

**Ш. А. АЛИМОВ, О.Р. ХОЛМУХАМЕДОВ,
М. А. МИРЗААХМЕДОВ**

АЛГЕБРА

**КИТОБИ ДАРСӢ БАРОИ ДОНИШОМУӢЗОНИ СИНФИ 8-УМИ
МАКТАБӢОИ ТАЪЛИМИ МИЁНАИ УМУМӢ**

Нашри 4

Вазорати таълими халқи Республикаи Ўзбекистон
ба нашр тавсия кардааст

**ХОНАИ ЭҶОДИИ ТАБЪУ НАШРИ „О‘QITUVCHИ“
ТОШКАНД – 2019**

УЎК 512(075.3)=222.8

КБК 22.14я72

А47

Муқарризон:

- М.М. Шониезова** – омўзгори фанни математикаи мактаби рақами 300-уми ноҳияи Сергелӣ;
- И.Б. Соибова** – омўзгори тоифаи олии МУДИ-и рақами 237-уми ноҳияи Сергелӣ;
- Г.П. Муҳамедова** – дотсенти кафедраи математикаи умумии ДДОТ ба номи Низомӣ, номзоди илмҳои педагогӣ;
- Н.Ш. Қаршибоева** – методисти ДДОТ ба номи Низомӣ.

Аломатҳои шартии китоби дарсӣ:



– ибтидои ҳалли масъала



– интиҳои ҳалли масъала



– ибтидои асоснок кардани тасдиқи математикӣ ё ки баровардани формула



– интиҳои баровардани формула ё ки асоснок кардани тасдиқ



– масъалаҳои шавқовар

16, 18,...

– масъалаҳои мураккаб



– матн, ки доништанаш муҳим ва дар хотир нигоҳ доштани муфид аст



– кори мустақилона барои санчиши дониш оид ба материали асосӣ



– машқҳои санчишӣ (тестҳо)



– масъалаҳои таърихӣ



– маълумотҳои таърихӣ



– масъалаҳои амалӣ-татбиқӣ вобаста ба дигар фанҳо

Аз ҳисоби Бунёди мақсадноки китоби республика чоп шудааст.

© Ш. А. Алимов, О.Р. Холмухамедов, М. А. Мирзаахмедов, 2019.

© ҚММ „Davr nashriyoti“ оригинал-макет, 2019.

© ХЭТН, „O‘qituvchi“ 2019.

ISBN 978–9943–5750–3–5

МАВЗЎҲОИ ДАР КУРСИ „АЛГЕБРА“-И СИНФИ 7-УМ ОМЎХТАШУДА

Донишомӯзи азиз! Ба шумоён аз курси „Алгебра“-и синфи 7-ум донишҳои омӯхтаатонро бо мақсади дар хотир овардан, якчанд машқхоро пешниҳод мекунем.

1. Қимати ададии ифодаи алгебравиро ёбед:

1) $S = 2(ab + ac + bc)$, дар ин ҷо $a=5$, $b=4$, $c=10$;

2) $V = \frac{h}{3}(a^2 + b^2 + ab)$, дар ин ҷо $h=12$, $a=10$, $b=8$;

3) $S = \frac{(a+b)n}{2}$, дар ин ҷо $a=10$, $b=40$, $n=16$;

4) $V = \frac{1}{3}abh$, дар ин ҷо $a=30$, $b=20$, $h=25$.

2. Қавсхоро кушоед ва содда кунед:

1) $7a - (5a + 4b)$;

2) $9x - (7y - 4x)$;

3) $-(2a - 3b) - (-a + 3b)$;

4) $8x - (3y + 5x) - (-2y - x)$.

3. Агар:

1) $v = 60$;

2) $v = 75$;

3) $v = 90$;

4) $v = 100$;

5) $v = 20,4$;

6) $v = 28,5$

бошад, қимати ададии ифодаи $S = \frac{1}{5}v + \frac{1}{200}v^2$ -ро ёбед.

4. Барои ҳар як ҷавоби дуруст: аз забони модарӣ ва адабиёт n , k , m , a , b , c хол, аз математика k хол, аз забони англисӣ m хол гузошта мешавад. Нодира аз забони модарӣ ва адабиёт ба c -то, аз математика ба a -то, аз забони англисӣ ба b -то савол ҷавоби дуруст дод:

1) Барои ҳисоб кардани ҳамаи ҳолҳои гирифтаи Нодира ифода тартиб диҳед; 2) агар $a=35$, $b=34$, $c=36$; $k=3,1$; $m=2,1$ ва $n=1,1$ бошад, ӯ ҳамагӣ чанд хол гирифтааст?

5. Муодиларо ҳал кунед **(5–6)**:

1) $2x + 15 = 3x - 11$;

2) $7 - 5x = x - 2$;

3) $2(x - 3) = 3(2 - x)$;

4) $-3(4 - x) = 2(x - 5)$.

6. 1) $3,2x + 1,8x = 6x - 3,5$;

2) $7,5x - 2,5x = 7x - 10$;

3) $0,5(0,4x - 8) = 5(0,2x - 1)$;

4) $2,4(5x - 3) = -0,8(10 - 5x)$.

7. Сайёҳ пас аз тай кардани $\frac{1}{3}$ қисми роҳи тайшуда ҳисоб карда баромад, ки барои расидан ба нисфи масофаи умумии роҳ боз 1 км мондааст. Тамоми роҳ чанд километр будааст?
8. Сими дарозиаш 9,9 метр бударо ба ду қисм чудо карданд. Агар: 1) яке аз қисмҳо аз дуумаш 20% кӯтоҳ бошад; 2) яке аз қисмҳо аз дуумаш 20% дароз бошад, дарозии ҳар як қисмро ёбед.
9. 1) Як адад 45% адади дуумро ташкил медидад. Яке аз ададдо аз дигараш 66-то зиёд бошад, ин ададҳоро ёбед.
2) Як адад 30% адади дуумро ташкил медиҳад. Яке аз ададҳо аз дуумаш 35-то кам бошад, ин ададҳоро ёбед.
10. Пиёдагард аз як деҳа ба деҳаи дуум бо суръати 4 км/соат ба роҳ баромад. Баъд аз 2 соат аз паси пиёдагард бо суръати 10 км/соат велосипедрон роҳи шуд. Ҷ ба деҳаи дуум аз пиёдагард 1 соат пештар рафта расид. Масофаи байни деҳахоро ёбед.
11. Ҳисоб кунед:

$$1) \frac{3 \cdot 4^{10} - 5 \cdot 2^{19}}{2^{15}}; \quad 2) \frac{2^3 \cdot (4 \cdot 3^{15} - 7 \cdot 3^{14})}{3^{16} + 5 \cdot 3^{15}}; \quad 3) \frac{2^{15} \cdot a^{16}}{4^7 \cdot a^{15}}.$$

12. Якаъзоро ба намуди стандартӣ нависед ва қимати ададро ёбед:

$$1) ba \cdot 8ac, \text{ дар ин чо } a = \frac{1}{2}, b = -3, c = 2;$$

$$2) \frac{4}{5}x \cdot 8y^2 \cdot \frac{5}{16}x^2y, \text{ дар ин чо } x = 3, y = \frac{1}{9}.$$

13. Бисёраъзоро ба намуди стандартӣ оред:

$$1) 1,2ab + 0,8b^2 - 0,2ab + 2,2b^2 + 2ab;$$

$$2) 3a^22a^2 + 3b^24a^2 - 2a^25b^2 - 3a2ab^2 - a^32a.$$

14. Амалҳоро иҷро кунед (14–15):

$$1) (3a^2 - 2ab - b^2) - (2a^2 - 3ab - 2b^2);$$

$$2) (7a^2 - 13ab + 10b^2) + (-3a^2 + 10ab - 7b^2);$$

$$3) (a^2 + 3ab - b^2) \cdot ab; \quad 4) abc \cdot (2a^2b - 3abc).$$

- 15.** 1) $(x+y)(a-b)$; 2) $(a-b+c)(a-c)$;
3) $(a^2-b^2)(a+b)$; 4) $(a-3)(a-2)-(a-1)(a-4)$.

