar

1. Ähli gapyrgalary 1-e deň bolan dogry altyburçly prizmanyň A depesinden CC_1D_1 tekizlige perpendikulýaryň uzynlygyny tapyň.

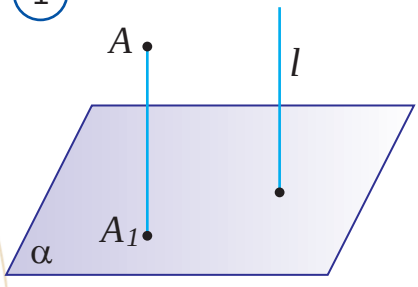
2. Ähli gapyrgalary 1-e deň bolan üçburçly dogry prizmanyň A_1 depesinden AB_1C_1 tekizlige perpendikulýaryň uzynlygyny tapyň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

21 GIŇIŞLIKDE ORTOGONAL PROÝEKSIÝA WE ONDAN TEHNIKADA PEÝDALANMAK

1



Eger proýeksiýanyň ugry l proýeksirleme tekizligi α perpendikulýar bolsa, şeýle parallel proýeksirleme *ortogonal proýeksirleme* diýip atlandyrylýar.

1-nji suratda $l \perp \alpha$ bolup, A nokadyň α tekizlige ortogonal proýeksiýasy – A_1 nokat şekillendirilen.

Ortogonal proýesirlemede emele gelen figura berlen figuranyň *ortogonal proýeksiýasy* ýa-da gysgaça *proýeksiýasy* diýip aýdylýar.

2-nji suratda dürli giňişlikdäki figuralaryň α tekizlige ortogonal proýeksiýalary şekillendirilen.

Ortogonal proýeksirleme parallel proýeksirlemäniň hususy haly bolany üçin parallel proýesirlemäniň hemme häsiýetleri ortogonal proýeksirlemede hem orunly bolýar. Ortogonal proýeksirlemede:

a) nokat nokada, kesim kesime, göni çyzyk göni çyzyga geçýär;

b) parallel göni çyzyklar proýeksiýalary parallel bolýar ýa-da gabat gelýär;

c) figuralaryň göni çyzykly kesikleri proýeksiýasy hem kesimlerden ybarat bolýar;

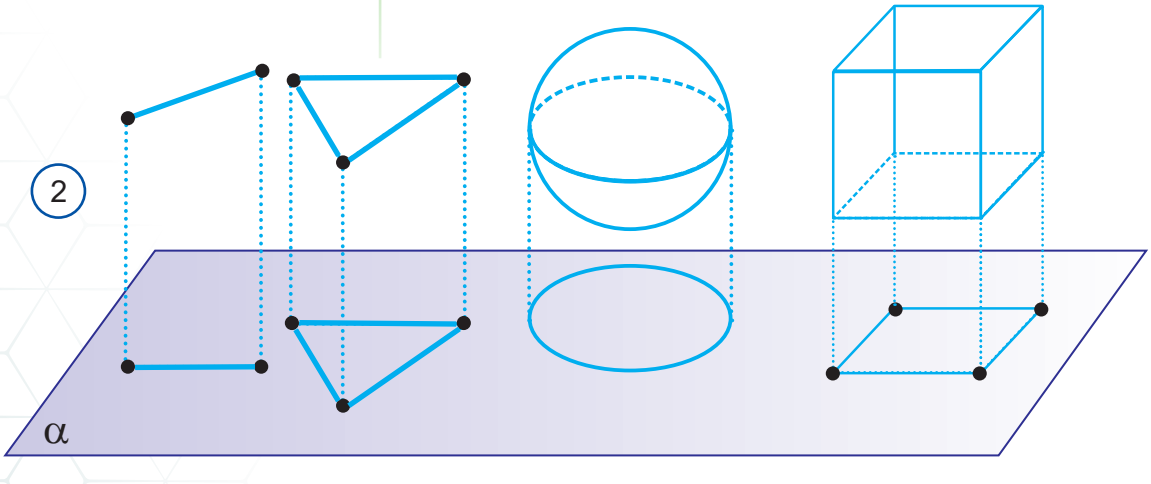
d) figuranyň parallel kesimleri proýeksiýasy hem parallel kesimlerden ybarat bolýar;

e) bir göni çyzykda ýa-da parallel göni çyzyklarda ýatýan kesimleriň uzynlyklarynyň gatnaşygy olaryň proýeksiýalarynyň uzynlyklarnň gatnaşygyna deň bolýar, kesimleriň uzynlyklarynyň gatnaşygy saklanýar.

Elbetde bu häsiýetler proýeksirleme ugruna parallel bolmadyk kesim we göni çyzyklar üçin orunly bolýar.

Beýik italýan alymy Galeleo Galileýiň sözi bilen aýdanda, «geometriýa akyl ukybymyzy ýiteltmegiň iň güýçli guraly bolup, dogry pikirlenmek we pikir ýöretmek mümkinçiligini beryäri».

2



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Aşakda diňe ortogonal proýeksiýa degişli bolan möhüm häsiýeti subut edýäris.

4.15-nji teorema. Köpburçlugyň tekizlikdäki ortogonal proýeksiýasynyň meýdany köpburçlugyň meýdany bilen onuň tekizligi bilen proýeksiýa tekizliginiň arasyndaky burçuň kosinusynyň köpeltmek hasylyna deň.

Subudy. 1. Ilki häsiýeti üçburçluk we onuň käbir tarapyndan geçýän tekizlikdäki proýeksiýasy üçin serederis çykýarys. Diýeli, ABC üçburçlugyň a tekizlikdäki proýeksiýasy AB_1C üçburçluk bolsun *(3-nji surat)*.

ABC üçburçlugyň BK beýikligini düşürýäris. Üç perpendikulýar hakyndaky teorema görä, B_1K kesim KBB_1 üçburçlugyň beýikligi bolýar.

BKB_1 burç – üçburçlugyň tekizligi bilen proýeksiýa tekizliginiň arasyndaky φ burçdan ybarat bolýar. BKB_1 üçburçlukda: $KB_1 = KB \cdot cos\varphi$.

Onda: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot KB$, $S_{\triangle AB_1C} = \frac{1}{2}$

$$AC \cdot KB_1 = \frac{1}{2} AC \cdot KB \cdot cos\varphi = S_{\triangle ABC} \cdot cos\varphi.$$

Netijede $S_{\triangle AB_1C} = S_{\triangle ABC} \cdot cos\varphi$ –ni alarys.

2. α tekizliginiň ýerine oňa parallel bolan, başga β tekizlik alnanda hem teorema orunly bolýar *(4-nji surat)*. Bu parallel proýeksirleme häsiýetinden peýdalanyp subut edilýär.

3. Indi umumy köpburçluk ýagdaýyna gelse *(5-nji surat)*. Munda teorema, köpburçlugy diagonallarynyň kömeginde üçburçluklara bölmek kömeginde ýokarda görkezilen hususy hala getirip subut edilýär.

Bu proýeksiýalar haýsy ugurda proýeksiýalananlygyna görä *wertikal (dik), gorizontal* we *frontal proýeksiýalar* diýip hem atlandyrylýar.

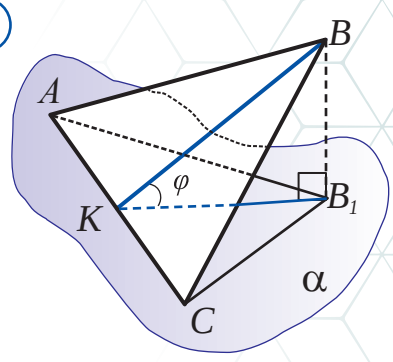
Ortogonal proýeksiýadan tehniki çyzuwda dürli detallary taslamalamakda peýdalanylýar. Dürli maşyn detallarynyň çyzgylary bir, iki ýa-da üç özara perpendikulýar proýeksiýalar tekizliklerine ortogonal proýeksirleme ýoly bilen emele getirilýär *(6-njy surat)*.

Mesele. ABC üçburçlugyň ortogonal proýeksiýasy taraplary 13 cm, 14 cm we 15 cm bolan ACB_1 üçburçlukdan ybarat *(3-nji surat)*. Üçburçlugyň tekizligi proýeksiýa tekizligi bilen 60° -ly burç düzýär. ABC üçburçlugyň meýdanyny tapyň.

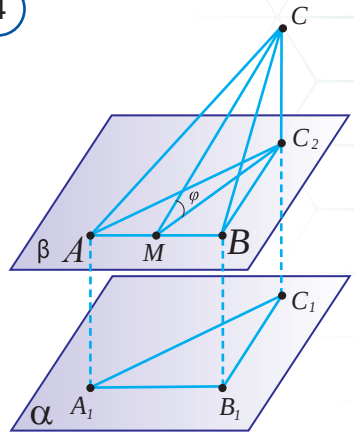
Çözülişi. Mälim bolşy ýaly, 4.15-nji teorema görä, üçburçlugyň proýeksiýasynyň meýdany $S_{\triangle AB_1C} = S_{\triangle ABC} \cdot cos\varphi$ formulanyň kömeginde tapylýar.

Bu ýerde φ – üçburçlugyň tekizligi bilen proýeksiýa tekizliginiň arasyndaky burç.

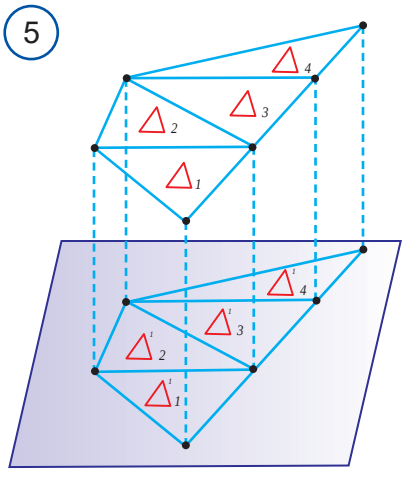
3



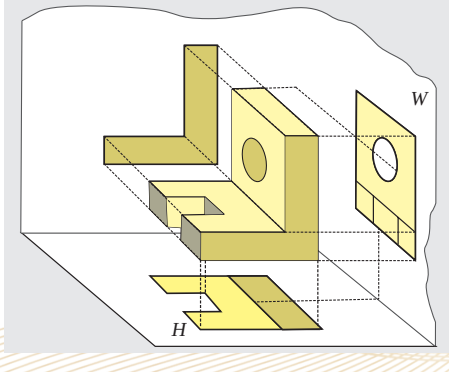
4



5



6



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ACB_1 üçburçlugyň meýdanyny Geronuň formulasyndan peýdalanyp hasaplaýarys:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21$$

$$S_{\triangle AB_1C} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} =$$

$$= \sqrt{21\cdot(21-13)\cdot(21-14)\cdot(21-15)} = 84$$

$$s_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle AB_1C}}{\cos\varphi} = \frac{54}{\cos 60^\circ} = 84 : \frac{1}{2} = 168$$

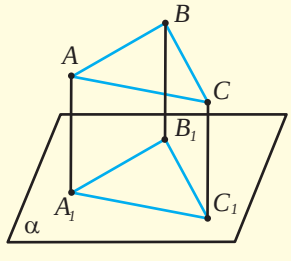
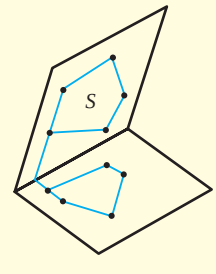
Jogaby: 168 cm^2.

Tema degişli soraglar we ýumuşlar

1. *Ortogonal proýeksirleme diýip nämä aýdylýar?*
2. *Ortogonal proýeksirlemäniň häsiýetlerini sanaň.*
3. *Köpburçlugyň tekizlikdäki ortogonal proýeksiýasynyň meýdany nähili tapylýar?*
4. *Ortogonal proýeksirlemeden tehnikada nähili peýdalanylýar?*

Amaly gönükme we ulanma

21.1. Jedwelde 21-nji temanyň esasy daýanç maglumatlary getirilen. Olary jikme-jik öwrenip çykyň we düşündiriň.

Giňişlikde ortogonal proýeksiýa	Köpburçlugyň proýeksiýasynyň meýdany
 Ortogonal proýeksiýada: $l \perp \alpha$. l – proýeksirleme ugry; α – proýeksirleme tekizligi.	 $S_1 = S \cdot cos\varphi$ S – köpburçlugyň meýdany; S_1 – köpburçlugyň ortogonal proýeksiýasynyň meýdany; φ – köpburçluk we proýeksiýa tekizlikleriniň arasyndaky burç.

21.2. Trapesiýanyň ortogonal proýeksiýasy a) kwadrat; b) kesim; c) gönüburçluk; d) parallelogram; e) trapesiýa bolmagy mümkinmi?

21.3. 7-nji suratda ortogonal proýeksiýasy gönüburçluk bolan

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

geometrik figuralary aýdyň.

21.4. A_1B_1 kesim AB kesimiň α tekizlige ortogonal proýeksiýasy *(8-nji surat)*. Eger AB = 20 *cm*, AC = 10 *cm*, A_1B_1 = 12 *cm* bolsa, B_1C_1 kesimiň uzynlygyny tapyň.

21.5. Uzynlygy 5 *cm* bolan AB kesimiň ω tekizlige ortogonal proýeksiýasynyň uzynlygy 3 *cm* bolan AC kesimden ybarat *(9-njy surat)*. AB kesimiň ω tekizlige gyşarma burçunyň kosinusyny tapyň.

21.6. Tarapy a-a deň bolan dogry üçburçluk berlen. Üçburçlugyň tekizligi bilen: a) 30°; b) 45°; c) 60°-ly burç düzýän tekizlige onuň ortogonal proýeksiýasynyň meýdanyny tapyň.

21.7. Umumy AB tarapa eýe bolan ABC we ABD deňýanly üçburçluklar dürli tekizliklerde ýatýar.
Eger a) AB = 24 *cm*, AC = 13 *cm*, AD = 27 *cm*, CD = 35 *cm;* b) AB = 32 *cm*, AC = 65 *cm*, AD = 20 *cm*, CD = 63 *cm* bolsa, ABC üçburçlugyň ABD üçburçluga ortogonal proýeksiýasynyň meýdanyny tapyň. Şonuň ýaly-da, ABD üçburçlugyň ABC üçburçluga ortogonal proýeksiýasynyň meýdanyny hem tapyň.

21.8. Eger AB göni çyzykdan C nokada çenli bolan aralyk *(10-njy surat)* C nokatdan ABD tekizlige çenli bolan aralykdan iki esse uly bolsa, ABC we ABD tekizlikleriň arasyndaky burçy tapyň.

21.9. ABC üçburçlugyň meýdany 18 cm^2-a deň *(11-nji surat)*. $KC \perp ABC$. Eger ABK we ABC üçburçluklaryň tekizlikleriniň arasyndaky burç: a) α = 30°; b) α = 45°; c) α = 60° bolsa, ABK üçburçlugyň meýdanyny tapyň.

21.10. ABC we ABD üçburçluklaryň tekizlikleriniň arasyndaky burç 60°-a deň. Eger $AB = 4\sqrt{3}$ bolsa, CD aralygy tapyň.

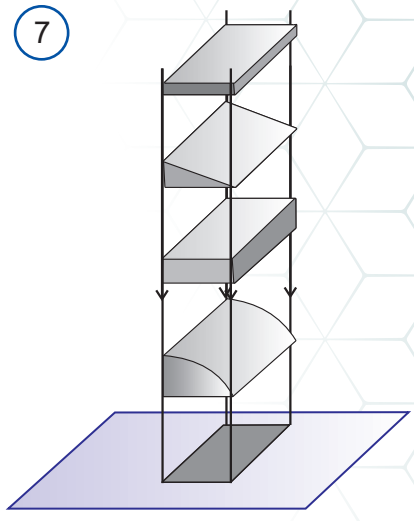
21.11. Gönüburçlugyň meýdany 72 -ä deň. Onuň tekizlikdäki ortogonal proýeksiýasy kwadratdan ybarat. Tekizlik we gönüburçluk ýatýan tekizligiň arasyndaky burç 60°-a deň. Kwadratyň perimetrini tapyň.

21.12. Meýdany 48 cm^2 -a deň bolan üçburçlugyň ortogonal proýeksiýasy taraplary 14 *cm*, 16 *cm* we 6 *cm* bolan üçburçlukdan ybarat. Bu üçburçlugyň tekizligi we onuň proýeksiýasyyň arasyndaky burçy hasaplaň.

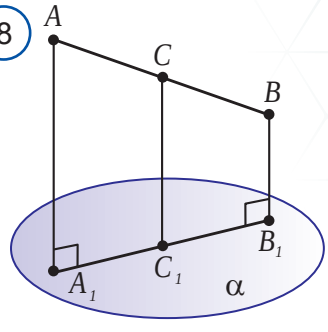
21.13. Meýdany 12 cm^2 -a deň bolan üçburçlugyň ortogonal proýeksiýasy taraplary 13 *cm*, 14 *cm* we 15 *cm* bolan üçburçlukdan ybarat. Bu üçburçlugyň tekizligi we onuň proýeksiýasy arasyndaky burçy hasaplaň.

21.14. Esasy 8 *cm* we gapdal tarapy 12 *cm* bolan deňýanly üçburçlugyň ortogonal proýeksiýasy taraplary 8 *cm*, 6 *cm* we 6 *cm* bolan üçburçlukdan ybarat. Bu üçburçlugyň tekizligi we onuň proýeksiýasy arasyndaky burçy tapyň.

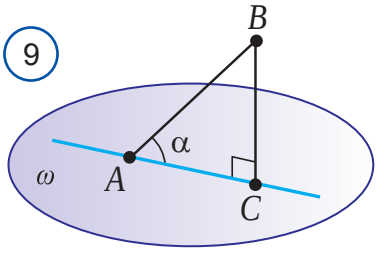
7



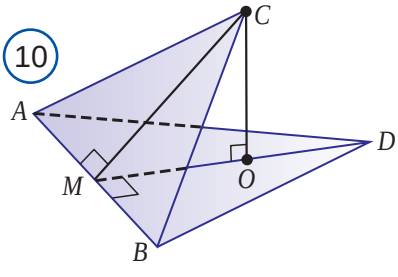
8



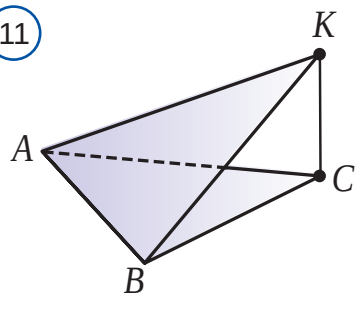
9



10



11



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

22 BABY GAÝTALAMAGA DEGIŞLI AMALY GÖNÜKMELER

22.1. Aşakdaky pikir ýöretmeleriň haýsysy nädogry?

A) Eger bir tekizlikde ýatýan iki göni çyzyk ikinji tekizlikde ýatýan iki göni çyzyga degişlilikde parallel bolsa, bu tekizlikler parallelдir.

B) Eger iki göni çyzyk üçünji göni çyzyga parallel bolsa, olar özara paralleldir.

C) Tekizlikde ýatýan göni çyzyk gyşarmanyň proýeksiýasyna perpendikulýar bolsa, gyşarmanyň özüne-de perpendikulýar bolýar.

D) Göni çyzyk tekizlikde ýatýan iki kesişýän göni çyzyga perpendikulýar bolsa, bu göni çyzyk tekizlige hem perpendikulýar bolýar.

E) Gyşarma we onuň tekizlikdäki proýeksiýasynyň arasyndaky burçlardan iň kiçisi gyşarma we tekizlikleriň arasyndaky burç diýilýär.

22.2. Aşakdaky pikir ýöretmeleriň haýsysy nädogry?

A) Eger giňişlikde iki göni çyzyk üçünji göni çyzyga parallel bolsa, olar özara paralleldir.

B) Tekizlikde gyşarmanyň esasyndan onuň proýeksiýasyna perpendikulýar edip geçirilen göni çyzyk gyşarmanyň özüne-de perpendikulýar bolýar.

C) Giňişlikdäki üç nokat arkaly diňe bir tekizlik geçirmek mümkin.

D) Göni çyzyk ýa-da parallel göni çyzyklaryň kesimleriniň gatnaşygy parallel proýeksirlemede üýtgemeýär (proýeksirlenýän kesimler proýeksirleme ugruna parallel däl).

E) Tekizlikden daşarda ýatýan göni çyzyk bu tekizlikdäki käbir göni çyzyga parallel bolsa, bu göni çyzyk we tekizlik özara paralleldir.

22.3. $ABCD$ gönüburçluk tekizligine onuň B ujy arkaly BM perpendikulýar geçirilen. a) AD göni çyzyk AB we BM göni çyzyklar ýatýan tekizlige; b) CD göni çyzyk BC we BM göni çyzyklar ýatýan tekizlige perpendikulýar bolýandygyny subut ediň.

22.4. A we B nokatlardan α tekizlige perpendikulýar we ony degişlilikde C we D nokatlarda kesip geçýän göni çyzyk geçirilen. Eger $AC = 3\ m$, $BD = 2\ m$ we $CD = 2{,}4\ m$ bolsa hem-de AB göni çyzyk α tekizligi kesmese, A we B nokatlaryň arasyndaky aralygy tapyň.

22.5. Gönüburçly parallelepipediň üç ölçegine görä onuň diagonalynyň uzynlygyny tapyň: a) 1, 2, 2; b) 2, 3, 6; c) 6, 6, 7.

22.6. Kubuň gapyrgasy a -a deň. Kubuň depesinden onuň başga iki depesini utgaşdyrýan diagonalynyň arasyndaky aralygy tapyň.

22.7. Gönüburçly parallelepipediň esasynyň taraplary 7 cm we 24 cm, beýikligi 8 cm. Parallelepipediň diagonal kesiginiň meýdanyny tapyň.

22.8. Gönüburçly parallelepipediň üç ölçegine görä onuň doly üstüniň meýdanyny tapyň: 10 cm, 22 cm, 16 cm.

22.9. Gönüburçly parallelepipediň beýikligi h, esasynyň meýdany Q, diagonal kesiginiň meýdany M bolsa, onuň gapdal üstüniň meýdanyny tapyň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

22.10. Gönüburçly parallelepipediň bir depesinde duşuşýan granlarynyň diagonallary: a, b, c -ä deň *(1-nji surat)*. Parallelepipediň üç ölçeginiň uzynlyklaryny tapyň.