16. Ифодаро содда кунед:

- 1) $4a^3 : a - (2a)^2 + a^4 : 3a^2$;
2) $(5a^4 + \frac{1}{3}a^3) : a^2 - (4a^3) : (2a) + (2a)^2$;
3) $(0,1b^4 - 2b^3 + 0,4b^2 + 0,02b) : (0,1b)$;
4) $\left(\frac{3}{8}a^3b^2 + \frac{9}{10}a^2b^3 - \frac{15}{16}ab^4\right) : \left(\frac{3}{4}ab^2\right)$.

17. Ба зарбкунандаҳо чудо кунед **(17-18)**:

- 1) $5a^2 - 15a^4 + 10a^6$; 2) $9a^3 + 12a^2 - 6a$;
3) $a(x+y) - b(x+y)$; 4) $(x-1) - a(1-x)$;
5) $4(a-3) + a(3-a)$; 6) $a^2(1-a) + 4(a-1)$.

- 18.** 1) $ay + zy - 2ap - 2zp$; 2) $5ac - 6bd + 5ad - 6bc$;
3) $a(5a-4b) - 10a + 8b$; 4) $4ab - 6cd - 12ad + 2bc$.

19. Ҳисоб кунед:

- 1) $49^2 + 51 \cdot 98 + 51^2$; 2) $58^2 - 116 \cdot 33 + 33^2$;
3) $\frac{19^2 + 38 \cdot 11 + 11^2}{19^2 - 11^2}$; 4) $\frac{53^2 - 53 \cdot 94 + 47^2}{53^2 - 47^2}$;
5) $\frac{183^3 - 93^3}{183^2 + 183 \cdot 93 + 93^2}$; 6) $\frac{43,73^2 - 43,73 \cdot 56,27 + 56,27^2}{43,73^3 + 56,27^3}$.

20. Агар савдогар ҳар 1 кг-мӣ маҳсулоти кор карда баровардаашро 19800 сӯми фурӯшад, 162800 сӯм фоида мебинад, агар ҳар 1кг-ро 16500 сӯми фурӯшад, 81400 сӯм зарар мебинад. Маҳсулот чанд кг будааст?

21. Барои санҷиш ба талаба 60-то савол дода шуд. Ба ҳар як ҷавоби дуруст 5 хол ва ба 4-то ҷавоби нодуруст ба сифати ҷарима як

- чавоби дуруст бекор карда шуд. Агар дар санчиш як донишомӯз ба ҳамаи саволҳо ҷавоб дода, 225 ҳол ҷамъ карда бошад, вай ба чанд савол ҷавоби дуруст додааст?
- 22.** Рақамҳои адади серақама яктогӣ кам мешаванд. Агар аз адади додашуда адади рақамҳояш ба он чаппа навишташударо тарҳ кунем, адади ба 2, ба 9, ба 11 тақсимшаванда ҳосил мешавад. Инро исбот кунед.
- 23.** Автомобил бо суръати 60 км/соат 4 соат роҳ паймуд. Барои 1 соат камтар сарф кардан ба ҳамин роҳ $\bar{y}$ суръати худро чанд фоиз бояд зиёд карданиш лозим?
- 24.** Масофаи байни ду деҳаро як сайёҳ дар 2 соат, сайёҳи дуюм бошад, дар 3 соат тай кард. Агар онҳо аз ин деҳаҳо муқобили ҳамдигар дар як вақт ба роҳ бароянд, баъди чанд вақт вохӯранд?
- 25.** Нархи маҳсулот a сӯм буд. Пас аз гузаштани вақти муайян, ин нархи нав ба $p\%$ қимат карда шуд. Ҳозир ҳамон маҳсулот чанд сӯмӣ фурӯхта истодаанд?
- 26.** Бари росткунча ба a ва дарозияш ба b баробар аст. Бари он ба $p\%$ дароз карда шуд, дарозияш бошад, ба $q\%$ кӯтоҳ карда шуд. Масоҳати росткунҷаи ҳосилшударо ҳисоб кунед.
- 27.** Мошин бо суръати v_1 км/соат n соат ва бо суръати v_2 км/соат m соат роҳ гашт.
- 1) Мошин ҳамагӣ чанд км роҳ гаштааст?
 - 2) Суръати миёнаи он чӣ қадар будааст?
- 28.** Бо 50 мошинҳои боркашӣ 5 тонна ва 10 тонна бор баранда 405 тонна борро кашонданд. Дар боркашонӣ чандто аз мошинҳои 5 тоннагӣ ва чандто 10 тонагӣ иштирок карданд?

БОБИ I

КАСРҲОИ АЛГЕБРАВӢ ВА АМАЛҲО БО ОНҲО

§ 1. ИФОДАҲОИ АЛГЕБРАВӢ

Масъалаи зеринро дида мебароем.

Масъалаи 1. Ягон ададери фикр кунед, онро ба 3 зарб занед, ба натиҷаи ҳосилшуда 6-ро ҷамъ кунед, ҳосили ҷамъи ёфташударо ба 3 тақсим кунед ва адади фикркардаатонро тарҳ кунед. Кадом адад ҳосил мешавад?

△ Бигузор, адади фикркардаатон 8 бошад. Ҳамаи амалҳоро мувофиқи тартиби дар шартӣ масъала гузошташуда иҷро мекунем:

$$1) 8 \cdot 3 = 24; \quad 2) 24 + 6 = 30; \quad 3) 30 : 3 = 10; \quad 4) 10 - 8 = 2.$$

Адади 2 ҳосил мешавад.

Адади қиматаш ба 2 баробар будаи масъалаи мазкурро дар шакли ифодаи ададии $(8 \cdot 3 + 6) : 3 - 8$ навиштан мумкин аст.

Агар, адади 5-ро фикр карда бошем, дар он ҳолат низ ифодаи ададии қиматаш ба 2 баробар $(5 \cdot 3 + 6) : 3 - 5$ ҳосил мешуд.

Ба хулосае омадан мумкин аст, ки мо кадом ададери фикр накунем, натиҷа ба 2 баробар мешавад. Инро санҷида мебинем. Адади фикркардаамонро бо ҳарфи a ишора мекунем ва амалҳоро боз бо тартиби дар шартӣ масъалаи додашуда менависем:

$$(a \cdot 3 + 6) : 3 - a.$$

Аз хосиятҳои ба мо маълуми амалҳои арифметикӣ истифода бурда, ин ифодаро содда мекунем:

$$(a \cdot 3 + 6) : 3 - a = a + 2 - a = 2. \quad \blacktriangle$$

Ҳангоми ҳал кардани масъала ҳарфи a -и адади дилхоҳро ифодакунанда, ададҳои 3 ва 6, аломатҳои амалҳо ва аз қавсҳо иборат будаи $(a \cdot 3 + 6) : 3 - a$ ҳосил мекунад. Ин мисоли *ифодаи алгебравӣ* буда, он намунаи шартӣ масъаларо ба забони математикӣ гузаронидан аст.

Боз ба ифодаҳои алгебравӣ мисолҳо меорем:

$$2(m+n), \quad 3a+2ab-7, \quad (a+b)(a-b), \quad \frac{x+y}{a}.$$



Ифодаҳои алгебравӣ аз ададҳо ва ҳарфҳо сохта шуда, бо аломатҳои амал пайвастишуда иборатанд.

Агар ба ҷойи ҳарфҳои ба ифодаи алгебравӣ дохилшуда ягон адад гузошта шавад ва амалҳои нишондодашуда иҷро гарданд, пас адади дар натиҷа ҳосилшуда, қимати ададии ифодаи алгебравӣ номида мешавад.

Масалан, $a=2$, $b=3$ бошад, қимати ифодаи алгебравии

$$3a+2b-7$$

ба 5 баробар мешавад, чунки $3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 7 = 5$; қимати адади ҳамин ифодаи алгебравӣ ҳангоми $a=1$; $b=0$ будан ба -4 баробар аст, чунки

$$3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 7 = -4.$$

Дар қимати дилхоҳи a

$$(a \cdot 3 + 6) : 3 - a$$

қимати ифодаи алгебравӣ ба 2 баробар аст.

Масъалаи 2. Қимати ифодаи $\frac{(3a+7)b}{a-b}$ -ро ҳангоми $a=10$, $b=5$ будан, ёбед.

$$\triangle \frac{(3 \cdot 10 + 7) \cdot 5}{10 - 5} = \frac{37 \cdot 5}{5} = 37. \triangle$$



Ифодаҳои алгебравие, ки аз якчанд бисёрраъзогиҳои бо ёрии амалҳои ҷамъ, тарҳ ва зарб тартиб дода шуда иборат аст, ифодаи бутун номида мешавад.

Ифодаи бутуни дилхоҳро ба намуди бисёрраъзогии стандартӣ овардан мумкин аст.

Мисол: $P(a,b) = 30a^3b^2 - (6a^2b + a)(5ab - 2)$ ифодаи бутунро ба намуди стандартӣ нависед.

$$\begin{aligned} \triangle P(a,b) &= 30a^3b^2 - 30a^2b \cdot ab - 5ab \cdot a + 12a^2b + 2a = \\ &= 30a^3b^2 - 30a^3b^2 - 5a^2b + 12a^2b + 2a = 7a^2b + 2a. \end{aligned}$$

Ҷавоб: $7a^2b + 2a. \triangle$

Машиқҳо

1. Қимати ифодаи алгебравиро ёбед:

1) $3a - 2b$, дарин чо $a = \frac{1}{3}$, $b = 1$; 3) $0,25a - 4c^2$, дар ин чо $a = 4$, $c = 3$;

2) $2a + 3b$, дар ин чо $a = 3$, $b = -2$; 4) $\left(2a^2 - \frac{1}{3}b\right)$, дар ин чо $a = 2$, $b = 9$.

2. Қимати ифодаи алгебравиро ёбед:

1) $\frac{1}{4}x - \frac{3}{7}y$, дар ин чо $x = 8$, $y = -14$;

2) $\frac{2}{3}x + \frac{4}{5}y$, дар ин чо $x = 9$, $y = -10$;

3) $\frac{a-3b}{a+3b}$, дар ин чо $a = 4$, $b = -2$;

4) $\frac{a+3c}{2a-c}$, дар ин чо $a = 3$, $c = -1$.

3. Аз кубури нефт дар 1 соат 7 т нефт чорӣ мешавад, аз кубур дар m соат чанд тонна нефт чорӣ мешавад? Дар як шабонарӯз-чӣ?

4. 1) дар m соат; 2) дар p сония; 3) дар m соат l дақиқа ва p сония чанд дақиқа ҳаст?

5. Сечандаи фарқи ададҳои x ва y - ро нависед. Қимати ададии ифодаи алгебравиро ёбед:

1) $x = -0,37$, $y = -0,42$;

2) $x = -2,98$, $y = -4,48$;

3) $x = -\frac{5}{6}$, $y = -\frac{9}{4}$;

4) $x = \frac{2}{15}$, $y = -0,7$.

6. Ҳосили зарб, сумма ва ҳосили тарҳи ададҳои x ва y -ро нависед. Қимати ададии ифодаи алгебравиро нависед:

1) $x = -\frac{1}{8}$, $y = \frac{1}{4}$;

2) $x = -\frac{5}{8}$, $y = \frac{3}{4}$;

3) $x = 0,15$, $y = -0,75$;

4) $x = 1,32$, $y = -1,28$

Қимати ададии ифодаи алгебравиро ёбед: (7–8):

7. 1) $\frac{2mn(n+k)}{n-k}$, дар ин чо $m=k=\frac{1}{3}$, $n=\frac{1}{2}$;

2) $\frac{(3p+1) \cdot 2p}{p-l} + \frac{1}{3}$, дар ин чо $p=\frac{1}{3}$, $l=1$.

8. 1) $\frac{3(x-y)}{2p+q}$, дар ин чо $x=8,31$; $y=2,29$; $p=2,01$; $q=2$;

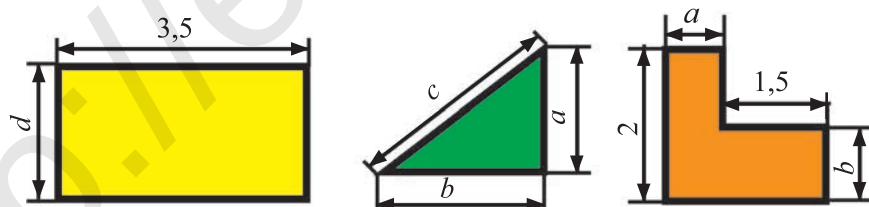
2) $\frac{5(bc+m)}{2q+4\frac{1}{4}}$, дар ин чо $b=\frac{2}{3}$; $c=6$; $q=\frac{1}{2}$, $m=\frac{1}{5}$.

9. Аз формулаи адади токи $n = 2k + 1$ истифода бурда, қимати n -ро ҳангоми $k=0$, $k=1$, $k=7$, $k=10$ будан, ёбед

10. Дар намуди ифодаи алгебравӣ нависед:

1) суммаи ду адади натуралии пай дар пай, ки хурдтаринаш ба n баробар аст; 2) ҳосили зарби ду адади натуралии пай дар пай, ки калонтаринаш ба m баробар аст; 3) суммаи се адади натуралии пайдарҳақи чуфт, ки хурдтаринаш ба $2k$ баробар аст; 4) ҳосили зарби се адади натуралии пай дар пайи ток, ки хурдтаринаш ба $2p+1$ баробар аст.

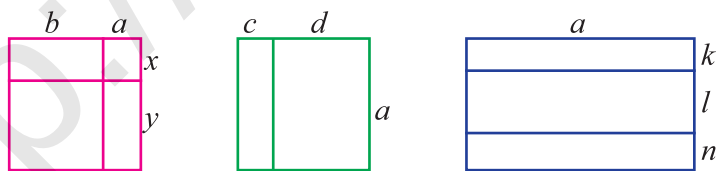
11. Периметр ва масоҳати шаклҳоро дар намуди ифодаи алгебравӣ нависед (расми 1):



Расми 1.

12. Барои гарм кардани хона p тонна ангишт захира карданд; аз ҳамин захира q тоннааш сарф гардид. Чанд тонна ангишт боқӣ монд? 1) Ҳангоми $p=20$, $q=15$ будан ҳисоб кунед. 2) Оё адади q аз адади p калон шуда метавонад? Агар ба p баробар бошад-чӣ?

13. Дар мусобиқаҳои гӯштигирӣ n дона чипта, ки ҳар кадоме 400 сӯми аст ва m -дона чипта, ки ҳар яке 500 сӯми m дона чипта фурӯхта шуд. Барои ҳамаи чиптаҳо чанд сӯм сарф шуд? Бо қиматҳои $n=200$, $m=150$; $n=100$, $m=230$ ҳисоб кунед.
14. Қимати як дона албом 200 сӯм, як дона дафтар 40 сӯм, як дона ручка 60 сӯм аст. Қимати умумии s дона албом, a дона дафтар ва b дона ручкаро бо ҳарфи p ишора карда, дар шакли формула нависед. Агар $s = 9$, $a = 21$, $b = 4$ бошад, аз рӯи формулаи мазкур қимати p ро ҳисоб кунед.
15. Аз қубури газгузар ба стансияи гармидиҳӣ дар ҳар як дақиқа 26 м^3 газ мегузарад; дар 5 шабонарӯз, дар t шабонарӯз аз қубур чанд м^3 газ мегузарад?
16. Геологҳо аз рӯи маршрути худ ҳаракат карда, бо суръати s километр дар як соат, 3 соату 10 дақиқа роҳ паймуданд; дар дарё, ки суръати ҷараёнаш a километр дар 1 соат аст, 1 соату 40 дақиқа шино карда, баъд бо суръати b км/соат 2 соату 30 дақиқа пиёда гаштанд. Дарозии маршрутро бо ҳарфи s ишора карда, формулаи роҳи тайкардаи геологҳоро ёбед. Агар $a = 3,3$ км/соат, $b = 5,7$ км/соат, $s = 10,5$ км/соат бошад, роҳи тайкардаи геологҳоро ёбед.
17. Адади омехта ба намуди $a + \frac{b}{c}$ навишта шудааст. Қоидаи адади омехтаро ба қасри нодуруст баргардонданро бо ёрии ҳарфҳо нависед.
18. 1) Формулаҳои ҳисоб кардани периметр ва масоҳати шакли (росткунҷаи) дар расми 2 тасвир шударо тартиб диҳед:



Расми 2.