22.11. Perpendikulýar bilen gyşarmanyň arasyndaky burç 60°-a deň. Perpendikulýaryň uzynlygy 20-ä deň. Gyşarmanyň uzynlygyny tapyň.

22.12. Tekizlige geçirilen gyşarma bilen perpendikulýaryň arasyndaky burç 60°, gyşarmanyň uzynlygy $20\sqrt{3}$. Perpendikulýaryň uzynlygyny tapyň.

22.13. Tekizlige geçirilen perpendikulýar bilen gyşarmanyň arasyndaky burç 30°, perpendikulýaryň uzynlygy bolsa 10-a deň. Gyşarmanyň uzynlygyny tapyň.

22.14. Nokatdan tekizlige iki gyşarma geçirilen. Eger gyşarmalar 1 : 2-ä deň gatnaşykda bolup, olaryň proýeksiýalary 1 we 7-ä deň bolsa, gyşarmalaryň uzynlygyny tapyň.

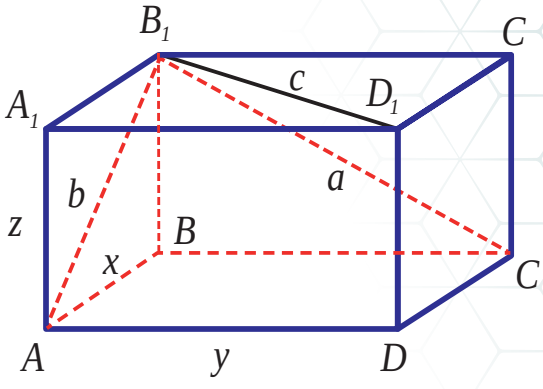
22.15. ABC üçburçlugyň gönüburçly B depesinden üçburçlugyň tekizligine perpendikulýar göni çyzyk b geçirilen. $AB = 3$, $BC = 4$. b we AC göni çyzyklaryň arasyndaky aralygy tapyň.

22.16. Uzynlyklary 10 cm we 15 cm bolan iki kesimiň uçlary özara parallel tekizliklerde ýatýar. Birinji kesimiň tekizlikdäki proýeksiýasy $\sqrt{19}$ cm bolsa, ikinji kesimiň proýeksiýasy näçe cm bolar?

22.17. Ölçegleri 12,5 m we 7,2 m bolan öýüň üçegi dört ýapgyt granlar bilen 2-nji suratda görkezilişi ýaly edip ýapylan. Her bir gran üçegiň tekizligi bilen 40°-ly burçy düzýär. a) Her bir ýapgyt granyň meýdanyny tapyň; b) Üçegiň jemi ýapgyt granlarynyň meýdanyny tapyň. ç) Üçegi tünüke bilen ýapanda onuň 6 göterimi zaýa boljagy mälim bolsa, üçegi ýapmaga näçe tünüke gerek bolar?

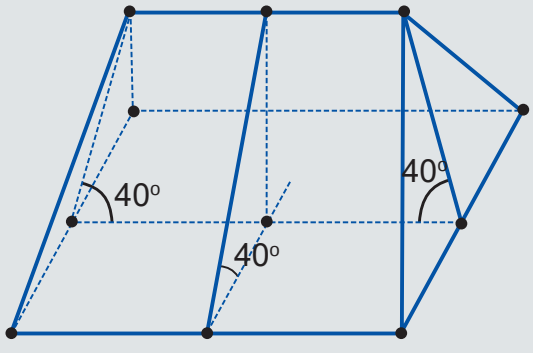
22.18. AB we CD – özara $60°$-ly burç emele getirip kesişýän iki tekizlikde ýatýan parallel göni çyzyklar. A we D nokatlar tekizlikleriň kesişme çyzygyndan 8 cm we 6,3 cm uzaklykda. AB we CD arasyndaky aralygy tapyň.

1



2

a)



b)



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Amaly kompetensiýalary şekillendirmäge degişli meseleler

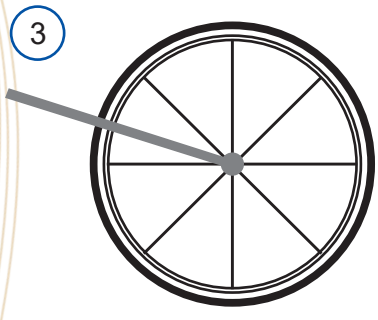
1. Iki goňşy otagyň diwarlary utgaşan çyzygyň pola perpendikulýarlygyny nädip ölçegleriň kömeginde barlamak bolar?

2. Uzynlyk ölçeg guraly – ruletkanyň kömeginde sütüniň dikligini nähili barlamak bolar?

3. Tigiriň okunyň tekizliginiň ol aýlanýan tekizlige perpendikulýarlygyny nähili barlamak bolar?

4. Näme sebäpden gyşda tamdan asylyp düşen buz şelpeleri olaryň galyňlygyny hasaba almazdan özara parallel diýmek mümkinmi?

3



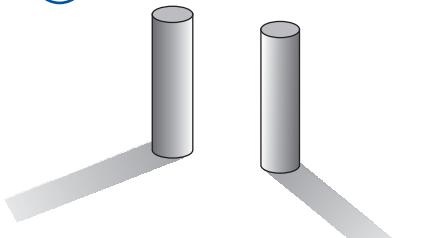
5. Okuwçy amaly işi ýerine ýetirdi. Birnäçe dikilen sütünleriň ýere görä dikligini barlamak üçin olardan diňe bir sanysyny barlady. Galan sütünleriň dikligini aşakdaky ýaly barlady: hemme sütünleriň beýikligini, olaryň aşaky esaslary bilen ýokarky depeleriniň arasyndaky aralyklary ölçäp karar kabul etdi. Ol bu işi dogry ýerine ýetiripdirmi?

6. Näme sebäpden gapy açyk ýa-da ýapyk bolmagyna seretmezden pola görä perpendikulýar bolýar?

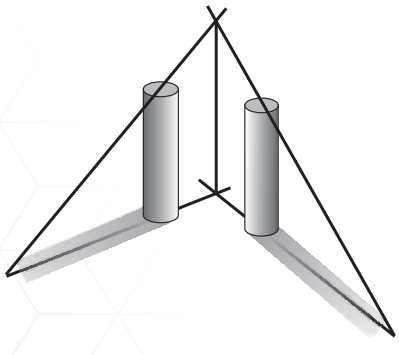
7. Göni çyzygyň tekizlige perpendikulýarlygyna aýdyň mysal hökmünde tigiriň simleri ýatýan tekizligiň tigiriň okuna görä ýerleşişini getirmek mümkin *(3-nji surat)*. Ok tigiriň her bir simine perpenikulýar. Hereket dowamynda tigiriň simleri her bir nokatda kesişýän kesimlerden ybarat tegelegiň tekizligini emele getirýär. Eger ok gorizontal ýerleşen bolsa, tigir nähili tekizlikde aýlanýar? Näme üçin?

Görkezme: tigiriň okuna perpendikulýar tekizlige perpendikulýar bolýar.

4 a)



b)



8. Beýiklige bökmek maşky ýerine ýetirilýär. Germew taýagy mälim beýiklige ornatmek üçin gapyrgasy 25 cm bolan kub we ölçegleri 25 cm × 25 cm × 50 cm bolan gönüburçly parallelepipedlerden peýdalanylýar. 1)125 cm; 2) 150 cm; 3) 175 cm beýiklige bökmek maşklaryny nähili düzse bolar?

9. 4-nji suratda iki wertikal sütün we olaryň kölegesi şekillendirilen. Şu maglumatlardan peýdalanyp ýagtylyk çeşmesi (çyra) ýerleşen nokady we onuň gorizontal tekizlige proýeksiýasyny tapyň we aşakdaky soraglara jogap beriň. 1) Sütünleriň wertikallygynyň ähmiýeti barmy? 2) Kölege düşýän tekizligiň gorizontallygynyň ähmiýeti barmy? 3) Suratda berlen maglumatlaryň hemmesi hem möhümmi?

Çözülişi. 4-nji suratda degişli ýasamalar getirilen. Ýagtylyk çeşmesiniň ýerini tapmakda sütünleriň ugry ähmiýete eýe däl, ýöne olaryň wertikaldygy möhüm hasaplanýar. Eger sütünler wertikal we kölege gorizontal tekizlige düşýän bolsa, meseläni çözmek üçin suratdaky bir sütüniň kölegesini we ikinji sütünden düşýän kölegäniň ugruny bilmek ýeterli *(4-nji b surat)*.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10. Galyňlygy 5 m, meýdany 4 m^2 bolan, kwadrat şeklindäki polat platforma dört depesinden tros sim bilen gorizontal asylan. Her bir tros simiň uzynlygy 2 m. Tros simleriň platforma görä gyşarma burçuny tapyň. Beýikligi 0,9 m, esasynyň diametri 0,6 m bolan silindr şeklindäki baky şu platforma ýerleşdirip bolarmy?

Jogaby: 45°, baky ýerleşdirip bolýar.

11. Suw dört tarapyndan akyp düşýän tam esasyna ortogonal proýeksirlenen. Tamyň gapyrgalarynyň proýeksiýasy gönüburçluk şeklindäki tamyň esasy burçunyň bissektrisasy bolýandygyny subut ediň.

12. Esasy $ABCD$ gönüburçlukdan ybarat öýe ýagyş suwy dört tarapyndan akyp düşýän tam ornatmaly *(5-nji surat)*. $AB = 2a$ m, $BC = 2b$ m. Tamyň hemme granlary esasyň tekizligi bilen α burçy düzýär. Bu tamy ýapmak üçin näçe tünüke gerek bolar? Munda tamyň üstüniň meýdanynyň k göterimi mukdaryndaky tünüke galyndysy galýandygyny hasaba alyň.

Jogaby: $4ab\,(1 + 0{,}01k) / cos\,\alpha$.

13. Şemalsyz howada ýagyş ýapgytlaýyn ýagýar. Gönüburçluk şeklindäki faner bölegiň kömeginde ýagyşyň gorizont tekizligine görä ýapgytlygyny nähili anyklamyk bolar? Degişli çyzgyny çyzyň.

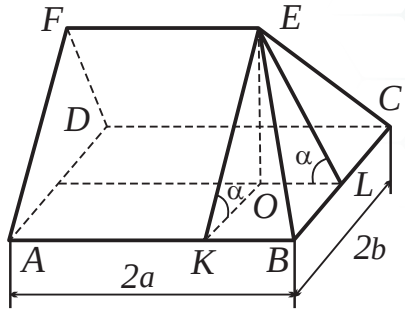
Görkezme. Faner bölegini şeýle ýerleşdirmeli, ýagny onuň tekizligi ýagyş damjalarynyň hereket traýektoriýasy we olaryň gorizontal tekizlige proýeksiýasy anyklanan tekizlige takmynan perpendikulýar bolsun. Şonda gorizontal tekizlikde ýagyş düşýän gönüburçluk emele gelýär. Soň degişli kesimleriň uzynlyklary ölçenýär we olaryň arasyndaky burçuň tangensi hasaplanýar.

14. Meýdany S_1-e, uzynlygy n-e deň bolan çagalar krowatynyň üstüni iki birmeňzeş gönüburçluk şeklindäki perdeler bilen ýapmaly. Her bir perdäniň meýdany S_2 -ä, uzynlygy bolsa krowatyň uzynlygyna deň. Iki perdäniň ýokarky çeti krowatyň üstünde parallel ornaşdyrylan we krowatyň uzynlygyna deň sime berkidilen. Simiň krowatdan nähili beýiklikde ornaşdyrylandygyny tapyň. Meseläni aşakdaky sanly şertlerde çözüň:

$n = 1$ m 20 cm, $S_1 = 6000$ cm^2, $S_2 = 7800$ cm^2. Degişli çyzgyny çyzyň.

Görkezme. $\frac{\sqrt{4S_2^2 - S_1^2}}{2n}$. **Jogaby:** 0,5 m.

5



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ÖZÜŇIZI SYNAŇ

Testler

1. Haýsy pikir ýöretme dogry?

A) Eger iki göni çyzykdan biri üçünji göni çyzyga perpendikulýar bolsa, ikinji göni çyzyk hem şu göni çyzyga perpendikulýar bolýar.

B) Eger iki göni çyzyk üçünji göni çyzyga perpendikulýar bolsa, olar parallel.

C) Eger iki göni çyzyk tekizlige perpendikulýar bolsa, olar parallel.

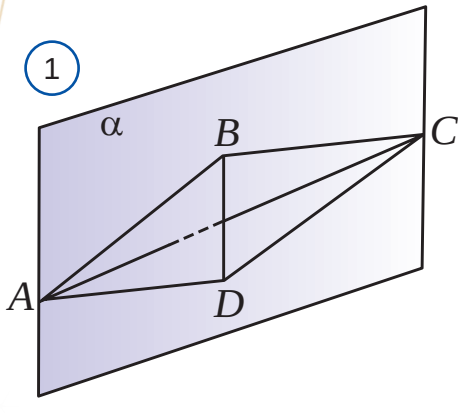
2. m göni çyzyk α tekizlikde ýatýan a we b göni çyzyklara perpendikulýar, ýöne m göni çyzyk α tekizlige perpendikulýar däl. a we b göni çyzyklar barada näme diýmek mümkin?

A) parallel

B) kesişýär

C) atanaklaýyn

1



3. α tekizlik $ABCD$ rombuň A depesinden geçýär we AC diagonalyna perpendikulýar. Onda BD diagonal ...

A) α tekizlige perpendikulýar

B) α tekizlige parallel

C) α tekizlikde ýatýar

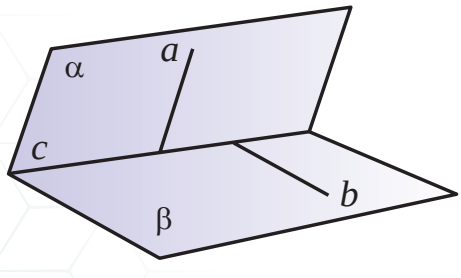
4. $a \parallel \alpha$, $b \perp \alpha$. Munda a we b göni çyzyklar nähili bolmagy mümkin däl?

A) kesişýän

B) perpendikulýar

C) parallel

2



5. $ABCD$ parallelogram, $BD \perp \alpha$, $AC \perp \alpha$ *(1-nji surat)*. Onda $ABCD$ näme bolup bilmeýär?

A) gönüburçluk

B) kwadrat

C) romb

6. Göni çyzyk tegelek tekizligine perpendikulýar bolýar, eger ol ...

A) iki radiusa perpendikulýar bolsa

B) iki diametre perpendikulýar bolsa

C) iki horda perpendikulýar bolsa.

7. $\alpha \cap \beta = c$, $a \in \alpha$, $b \in \beta$ *(2-nji surat)*. Haýsy şert ýerine ýetirilende, $\angle(ab)$ - α we β tekizlikleriň arasyndaky iki granly burçuň çyzykly burçy bolar?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

A) $b \perp \alpha$ bolsa

B) $a \perp c$ bolsa

C) $a \perp c$, $b \perp c$ bolsa

8. Haýsy pikir ýöretme dogry?

A) Iki granly burçuň gapyrgasy onuň çyzykly burçy tekizligine perpendikulýar bolmagy mümkin däl.

B) Bir tekizlige perpendikulýar bolan iki tekizlik parallel bolmagy mümkin däl.

C) Bir sany göni çyzyga perpendikulýar bolan iki tekizlik parallel bolup bilmeýär.

9. $ABC \perp ABD$ *(3-nji surat)*. D nokatdan ABC tekizlige geçirilen perpendikulýaryň esasy ...

A) ABC üçburçlukdan daşarda ýatýar

B) AB tarapynda ýatýar

C) ABC üçburçlugyň içinde ýatýar

10. Haýsy pikir ýöretme nädogry?

1) Eger iki tekizlikden biri ikinji tekizlige perpendikulýar bolan çyzykdan geçse, şeýle tekizlikler perpendikulýar bolýar.

2) Eger tekizlikler perpendikulýar bolsa, onda olaryň kesişme çyzygy şu tekizlikleriň birinde ýatýan islendik göni çyzyga perpendikulýar bolýar.

3) Berlen iki tekizligiň kesişme çyzygyna perpendikulýar bolan tekizlik şu tekizlikleriň her birine perpendikulýar.

11. Parallelepipediň iki granly burçlarynyň sany näçe?

A) 18 sany

B) 12 sany

C) 24 sany

12. ABC üçburçlukda AN we CM – beýiklikler *(4-nji surat)*. $DO \perp ABC$. $ABCD$ iki granly burçuň gradus ölçegi haýsy burçuň gradus ölçegine deň?

A) ABD

B) AND

C) ACD

13. $AF \perp \alpha$ *(5-nji surat)*. Haýsy deňsizlik orunly däl?

A) $FM > AF$

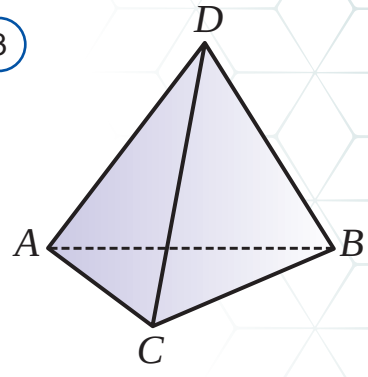
B) $FA > FK$

C) $AK < FK$

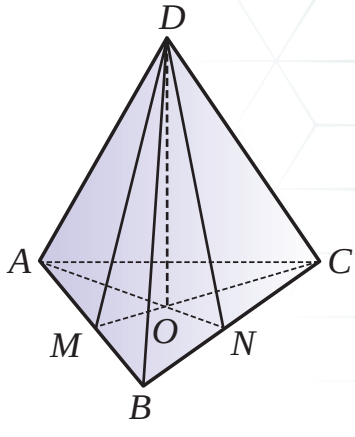
14. $BF \perp ABC$ *(6-njy surat)*. $ABCD$ nähili bolsa, CD we CF göni çyzyklar perpendikulýar bolar?

A) dörtburçluk

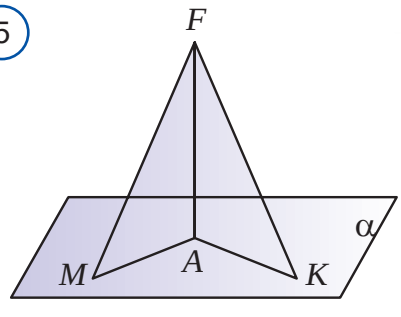
3



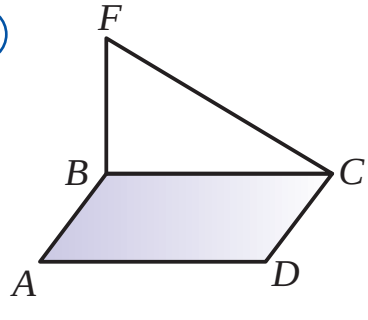
4



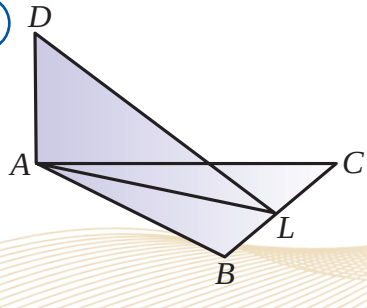
5



6



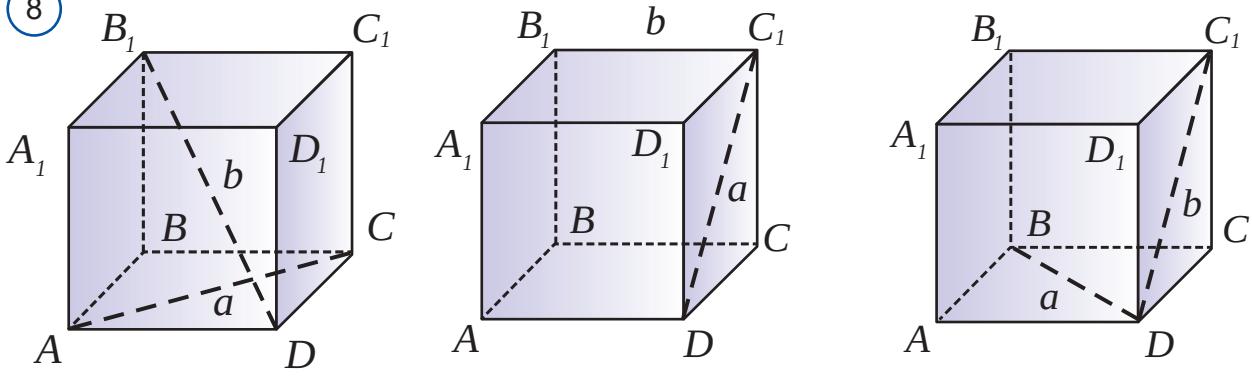
7



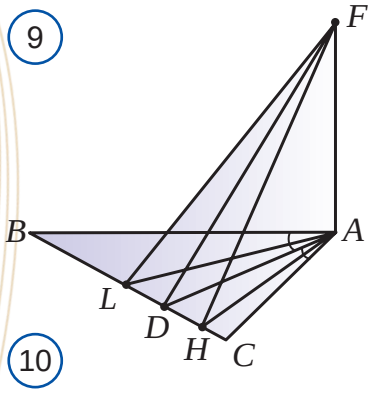
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

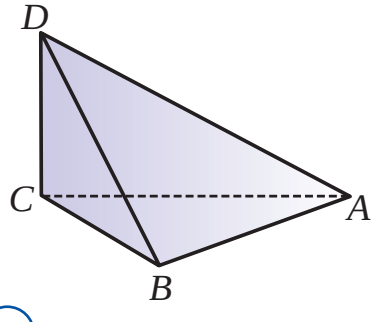
8



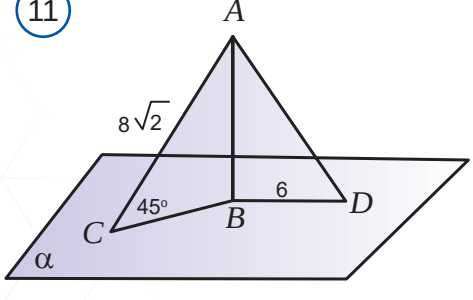
9



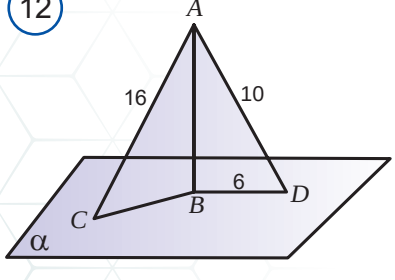
10



11



12



B) romb

C) kwadrat

15. $AD \perp ABC$ *(7-nji surat)*. LA näme bolsa, DL we BC göni çyzyklar perpendikulýar bolar?