2) бо ёрии шакл:

а) $(a + b)(x + y) = ax + bx + ay + by$;

б) $a(c + d) = ac + ad$;

в) $a \cdot (k + l + n) = ak + al + an$ -ро исбот кунед.

Ин формулаҳоро маънидод кунед.

19. Масъалаҳои ҳаётии ба формулаҳои зерин мувофиқро тартиб диҳед:

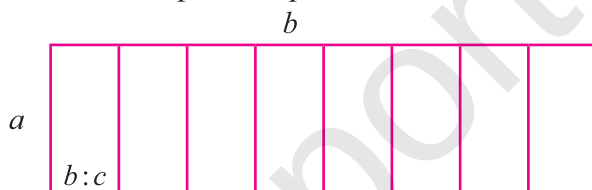
1) $a - (b + c + d) = a - b - c - d$;

2) $a - (b - c) = a - b + c$;

3) $(ab)c = a(bc)$;

4) $a - (b - c + d) = a - b + c - d$.

20. Формулаи $(ab):c = a:(b:c)$ -ро исбот кунед. Аз мулоҳизаҳои геометрӣ ва шакли расми 3 истифода баред.



Расми 3.

§ 2. КАСРИ АЛГЕБРАВӢ. ИХТИСОС КАРДАНИ КАСРҲО

Масъалаи 1. Суръати катер дар оби ором ба a километр дар як соат баробар аст; суръати ҷараёни дарё ба b километр дар як соат баробар аст. Суръати ҳаракати катер ба равиши ҷараён аз суръати он ба муқобили ҷараён чанд маротиба зиёд аст?

▲ Суръати ҳаракати катер ба равиши ҷараёни дарё ба $(a+b)$ километр баробар аст; суръати ҳаракат ба муқобили ҷараён ба $(a-b)$ километр баробар аст. Бинобар ин суръати ҳаракат ба равиши ҷараён аз суръати ҳаракат ба муқобили ҷараён

$$\frac{a+b}{a-b}$$

маротиба зиёд мешавад. ▲

Ифодаи $\frac{a+b}{a-b}$ -ро касри алгебравӣ меноманд. Сурати каср $a+b$, махраҷаш $a-b$ мебошад.

Умуман, касреро, ки сурат ва махрачаш ифодаҳои алгебравӣ мебошанд, касри алгебравӣ меноманд.

Доир ба касри алгебравӣ боз якчанд мисол меорем:

$$\frac{a}{b}; \frac{2}{x+y}; \frac{a-b}{c}; \frac{x(b+c)}{y(a-c)}.$$

Агар ба (чойҳои) ҳарфҳои ба касри алгебравӣ дохилшаванда баъзе ададҳо гузошта шаванд, баъди ҳисоббарориҳои мувофиқ қимати ададии ин касри алгебравӣ ҳосил мешавад.

Масалан: қимати ададии касри алгебравии, $\frac{a+b}{a-b}$ - ҳангоми $a=10$

ва $b=8$ будан, ба $\frac{10+8}{10-8} = \frac{18}{2} = 9$ баробар аст.

Дар касри алгебравии $\frac{a+b}{a-b}$ ба чойи a ва b ададҳои дилхоҳи нобаробарро ($a \neq b$)-ро гузоштан мумкин аст, чунки ҳангоми $a=b$ будан, махраҷи каср ба сифр табдил меёбад, вале ба сифр тақсим кардан мумкин нест.

Минбаъд фарз менамоем: ҳарфҳое, ки ба касри алгебравӣ дохил мешаванд танҳо он қиматҳоеро, ки дар онҳо махраҷ ба сифр баробар нестанд, гирифта метавонад.

Масалан, барои касри $\frac{a}{a(a-1)}$ ҳамаи қиматҳои a ғайр аз $a=0$ ва $a=1$ дуруст мебошанд.



Хосияти асосии касрро чунин навиштан мумкин аст

$$\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb},$$

дар ин ҷо $b \neq 0$, $m \neq 0$.

Ин хосият онро мефаҳмонад, ки ҳангоми ба як ифодаи алгебравӣ зарб ё тақсим кардани сурат ва махраҷи каср касри ба он баробар ҳосил мешавад. Масалан:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}, \quad \frac{a+b}{b} = \frac{(a+b) \cdot c}{bc}.$$

Хосияти асосии касрро истифода карда, касри алгебравиро ба зарбкунандаи умумие, ки дар як вақт ҳам ба сурат ва ҳам ба махраҷ мансуб аст, ихтисор кардан мумкин аст, масалан:

$$\frac{a(b+c)}{a(b-c)} = \frac{b+c}{b-c}, \quad \frac{(a+b)c}{(a+b)d} = \frac{c}{d}.$$

Мисолҳои касрҳоеро меорем, ки барои содда кардани онҳо аввал зарбкунандаи умумии сурат ва махраҷро ҷудо кардан лозим аст.

Масъалаи 2. Касрро ихтисор кунед:

$$1) \frac{12a^2b}{4ab^2}; \quad 2) \frac{m^2 - n^2}{m^2 + mn}.$$

△ 1) Яказоҳои $12a^2b$ ва $4ab^2$ зарбкунандаи умумии $4ab$ -ро доранд. Сурат ва махраҷи $4ab$ тақсим карда, ҳосил мекунем:

$$\frac{12a^2b}{4ab^2} = \frac{4ab \cdot 3a}{4ab \cdot b} = \frac{3a}{b}.$$

2) Бисёраъзоҳои $m^2 - n^2$ ва $m^2 + mn$ зарбкунандаи умумии $m + n$ -ро доранд, чунки $m^2 - n^2 = (m + n)(m - n)$, $m^2 + mn = m(m + n)$ аст. Сурат ва махраҷи касрро ба $m + n$ тақсим карда, ҳосил менамоем:

$$\frac{m^2 - n^2}{m^2 + mn} = \frac{(m + n)(m - n)}{m(m + n)} = \frac{m - n}{m}. \quad \blacktriangle$$



Барои ихтисор кардани касрҳо сурат ва махраҷи онҳоро ба зарбкунандаи умумиашон тақсим кардан лозим аст.

Қайд мекунем, ки агар аломати сурат ё махраҷи

касри $\frac{a}{b}$ -ро ба муқобилаш иваз намоем, касри ба он муқобил ҳосил мешавад.

Масалан; $\frac{-a}{b}$ ва $\frac{a}{b}$; $\frac{a}{-b}$ ва $\frac{a}{b}$ — касрҳои муқобил мебошанд ва ин

тавр менависанд: $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$; $\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$.

Масалан, $\frac{-3}{7} = -\frac{3}{7}$; $\frac{-a}{1-a} = -\frac{a}{1-a} = \frac{a}{a-1}$.

Масъалаи 3. Касро иxtисор кунед: $\frac{3a(y-x)}{a^2(x-y)}$

$$\triangle \frac{3a(y-x)}{a^2(x-y)} = \frac{-3a(x-y)}{a^2(x-y)} = \frac{-3}{a} = -\frac{3}{a}. \quad \blacktriangle$$

Машиқҳо

21. Касри алгебравиеро нависед, ки сураташ аз ҳосили зарби ададҳои x ва y , махраҷаш аз суммаи ин ададҳо иборат аст.
22. Касри алгебравиеро нависед, ки сураташ ба фарқи ададҳои p ва q , махраҷаш аз ҳосили зарби ин ададҳо иборат аст.
23. Касри алгебравиеро нависед, ки сураташ ба фарқи квадратҳои ададҳои a ва b , махраҷаш ба квадрати фарқи ин ададҳо баробар аст.
24. Касри алгебравиеро нависед, ки сураташ ба суммаи кубҳои ададҳои c ва d , махраҷаш ба дучандаи ҳосили зарби ин ададҳо баробар аст.
25. Қимати ададии касри алгебравиро ёбед:

- | | |
|---|--|
| 1) $\frac{1}{a}$, дар ин ҷо $a = 2\frac{3}{5}$; | 4) $\frac{a-b}{a+2b}$, дар ин ҷо $a = 16$, $b = -3$; |
| 2) $\frac{b+1}{b-1}$, дар ин ҷо $b = 1,5$; | 5) $\frac{5a+b^2}{a^2-5b}$, дар ин ҷо $a = 2$, $b = 8$; |
| 3) $\frac{a^2+1}{2a}$, дар ин ҷо $a = -3$; | 6) $\frac{-7ab}{3b^2-a^3}$, дар ин ҷо $a = 3$, $b = 4$. |

26. 1) v -ро аз формулаи $S = vt$; 2) v -ро аз формулаи $p = \frac{m}{V}$;
 3) R -ро аз формулаи $C = 2\pi R$; 4) a -ро аз формулаи $P = 2(a+b)$ ёбед.

27. Барои кашондани n халта картошка, ки ҳар яке p килограммӣ картошка дорад, ба ҳар як автомашинаи боркашон t тоннагӣ бор кардан мумкин аст. Чанд автомашина лозим мешавад? Ҳангоми $n = 90$, $p = 50$, $t = 1,5$ будан қимати x -ро ёбед.

28. Машина ба ҳисоби миёна ҳар соат c метр линолеум истеҳсол мекунад. Агар машина ҳар рӯз n соат кор кунад, дар чанд рӯз a метр линолеум истеҳсол мекунад? Вақти матлубро бо t ишора карда, ҳангоми $c=47$, $a=11280$ ва $n=16$ будан, t -ро ёбед.

29. Нишон диҳед, ки ду касри додашуда баробаранд:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{6}{7} \text{ va } \frac{18}{21}; & 3) \frac{2}{3} \text{ va } \frac{2a}{3a}; & 5) \frac{m-n}{m+n} \text{ va } \frac{m^2-n^2}{(m+n)^2}; \\ 2) \frac{-3}{5} \text{ va } \frac{27}{-45}; & 4) \frac{2a}{7b} \text{ va } \frac{2a^2b}{7ab^2}; & 6) \frac{a+3b}{c} \text{ va } \frac{(a+3b)c}{c^2}. \end{array}$$

Касрро ихтисор кунед (**30–45**):

30. 1) $\frac{-48}{-56}$; 2) $\frac{-64}{-80}$; 3) $\frac{-121}{55}$; 4) $\frac{28}{-14}$.

31. 1) $\frac{12a}{20}$; 2) $\frac{2c}{3c}$; 3) $\frac{7b}{21b}$;
4) $\frac{4ab}{8ac}$; 5) $\frac{a^2}{2a}$; 6) $\frac{5x}{x^3y}$.

32. 1) $\frac{a^2}{a^3}$; 2) $\frac{b^3}{b^7}$;
3) $\frac{a^5}{a^4}$; 4) $\frac{b^6}{b^4}$.

33. 1) $\frac{6ab}{4a}$; 2) $\frac{14c}{49c}$; 3) $\frac{a^4b}{ab^3}$;
4) $\frac{3a^2b}{9a^3}$; 5) $\frac{12a^4b^2}{18a^3b^3}$; 6) $\frac{25a^3bc^2}{125ac^3}$.

34. 1) $\frac{4(m+n)}{5(m+n)}$; 3) $\frac{2b(m-n)}{8b(m-n)(m-n)}$; 5) $\frac{2(a-b)}{b-a}$;
2) $\frac{7a(a-b)}{5(a-b)}$; 4) $\frac{3a(a+b)}{9a(a+b)(a-b)}$; 6) $\frac{5(x-y)}{15(y-x)}$.

35. 1) $\frac{(a-b)^2}{a-b}$; 3) $\frac{m-n}{(n-m)^2}$; 5) $\frac{3m(1-x)^2}{9m^2(x-1)^2}$;
 2) $\frac{m+n}{(m+n)^4}$; 4) $\frac{(2x-3y)^2}{3y-2x}$; 6) $\frac{8a^2b(a-b)}{4a^3b(b-a)^2}$.
36. 1) $\frac{3x+3y}{6c}$; 3) $\frac{2a+2b}{4a-4b}$; 5) $\frac{ac-bc}{ac+bc}$;
 2) $\frac{8a}{4m-4n}$; 4) $\frac{12a-3}{6a+9}$; 6) $\frac{a+ab}{a-ab}$.
37. 1) $\frac{a^2}{a^2+ab}$; 3) $\frac{7a+14b}{3a+6b}$; 5) $\frac{3a-6b}{12b-6a}$;
 2) $\frac{pq^3}{p^2q-pq^2}$; 4) $\frac{2m^2-mn}{2mn-n^2}$; 6) $\frac{x^2-2xy}{2y^2-xy}$.
38. 1) $\frac{12x^2-30xy}{30x^2-12xy}$; 2) $\frac{36a^2+24ab}{24a^2+36ab}$; 3) $\frac{m^3-3m^2n}{3m^2n-3m^3}$; 4) $\frac{a^3-2a^2b}{2a^3b^2-a^4b}$.
39. 1) $\frac{a^2-b^2}{a+b}$; 3) $\frac{4c^2-9x^2}{2c-3x}$; 5) $\frac{3a(a-b)}{6a^2(b-a)}$;
 2) $\frac{a-b}{a^2-b^2}$; 4) $\frac{25-x^2}{5-x}$; 6) $\frac{5a(c^2-4)}{10a^2(2-c)}$.
40. 1) $\frac{8-3c}{9c^2-64}$; 3) $\frac{2y-10}{25-y^2}$; 5) $\frac{b^2-c^2}{b^4n-c^4n}$;
 2) $\frac{100-49b^2}{7b+10}$; 4) $\frac{5y-y^2}{25-y^2}$; 6) $\frac{5a^3b+5ab^3}{a^4-b^4}$.
41. 1) $\frac{d^2-6d+9}{d-3}$; 2) $\frac{b+7}{b^2+14b+49}$; 3) $\frac{9-6a+a^2}{3-a}$; 4) $\frac{1-2p}{1-4p+4p^2}$.
42. 1) $\frac{4y^2-4y+1}{4y^2-1}$; 3) $\frac{3a^2-6ab+3b^2}{6a^2-6b^2}$;
 2) $\frac{16a^2-1}{16a^2-8a+1}$; 4) $\frac{50m^2+100mn+50n^2}{15m^2-15n^2}$.

43. 1) $\frac{1-a^2}{(a-1)^2}$; 2) $\frac{(m-n)^2}{n-m}$; 3) $\frac{4y^2-4y+1}{2-4y}$; 4) $\frac{5-2x}{4x^2-20x+25}$.

44. 1) $\frac{9c^2-16}{16-24c+9c^2}$; 4) $\frac{36c-c^3}{c^3+12c^2+36c}$;

2) $\frac{16x^2-24xy+9y^2}{9y^2-16x^2}$; 5) $\frac{25b-49b^3}{49b^3-70b^2+25b}$;

3) $\frac{4x^2-4xy+y^2}{y^2-4x^2}$; 6) $\frac{4b^2-12bc+9c^2}{-2ab+3ac}$.

45. 1) $\frac{2a^5-128a^2}{(2a^2+8a+32)(a^4-4a^3)}$; 3) $\frac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$;

2) $\frac{2a^4+3a^3+2a+3}{(a^2-a+1)(2a+3)}$; 4) $\frac{3ac^2+3bc^2-3ab^2-3b^3}{6ac^2+6bc^2-6ab^2-6b^3}$.

§ 3. БА МАХРАЧИ УМУМӢ ОВАРДАНИ КАСРҲО

Ҳангоми чамъ кардани касрҳои оддӣ аввал касрҳоро ба махраҷи умумӣ меоваранд. Масалан, барои касрҳои $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{25}$, $\frac{7}{10}$ адади 100 махраҷи умумӣ мебошад, ки хурдтарин қаратии умумии ададҳои 4, 25, 10 аст.



Махраҷи умумии касрҳои алгебравӣ ин хурдтарин қаратии умумии махраҷи ин касрҳо мебошад. Барои ба махраҷи умумӣ овардани касрҳо аз хосияти асосии каср истифода мебаранд.

Масъали 1. Касрҳои алгебравии $\frac{m}{3a^2b}$, $\frac{n}{6ab^2}$ ва $\frac{p}{4ac}$ -ро ба махраҷи умумӣ оваред.