A) bissektrisa

B) mediana

C) beýiklik

16. M nokat ABC üçburçluk depelerinden deň aralykda ýerleşen. M nokadyň ABC tekizlikdäki proýeksiýasy haýsy kesimler kesişme nokadyndan ybarat bolar?

A) üçburçlugyň beýiklikleriniň

B) üçburçlugyň bissektrisalarynyň

C) üçburçlugyň taraplaryna geçirilen orta perpendikulýarlarynyň

17. 8-njy suratda $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kub şekillendirilen. a we b göni çyzyklar haýsy suratda perpendikulýar däl?

18. ABC üçburçlukda AL – mediana, AD – bissektrisa, AH – beýiklik *(9-nji surat)*. $AF \perp ABC$. F nokatdan BC göni çyzyga çenli bolan aralyk haýsy kesimiň uzynlygyna deň bolar?

A) FM

B) FD

C) FH

19. $ABCD$ tetraedrde *(10-njy surat)* $\angle BCD = \angle ACD = 90^o$. CD -ä perpendikulýar bolan ähli gapyrgalary görkeziň.

A) AB, CB, CA B) AB, BD, AD

C) CB, CA D) AB

20. α tekizlige A nokatdan AB perpendikulýar, AC we AD gyşarmalar geçirilen *(11-nji surat)*. $\angle ACB = 45^o$, $AC = 8\sqrt{2}$, $BD = 6$. AD-ni tapyň.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

A) $2\sqrt{13}$;
B) 10;
C) 14
D) 4

21. α tekizlige AB perpendikulýar *(12-nji surat)*, AD we AC gyşarmalar geçirilen. BD = 6, AD = 10, AC = 16. $\angle ACB$-ni tapyň.
A) 45°
B) 30°
C) 60°
D) 90°

Meseleler

1. KS kesim ABC üçburçlugyň tekizligine perpendikulýar, KB kesim AB -e perpendikulýar.
1) ABC gönüburçly üçburçlukdygyny subut ediň.
2) KAC we ABC tekizlikleriň perpendikulýarlygyny subut ediň.
3) Eger AC = 14, BC = 6 we $\angle KBC$ = 45° bolsa, KB kesimiň uzynlygyny tapyň.

2. A nokatdan α tekizlige tekizlik bilen 60° burç emele getirýän AB we AC gyşarmalar geçirilen. Eger $BC = AC$ = 6 bolsa, AB-ni tapyň.

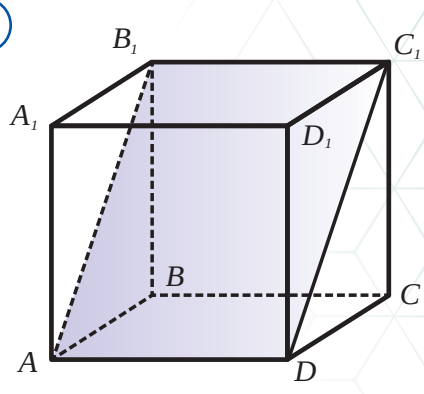
3. KA kesim ABC tekizligine perpendikulýar. M nokat – BC kesimiň ortasy. KM göni çyzyk BC göni çyzyga perpendikulýar we $AB = BC$.
1) ABC deňýanly üçburçlukdygyny subut ediň.
2) KBC we KAM tekizlikleriniň perpendikulýarlygyny subut ediň.

4. Eger BK = 8, KA = 39, BC = 6 bolsa, ABC üçburçlugyň meýdanyny tapyň.

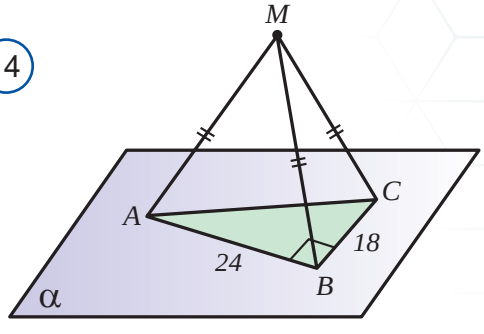
5. S nokat gönüburçly üçburçluk depelerinden 3 cm uzakda ýerleşen. AB = 9 bolsa, $SABC$ iki granly burçy tapyň.

6. O nokat 60°-a deň ABC burç bissektrisasynda ýatýar. DO kesim ABC tekizligine perpendikulýar we $AB = AC$.
1) D nokat A we C nokatlardan deň aralykda ýatýandygyny subut ediň.

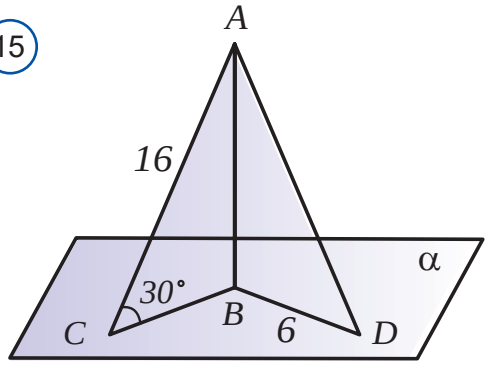
13



14



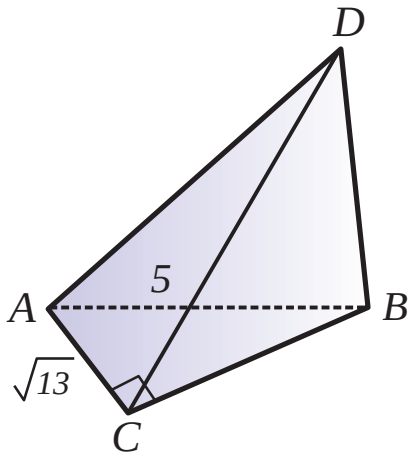
15



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

16



2) DAC we DOB tekizlikleriň perpendikulýarlygyny subut ediň.

3) $AC = 12$ we $DO = 8$ bolsa, DB-ni tapyň.

7. 13-nji suratda kub berlen. $AD = 42$. AB_1C_1D tekizlik we A_1D_1 göni çyzygyň arasyndaky aralygy tapyň.

8. ABC we ADC deňýanly üçburçluklar umumy AC esasa eýe. $BASD$ iki granly burç göni. Eger $\angle ACD = 45°$ we $\angle CAB = 60°$ bolsa, $DCBA$ iki granly burçy tapyň.

9. 14-nji suratda $\angle ABC = 90°$, $MA = MB = MC$. ABC üçburçlugyň tekizligi we M nokadyň arasyndaky aralyk 8-e deň. MA kesimiň uzynlygyny tapyň.

10. SA göni çyzyk $ABCD$ dörtburçlugyň depesinden geçýär we onuň AB we AD taraplaryna perpendikulýar. SAD we ABC tekizlikleriň perpendikulýarlygyny subut ediň.

11. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubunyň gapyrgasy 4-e deň. AB we CC_1 göni çyzyklaryň arasyndaky aralygy tapyň.

12. Umumy esasly ABD we ABC deňýanly üçburçluklaryň tekizlikleri özara perpendikulýar. Eger $AD = \sqrt{31}$ *cm*, $AB = 6$ *cm*, $\angle ACB = 60°$ bolsa, CD-ni tapyň.

13. Perpendikulýar α we β tekizlikler l göni çyzyk boýunça kesişýär. α we β tekizliklerde ýatýan OA we OB kesimler degişlilikde l göni çyzyga perpendikulýar we olaryň umumy depesi O nokat l göni çyzykda ýatýar. Eger $OA = 20$ *cm*, $OB : AB = 12 : 13$ bolsa, AB-ni tapyň.

14. ABC deňýanly üçburçlugyň B depesi arkaly AC esasa parallel tekizlik geçirildi. Üçburçlugyň meýdany 48 cm^2-a deň. Eger esas $AC = 12$ *cm* we ol tekizlikden 5 *cm* uzaklykda ýerleşen bolsa, üçburçlugyň gapdal taraplarynyň şu tekizlige ýapgyt burçlaryny tapyň.

15. $AB \perp \alpha$, $\angle ACB = 30°$, $AC = 16$ *cm*, $BD = 6$ *cm* *(15-nji surat)*. AD-ni tapyň.

16. ABC üçburçlukda $\angle ACB = 90°$, $AB = 5$ *cm*, $AC = \sqrt{13}$ *cm (16-njy surat)*. $BD \perp ABC$, $\angle (CD, ABC) = 30°$. BD perpendikulýaryň uzynlygyny tapyň.

Geometriýa gadym zamanlardan bäri adamlara dünýä akyl ýetirmäge kömek edip gelýär. Meselem, Ýeriň töweregi gadymy grek alymy Eratosfen tarapyndan, adamlar Ýeriň şar şekillidigini ykrar edenlerinden birnäçe asyr öň anyk hasaplap çykylypdyr. Munuň üçin Eratosfen geometrik düzgünlerden peýdalanypdyr we häzirki zaman ölçegleriň görkezmegine görä, ol ýalňyşmandyr diýen ýaly – köne we täze ölçegleriň arasyndaky tapawut ähmiýetsiz bolup çykypdyr. Ol Gün Sýeneniň (Afrikadaky şäher) depesinde duranda, 800 km uzaklykda ýerleşen Isgenderiýadaka görä wertikaldan 7°-a gyşarandygyny anyklapdyr. Eratosfen Gün Ýeriň merkezinden 7 ° burç astynda görünýär we şonuň üçin Ýer şarynyň töweregi 360 : 7 × 800 = = 41140 km, diýen netijä gelipdir.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



V BAP

GAÝTALAMAK

Şu baby öwrenmek netijesinde siz 10-njy synpda ele alan bilimleriňizi we endikleriňizi berkidersiňiz

- tekizlige perpendikulýarlar we gyşarmalar;
- göni çyzyk bilen tekizligiň arasyndaky burç;
- parallel göni çyzyklar we tekizlikler;
- tekizlige parallel göni çyzyk;
- parallel tekizlikler;
- perpendikulýar tekizlikler.

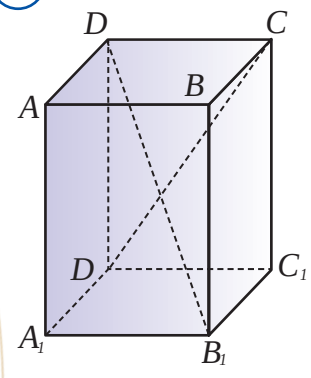
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

23 GAÝTALAMAGA DEGIŞLI MESELELER

1. Tekizlige perpendikulýarlar we gyşarmalar

1



1. 1-nji suratda gönüburçly parallelepiped şekillendirilen. 1) DB_1 we D_1C göni çyzyklar kesişýärmi? BB_1 we D_1C göni çyzyklar näme? 2) AO we B_1C_1 göni çyzyklar arkaly tekizlik geçirmek mümkinmi? DC we DB_1 arkaly nähili? BC we AA_1 arkaly nähili?

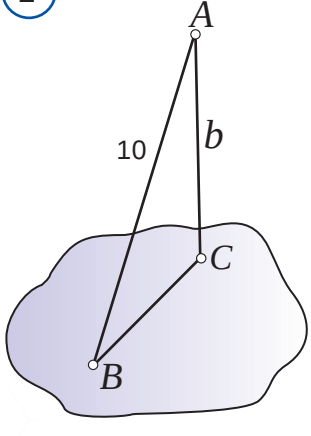
2. Gönüburçly parallelepipediň gapyrgalary 3 cm, 4 cm we 7 cm. Bir depesinden çykan üç gapyrga depeleri arkaly geçirilen kesimiň meýdanyny tapyň.

3. Dogry prizmanyň esasy tarapy a -a deň bolan üçburçlukdan ybarat. Prizmanyň beýikligi b -e deň. Aşaky esasy taraplarynyň biri we üstki esasynyň şu tarapyň garşysynda ýatýan depesi arkaly tekizlik geçiriň. Emele gelen kesimiň meýdanyny hasaplaň.

4. Göni çyzykda alnan nokatdan şu göni çyzyga perpendikulýar tekizlik geçiriň.

5. Göni çyzyk daşarsynda alnan nokatdan şu göni çyzyga perpendikulýar tekizlik geçiriň.

2



6. Tekizlikden b cm aralykda duran A nokatdan, şu tekizlige uzynlygy 10 cm bolan AB gyşarma geçirilen. Onuň şu tekizlige geçirilen BC proýeksiýasyny tapyň *(2-nji surat)*.

7. Tekizlikden daşarda ýatýan nokatdan berlen aralykda duran nokatlaryň berlen tekizlikdäki geometrik ornuny tapyň.

8. Tegelek merkezinden onuň tekizligine perpendikulýar geçirilen. Eger perpendikulýaryň uzynlygy a -a, tegelegiň meýdany Q -a deň bolsa, perpendikulýaryň üstki depesinden töwerekdäki nokada çenli bolan aralygy anyklaň.

9. Berlen iki nokatdan deň uzaklykdaky nokatlaryň geometrik ornuny tapyň.

10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ gönüburçly parallelepipediň gapdal gapyrgasy AA_1 = 56 cm, esasynyň taraplary: AB = 33 cm we AO = 40 cm. AD we B_1C_1 gapyrgalaryndan geçirilen kesimiň meýdanyny anyklaň.

11. O nokat – tarapy a bolan kwadratyň merkezi, OA – kwadratyň tekizligine perpendikulýar göni çyzyk bolup, uzynlygy b -e deň. A nokatdan kwadratyň depelerine çenli bolan aralygy tapyň.

12. α tekizlikden d = 4 aralykda duran M nokatdan şu tekizlige MA, MB we MC gyşarmalar geçirilen. Bu gyşarmalar bilen α tekizlige perpendikulýar bolan MO göni çyzygyň arasyndaky burçlar: 30°, 45°, 60°. MA, MB we MC gyşarmalaryň uzynlyklaryny anyklaň.

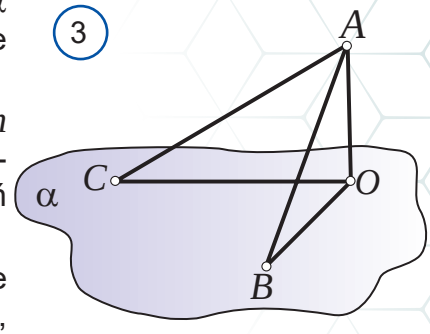
13. α tekizlige käbir M nokatdan özara deň üç gyşarma MA, MB we MC geçirilen. $MA = MB$ we O nokat – M nokadyň

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

proýeksiýasy. A, B we C nokatlaryň (gyşarmalaryň α tekizlikdäki esaslary) merkezi O nokat bolan töwerekde ýatýandygyny görkeziň.

14. Tekizlige giňişligiň bir nokadyndan uzynlygy 20 cm we 15 cm bolan iki gyşarma geçirilen. Birinji gyşarmanyň tekizlikdäki proýeksiýasy 16 cm. Ikinji gyşarmanyň proýeksiýasyny tapyň.
15. Tekizlige giňişlikdäki bir nokatdan perpendikulýar we gyşarma geçirilen. Perpendikulýaryň uzynlygy 6 cm, gyşarmanyň uzynlygy 9 cm. Perpendikulýaryň gyşarma geçirilen proýeksiýasyny tapyň.
16. Käbir A nokatdan berlen α tekizlige *(3-nji surat)* AO perpendikulýar we bir-birine deň AB we AC gyşarmalar geçirilen. Gyşarmalar perpendikulýar bilen $\angle BAO = \angle CAO$ = 60°-ly, özara bolsa $\angle CAB$ = 90°-ly burçy emele getirýär. AO = 1 cm. Gyşarmalaryň esaslarynyň arasyndaky BC aralygy tapyň.

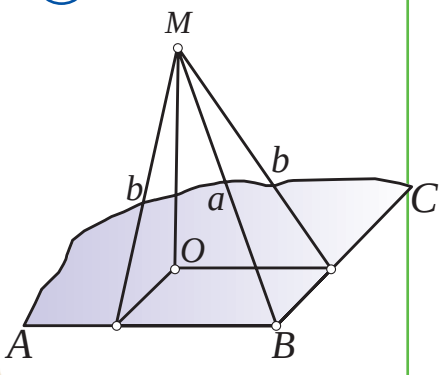


17. Deňýanly üçburçlugyň esasy we beýikligi 4 cm-den. Berlen nokat üçburçlugyň tekizliginden b cm aralykda we onuň depelerinden deň aralykda durýar. Şu aralygy tapyň.
18. Deňýanly ABC üçburçluk berlen, onuň esasy b = 6 cm we gapdal tarapy a = 5 cm. Üçburçlugyň içinden çyzylan töweregiň O merkezinden üçburçlugyň tekizligine OK = 2 cm perpendikulýar geçirilen. K nokatdan üçburçlugyň taraplaryna çenli we B depesine çenli bolan aralygy tapyň.
19. ABC üçburçlukda B burç göni bolup, katet $BC = a$. A depesinden üçburçlugyň tekizligine D perpendikulýar geçirilen. D we C nokatlaryň arasyndaky aralyk f -e deň bolsa, D nokatdan BC katete çenli bolan aralygy tapyň.
20. ABC üçburçlukda C – göni burç. CD – şu üçburçlugyň tekizligine geçirilen perpendikulýar. D nokat A we B nokatlar bilen utgaşdyrylan. Eger CA = 3 dm, BC = 2 dm we CD = 1 dm bolsa, AOB üçburçlugyň meýdanyny anyklaň.
21. $ABCD$ gönüburçlugyň A depesinden onuň tekizligine AK perpendikulýar geçirilen, onuň K depesi dörtburçlugyň başga depelerinden 6 cm, 7 cm we 9 cm aralykda ýatýar. AK perpendikulýaryň uzynlygyny tapyň.
22. A we B nokatlar α tekizlikde ýatýar. AC we BE şu tekizlige geçirilen perpendikulýarlardyr. Eger: $AC = a$ we $BD = b$ bolsa, AD we BC çyzyklaryň kesişýändigini subut ediň hem-de olaryň kesişme nokadyndan α tekizlige çenli bolan aralygy tapyň.
23. Berlen göni burç tekizliginden daşarda ýatýan M nokat onuň B depesinden a uzaklykda, her haýsy tarapyndan bolsa b uzaklykda ýatýar. Göni burçuň tekizliginden M nokada çenli bolan MO aralyk näçä deň *(4-nji surat)*?
24. α tekizlikde AB we CD parallel göni çyzyklar berlen, olar

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4



arasyndaky aralyk a -a deň. α tekizligiň daşarsynda AB-den b uzaklykda we CD-den c uzaklykda S nokat berlen. Eger: a) $a = 66$, $b = c = 65$; b) $a = 6$, $b = 25$, $c = 29$ bolýandygy mälim bolsa, S nokatdan α tekizlige çenli bolan aralygy anyklaň.

25. Eger tekizlikde ýatýan burçuň depesinden tekizlige burçuň taraplary bilen deň burçlar emele getirýän gyşarma geçirilse, bu gyşarmanyň proýeksiýasy berlen burçuň bissektrisasy bolýandygyny subut ediň.

2. Göni çyzyk bilen tekizligiň arasyndaky burç

1. Gönüburçly parallelepipediň esasynyň gapyrgalary 4 cm we 3 cm, parallelepipediň beýikligi 5 cm. Onuň diagonalyny we diagonalyň esasyň tekizligi bilen emele getiren burçuny tapyň.
2. Gönüburçly parallelepipediň diagonaly parallelepipediň esasynyň tekizligi bilen 45°-ly burç emele getirýär. Esasynyň taraplary 120 cm we 209 cm. Parallelepipediň beýikligini anyklaň.
3. Dogry dörtburçly piramidanyň beýikligi h, apofemanyň esasyň tekizligine gyşarma burçy 60°. Piramidanyň gapdal gapyrgalaryny tapyň.
4. Dogry üçburçly piramidanyň gapdal gapyrgasy b -e deň bolup, piramidanyň esasy bilen 30°-ly burç emele getirýär. Piramidanyň esasynyň tarapyny tapyň.
5. Gyşarma a-a deň. Eger gyşarma proýeksiýalar tekizligi bilen: 1) 45°; 2) 60°; 3) 30°-ly burç emele getirse, bu gyşarmanyň tekizlikdäki proýeksiýasynyň uzynlygyny tapyň.
6. Nokat tekizlikden h uzaklykda ýatyr. Şu nokatdan tekizlige geçirilen we onuň bilen: a) 30°; b), 45°; c) 60°-ly burçlary emele getiren gyşarmanyň uzynlygyny tapyň.
8. Kesimiň tekizlige geçirilen proýeksiýasy onuň özünden iki esse kiçi bolmagy üçin kesimi tekizlige nähili burç astynda gyşardyp geçirmeli?
9. Tekizlikden a aralykda duran nokatdan oňa iki gyşarma geçirilen. Bu gyşarmalar tekizlik bilen 45°-ly burç, özara bolsa 60°-ly burç emele getirýär. Gyşarmalaryň depeleriniň arasyndaky aralygy anyklaň.
10. Tekizlikden a uzaklykda duran nokatdan tekizlik bilen 30°-ly burç ýasaýjy iki gyşarma geçirilen. Olaryň tekizlikdäki proýeksiýalary özara 120°-ly burç emele getirýär. Gyşarmalaryň depeleriniň arasyndaky aralygy anyklaň.
11. AB göni çyzyk α tekizlikde ýatýar. B nokatdan AB-e perpendikulýar BC we BD göni çyzyklar geçirilen. Olar

Geometriýa matematikanyň bölümleriniň biri diýip hasaplanýar. Emma Gadymy Gresiýada «matematika» we «geometriýa» sözleriniň arasynda deň belgi goýlan we hat-da meşhur Platon mekdebiniň giriş bölegine «Bu ýere geometriýany bilmedik adam girmesin!» diýen ýazgy ýazylyp goýlan.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

α tekizligiň bir tarapynda bolup, oňa 50° we 15°-a gyşaran. CBD burçy tapyň.