△ Махраҷи умумии касрҳои додашуда бояд ба махраҷи ҳар як каср тақсим шавад. Пас, бояд ба 3, 6, 4, яъне ба 12; ба a^2 , a , ва a , яъне ба a^2 ; b ва b^2 , яъне b^2 ; ба c тақсим шавад.

Ҳамин тарик, махрачи умумии касрҳо бояд зарбкунандаҳои $12a^2b^2$ ва c -ро дарбар гирад. Ҳамчун махрачи умумӣ ҳосили зарби $12a^2b^2c$ -ро гирифта зарур аст. Ин махрачи умумиро ба махрачи касри якум тақсим карда, яқозоро меёбем, ки ба он сурат ва махрачи онро зарб кардан лозим аст. Ин яқозоро зарбкунандаи иловагии касри мазкур меноманд. Барои касри якум чунин яқозо ба $4bc$ баробар аст. Мисли ҳамин барои касрҳои дуюм ва сеюм зарбкунандаҳои иловагиро меёбем: $2ac$ ва $3ab^2$.

Сурат ва махрачи касрҳои якум, дуюм ва сеюмро мувофиқан ба $4bc$, $2ac$ ва $3ab^2$ зарб карда, онҳоро ба махрачи умумӣ $12a^2b^2c$ меоварем:

$$\frac{m}{3a^2b} = \frac{4mbc}{12a^2b^2c}, \quad \frac{n}{6ab^2} = \frac{2nac}{12a^2b^2c}, \quad \frac{p}{4ac} = \frac{3pab^2}{12a^2b^2c}. \quad \blacktriangle$$

Масъалаи 2. Касрҳои $\frac{a}{x^2 - y^2}$; $\frac{b}{2x^2 - 4xy + 2y^2}$; $\frac{c}{3x^2 + 6xy + 3y^2}$ -ро ба махрачи умумӣ оваред.

 Махрачи касрҳоро ба зарбкунандаҳо чудо мекунем:

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y);$$

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 = 2(x^2 - 2xy + y^2) = 2(x - y)^2;$$

$$3x^2 + 6xy + 3y^2 = 3(x^2 + 2xy + y^2) = 3(x + y)^2.$$

Махрачи умуми бояд ба махрачи ҳар як касри додашуда тақсим шавад.

Азбаски махрачи умумӣ бояд ба махрачи касри якум тақсим шавад, бинобар ин он бояд зарбкунандаи $(x - y)(x + y)$ -ро дарбар гирад.

Баъд (сонӣ), махрачи умумӣ бояд ба махрачи касри дуюм тақсим шавад ва бинобар ин, он зарбкунандаи $2(x - y)^2$ - ро дарбар гирад. Пас, ба махрачи касри якум зарбкунандаи $2(x - y)$ -ро илова кардан лозим аст, яъне махрачи умумӣ бояд ҳосили зарби

$$2(x - y)^2(x + y) \text{ -ро}$$

дарбар гирад.

Барои ба махрачи касри сеюм, яъне $3(x+y)^2$, тақсим шудани махрачи умуми ба ҳосили зарби пайдошуда зарбкунандаи $3(x+y)$ -ро илова кардан лозим аст. Пас, махрачи умумии ҳар се каср ба

$$6(x-y)^2(x+y)^2$$

баробар мешавад.

Барои ба махрачи умуми овардани касрҳо сурат ва махрачи онҳоро ба зарбкунандаҳои иловаги зарб кардан лозим аст, ки онҳо дар натиҷаи ба махрачи ҳар як каср тақсим кардани махрачи умумӣ ҳосил мешаванд; барои касрҳои додашуда онҳо мувофиқан ба

$$6(x-y)(x+y), 3(x+y)^2, 2(x-y)^2 \text{ баробаранд.}$$

Пас, касрҳои додашударо ба намуди зерин навиштан мумкин аст:

$$\frac{a}{x^2-y^2} = \frac{6a(x-y)(x+y)}{6(x-y)^2(x+y)^2}; \quad \frac{b}{2x^2-4xy+2y^2} = \frac{3b(x+y)^2}{6(x-y)^2(x+y)^2};$$

$$\frac{c}{3x^2+6xy+3y^2} = \frac{2c(x-y)^2}{6(x-y)^2(x+y)^2}. \quad \blacktriangle$$



Барои ба махрачи умумӣ овардани касрҳои алгебравӣ:

- 1) ёфтани махрачи умумии касрҳои додашуда;
- 2) ёфтани зарбкунандаи иловагӣ барои ҳар як каср;
- 3) сурати ҳар як касро ба зарбкунандаи иловагии он зарб кардан;
- 4) ҳар як касро бо сурати ёфташуда ва махрачи умумӣ навиштан мумкин аст.

Машқҳо

Дар машқҳои поёни касрҳоро ба махрачи умумӣ оваред (46–53):

46. 1) $\frac{1}{2}$ ва $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{5}{7}$ ва $\frac{3}{14}$; 5) $\frac{x}{2y}$ ва $\frac{x}{3y}$;
- 2) $\frac{1}{a}$ ва $\frac{2}{b}$; 4) $\frac{a}{b}$ ва $\frac{a}{2b}$; 6) $\frac{8}{15}$ ва $\frac{5}{12}$.

47. 1) $\frac{3}{4a}, \frac{1}{5b}$ va $\frac{7}{20ab}$; | 2) $\frac{3x}{4y}, \frac{6}{xy}$ va $\frac{4y}{3x}$; | 3) $\frac{7}{a^2}$ va $\frac{8}{a^3}$; | 4) $\frac{a}{2x}$ va $\frac{b}{4x^3}$.

48. 1) a va $\frac{b^2}{a}$; | 2) $3b$ va $\frac{a^2}{2b}$; | 3) a^2 va $\frac{c}{2ab}$; | 4) $\frac{b}{3a}, \frac{3c}{2b}$ va ab .

49. 1) $\frac{1}{2p^2}, \frac{1}{6pk}$ va $\frac{1}{3k^2}$; 3) $\frac{2a}{b^2}, \frac{4}{15a^2b}$ va $\frac{3}{20a^3b^4}$;

2) $\frac{1}{6b^2}, \frac{a^2+b^2}{9a^2b^2}$ va $\frac{3-a^2}{18ab^2}$; 4) $\frac{7}{20x^4y}, \frac{31}{6xy^3}$ va $\frac{4}{3x^2y^4}$.

50. 1) $\frac{3}{x+y}$ va $\frac{5}{x}$;

3) $\frac{7x}{2(x-1)}$ va $\frac{5x}{x-1}$;

2) $\frac{6}{a-1}$ va $\frac{2}{a}$;

4) $\frac{2a^2}{3(a+1)}$ va $\frac{5a^2}{4(a+1)}$.

51. 1) $\frac{1}{x-y}$ va $\frac{1}{x+y}$;

3) $\frac{5x}{2x-2}$ va $\frac{3}{4x-4}$.

2) $\frac{7a}{3x-y}$ va $\frac{6b}{3x+y}$;

4) $\frac{3x}{4x+4y}$ va $\frac{x}{8x+8y}$.

52. 1) $\frac{3b}{b-2}$ va $\frac{4}{b^2-4}$;

3) $\frac{1}{1-a}, \frac{2a}{1+a}$ va $\frac{a^2}{1-a^2}$;

2) $\frac{7a}{x^2-9}$ va $\frac{a}{x+3}$;

4) $\frac{6x}{x-y}, \frac{7xy}{x+y}$ va $\frac{3}{x^2-y^2}$.

53. 1) $\frac{m}{2m+2n}, \frac{n}{8m-8n}$ va $\frac{mn}{6m^2-6n^2}$; 2) $\frac{2c}{5b-5c}, \frac{3a^2}{35b^2-35c^2}$ va $\frac{mn}{6m^2-6n^2}$;

3) $\frac{1}{a^2-4b^2}, \frac{1}{3a^2+6ab}$ va $\frac{1}{2ab-a^2}$; 4) $\frac{5}{4x-4}, \frac{4x}{1-x^2}$ va $\frac{1}{3x^2+3x}$.



№1

Кирме хост аз замин ба нўги дарахт хазида барояд. Он шабона 2 м ба баландӣ баромада, рўзона 1 м ба поён мефаромадааст. Дар 9 шаб он ба нўги дарахт баромад. Баландии дарахт чӣ қадар будааст?