12. Deňýanly gönüburçly üçburçlugyň bir kateti α tekizlikde ýatyp, ikinji kateti α tekizlik bilen 45°-ly burçy emele getirýär. Munda gipotenuza α tekizlik bilen 30°-ly burçy emele getirýändigini esaslandyryň.
13. Eger AB gyşarma α tekizlik bilen 45°-ly burç emele getirse, α tekizlikde ýatýan AC göni çyzyk AB gyşarmanyň proýeksiýasy bilen 45°-ly burçy emele getirýär. Onda $\angle BAC$ = 60° bolýandygyny subut ediň.
14. Eger dogry üçburçly piramidanyň beýikligi esasynyň tarapyna deň bolsa, gapdal gapyrgalary esasyň tekizligi bilen 60°-ly burçy düzýändigini subut ediň.

3. Parallel göni çyzyklar we tekizlikler

1. A we B nokatlar α tekizligiň daşarsynda ýatyr. AC we BD şu tekizlige perpendikulýar. AC = 3 m, BD = 2 m, CD = 24 dm. A we B nokatlaryň arasyndaky aralygy anyklaň.
2. 125 cm uzynlykdaky kesimiň depeleri tekizlikden 100 cm we 56 cm uzaklykda. Kesim proýeksiýasynyň uzynlygyny tapyň.
3. α tekizligiň A nokadyndan gyşarma göni çyzyk geçirilen we onda B hem-de α nokatlar alnan. AB = 8 cm we AC = 14 cm. B nokat α tekizlikden 6 cm uzaklykda. α tekizlikden C nokada çenli bolan aralygy tapyň.
4. 10 cm uzynlykdaky kesim tekizligi kesýär. Onuň depeleri tekizlikden 5 cm we 3 cm uzaklykda. Kesimiň tekizlikdäki proýeksiýasynyň uzynlygyny tapyň.
5. Kesim tekizligi kesýär. Onuň depeleri tekizlikden 8 cm we 2 cm uzaklykda. Kesimiň ortasyndan tekizlige çenli bolan aralygy tapyň.
6. Tekizlik bilen kesişmeýän kesimiň depeleri tekizlikden 30 cm we 50 cm uzaklykda. Şu kesimi 3 : 7 gatnaşykda bölýän nokat tekizlikden näçe uzaklykda bolar? (iki ýagdaýa garaň)
7. Dogry üçburçluk tekizlige proýeksirlenen. Onuň depeleri tekizlikden 10 dm, 15 dm we 17 dm uzaklykda. Üçburçlugyň merkezinden proýeksiýalar tekizligine çenli bolan aralygy tapyň.
8. Tekizlige parallel AB kesim berlen, onuň uzynlygy a -a deň. B depesi bilen ikinji depesiniň A_1 proýeksiýasyny utgaşdyrýan BA_1 kesim tekizlik bilen 60°-ly burç emele getirýär. BA_1 kesimiň uzynlygyny anyklaň.
9. α tekizligiň A we B nokatlaryndan onuň daşarsyna özara parallel kesimler çyzylan: AC = 8 cm we BD = 6 cm. C we D nokatlar arkaly geçirilen göni çyzyk α tekizligi E nokatda kesýär. AB = 4 cm bolsa, BE aralygy anyklaň.
10. a -a deň AB kesim α tekizlikde ýatýar, her biri b -e deň AC we BD kesimler α tekizlikde ýatmaýar. AC kesim α tekizlige perpendikulýar, AB -e perpendikulýar BD bolsa α tekizlik bilen 30°-ly burçy emele getirýär. CD aralygy anyklaň.

4. Tekizlige parallel göni çyzyk

1. a) Berlen nokatdan berlen tekizlige parallel göni çyzyk geçiriň.
   b) Berlen nokatdan şeýle a kesim geçiriň, ýagny onuň berlen tekizlikdäki proýeksiýasy özüne deň bolsun.
2. Dogry üçburçly prizmanyň esasynyň a tarapy we b gapdal gapyrgasyna esasan prizmanyň gapdal gapyrgasy we oky arkaly geçirilen kesimiň meýdanyny tapyň.
3. Daşky A nokatdan α tekizlige AB kesim geçirilen. Bu kesim C nokatda (A -dan B -e tarap) 3 : 4 gatnaşykda bölnen we ondan α tekizlige parallel CD = 2 cm kesim geçirilen. α tekizlige D nokat arkaly ADE kesim geçirilen. B we E nokatlaryň arasyndaky aralygy tapyň.
4. AB we CD – bir-biri bilen kesişen iki tekizlikdäki parallel kesimler. AE we DF tekizlik-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

leriň kesişme çyzygyna geçirilen perpendikulýarlardyr. $AD = 5\ cm$ we $EF = 4\ cm$ bolsa, AB we CD göni çyzyklaryň arasyndaky aralygy tapyň.

5. $ABCD$ parallelogramyň A we D depeleri M tekizlikde, B we C depeleri onuň daşarsynda, $AD = 10\ cm$, $AB = 15\ cm$, AC we BD diagonallaryň M tekizlikdäki proýeksiýalary degişlilikde 13,5 cm we 10,5 cm-e deň. Diagonallary anyklaň.

6. Romb taraplarynyň biri arkaly garşydaky tarapdan 4 cm aralykda tekizlik geçirilen. Romb diagonallarynyň şu tekizlikdäki proýeksiýalary 8 cm we 2 cm. Romb taraplaryň proýeksiýalaryny tapyň.

7. Gönüburçly ABC üçburçlugyň C göni burçy depesinden gipotenuza parallel we ondan 1 dm aralykda tekizlik geçirilen *(5-nji surat)*. Katetleriň bu tekizlikdäki proýeksiýalary 3 dm we 5 dm, gipotenuzanyň şu tekizlikdäki proýeksiýasyny anyklaň.

8. AB we CD – bir-birinden 28 cm aralykdaky, α tekizlikde ýatýan iki parallel çyzyk, EF – daşky göni çyzyk, AB -e parallel we AB-den 17 cm, α tekizlikden bolsa 15 cm uzakdykda, EF bilen CD arasyndaky aralygy tapyň (iki ýagdaýa garaň).

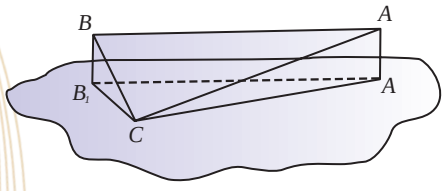
9. α tekizlige parallel AB kesimiň depelerinden şol tekizlige AC perpendikulýar we $BD \perp AB$ gyşarma geçirilen. Eger $AB = a$, $AC = b$ we $BD = c$ bolsa, CD aralygy anyklaň *(6-njy surat)*.

10. Dogry dörtburçly piramidanyň esasynyň diagonaly arkaly gapdal gapyrga parallel tekizlik geçiriň. Esasynyň tarapy a -a deň, gapdal gapyrgasy bolsa b -a deň. Emele gelen kesimiň meýdanyny anyklaň.

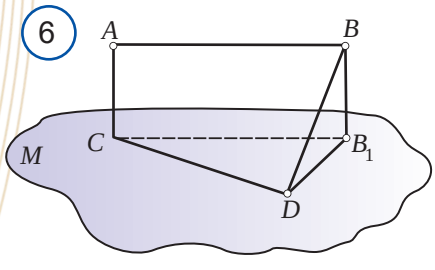
11. Dogry üçburçly $SABC$ piramidanyň esasynyň tarapy a, gapdal gapyrgasy bolsa b. Bu piramidanyň AB we BC gapyrgalarynyň ortasyndan SB gapyrga parallel tekizlik geçiriň. Emele gelen kesimiň meýdanyny anyklaň *(7-nji surat)*.

12. Dogry dörtburçly piramidanyň her bir gapyrgasy a -a deň. Esasynyň iki goňşy tarapynyň ortalaryndan we beýikliginiň ortasyndan tekizlik geçiriň *(8-nji surat)* hem-de onuň meýdanyny tapyň.

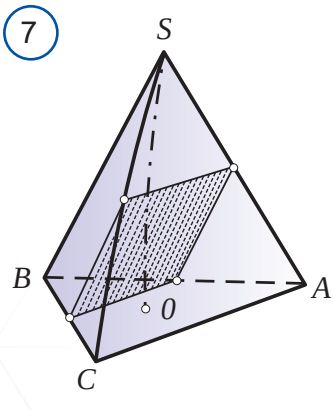
5



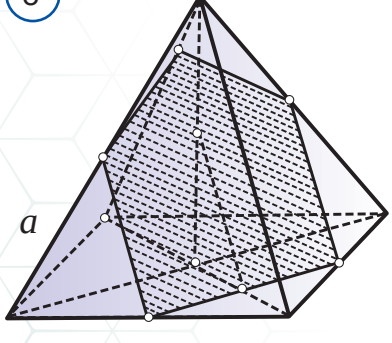
6



7



8



5. Parallel tekizlikler

1. Berlen nokatdan berlen tekizlige parallel tekizlik geçiriň.

2. Gapyrgasy a -a deň bolan kuba şeýle tekizlik geçirilsin, ýagny bu tekizlik üstki esasynyň iki goňşy tarapynyň ortalaryndan we aşaky esasynyň mer-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

kezinden geçsin. Kesimiň perimetrini hasaplaň.

3. Iki parallel tekizligiň aralygy 8 dm. Uzynlygy 10 dm bolan kesimiň depeleri şu tekizliklere direlen. Kesimiň her haýsy tekizlige geçirilen proýeksiýasyny anyklaň.
4. α we β tekizlikler parallel. α tekizligiň A we B nokatlaryndan β tekizlige AC = 37 cm we BD = 125 cm gyşarmalar geçirilen. AC gyşarmanyň tekizliklerden birindäki proýeksiýasy 12 cm. BD gyşarmanyň proýeksiýasy uzynlygyny tapyň.
5. Iki parallel tekizligiň arasyna 4 m uzynlykda perpendikulýar we 6 m uzynlykda gyşarma geçirilen. Her haýsy tekizlikde olaryň depeleriniň arasyndaky aralyk 3 m-den. Perpendikulýar bilen gyşarmanyň ortalarynyň arasyndaky aralygy tapyň.
6. Jemi c -e deň bolan iki kesimiň depeleri iki parallel tekizlige direlýär. Olaryň proýeksiýalary a we b bolsa, kesimleriň uzynlyklaryny tapyň.
7. Iki parallel tekizlik α we β arasyna AC we BD kesimler geçirilen (A we B nokatlar α tekizlikde ýatýar). AC = 13 cm, BD = 15 cm, AC we BD-niň berlen tekizliklerden birindäki proýeksiýalary uzynlyklarynyň jemi 14 cm. Bu proýeksiýalaryň uzynlyklaryny we tekizlikleriň arasyndaky aralygy tapyň.
8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubuň AA_1 we CC_1 garşylykly gapyrgalarynyň K we L ortalary göni çyzyklar arkaly kubuň B we D_1 depeleri bilen utgaşdyrylan. Kubuň gapyrgasy a-a deň. Alnan $KBLD_1$ dörtburçlugyň taraplaryny we diagonallaryny tapyň hem-de onuň şeklini anyklaň.
9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubda tertip bilen aşakdaky gapyrgalaryň ortalaryny utgaşdyryň: AA_1, A_1B_1, B_1C_1, C_1C, CD, DA we AA_1. Emele gelen figuranyň dogry altyburçlukdygyny subut ediň. Eger kubuň gapyrgasy a -a deň bolsa, altyburçlugyň meýdanyny tapyň.
10. Dogry prizmanyň esasy tarapy 3 dm -li altyburçlukdan ybarat. Prizmanyň beýikligi 13 dm. Prizmanyň üstki we aşaky esaslarynyň iki garşylykly tarapy arkaly geçirilen kesimiň meýdanyny anyklaň.

6. Perpendikulýar tekizlikler

1. Dogry prizmanyň esasy ABC deňýanly üçburçluk bolup, onuň AB we BC taraplary 7 cm-den, üçünji – AC tarapy bolsa 2 cm. AC tarap arkaly esasyň tekizligi bilen 30°-ly burç gurup, garşydaky gapdal gapyrga bilen D nokatda kesişýän tekizlik geçirilen. Alnan kesimiň meýdanyny we gapdal gapyrganyň BD kesimini anyklaň.
2. Iki deňýanly üçburçluk umumy esasa eýe, olaryň tekizlikleri bolsa bir-birine görä 60° gyşaran. Umumy esas 16 cm-e deň. Bir üçburçlugyň gapdal tarapy 17 cm-e deň, ikinjisiniň gapdal taraplary bolsa özara perpendikulýar. Üçburçluklaryň depeleriniň arasyndaky aralygy anyklaň.
3. Gönüburçly üçburçlugyň katetleri 7 cm we 24 cm. Gipotenuza arkaly geçýän we üçburçlugyň tekizligi bilen 30°-ly burç emele getirýän tekizlik geçirilen. Şu tekizlikden göni burçuň depesine çenli bolan aralygy anyklaň.
4. AB göni çyzyk α tekizlige parallel bolup, ondan a uzaklykda ýatyr. AB arkaly β tekizlik geçýär, bu tekizlik α tekizlik bilen 45°-ly burçy emele getirýär. β tekizlikde AB bilen 45°-ly burç emele getirýän göni çyzyk geçirilen. Şu göni çyzygyň AB bilen α tekizligiň arasyndaky kesimini anyklaň.
5. Berlen tekizlige perpendikulýar bolan we şu tekizlikde berlen göni çyzyk bilen kesişýän

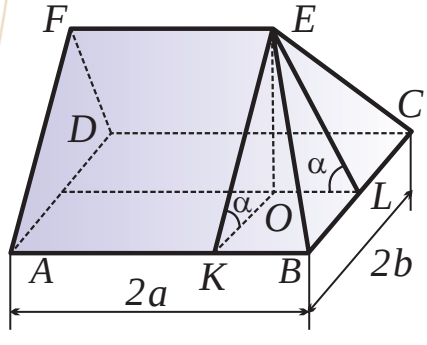
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

göni çyzyklaryň geometrik ornuny tapyň.

7. Berlen nokatdan başga bir tekizlige perpendikulýar tekizlik geçiriň.
8. AB – özara perpendikulýar bolan α we β tekizlikleriň kesişen göni çyzygy. CD bolsa α tekizlikdäki kesim bolup, AB -e parallel we ondan 60 cm aralykda duryar. β tekizlikdäki E nokat AB -den 91 cm aralykda duryar. E-den CD çenli bolan aralygy tapyň.
9. AB göni çyzyk özara perpendikulýar tekizliklerdäki A we B nokatlary utgaşdyrýar. A we B nokatlardan tekizlikleriň kesişen çyzygyna geçirilen perpendikulýarlar degişlilikde a we b -e deň. Olaryň esaslarynyň arasyndaky aralyk bolsa c -e deň. AB kesimiň uzynlygyny we onuň berlen tekizliklere geçirilen proýeksiýalarynyň uzynlyklaryny anyklaň.
10. Dogry altyburçly piramidanyň gapdal gapyrgasy 8 dm -e, esasynyň tarapy bolsa 4 dm-e deň. Esasyň iki goňşy tarapy ortalary arkaly esasa perpendikulýar tekizlik geçirilen. Kesimiň meýdanyny tapyň.

9



11. Esasy $ABCD$ gönüburçlukdan ybarat öýe ýagyş suwy dört tarapyndan akyp düşýän tam ornatmaly *(9-njy surat)*. AB = 18 m, BC = 12 m. Tamyň hemme granlary esasyň tekizligi bilen 40°-ly burçy düzýär. Eger tamyň 1 m^2 -ny ýapmak üçin 15 sany çerepisa ulanylsa, tamy ýapmak üçin näçe sany çerepisa gerek bolar?

Amaly kompetensiýalary şekillendirmäge degişli meseleler

1. Alty granly galam we açylan kitabyň kömeginde göni çyzyklaryň arasyndaky, göni çyzyk bilen tekizligiň arasyndaky, tekizlikleriň arasyndaky burçlaryň tymsallaryny görkeziň.

2. Iki simmertiýa okuna eýe, 9-njy suratda şekillendirilen tamdan ýagyş suwy haýsy ugurlarda akyp düşýändigini anyklaň.

3. Ýanyna baryp bolmaýan minaranyň beýikligini anyklamak üçin nähili ölçegleri amala aşyrmaly?

4. Beýikligi mälim, ýöne ýanyna baryp bolmaýan bina çenli bolan aralygy tapmak üçin nähili ölçegleri amala aşyrmaly?

5. Näme üçin kölegeler günortan ýitýär?

6. Agajyň depesine çykmazdan onuň beýikligini nähili ölçemek bolar?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

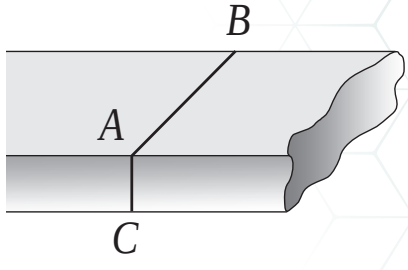
7. Togalak stola tarapy a -a deň bolan kwadrat şeklindäki uly saçak düşelen. Tegelegiň merkezi kwadratyň merkezi bilen gabat gelýär. Saçagyň depeleri onuň taraplarynyň ortalaryna görä pola näçe ýakynrak?

Jogaby: $a \cdot \frac{(\sqrt{2}-1)}{2} \approx 0{,}207\ a$.

8. Diwarlaryň dikligi otwes (bir ujuna daş daňlan ýüp) bilen barlanýar. Otwesiň ýüpi diwara näçe ýapyşyp parallel dursa, soňluk bilen diwar dik diýen karara gelinýär. Bu karar dogrumy? Bu barlamak usuly nämä esaslanýar?

9. Byçgylama üsti byçgylanýan tagtanyň hemme gapyrgalaryna perpendikulýar bolýandygyny üpjün etmek üçin *(10-njy surat)* tagtanyň üstünde byçgylama çyzyklaryny nähili bellik etmeli?

10



10. Otagyň goňşy diwarlarynyň özara perpendikulýarlygyny barlamak üçin Pifagoryň teoremasyndan nähili peýdalanmak bolar?

11. Sütüniň dikligi sütüniň esasy bilen bir göni çyzykda ýatmadyk iki nokada görä barlanýar. Şeýle barlamak usulyny esaslandyryň.

Görkezme. *Göni çyzyk bilen tekizligiň perpendikulýarlyk nyşanyndan peýdalanyň.*

12. Baryp bolmaýan depelikdäki nokatda beýik sütün ornaşdyrylan. Otwesiň kömeginde onuň dikligini nähili barlamak bolar?

Çözülişi. *Sütüniň käbir wertikal göni çyzyk bilen bir tekizlikde ýatýandygyny we ýene başga wertikal göni çyzyk bilen bir (başga) tekizlikde ýatýandygyny görkezmek ýeterli bolýar. Otwesi öňümizde şeýle goýýarys, ýagny onuň we sütüniň ýokarky depeleri hem-de gözümiz bir göni çyzykda ýatanda otwesiň ýüpi we sütün bir göni çyzykda ýatsyn. Bu usul aşakdakylara esaslanan: 1) wertikal sütün islendik wertikal göni çyzyk bilen bir tekizlikde ýatmaly; 2) eger iki parallel göni çyzyk iki kesişýän tekizlikde ýatsa, bu göni çyzyklar tekizlikleriň kesişme çyzygyna hem parallel bolýar.*

13. Iki wertikal ýerleşen tekiz aýna berlen. Bu aýnalaryň biriniň üstüne parallel bolan, gorizontal şöhle ikinji aýnadan birinji aýnanyň üstüne perpendikulýar bolan göni çyzyk boýunça serpikýär. Aýnalaryň arasyndaky burçy tapyň.

Görkezme. *Ýagtylygyň serpikme kanunyndan peýdalanyň.*

Jogaby: *45°.*

14. Gorizontal şöhle iki wertikal ýerleşen tekiz aýnalardan serpikýär. Ilki şöhle birinji aýnanyň üstüne parallel bolan bolsa, iki gezek şöhlelenmek netijesinde ikinji aýnanyň tekizligine parallel bolup galýar. Aýnalaryň arasyndaky burçy tapyň.

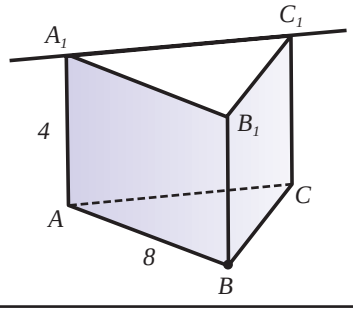
Jogaby: 60º.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

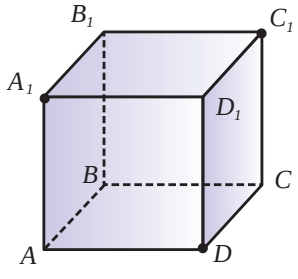
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ÖZÜŇIZI SYNAŇ

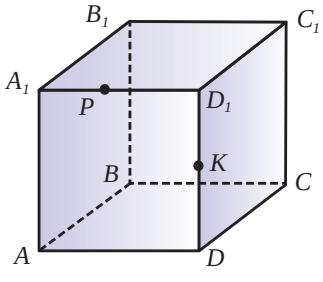
1. Dogry üçburçly prizma berlen. Onuň A_1C_1 gapyrgasy we B depesinden geçýän kesimiň meýdanyny tapyň.



2. Kubuň doly üsti 12-ä deň. Onuň A_1, C_1 we D depesinden geçýän kesimi meýdanyny tapyň.

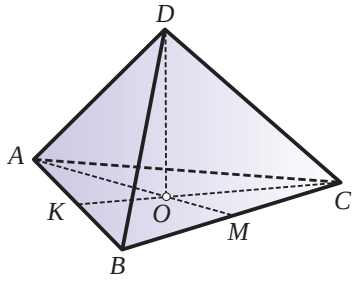


3. PK göni çyzyk haýsy göni çyzyklary kesip geçýär?



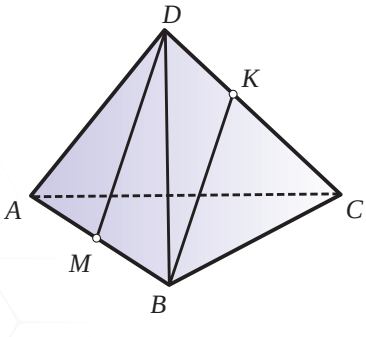
A) A_1B_1 we DC
B) A_1A_1 we AD
C) A_1B_1 we AD
D) D_1C_1

4. AOD tekizlik BDC tekizligi haýsy göni çyzyk boýunça kesip geçýär?



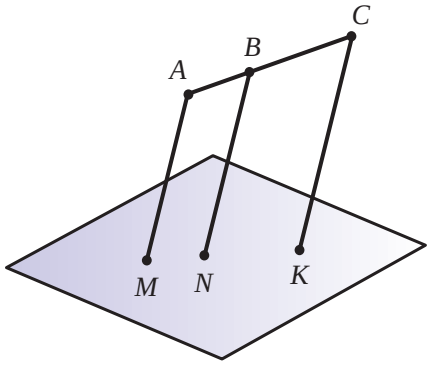
A) DO
B) AM
C) DM
D) DC

5. Dogry pikir ýöretmäni görkeziň: MD göni çyzyk ...

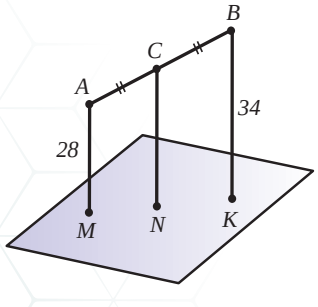


A) BK göni çyzygy kesip geçýär
B) BK göni çyzyga parallel
C) BK göni çyzyga atanaklaýyn
D) BKC tekizlik bilen kesişmeýär

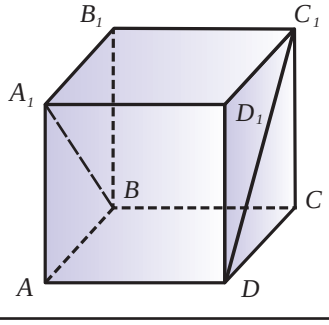
6. Suratda $AM \parallel BN \parallel CK$, $AB = 18$, $BC = 36$, $NK = 24$. MN-i tapyň.



7. Suratda $AM \parallel CN \parallel BK$, $AM = 28$, $BK = 34$. CN-i tapyň.



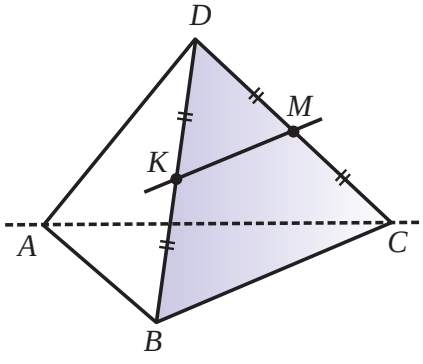
8. Kub berlen. BA_1 we DC_1 göni çyzyklaryň arasyndaky burçy tapyň.



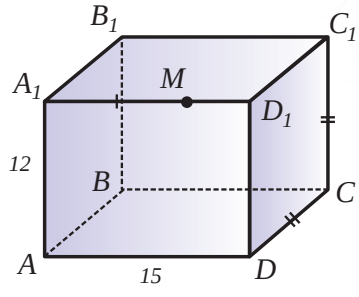
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

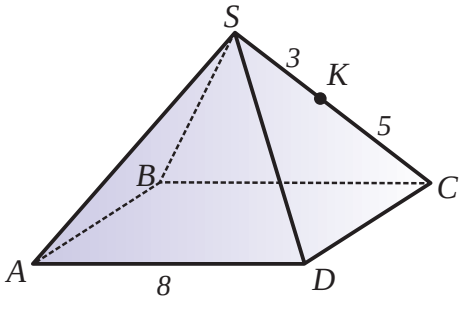
9. Dogry tetraedr berlen. KM we AC göni çyzyklaryň arasyndaky burçy tapyň.



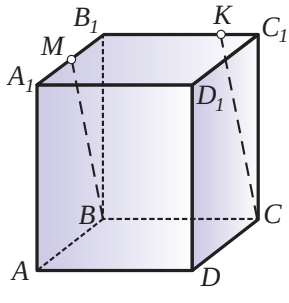
10. Gönüburçly parallelepiped berlen. $DC = CC_1$, $A_1M : MD_1 = 2 : 1$, $AA_1 = 12$, $AD = 15$. Parallelepipediň CDM tekizlik bilen kesiginiň perimetrini tapyň.



11. $SABCD$ – dogry piramida. $KC = 5$, $KS = 3$, $AD = 8$. Piramidanyň ADK tekizlik bilen kesimi perimetrini tapyň.

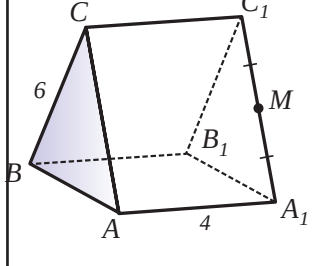


12. AOD tekizlik BDC tekizligi haýsy göni çyzyk boýunça kesip geçýär?



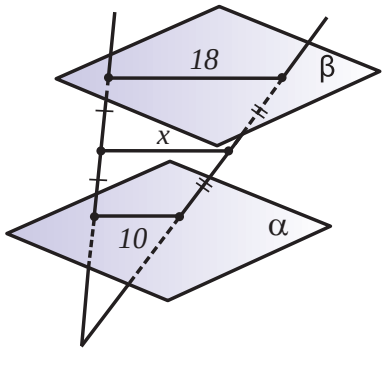
A) AA_1D_1 tekizligi kesip geçýär
B) BM göni çyzyga parallel
C) AA_1B_1 tekizlige parallel
D) ABA_1 tekizligi kesip geçýär

13. Dogry prizma berlen. $BC = 6$, $AA_1 = 4$. Prizmanyň BMC tekizlik bilen kesiginiň perimetrini tapyň.

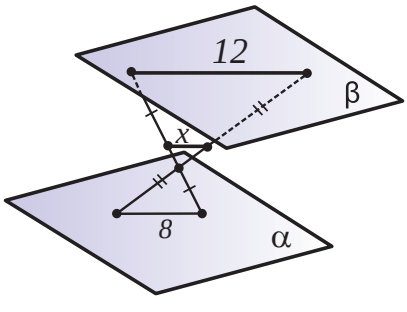


A) AA_1D_1 tekizligi kesip geçýär
B) BM göni çyzyga parallel
C) AA_1B_1 tekizlige parallel
D) ABA_1 tekizligi kesip geçýär.

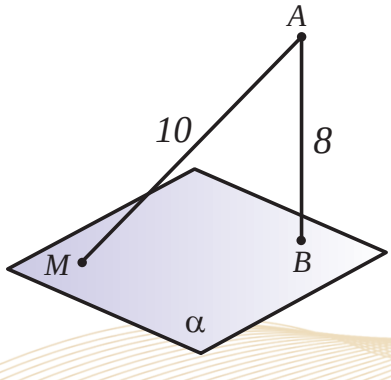
14. $\alpha \parallel \beta$. x = ?



15. $\alpha \parallel \beta$. x = ?



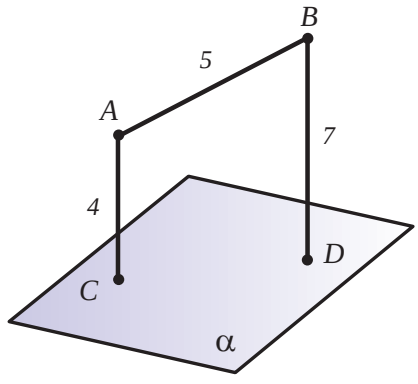
16. $AB \perp \alpha$. MB = ?



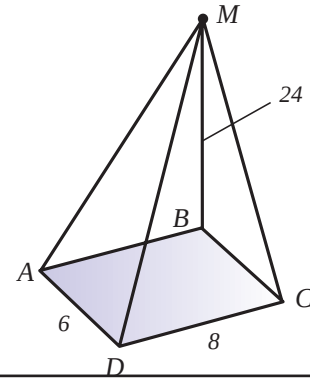
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

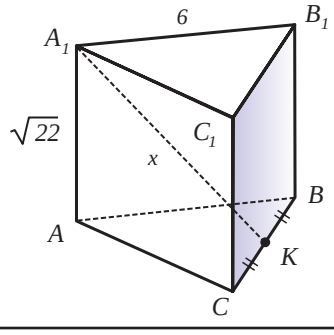
17. $AC \perp \alpha$, $BD \perp \alpha$. CD = ?



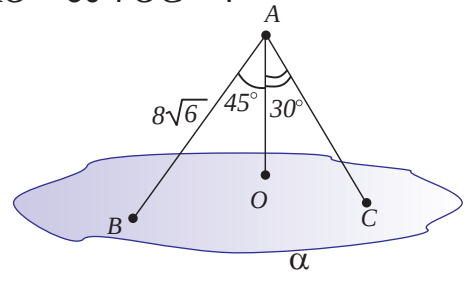
18. $ABCD$ – gönüburçluk.
$MB \perp AB$, $MB \perp BC$. MD = ?



19. Dogry piramida berlen. A_1K-ny tapyň.



20. $AO \perp \alpha$, $AB = 8\sqrt{6}$, $\angle SAO = 45°$.
$\angle CAO = 30°$. OC = ?



21. Kubuň bir depesinden çykan üç gapyrgasynyň depelerinden geçýän tekizlik geçiriň. Kubuň gapyrgasy a -a deň. Kesigiň meýdanyny hasaplaň.

22. Deň taraply üçburçlugyň tarapy 3 cm. Üçburçlugyň her bir depesinden 2 cm uzaklykdaky nokat bilen onuň tekizliginiň arasyndaky aralygy tapyň.

23. Deňýanly üçburçlugyň AC esasy α tekizlikde ýatýar. Eger AB = 5, AC = 6 we üçburçlugyň tekizligi bilen α tekizliginiň arasyndaky iki granly burç 60° -a deň bolsa, b nokatdan α tekizlige çenli bolan aralygy tapyň.

24. 10 cm uzynlykdaky kesim tekizligi kesýär. Onuň depeleri tekizlikden 3 cm we 2 cm uzaklykda. Berlen kesim bilen tekizliginiň arasyndaky burçy tapyň.

25. $ABCD$ trapesiýanyň DA esasy α tekizlikde, CB esasy bolsa ondan 5 cm aňyrda. Eger $DA : CB$ =7 : 3 bolsa, P tekizlikden şu trapesiýanyň diagonallarynyň kesişen M nokadyna çenli bolan aralygy tapyň.

26. AB kesim α tekizlige parallel. AC we BD kesimler α tekizlige geçirilen iki deň gyşarma bolup, AB kesime perpendikulýar we ondan dürli ugurlar boýunça geçirilen. AB = 2 cm bolup, α tekizlikden 7 cm uzaklykda durýar, AC we BD kesimleriň her biri 8 cm-den. CD aralygy anyklaň.

27. AB göni çyzyk – 90°-a deň iki granly burçuň gapyrgasy. AA_1 we BB_1 göni çyzyklar bu burçuň dürli granlaryna degişli. $AA_1 \parallel BB_1$,

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

BB_1 kesim AB -e perpendikulýar. AA_1 we BB_1 göni çyzyklaryň kesişýändigini subut ediň. Şu göni çyzyklaryň arasyndaky burçy tapyň.

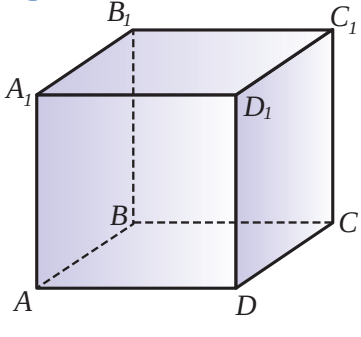
28. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubda AB_1C_1D we A_1D_1CB kesikler tekizlikleriniň arasyndaky çyzykly burçy guruň we gradus ölçegini tapyň.
29. Dogry tetraedriň gapyrgasy a -a deň. AB gapyrgadan geçip, ony 1 : 3 gatnaşykda bölýän we BC gapyrga parallel tekizlik bilen kesende emele gelýän kesigi guruň. Kesigiň meýdanyny tapyň.
30. Dogry parallelepipediň esasynyň diagonallary 48 we 20 cm bolan rombdan ybarat. Parallelepipediň uly diagonaly esasyň tekizligi bilen 45°-ly burç emele getirýär. Onuň doly üstüniň meýdanyny tapyň.
31. Piramidanyň esasynyň meýdany $16\sqrt{3}$ -e deň bolan gönüburçly üçburçlukdan ybarat. Iki gapdal granlary esasyň tekizligine perpendikulýar, üçünjisi bolsa esas bilen 45°-ly burçy düzýär. Piramida gapyrgalarynyň uzynlygyny we gapdal üstüniň meýdanyny tapyň.
32. Dogry prizmanyň esasy katetleri 12 cm we 9 cm bolan gönüburçly üçburçlukdan ybarat. Eger prizmanyň gapdal gapyrgasyndan geçýän iň kiçi kesik kwadrat bolsa, onuň gapdal üstüniň meýdanyny tapyň.
33. Piramidanyň esasy kiçi diagonaly d we kütek burçy α bolan rombdan ybarat. Piramidanyň esasyndaky ähli iki granly burçlar β -a deň. Piramidanyň gapdal üstüniň meýdanyny tapyň.
34. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ kubunyň gapyrgasy a -a deň. Kuby AA_1, AD, A_1B_1 gapyrgalarynyň ortasyndan geçýän tekizlik bilen kesende emele gelen kesigi guruň.
35. 1-nji surata görä, berlen göni çyzyklaryň özara nähili ýerleşişini anyklaň we olaryň arasyna degişli ($\otimes$ - kesişme, // - parallellik, $\div$ – atanaklaýynlyk) belgilerini goýuň.

Göni çyzyklar	AA_1	BC_1	CC_1	CB_1	AB_1
AD					
A_1B_1					
AB					
A_1D					
BD					

36. 1-nji suratdaky göni çyzyk bilen tekizligiň özara nähili ýerleşendigini anyklaň we olaryň arasyna degişli ($\otimes$ – kesişme, // – parallellik, $\div$ – atanaklaýynlyk we $\subset$ – degişli) belgileri goýuň.

Göni çyzyklar/ Tekizlikler	AA_1	BC_1	CC_1	CB_1	AB_1

1



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ADD_1					
AA_1B_1					
ABD					
AA_1D					
BCD					

37. Berlen tekizlige bir nokatdan perpendikulýar we gyşarma geçirilen. Olaryň arasyndaky burç 45°. Perpendikulýaryň uzynlygy a-a deň. Gyşarmanyň uzynlygyny tapyň.
38. Tekizlige berlen nokatdan her biri 2 cm-e deň iki gyşarma geçirilen. Olaryň arasyndaky burç 60°, proýeksiýalarynyň arasyndaky burç bolsa göni burç. Berlen nokat bilen tekizligiň arasyndaky aralygy tapyň.
39. Berlen tekizlige bir nokatdan iki deň gyşarma geçirilen. Olaryň arasyndaky burç 60°, proýeksiýalarynyň arasyndaky burç göni. Her bir gyşarma bilen onuň proýeksiýasynyň arasyndaky burçlary tapyň.
40. Gönüburçly ABC üçburçlugyň katetleri – 15 m we 20 m. Göni burçuň C depesinden bu üçburçlugyň tekizligine perpendikulýar edip CD = 35 m kesim geçirilen. D nokatdan AB gipotenuza çenli bolan aralygy tapyň.
41. Üçburçlugyň taraplary: 10 cm, 17 cm we 21 cm. Şu üçburçlugyň uly burçunyň depesinden onuň tekizligine 16 cm uzynlykda perpendikulýar geçirilen. Onuň depelerinden üçburçlugyň uly tarapyna çenli bolan aralyklary anyklaň.
42. ABC üçburçlugyň A depesinden onuň tekizligi daşarsynda AD göni çyzyk geçirilen, ol göni çyzyk AB we AC taraplar bilen deň ýiti burçlary emele getirýär. Eger AB = 51 m, AC = 34 m we BC = 30 m bolsa, AD göni çyzygyň üçburçlugyň tekizligine geçirilen proýeksiýasy BC tarapy nähili böleklere bölýär?
43. Tekizlikden a uzaklykda duran nokatdan iki gyşarma geçirilen, bu gyşarmalar tekizlik bilen 45°-ly we 30°-ly burç, özara bolsa göni burçy emele getirýär. Gyşarmalaryň depeleriniň arasyndaky aralygy anyklaň.
44. Berlen nokatdan berlen göni çyzyga parallel tekizlik geçiriň. Şeýle tekizliklerden näçe geçirmek mümkin?
45. Tekizlik we oňa parallel göni çyzyk berlen. Tekizlikde alnan nokat arkaly berlen göni çyzyga parallel edip, şol tekizlikde göni çyzyk geçiriň.
46. Iki parallel tekizligiň arasyndaky iki göni çyzyk kesiminiň uzynlyklary 51 cm we 53 cm. Olaryň bu tekizliklerden birine geçirilen proýeksiýalarynyň gatnaşygy 6 : 7 ýaly. Berlen tekizlikleriň arasyndaky aralygy anyklaň.
47. Giňişlikde iki göni burç şeýle ýerleşen, ýagny olaryň degişli taraplary bir-birine parallel we birmeňzeş ugrugan hem-de olaryň depelerini utgaşdyrýan kesime perpendikulýardyr. Bu kesimiň uzynlygy a -a deň. Bir burçuň bir tarapynda onuň depesinden başlap b kesim bölünen. Ikinji burçuň oňa parallel bolmadyk tarapynda c kesim bölünen. Şu kesimleriň uçlarynyň arasyndaky aralygy anyklaň.
48. Gapdal granlary kwadrat bolan dogry altyburçly prizmanyň aşaky esasynyň bir tarapy we üstki esasynyň oňa garşy ýatýan tarapy arkaly geçen tekizlik bilen kesilen. Esasyň tarapy a -a deň. Emele gelen kesigiň meýdanyny anyklaň.
49. ABC üçburçluk taraplary: AB = 9, BC= 6 we AC = 5. AC tarap arkaly üçburçlugyň tekizligi bilen 45°-ly burçy emele getirýän α tekizlik geçýär. α tekizlik bilen B depesiniň arasyndaky aralygy tapyň.
50. Berlen göni çyzykdan ikinji bir tekizlige perpendikulýar tekizlik geçiriň. Näçe şeýle tekizlik geçirmek mümkin?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

I. Planimetriýa

1.1. Burçlar we göni çyzyklar

Parallel we kesişýän göni çyzyklar

Tekizlikde iki göni çyzyk ýa-da parallel *(1-nji surat)* ýa-da kesişýän *(2-nji surat)* bolmagy mümkin.

Goňşy we wertikal burçlar

Goňşy burçlaryň jemi 180^0 -a deň *(3-nji surat)*. Wertikal burçlar deň *(4-nji surat)*.

Iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesende emele gelýän burçlar *(5-nji surat)*:

1) $\angle 1$ we $\angle 5$, $\angle 2$ we $\angle 6$, $\angle 3$ we $\angle 7$, $\angle 4$ we $\angle 8$ – degişli burçlar;

2) $\angle 3$ we $\angle 6$, $\angle 4$ we $\angle 5$ – **içki bir taraply burçlar;**

3) $\angle 3$ we $\angle 5$, $\angle 4$ we $\angle 6$ – **içki atanak burçlar** diýip atlandyrylýar.

Göni çyzyklaryň parallellik nyşanlary

Eger iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesende *(5-nji surat)*,

1) içki atanak burçlar deň bolsa ýa-da;

2) degişli burçlar deň bolsa ýa-da;

3) içki bir taraplaýyn burçlaryň jemi 180°-a deň bolsa, berlen göni çyzyklar parallel bolýar.

Parallel göni çyzyklaryň häsiýetleri:

Eger iki parallel göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesip geçse *(5-nji surat)*:

1) içki atanak burçlar deň bolýar;

2) degişli burçlar deň bolýar;

3) içki bir taraplaýyn burçlaryň jemi 180° -a deň bolýar.

Eger $a \parallel b$ we $a \parallel c$ bolsa, $b \parallel c$ bolýar *(6-njy surat)*.