§ 4. ЧАМЪ ВА ТАРҲ КАРДАНИ КАСРҲОИ АЛГЕБРАВӢ

Қоидаи чамъ ва тарҳ кардани касрҳои махраҷашон якхеларо ин тавр навиштан мумкин аст:

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m};$$

$$\frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}.$$

Масъалаи 1. Касрҳои $\frac{a-b}{a+b}$, $\frac{2a-b}{a+b}$ ва $\frac{a-2b}{a+b}$ -ро чамъ кунед.

$$\triangle \frac{a-b}{a+b} + \frac{2a-b}{a+b} + \frac{a-2b}{a+b} = \frac{a-b+2a-b+a-2b}{a+b} = \frac{4a-4b}{a+b} = \frac{4(a-b)}{a+b}. \triangle$$

Масъалаи 2. Фарқи касрҳои $\frac{a^2}{a+b}$ ва $\frac{b^2}{a+b}$ -ро ёбед.

$$\triangle \frac{a^2}{a+b} - \frac{b^2}{a+b} = \frac{a^2-b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} = a-b. \triangle$$



Барои чамъ ва тарҳ кардани касрҳои алгебравии махраҷашон гуногун ин касрҳоро ба махраҷи умумӣ оварда аз қоидаи чамъ ё тарҳ кардани касрҳои махраҷашон якхела истифода кардан лозим аст

Масъалаи 3. Касрҳои $\frac{1}{a^3}$, $\frac{1}{2a^2b}$ ва $\frac{1}{3ab^2}$ -ро чамъ кунед.

$\triangle$ Ҳосили зарби $6a^3b^2$ махраҷи умумии касрҳои додашуда мебошад.

Пас,

$$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{2a^2b} + \frac{1}{3ab^2} = \frac{6b^2}{6a^3b^2} + \frac{3ab}{6a^3b^2} + \frac{2a^2}{6a^3b^2} = \frac{2a^2+3ab+6b^2}{6a^3b^2}. \triangle$$

Масъалаи 4. Фарқи касрҳои $\frac{a}{3b^2c}$ ва $\frac{c}{15ab^2}$ -ро ёбед.

$$\triangle \frac{a}{3b^2c} - \frac{c}{15ab^2} = \frac{5a^2}{15ab^2c} - \frac{c^2}{15ab^2c} = \frac{5a^2-c^2}{15ab^2c}. \triangle$$

Масъалаи 5. Касрҳои $\frac{1}{x^2-x}$ ва $\frac{3}{x^2-1}$ -ро чамъ кунед.

△ Бисёраъзоҳои дар махрачи касрҳо бударо ба зарбкунандаҳо чудо мекунем:

$$x^2 - x = x(x-1), x^2 - 1 = (x-1)(x+1).$$

Махрачи умумии ин касрҳо ҳосили зарби $x(x-1)(x+1)$ мешавад. Касрҳоро ба махрачи умумӣ оварда, меёбем:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2-x} + \frac{3}{x^2-1} &= \frac{1}{x(x-1)} + \frac{3}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1}{x(x^2-1)} + \frac{3x}{x(x^2-1)} = \\ &= \frac{x+1+3x}{x(x^2-1)} = \frac{4x+1}{x(x^2-1)}. \end{aligned} \blacktriangle$$



Чамъ ва тарҳи касрҳои гуногун аз рӯйи қоидаи зерин иҷро карда мешавад:

- 1) ёфтани махрачи умумии касрҳо;
- 2) касрҳоро ба махрачи умумӣ овардан;
- 3) касрҳои ҳосилшударо чамъ кардан;
- 4) Агар мумкин бошад натиҷаро содда кардан.

Масъалаи 6. Қимати ададии ифодаи $\frac{1}{a^2+4a+4} - \frac{4}{a^4+4a^3+4a^2} + \frac{4}{a^3+2a^2}$

-ро ҳангоми $a=0,5$ будан ҳисоб кунед.

△ Ифодаи додашударо ин тавр табдил додан мумкин аст:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(a+2)^2} - \frac{4}{a^2(a^2+4a+4)} + \frac{4}{a^2(a+2)} &= \frac{1}{(a+2)^2} - \frac{4}{a^2(a+2)^2} + \frac{4}{a^2(a+2)} = \\ &= \frac{a^2 - 4 + 4(a+2)}{a^2(a+2)^2} = \frac{a^2 + 4a + 4}{a^2(a+2)^2} = \frac{1}{a^2}. \end{aligned}$$

Пас, қимати ададии матлуб ба

$$\frac{1}{0,5^2} = \frac{1}{0,25} = \frac{100}{25} = 4. \blacktriangle$$

Машқи

Сумма ва фарқи касрхоро ёбед (54–60):

54. 1) $\frac{p}{q^2} + \frac{3p}{q^2}$; 2) $\frac{8a}{b^3} - \frac{3a}{b^3}$; 3) $\frac{a}{a+b} + \frac{c}{a+b}$; 4) $\frac{x}{n+a} - \frac{y}{n+a}$.

55. 1) $\frac{c+d}{2a} + \frac{2c-d}{2a}$; 2) $\frac{a+2b}{3c^2} + \frac{5a-2b}{3c^2}$; 3) $\frac{a+b}{2c} - \frac{a-b}{2c}$;
4) $\frac{10a-b}{a^3} - \frac{3a-b}{a^3}$; 5) $\frac{(1+b)^2}{5d} + \frac{(1-b)^2}{5d}$; 6) $\frac{(2+a)^2}{a^2b} - \frac{(2-a)^2}{a^2b}$.

56. 1) $\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$; 3) $\frac{2}{3a} + \frac{1}{a}$; 5) $\frac{c}{15a} + \frac{d}{3}$;
2) $\frac{4}{7} - \frac{5}{28}$; 4) $\frac{1}{b} - \frac{2}{5b}$; 6) $\frac{a}{4} - \frac{b}{12d}$.

57. 1) $\frac{m}{2} - \frac{1}{n}$; 2) $\frac{3}{a} + \frac{b}{5}$; 3) $5 - \frac{1}{a}$; 4) $\frac{2}{b} + 7$.

58. 1) $5 - \frac{2}{b} + \frac{3}{b^2}$; 2) $\frac{2}{c} + 4 - \frac{3}{c^2}$;
3) $d - \frac{c}{d} + \frac{c^2}{d^2}$; 4) $\frac{m}{n} - k + \frac{m^2}{n^2}$.

59. 1) $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc}$; 3) $\frac{a}{bc} - \frac{a}{bd}$; 5) $\frac{3}{m^2} + \frac{4}{mn}$;
2) $\frac{1}{mn} - \frac{1}{mk}$; 4) $\frac{b}{ac} + \frac{b}{cd}$; 6) $\frac{2}{mn} - \frac{3}{n^3}$.

60. 1) $\frac{3c}{4a^3b} + \frac{5d}{6ab^3}$; 3) $\frac{2}{3y^3} - \frac{1}{6x^2y} + \frac{5}{12xy^2}$; 5) $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2}$;
2) $\frac{2a}{9b^4} - \frac{7c}{6a^3b}$; 4) $\frac{5}{7x^2y} - \frac{3}{4xy^2} + \frac{11}{14x^2y^2}$; 6) $\frac{b}{c} + \frac{b}{c^2d} + \frac{b}{cd^2}$;

Касрҳои алгебравиро ҳамъ ва тарҳ кунед (61–72):

61. 1) $\frac{2x}{3(a-b)} + \frac{x}{a-b}$;

3) $\frac{2a^2}{3(a+1)} + \frac{5a^2}{4(a+1)}$;

2) $\frac{7x}{2(x-1)} - \frac{5x}{x-1}$;

4) $\frac{4y}{5(y-3)} - \frac{5x}{2(y-3)}$.

62. 1) $\frac{5}{2x-2} + \frac{3}{4x-4}$;

3) $\frac{a}{3a+3b} - \frac{2a}{6a+6b}$;

2) $\frac{7}{5b+5} - \frac{3}{10b+10}$;

4) $\frac{3x}{4x+4y} - \frac{x}{8x+8y}$.