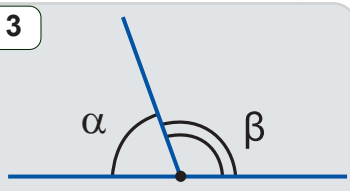
1



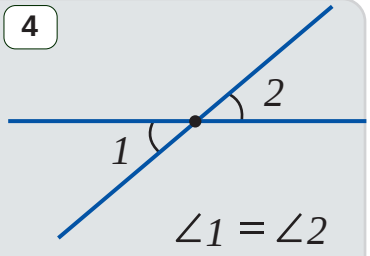
2



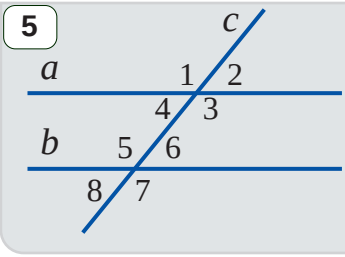
3



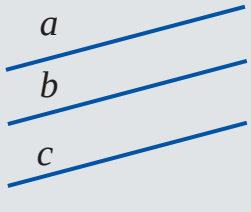
4



5



6

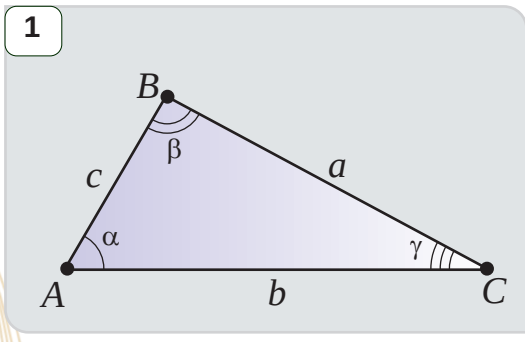


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1.2. Üçburçluklar

1



1°. Esasy düşünjeler

Tekizlikde bir göni çyzykda ýatmadyk üç nokat berlen bolsun. Şu nokatlaryň ikisini-de kesimler bilen utgaşdyrýarys. Emele gelen figura *üçburçluk* diýilýär. Nokatlar üçburçlugyň *depeleri*, kesimler bolsa *taraplary* diýilýär. Belgilenişi: A, B, C – depeler, a, b, c – taraplar (*1-nji surat*).

Üçburçluk üç içki burça eýe: $\angle BAC$, $\angle CBA$, $\angle ACB$.

Belgilenişi: α , β, γ.

Üçburçlugyň orta çyzygy – onuň iki tarapynyň ortalaryny utgaşdyrýan kesim.

Mediana – üçburçlugyň depesini onuň garşysyndaky tarapyň ortasy bilen utgaşdyrýan kesim. Üçburçlukda 3 mediana bolup, olar m_a, m_b, m_c ýaly belgilenýär.

Bissektrisa – üçburçlugyň depesini onuň garşysyndaky tarap bilen utgaşdyrýan we şu depedäki burçuň bissektrisasynda ýatýan kesim. Üçburçlukda üç bissektrisa bolup, olar l_a, l_b, l_c ýaly belgilenýär.

Beýiklik – üçburçlugyň depesinden onuň garşysyndaky tarap ýatýan göni çyzyga geçirilen perpendikulýar. Üçburçlukda üç beýiklik bolup, olar h_a, h_b, h_c ýaly belgilenýär. *Orta çyzyk* – iki tarapyň ortalaryny utgaşdyrýan kesim. Orta çyzyklar hem 3 sany.

Perimetr – üç tarapyň uzynlyklarynyň jemi. Belgilenişi: *P.*

Üçburçluklar taraplaryna garap üç görnüşe bölünýär: a) deň taraply ($a = b = c$); b) deňýanly (a, b, c-leriň nähilidir ikisi deň); c) dürli taraply (a, b, c-leriň hiç haýsysy biri deň däl).

Üçburçlugyň üç tarapyna-da galtaşyp geçýän töwerege onuň içinden çyzylan *töwerek* diýilýär (şeýle töwerek bar we ýeke-täk). Içinden çyzylan töweregiň radiusy *r* arkaly belgilenýär.

Üçburçlugyň üç depesinden geçýän töwerek onuň *daşyndan çyzylan töwerek* diýilýär we onuň radiusy *R* arkaly belgilenýär (şeýle töwerek bar we ýeke-täk).

2°. Esasy gatnaşyklar

1) $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi 180° -a deň.

2) Üç mediana bir nokatda kesişýär. Bu nokat medianany 2 :1 gatnaşykda bölýär. Mediana üçburçlugy meýdanlary deň iki üçburçluga bölýär. Medianalar

uzynlyklary: $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$; $m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$; $m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$.

formulalardan tapylýar.

3) Üç bissektrisa bir nokatda kesişýär. Bu nokat içinden çyzylan töweregiň merkezi bolýar. Bissektrisa özi geçirilen tarapy galan taraplara proporsional böleklere bölýär (*2-nji surat*).

BD bissektrisa bolsa, $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DC}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Bissektrisanyň uzynlyklaryny şu formulalardan tapmak mümkin.

$$l_a=\frac{2\sqrt{bc}}{b+c}\sqrt{p(p-a)};\qquad l_b=\frac{2\sqrt{ac}}{a+c}\sqrt{p(p-b)};$$

$$l_c=\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}\sqrt{p(p-c)},\ \textit{bu ýerde}\ p=a+b+c.$$

4) Üçburçlugyň beýiklikleri ýa-da olaryň dowamlary bir nokatda kesişýär. Beýiklik uzynlyklaryny

$$h_a=\frac{2S}{a};\quad h_b=\frac{2S}{b};\quad h_c=\frac{2S}{c};$$

formulalardan tapmak mümkin.

Bu ýerde S – üçburçlugyň meýdany.

5) Üçburçlugyň taraplarynyň orta perpendikulýary bir nokatda kesişýär. Bu nokat üçburçluga *daşyndan çyzylan töweregiň merkezi* bolýar.

6) Üçburçlugyň *orta çyzygy* üçünji tarapa parallel we onuň ýarysyna deň.

7) Sinuslar teoremasy:

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R.$$

8) Kosinuslar teoremasy:

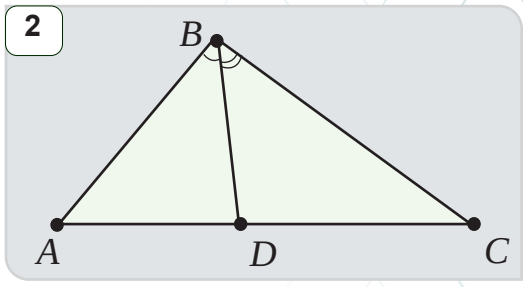
$a^2=b^2+c^2-2\cdot b\cdot c\cdot\cos\alpha;\ b^2=a^2+c^2-2\cdot a\cdot c\cdot\cos\beta;\ c^2=a^2+b^2-2\cdot a\cdot b\cdot\cos\gamma$

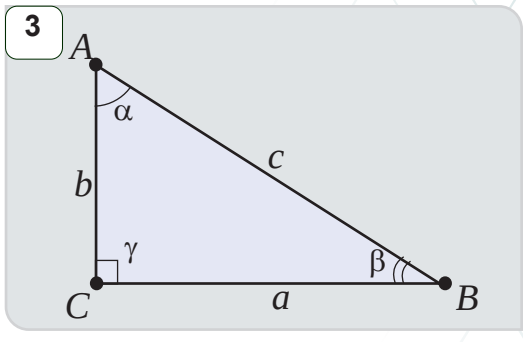
9) Üçburçlugyň meýdanyny hasaplamagyň formulalary:

$$S=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bh_b=\frac{1}{2}ch_c;\qquad S=\frac{1}{2}ab\sin\gamma=\frac{1}{2}bc\sin\alpha=\frac{1}{2}bc\sin\beta.;$$

10) Geronuň formulasy:

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)};\qquad p=\frac{a+b+c}{2};\qquad S=\frac{abc}{4R};\qquad S=pr.$$





3°. Möhüm hususy hallar

a) *Gönüburçly üçburçluk* (*3-nji surat*).

$\angle\gamma=90°$, $\alpha+\beta=90°$, AC we BC – katetler, AB – gipotenuza.

Pifagoryň teoremasy: $a^2+b^2=c^2$.

$$S=\frac{1}{2}ab;\qquad R=\frac{c}{2};\qquad r=\frac{a+b+c}{2};$$

$$\frac{a}{c}=\sin\alpha;\qquad \frac{a}{c}=\cos\beta;\qquad \frac{b}{c}=\sin\beta;\qquad \frac{b}{c}=\cos\alpha;$$

$$\frac{a}{b}=tg\alpha;\qquad \frac{a}{b}=ctg\beta;\qquad \frac{b}{a}=ctg\alpha;\qquad \frac{b}{b}=tg\beta.$$

b) *Deň taraply üçburçluk*

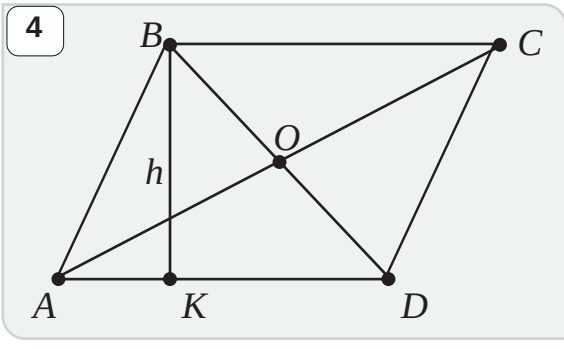
$$\alpha=\beta=\gamma=60°;\qquad S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4};\qquad r=\frac{a\sqrt{3}}{6};\qquad R=\frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1.3. Dörtburçluklar

4



1°. Parallelogram

Garşylykly taraplary parallel bolan dörtburçluga *parallelogram* diýilýär (*4-nji surat*).

Goňşy bolmadyk depeleri utgaşdyrýan kesime *diagonal* diýilýär.

AB we CD; AD we BC parallel taraplar;

BD we AC diagonallar.

Esasy häsiýetleri we gatnaşyklary:

1) Diagonallaryň kesişme nokady parallelogramyň simmetriýa merkezi bolýar.

2) Garşylykly taraplaryň uzynlyklary özara deň:

$AB = CD$ we $AD = BC$.

3) Parallelogramyň garşylykly burçlary özara deň:

$\angle BAD = \angle BCD$ we $\angle ABC = \angle ADC$.

4) Goňşy burçlaryň jemi 180°-a deň.

5) Diagonallar kesişme nokadynda deň ikä bölünýär: $BO = OD$ we $AO = OC$.

6) Taraplarynyň kwadratlarynyň jemi diagonallarynyň kwadratlarynyň jemine deň:

$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2$ ýa-da $2 \cdot (AB^2 + BC^2) = AC^2 + BD^2$.

7) Parallelogramyň meýdany: a) $S = ah_a$, bu ýerde: $a = AD$ tarap, $h_a = BK$ – beýiklik.

b) $S = a\,b\,\sin\alpha$, bu ýerde: $b = AB$ – tarap, $\alpha = \angle BAD$ – AB we AD taraplaryň arasyndaky burç.

2°. Romb

Ähli taraplary özara deň bolan parallelograma *romb* diýilýär.

Parallelogram üçin orunly bolan ähli häsiýetler romb üçin hem orunly.

Rombuň goşmaça häsiýetleri

1) Rombuň diagonallary özara perpendikulýar.

2) Rombuň diagonallary içki burçlaryň bissektrisalary bolýar.

3) Rombuň meýdany $S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$, bu ýerde: d_1, d_2 – rombuň diagonallary.

3°. Gönüburçluk

Ähli burçlary 90°-a deň bolan parallelograma *gönüburçluk* diýilýär.

1) Gönüburçlugyň diagonallary özara deň.

2) Gönüburçlugyň meýdany $S = a \cdot b$, bu ýerde a we b – gönüburçlugyň goňşy taraplary.

4°. Kwadrat

Ähli taraplary özara deň bolan gönüburçluga *kwadrat* diýilýär.

Romblar we gönüburçluklar üçin orunly bolan ähli häsiýetler kwadrat üçin hem orunly.

Eger a – kwadratyň tarapy, d bolsa diagonaly bolsa: $S = a^2$; $S = \frac{d^2}{2}$; $d = a\sqrt{2}$.

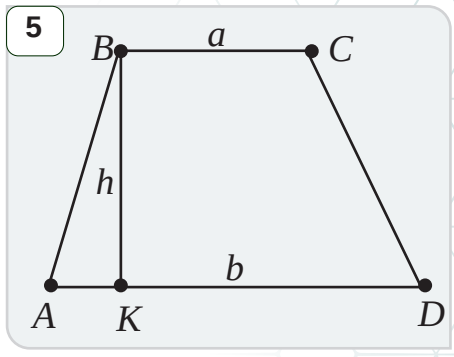
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5°. Trapesiýa

Esaslar diýlip atlandyrylýan iki tarapy özara parallel we *gapdal taraplar* diýlip atlandyrylýan galan iki tarapy bolsa parallel bolmadyk dörtburçluga *trapesiýa* diýilýär.

Gapdal taraplarynyň ortalaryny utgaşdyrýan kesime trapesiýanyň *orta çyzygy* diýilýär.



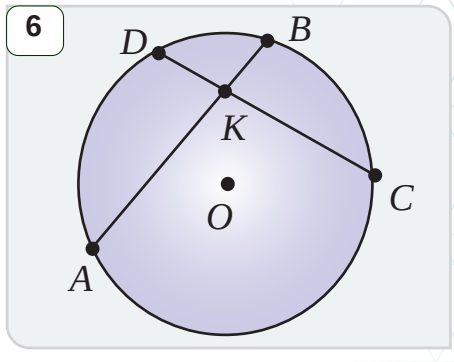
Esasy häsiýetleri:

1) trapesiýanyň orta çyzygy esaslara parallel we esaslaryň jeminiň ýarysyna deň bolýar;

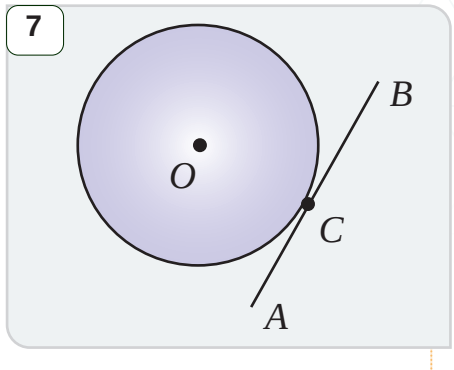
2) trapesiýanyň meýdany $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, bu ýerde a we b — esaslar, h bolsa beýiklik (*5-nji surat*).

1.4. Töwerek, tegelek

1°. Položitel san R we tekizlikde O nokat berlen bolsun. O nokatdan R aralykda ýerleşen nokatlardan ybarat figura *töwerek* diýilýär. O nokat *töweregiň merkezi*, merkez bilen töwerekdäki nokady utgaşdyrýan kesime *radius*, R san bolsa *radiusyň uzynlygy* diýilýär. Töwerekdäki iki nokady utgaşdyrýan kesime *horda*, merkezden geçýän horda bolsa *diametr* diýilýär.



Tekizligiň töwerek bilen çäklenen çäkli bölegine *tegelek* diýip atlandyrylýar.



Esasy gatnaşyklary:

1) $D = 2R$, bu ýerde: D – diametriň uzynlygy.

2) $L = 2\pi R$ – töweregiň uzynlygy.

3) $S = \pi R^2$ – tegelegiň meýdany.

4) AB we CD hordalar K nokatda kesişse (*6-njy surat*), $AK \cdot KB = CK \cdot KD$ gatnaşyk ýerine ýetirilýär.

5) Hordany deň ikä bölýän diametr şu horda perpendikulýardyr.

6) Deň hordalar merkezden deň aralyklarda ýerleşen we, tersine, merkezden deň aralykda ýerleşen hordalar özara deň.

2°. Galtaşma

Töwerek (ýa-da tegelek) bilen ýeke-täk umumy nokada eýe bolan göni çyzyga *galtaşma* diýilýär. Nokat bolsa *galtaşma nokady* diýilýär (*7-nji surat*).

Töwerek bilen 2 umumy nokada eýe bolan göni çyzyk *kesiji* diýip atlandyrylýar.

Galtaşmanyň häsiýetleri:

1) Galtaşma nokadyna geçirilen radius galtaşma perpendikulýardyr.

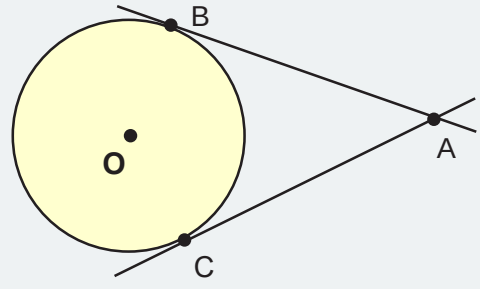
2) Tegelegiň daşarsyndaky nokatdan şu tegelege iki galtaşma geçirmek mümkin, bu galtaşmalaryň kesimleri özara deň (*8-nji surat*): $AB = AC$.

3) Eger AC kesiji bolup, töweregi C we D nokatlarda kesip geçse, AB bolsa galtaşma bolsa, $AB^2 = AD \cdot AC$ deňlik orunly (*9-njy surat*).

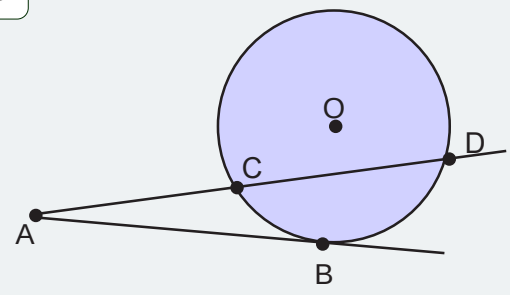
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

8



9



3°. Merkezi we içinden çyzylan burçlar

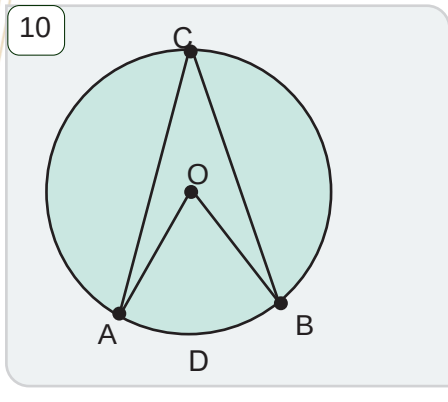
Töwerekdäki iki nokady kömeginde töwerek iki bölege bölünýär. Bu bölekler *dugalar* diýip atlandyrylýar. Belgilenişi: ADB, ACB.

AOB burç ADB duga direlen *merkezi burç* (*10-njy surat*), ACB burç bolsa ADB duga direlen we töweregiň *içinden çyzylan burç* diýilýär. Bu burçlaryň arasynda

$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \angle AOB$ gatnaşyk orunly.

Hususan-da, ýarym töwerege direlen içki burç göni burç bolýar (*11-nji surat*). Bir duga direlen töweregiň içinden çyzylan burçlar özara deň bolýar.

10



4°. Sektor we segment

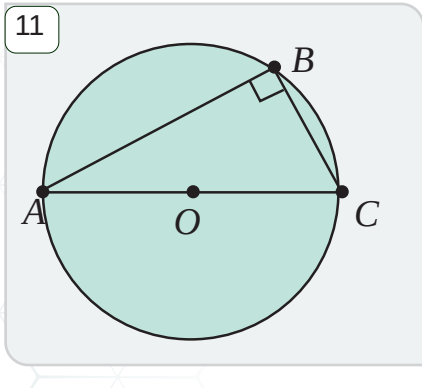
Tegelegiň iki radius bilen çäklenen bölegine *sektor* diýilýär (*12-nji surat*). Sektoryň dugasynyň uzynlygy:

$l = \frac{\pi R\alpha}{180^o}$, bu ýerde α – merkezi burçuň gradus ölçegi.

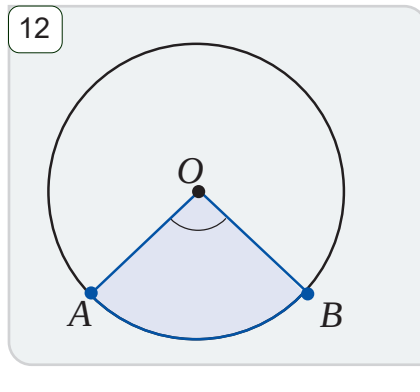
Sektoryň meýdany: $S = \frac{\pi R^2\alpha}{360^o}$; $S = \frac{1}{2} \cdot R \cdot l$.

Segment – tegelegiň horda we şu horda direlen duga bilen çäklenen bölegi (*13-nji surat*).

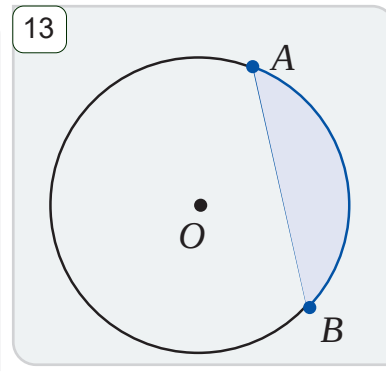
11



12



13



Segmentiň meýdany: $S = S_{sektor} \pm S_{\Delta} = \frac{\pi R^2}{360^o} \cdot \alpha \pm \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot sin\ \alpha$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1.5. Dogry köpburçluklar

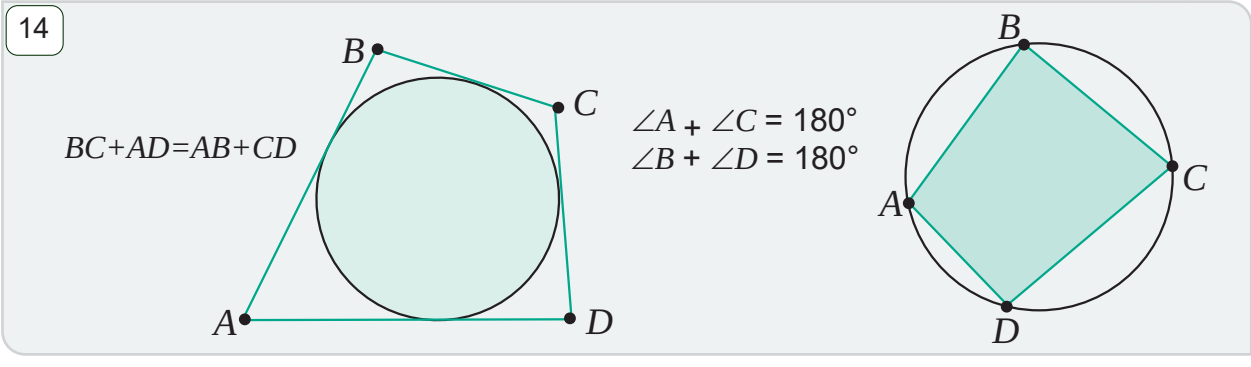
Dogry n burçuň tarapy a_n, perimetri P_n, meýdany S_n, içinden çyzylan töweregiň radiusy r_n, daşyndan çyzylan töweregiň radiusy R_n, içki burçy α_n bolsa,

$$P_n = n \cdot a_n; \quad S_n = \frac{1}{2} \cdot P_n \cdot r_n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot a_n \cdot r_n; \quad \alpha_n = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

$$R_n = \frac{a_n}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}; \quad r_n = \frac{a_n}{2 \cdot tg \frac{180^\circ}{n}}$$

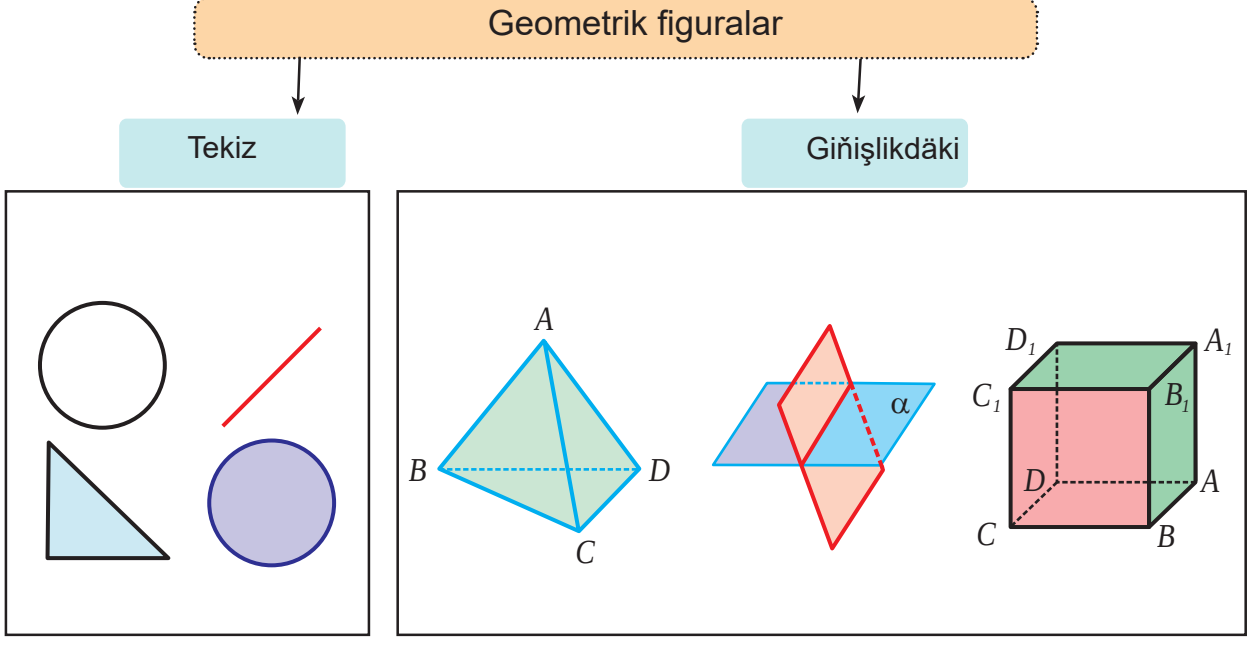
Töweregiň daşyndan we içinden çyzylan dörtburçluklar *(14-nji surat)*.

14



II. Stereometriýa

Giňişlikde geometrik figuralar tekizlikde doly ýatyşyna ýa-da ýatmaýşyna seredip tekiz we giňişlikdäki figuralara bölünýär.



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

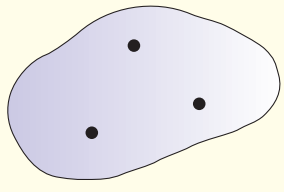
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2.1. Stereometriýanyň esasy düşünjeleri

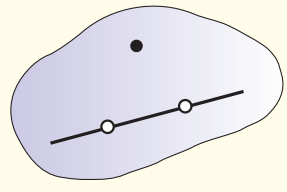
Geometriýanyň *stereometriýa* bölümi giňişlikdäki geometrik figuralaryň (ýa-da jisimleriň) häsiýetlerini öwrenýär. *Stereometriýa* sözi grekçeden alnan bolup, *stereos* – «giňişlikdäki» *metreo* – «ölçeýärin» diýen manyny aňladýar.

Giňişlikdäki esasy geometrik figuralar nokat, göni çyzyk we tekizlikdir. Olar stereometriýanyň esasy düşünjeleri bolup, olara kesgitleme berilmeýär.

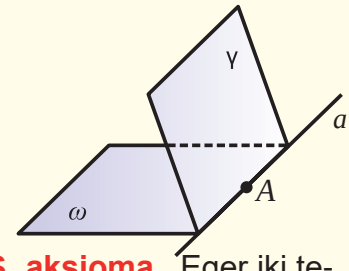
Stereometriýanyň aksiomalary we olardan gelip çykýan netijeler



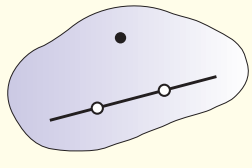
S_1 aksioma. Bir göni çyzykda ýatmadyk üç nokat arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.



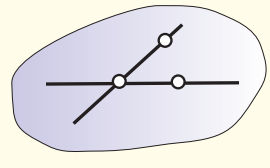
S_2 aksioma. Eger göni çyzygyň iki nokady bir tekizlikde ýatsa, onda onuň ähli nokatlary şu tekizlikde ýatýar.



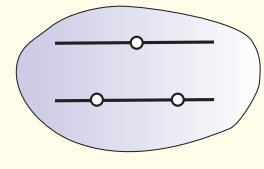
S_3 aksioma. Eger iki tekizlik umumy nokada eýe bolsa, onda olar şu nokatdan geçýän umumy göni çyzyga hem eýe bolýar.



1-nji netije. Göni çyzyk we onda ýatmadyk nokat arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.



2-nji netije. Kesişýän iki göni çyzyk arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.



3-nji netije. Parallel iki göni çyzyk arkaly bir sany we diňe bir sany tekizlik geçirmek mümkin.

2.2. Giňişlikde göni çyzyklaryň we tekizlikleriň ýerleşişi

Giňişlikde göni çyzyklar

Giňişlikde iki göni çyzyk bir tekizlikde ýatmagy ýa-da ýatmazlygy mümkin.

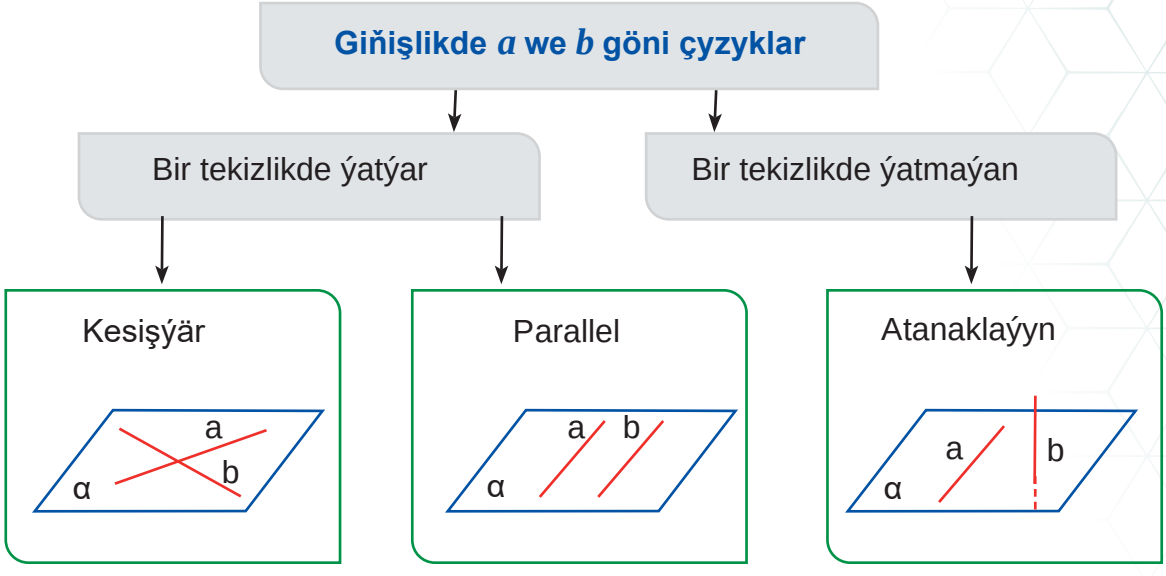
Bir tekizlikde ýatýan we diňe bir sany umumy nokada eýe bolan göni çyzyklar *kesişýän göni çyzyklar* diýip atlandyrylýar.

Bir tekizlikde ýatýan we özara kesişmeýän göni çyzyklar bolsa *parallel göni çyzyklar* diýip atlandyrylýar.

Giňişlikde bir tekizlikde ýatmaýan iki göni çyzyga *atanaklaýyn göni çyzyklar* diýilýär.

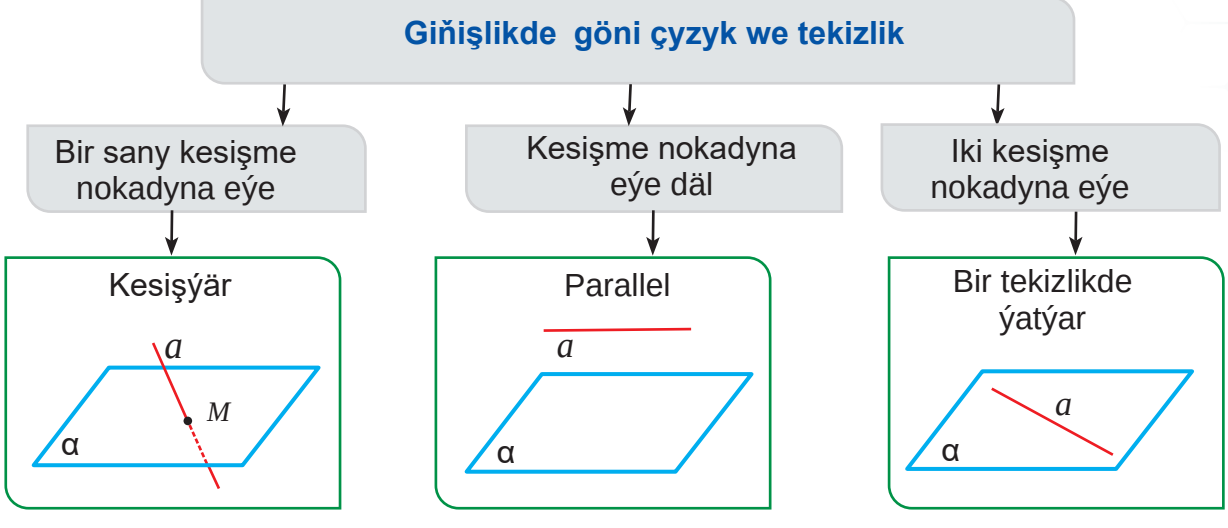
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



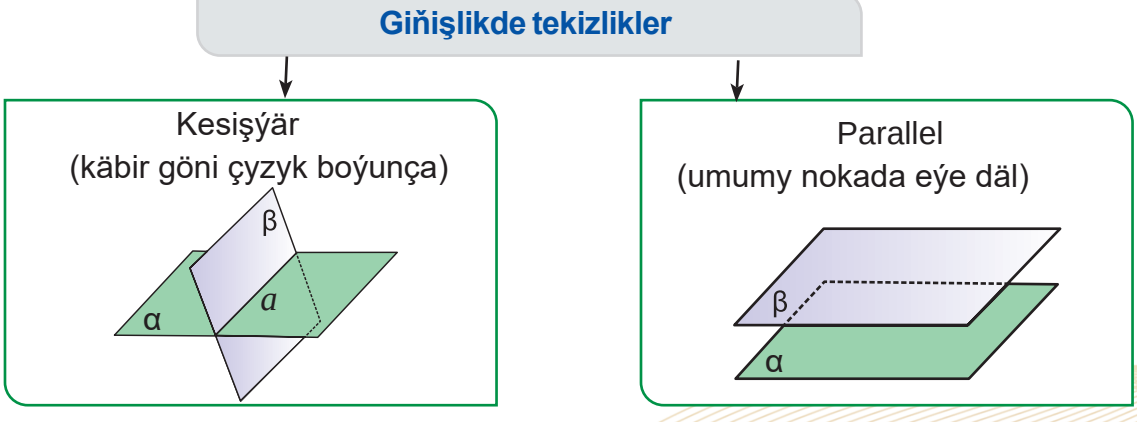
Giňişlikde göni çyzyklar we tekizlikler

Göni çyzyk tekizlikde ýatmagy, ony kesip geçmegi ýa-da kesip geçmezligi, ýagny tekizlige parallel bolmagy mümkin.



Giňişlikde tekizlikler

Giňişlikde tekizlikler käbir göni çyzyk boýunça kesişmegi ýa-da umumy nokada eýe bolmazlygy, ýagny özara parallel bolmagy mümkin.



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Figuralar	Giňişlikde göni çyzyklaryň özara ýerleşişi		
a we b göni çyzyklar	Bir tekizlikde ýatýar.	Bir sany umumy nokada eýe.	Kesişýän: $a \otimes b$
		Umumy nokada eýe däl.	Parallel: $a \parallel b$
	Bir tekizlikde ýatmaýar		Atanaklaýyn: $a \dashv b$

Figuralar	Giňişlikde göni çyzyklaryň we tekizlikleriň özara ýerleşişi		
a göni çyzyk we α tekizlik	a göni çyzyk α tekizlikde ýatmaýar.	a göni çyzyk α tekizlik bilen bir sany umumy nokada eýe.	Kesişýän $a \otimes \alpha$
		a göni çyzyk α tekizlik bilen bir sany umumy nokada eýe däl.	Parallel: $a \parallel \alpha$
	a göni çyzyk α tekizlikde ýatýar.		$a \subset \alpha$

Figuralar	Giňişlikde göni çyzyklaryň özara ýerleşişi	
α we β tekizlikler	Umumy nokada eýe.	Kesişýän: $\alpha \cap \beta = a$ göni çyzyk.
	Umumy nokada eýe däl.	Parallel: $\alpha \parallel \beta$.

2.3. Köpgranlyklar

Giňişlikdäki jisim we köpgranlyk

Giňişlikdäki jisimleri nähilidir maddy jisim eýelän barlygyň bölegi hökmünde göz öňüne getirmek mümkin. Giňişlikdäki jisimi onuň üsti çäklenip duryar.

Üsti tekiz köpburçlukdan ybarat jisime *köpgranlyk* diýilýär.

Prizma

Prizma diýip iki grany deň köpburçlardan ybarat, parallel tekizliklerde ýatýan we galan ähli gapyrgalary özara parallel köpgranlyga aýdylýar.

Dogry prizma esaslary dogry köpburçlardan ybarat göni prizma aýdylýar.

Göni prizmanyň gapdal üsti esasynyň perimetri bilen beýikliginiň köpeltmek hasylyna deň.

Parallelepiped

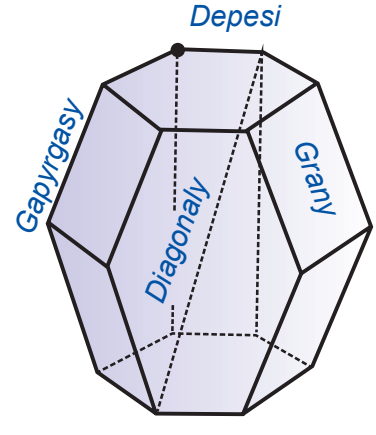
Esasy parallelogramdan ybarat prizma *parallelepiped* diýilýär. Onuň ähli alty grany parallelogramdan ybarat.

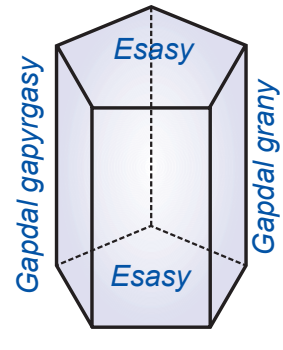
Parallepipediň häsiýetleri

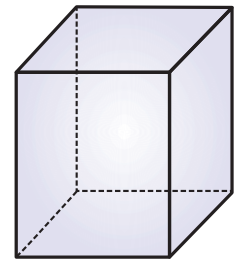
1) Parallelepipediň diagonallarynyň ortalaryna onuň *simmetriýa merkezi* diýilýär.

2) Parallelepipediň garşylykly granlary deň we parallel.

3) Parallepipediň ähli dört diagonaly hem bir nokatda kesişýär we kesişme nokadynda deň ikä bölünýär.







*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Gapdal gapyrgalary esasyň tekizligine perpendikulýar parallelepipede *dogry parallelepiped* diýilýär.

Gönüburçly parallelepiped dogry parallelepiped bolup, esaslary gönüburçluklardan ybarat. Gönüburçly parallelepipediň gapyrgalary deň bolsa, şeýle parallelepipede *kub* diýilýär.

Kubuň hemme granlary deň kwadratlardan ybarat.

Piramida

Piramida diýip onuň bir sany grany islendik köpburçlukdan, galan granlary umumy depä eýe bolan üçburçluklardan ybarat köpgranlyga aýdylýar.

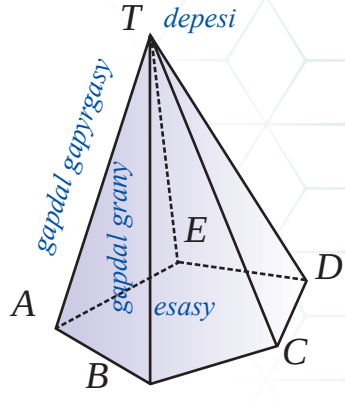
Piramidanyň beýikligi diýip piramidanyň depesinden esas tekizligine geçirilen perpendikulýara aýdylýar.

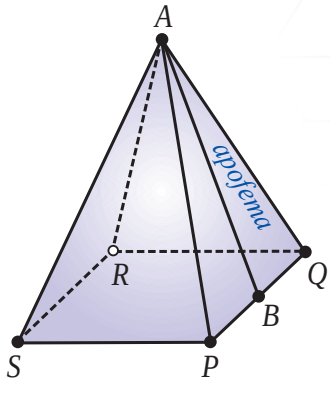
Dogry piramida diýip esasy dogry köpburçlukdan ybarat bolup, beýikligi esasynyň merkezine düşýän piramida aýdylýar. Dogry piramidanyň ähli gapdal gapyrgalary bir-birine deň; ähli gapdal granlary deňýanly üçburçluklardyr.

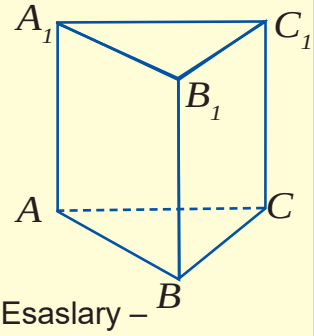
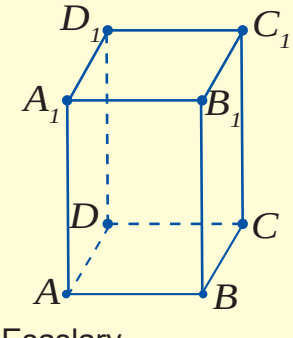
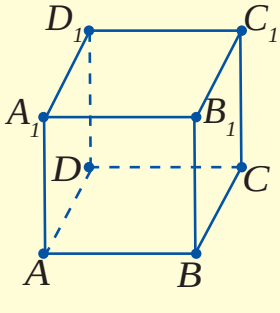
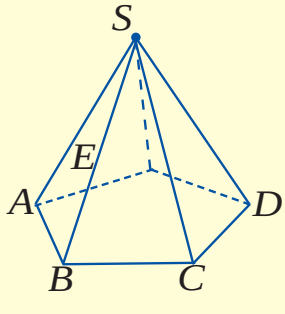
Eger piramidanyň esasy n burçdan ybarat bolsa, onda şeýle piramida n *burçly piramida* diýilýär. Üçburçly piramida *tetraedr* diýilýär.

Eger tetraedriň ähli gapyrgalary deň bolsa, şeýle tetraedra dogry *tetraedr* diýilýär.

Dogry piramidanyň gapdal üsti aşakdaky formulanyň kömeginde hasaplanýar: $S_{gap} = P \cdot h$, bu ýerde P – piramidanyň esasynyň perimetri, h – apofema.

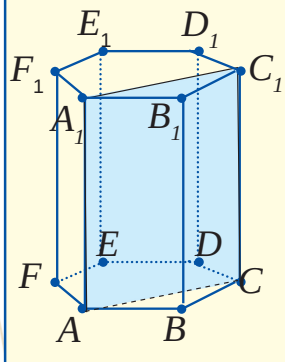
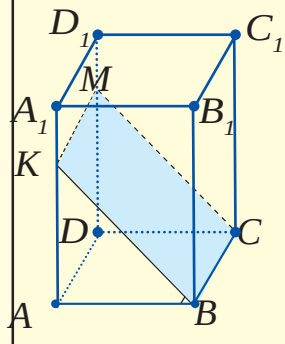
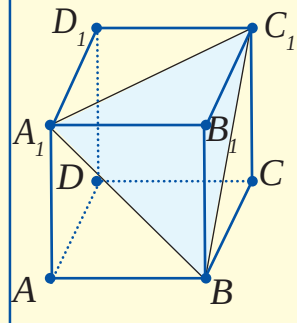
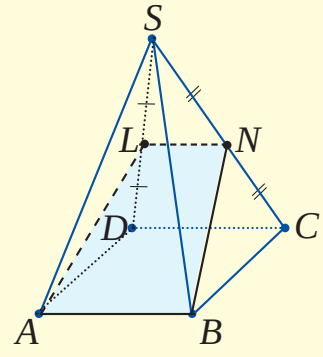




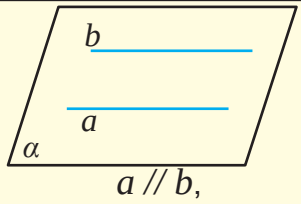
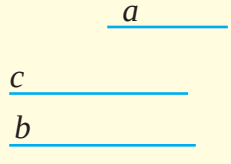
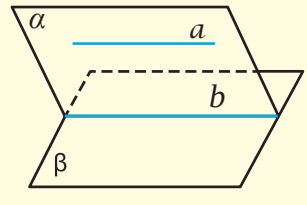
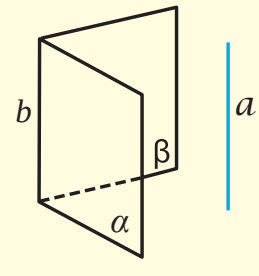
Köpgranlyklar			
Prizma	**Gönüburçly parallelepiped**	**Kub**	**Piramida**
			
Esaslary – köpburçluk, granlary – parallelogramlar	Esaslary – gönüburçluk, granlary – gönüburçluklar	Esaslary – kwadrat, granlary – kwadrat	Esasy – köpburçluk, granlary – üçburçluk

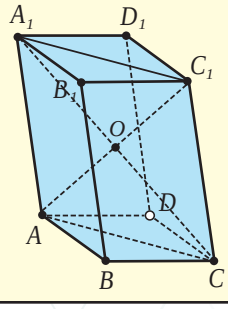
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Köpgranlyklaryň ýönekeý kesikleri			
Köpburçly prizma	**Gönüburçly parallelepiped**	**Kub**	**Piramida**
			
ACC_1 – A, C, C_1 nokatlardan geçýän, kesiji tekizlik; ACC_1A_1 – kesik	CBK – K nokat we CB göni çyzykdan geçýän, kesiji tekizlik; $CBKM$ – kesik	A_1BC_1 – BC_1 we BA_1 göni çyzyklardan geçýän, kesiji tekizlik; A_1C_1B – kesik	ABN – AB we LN parallel göni çyzyklardan geçýän, kesiji tekizlik; $ABNL$ – kesik.