63. 1) $\frac{3}{a^2+a} + \frac{5a}{ab+b}$;

3) $\frac{y+a}{b^2+ba} + \frac{y-b}{ab+a^2}$;

2) $\frac{5b}{ax+ay} - \frac{2a}{bx+by}$;

4) $\frac{y-b}{a^2-ab} - \frac{y-a}{ab-b^2}$.

64. 1) $\frac{3}{x+y} - \frac{5}{x}$;

3) $\frac{1}{x(x-3)} + \frac{1}{x(x+3)}$;

2) $\frac{6}{a} - \frac{10}{a-1}$;

4) $\frac{4}{5(a-b)} - \frac{7}{8(a+b)}$.

65. 1) $\frac{a}{1-b^2} + \frac{1}{1+b}$;

3) $\frac{5+p^2}{p^2-36} - \frac{p}{6+p}$;

2) $\frac{2}{x^2-9} + \frac{1}{x+3}$;

4) $\frac{2x}{x-4} - \frac{5x-2}{x^2-16}$.

66. 1) $\frac{2x}{x-4} - \frac{5x-2}{16-x^2}$;

3) $\frac{c^2-8}{2c+3} - \frac{16c-2c^3}{9-4c^2}$;

2) $\frac{12n-5}{n^2-49} + \frac{6}{7-n}$;

4) $\frac{21y^2+1}{1-9y^2} - \frac{y}{3y-1}$.

67. 1) $\frac{3}{a+2} + \frac{2a}{(a+2)^2}$;

2) $\frac{a}{(3a+1)^2} + \frac{4}{3a+1}$.

68. 1) $\frac{2y+8}{y^2-4y+4} - \frac{7}{y-2}$;

4) $\frac{4}{(m-n)^2} - \frac{7}{n-m}$;

2) $\frac{4-5x}{1+6x+9x^2} - \frac{2}{3x+1}$;

5) $\frac{2a}{25-10a+a^2} + \frac{10}{a^2-25}$;

3) $\frac{7}{(a-b)^2} - \frac{5}{b-a}$;

6) $\frac{1}{x^2-6x+9} + \frac{1}{(x+3)^2}$.

69. 1) $a + \frac{a}{a-1}$;

2) $b - \frac{b}{b-2}$;

3) $c + 1 - \frac{c^2}{c-1}$;

4) $\frac{a^2}{a+1} - a + 1$.

70. 1) $\frac{7}{a+b} + \frac{8}{a-b} - \frac{16b}{a^2-a^2}$;

3) $\frac{3}{a+3} + \frac{2}{3-a} - \frac{6}{a^2-9}$;

2) $\frac{6x}{x^2-y^2} - \frac{3}{x-y} - \frac{4}{x+y}$;

4) $\frac{3}{4a^2-9} - \frac{8}{2a+3} - \frac{7}{3-2a}$.

71. 1) $\frac{a+b}{a} - \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a^2-ab}$;

4) $\frac{7}{m} - \frac{4}{m-2n} - \frac{m-n}{4n^2-m^2}$;

2) $\frac{5b-1}{3b^2-3} + \frac{b+2}{2b+2} - \frac{b+1}{b-1}$;

5) $x - \frac{xy}{x+y} - \frac{x^3}{x^2-y^2}$;

3) $\frac{6a}{9a^2-1} + \frac{3a+1}{3-9a} + \frac{3a-1}{6a+2}$;

6) $a-2 + \frac{4a}{2+a} - \frac{a^3+b}{a^2+2a}$.

72. 1) $\frac{a+1}{a^3-1} - \frac{1}{a^2+a+1}$;

3) $\frac{a+b}{a^2-ab+b^2} - \frac{1}{a+b}$;

2) $\frac{a^2+4}{a^3+8} - \frac{1}{a+2}$;

4) $\frac{m^2-3m+9}{m^3-27} - \frac{1}{m-3}$.

73. Ифодаро содда карда, қимати ададиашро ёбед:

$$1) \frac{8a^2}{a^3-1} + \frac{a+1}{a^2+a+1}, \text{ дар ин чо } a=2;$$

$$2) \frac{3c^2-c+3}{c^3-1} - \frac{c-1}{c^2+c+1} + \frac{2}{1-c}, \text{ дар ин чо } c=1\frac{1}{2}.$$

§ 5. ЗАРБ ВА ТАҚСИМИ КАСРҲОИ АЛГЕБРАВӢ

Ҳангоми зарб кардани касрҳои алгебравӣ низ ҳамон қоидаи истифода карда мешавад, ки он ҳангоми зарб кардани касрҳои одди истифода мешавад:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd};$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

Масъалаи 1. Касрҳоро зарб кунед:

$$\frac{1}{2xy}, \frac{4x^2y^3}{5z} \text{ ва } \frac{10z^2}{3x^3}.$$

$$\triangle \frac{1}{2xy} \cdot \frac{4x^2y^3}{5z} \cdot \frac{10z^2}{3x^3} = \frac{1 \cdot 4x^2y^3 \cdot 10z^2}{2xy \cdot 5z \cdot 3x^3} = \frac{4y^2z}{3x^2}. \blacktriangle$$

Масъалаи 2. Касрҳои $\frac{a-b}{a^2+ab}$ ва $\frac{b^2+ab}{(a-b)^2}$ ро зарб кунед:

$\triangle$ Ба зарбкунандаҳо ҷудо карда, ҳосил менамоем:

$$\frac{a-b}{a^2+ab} \cdot \frac{b^2+ab}{(a-b)^2} = \frac{(a-b)b(a+b)}{a(a+b)(a-b)^2} = \frac{b}{a(a-b)}. \blacktriangle$$

Масъалаи 3. Касрҳои $\frac{m+n}{9m^2n^3}$ ва $\frac{m^2-n^2}{27mn^2}$ -ро тақсим кунед.

$$\triangle \frac{m+n}{9m^2n^3} : \frac{m^2-n^2}{27mn^2} = \frac{(m+n) \cdot 27mn^2}{9m^2n^3(m^2-n^2)} = \frac{(m+n)3}{mn(m-n)(m+n)} = \frac{3}{mn(m-n)}. \blacktriangle$$

Барои ба даража бардоштани касрҳои алгебравӣ аз формулаи $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ истифода мебарем.

Масалан,

$$\left(\frac{4a^2}{b}\right)^2 = \frac{16a^4}{b^2}; \quad \left(\frac{a+b}{3c}\right)^3 = \frac{(a+b)^3}{27c^3}.$$

Касрҳоро зарб кунед (74–75):

74. 1) $\frac{85}{24} \cdot \frac{72}{17}$; 2) $\frac{256}{169} \cdot \frac{13}{64}$; 3) $50 \cdot \frac{7}{625}$; 4) $\frac{5}{26} \cdot 39$.

75. 1) $\frac{a^3b}{c} \cdot \frac{c^2}{a^4}$; 3) $\frac{6a}{5b} \cdot \frac{15c}{2d}$; 5) $\frac{2a}{3b} \cdot 3c$;
2) $\frac{m^2n^2}{k} \cdot \frac{k^3}{m^3n^3}$; 4) $\frac{4m}{9n} \cdot \frac{27k}{16d}$; 6) $14a^2 \cdot \frac{b^2}{7c^3}$.

76. Касрҳоро тақсим кунед:

1) $\frac{3}{5} : \frac{3}{7}$; 3) $\frac{a}{8} : \frac{1}{3}$; 5) $\frac{2}{a} : \frac{6}{7}$;
2) $\frac{11}{12} : \frac{2}{5}$; 4) $\frac{6}{c} : \frac{m}{13}$; 6) $\frac{9}{35} : \frac{b}{5}$.

77. Касрҳоро тақсим кунед:

1) $\frac{8}{17} : \frac{8}{17}$; 3) $\frac{3a}{7b} : \frac{a}{b}$; 5) $\frac{2a}{3b} : \frac{a^2}{bc}$;
2) $\frac{a}{b} : \frac{a}{b}$; 4) $\frac{c}{2d} : \frac{4c^2}{5d}$; 6) $\frac{5m}{n^2} : \frac{10m^3}{n}$.

78. Касрҳоро тақсим кунед:

1) $\frac{17}{12} : \frac{34}{39}$; 3) $\frac{4}{13} : 5$; 5) $12 : \frac{8}{9}$;
2) $\frac{54}{25} : \frac{81}{75}$; 4) $