2.4. Giňişlikde göni çyzyklaryň we tekizlikleriň parallelligi

Parallel göni çyzyklar			
Kesgitlemesi	**Nyşanlary**		
 $a \parallel b$, a we b göni çyzyklar bir tekizlikde ýatyp özara kesişmese *parallel göni çyzyklar* diýip atlandyrylýar.	 Eger $a \parallel b$, $a \parallel c$ bolsa, $b \parallel c$ bolýar.	 Eger $\alpha \cap \beta = b$, $a \subset \alpha$ we $a \parallel \beta$ bolsa, $b \parallel a$ bolýar.	 Eger $\alpha \cap \beta = b$, $a \parallel \alpha$ we $a \parallel \beta$ bolsa, $a \parallel b$ bolýar.

Parallelepipediň häsiýetleri	
	1-nji häsiýet. Esasynyň diagonallary we gapdal gapyrgalaryndan düzülen dörtburçluk (AA_1C_1C) parallelogramdyr. 2-nji häsiýet. Gapma-garşy granlary özara deň ($AA_1B_1B = DD_1C_1C$). 3-nji häsiýet. Ähli diagonallary bir nokatda kesişýär we bu nokatda deň ikä bölünýär ($AO = OC_1$, $CO = OA_1$).

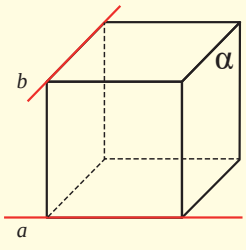
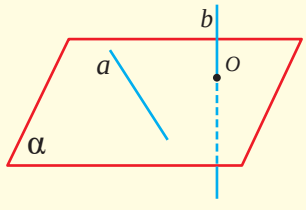
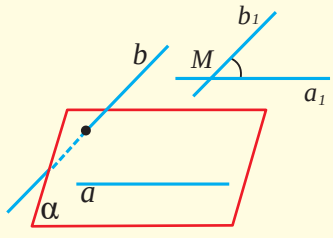
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

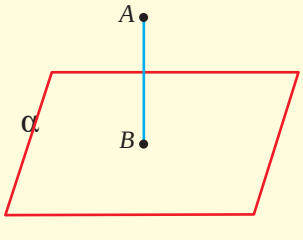
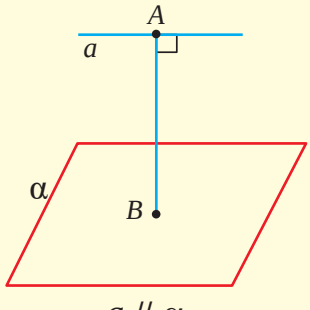
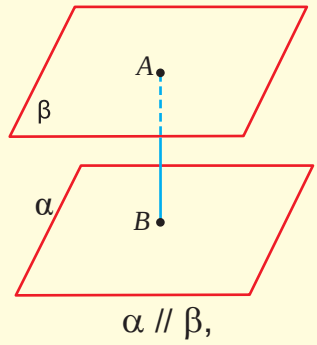
2.5. Giňişlikde göni çyzyklaryň we tekizlikleriň perpendikulýarlygy

Göni çyzygyň we tekizligiň perpendikulýarlygy

Eger tekizligi kesip geçýän göni çyzyk tekizlikdäki şu kesişme nokadyndan geçýän islendik göni çyzyga perpendikulýar bolsa, onda göni çyzyk şu *tekizlige perpendikulýar* diýip atlandyrylýar.

Atanaklaýyn göni çyzyklar		
Kesgitlemesi	**Nyşany**	**Arasyndaky burç**
		
Bir tekizlikde ýatmaýan göni çyzyklar *atanaklaýyn göni çyzyklar* diýip atlandyrylýar we $a \div b$ ýaly aňladylýar.	Eger $a \subset \alpha$, $\alpha \cap b = O$, $O \notin a$ bolsa, $a \div b$ bolýar.	Atanaklaýyn göni çyzyklaryň arasyndaky burç diýip olara parallel bolan, kesişýän göni çyzyklaryň arasyndaky burça aýdylýar.

Figuralar	Giňişlikde göni çyzyklaryň özara ýerleşişi		
a we b göni çyzyklar	Bir tekizlikde ýatýar	Bir sany umumy nokada eýe.	Kesişýän: $a \otimes b$.
		Umumy nokada eýe däl.	Parallel: $a \,//\, b$.
	Bir tekizlikde ýatmaýar		Atanaklaýyn: $a \div b$.

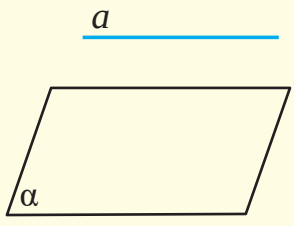
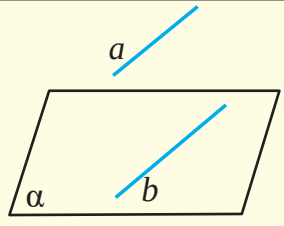
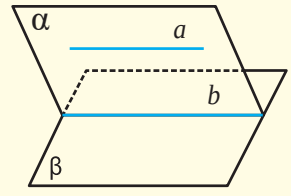
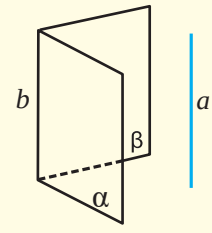
Giňişlikde aralyklar		
Nokatdan tekizlige çenli bolan aralyk	**Göni çyzykdan tekizlige çenli bolan aralyk**	**Tekizlikler arasyndaky aralyk**
		
$A \notin \alpha$ $AB \perp \alpha$	$a \,//\, \alpha$, $A \in a, AB \perp \alpha$	$\alpha \,//\, \beta$, $A \in \beta, AB \perp \alpha$

Giňişlikde göni çyzyklaryň we tekizlikleriň parallelligi

a göni çyzyk we α tekizlik	Köp umumy nokatlara eýe.	Göni çyzyk tekizlikde ýatýar: $a \subset \alpha$.
	Bir sany umumy nokada eýe.	Göni çyzyk tekizligi kesýär: $a \otimes \alpha$.
	Umumy nokada eýe däl.	Göni çyzyk tekizlige parallel: $a \,//\, \alpha$.

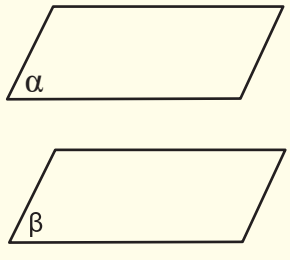
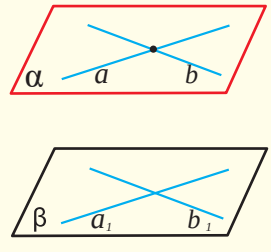
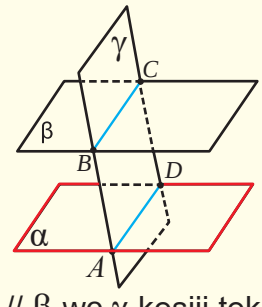
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

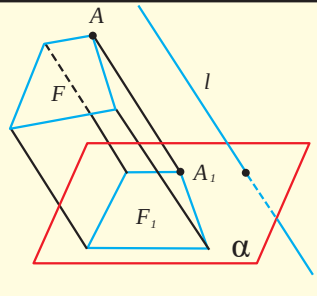
Kesgitlemesi	Nyşanlary	Häsiýetleri	
			
Eger a göni çyzyk α tekizlik bilen umumy nokada eýe bolmasa, *göni çyzyk* we *tekizlik parallel* diýilýär we $a \parallel \alpha$ ýaly belgilenýär	Eger a göni çyzyk - α tekizlikde ýatmasa we $a \parallel b$, $b \subset \alpha$ bolsa, onda $a \parallel \alpha$ bolýar	Eger b göni çyzyk - α we β tekizlikler kesişme çyzygy, $a \subset \alpha$ we $a \parallel \beta$ bolsa, onda $b \parallel a$ bolýar	Eger b göni çyzyk - α we β tekizlikler kesişme çyzygy, $a \parallel \alpha$ we $a \parallel \beta$ bolsa, $a \parallel b$ bolýar

Giňişlikde tekizlikleriň parallelligi

α we β tekizlikler	Umumy nokada eýe.	Kesişýär: $\alpha \otimes \beta$.
	Umumy nokada eýe däl.	Parallel: $\alpha \parallel \beta$.

Kesgitlemesi	Nyşany	Häsiýeti
		
Kesişmeýän α we β tekizlikler *parallel tekizlikler* diýip atlandyrylýar we $\alpha \parallel \beta$ ýaly belgilenýär.	Eger $a \subset \alpha$, $b \subset \alpha$, $a \otimes b$, $a_1 \subset \beta$, $b_1 \subset \beta$, $a_1 \otimes b_1$, $a \parallel a_1$, $b \parallel b_1$ bolsa, $\alpha \parallel \beta$ bolýar.	Eger $\alpha \parallel \beta$ we γ kesiji tekizlik, $\alpha \cap \gamma = AD$ we $\beta \cap \gamma = BC$ bolsa, $AD \parallel BC$ bolýar.

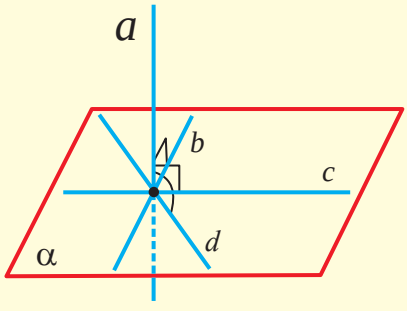
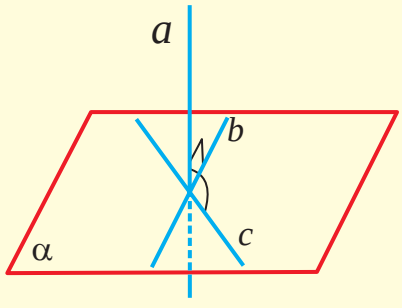
Parallel proýesirleme

Kesgitlemesi	Parallel proýesirlemede figuralaryň häsiýetleri	
	Saklanýar	Saklanmaýar
	1) nokat nokada, göni çyzyk göni çyzyga, kesim kesime, üçburçluk üçburçluga geçýär; 2) nokatlaryň göni çyzyga degişliligi; 3) nokatlaryň göni çyzyga görä ýerleşişi; 4) göni çyzyklaryň parallelligi; 5) bir sany ýa-da parallel göni çyzyklarda ýatýan kesimleriň deňligi (ýa-da proporsionallygy).	1) kesimiň uzynlygy; 2) burçuň ululygy; 3) göni çyzyklaryň perpendikulýarlygy; 4) burçlaryň deňligi (proporsionallygy); 5) kesişýän göni çyzyklarda ýatýan kesimleriň deňligi (proporsionallygy).
F - figura, α – proýesirleme tekizligi, l - proýesirleme ugry, $F_1 - F$ figuranyň proýeksiýasy.		

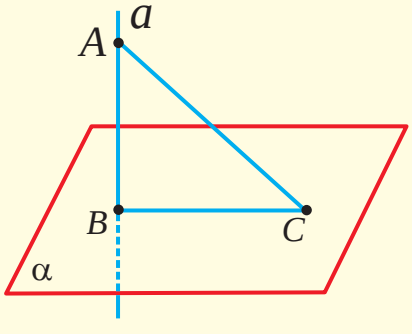
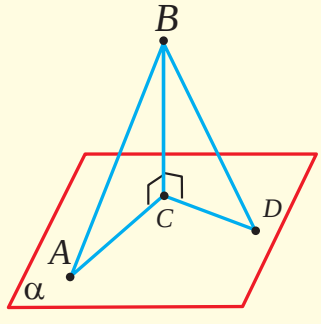
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

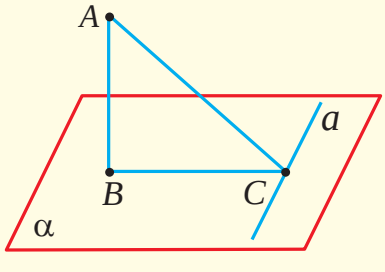
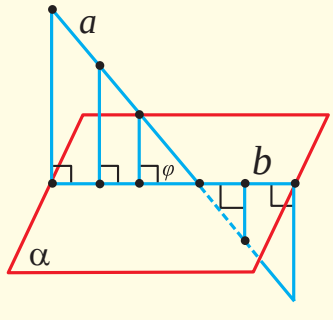
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Göni çyzygyň tekizlige perpendikulýarlygy

Kesgitlemesi	Nyşany
	
Eger islendik $b \in \alpha$ üçin $a \perp b$ bolsa, $a \perp \alpha$ diýip atlandyrylýar.	Eger $b \in \alpha$, $c \in \alpha$ üçin $a \perp b$, $a \perp c$ bolsa, $a \perp \alpha$ bolýar.

Perpendikulýar we gyşarma

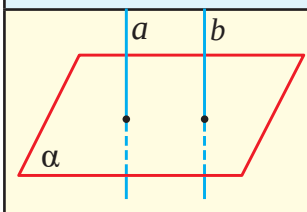
Kesgitlemesi	Häsiýetleri
	
Eger $a \perp \alpha$, $AB \notin \alpha$ bolsa, AB – α tekizlige A nokatdan geçirilen perpendikulýar; AC – gyşarma, BC – gyşarmanyň α tekizlige proýeksiýasy.	$BC < AB$, $BC < BD$. Eger $AB = BD$ bolsa, $AC = CD$ bolýar. Eger $AC = CD$ bolsa, $AB = BD$ bolýar. Eger $AC > CD$ bolsa, $AB > BD$ bolýar.

Üç perpendikulýar hakyndaky teorema	Göni çyzyk bilen tekizligiň arasyndaky burç
	
$AB \perp \alpha$ Eger $a \perp BC$ bolsa, $a \perp AC$ bolýar. Eger $a \perp AC$ bolsa, $a \perp BC$ bolýar.	b – a-nyň α tekizlikdäki proýeksiýasy. φ – a we α tekizligiň arasyndaky burç.

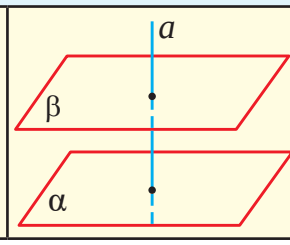
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Tekizlikleriň parallelligi bilen perpendikulýarlygyyň arasyndaky baglanyşyklar

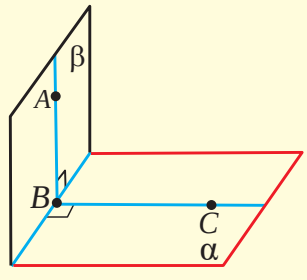
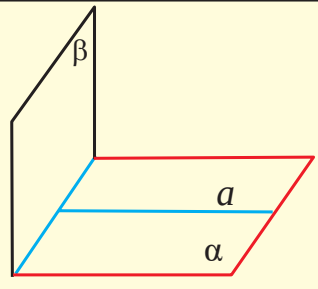
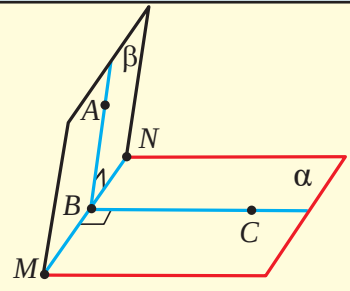


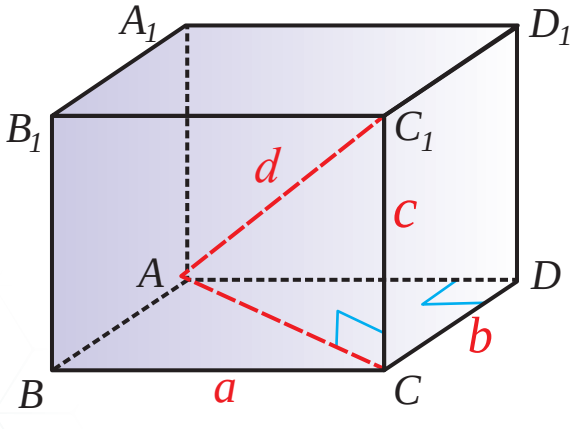
Eger $a \parallel b$, $\alpha \perp a$ bolsa, $\alpha \perp b$ bolýar.
Eger $\alpha \perp a$, $b \perp \alpha$ bolsa, $a \parallel b$ bolýar.



Eger $\alpha \parallel \beta$, $a \perp \beta$ bolsa, $a \perp \alpha$ bolýar.
Eger $\alpha \perp a$, $\beta \perp a$ bolsa, $\alpha \parallel \beta$ bolýar.

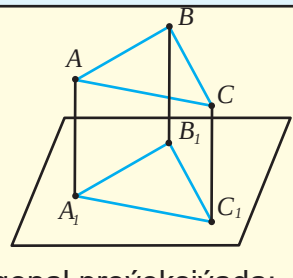
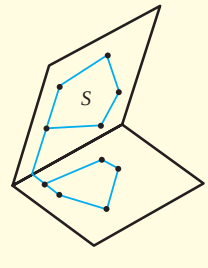
Tekizlikleriň perpendikulýarlygy

Kesgitlemesi	Nyşany	Tekizlikleriň arasyndaky burç
		
Eger $\angle ABC = 90^0$ bolsa, α we β tekizlikler perpendikulýar diýilýär.	Eger $a \subset \alpha$ we $a \perp \beta$ bolsa, $\alpha \perp \beta$ bolýar.	Eger $AB \perp MN$ we $CB \perp MN$ bolsa, $\angle ABC$ – α we β tekizlikler arasyndaky burç.



Umumylaşan Pifagoryň teoremasy

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Giňişlikde ortogonal proýeksiýa	Köpburçlugyň proýeksiýasynyň meýdany
	 $S_1 = S \cdot \cos\varphi$
Ortogonal proýeksiýada: $l \perp \alpha$. l – proýesirleme ugry; α – proýesirleme tekizligi.	S – köpburçlugyň meýdany; S_1 – köpburçlugyň proýeksiýasynyň meýdany; φ – köpburçlugyň we proýeksiýa tekizlikleriniň arasyndaky burç.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

o‘quv nashri

GEOMETRIYA

(Turkman tilida)

Umum‘y o‘rta ta’lim maktablarining
10-sinfi uchun darslik

Terjime eden *Kamiljan Hallyýew*
Redaktor *Aýnura Alymjanowa*
Tehniki redaktor *Akmal Suleýmanow*
Korrektor *Şahnoza ahmedowa*
Sahypalaýjy *Ihwoldin Salohitdinow*
Suratçy *Umid Suleýmanow*

Çap etmäge 2022-nji ýylyň 24-nji awgustynda rugsat edildi. Möçberi 70×90 1/16. «Arial» garniturasy. Ofset çap ediliş usuly. Şertli çap listi 14,0. Neşirýat hasap listi 13,0. _____ nusgada çap edildi. Buýurma N_____.

Şertnama N___.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Kärendä berilýän dersliğiň ýagdaýyny görkezýän jedwel

№	Okuwçynyň ady, familiýasy	Okuw ýyly	Dersliğiň alnandaky ýagdaýy	Synp ýolbaşçy-synyň goly	Dersliğiň tabşyrylandaky ýagdaýy	Synp ýolbaşçy-synyň goly
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

Derslik kärendesine berlip, okuw ýylynyň ahyrynda gaýtarylyp alnanda ýokardaky jedwel synp ýolbaşçysy tarapyndan aşakdaky baha bermek ölçeglerine esaslanylyp doldurylýar:

Täze	Dersliğiň birinji gezek peýdalanmaga berlendäki ýagdaýy.
Ýagşy	Sahaby bütin, dersliğiň esasy böleginden aýrylmandyr. Ähli sahypalary bar, ýyrtylmadyk, goparylmadyk, sahypalarynda ýazgylar we çyzyklar ýok.
Kanagat-lanarly	Kitabyň daşy ýenjilen, ep-esli çyzylan, gyralary gädilen, dersliğiň esasy böleginden aýrylan ýerleri bar, peýdalanyjy tarapyndan kanagatlanarly abatlanan. Goparylan sahypalary täzeden ýelmenen, käbir sahypalary çyzylan.
Kanagat-lanarsyz	Kitabyň daşy çyzylan ýyrtylan, esasy böleginden aýrylan ýa-da bütinleý ýok, kanagatlanarsyz abatlanan. Sahypalary ýyrtylan, sahypalary ýetişmeýär, çyzylyp taşlanan. Dersligi dikeldip bolmaýar.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE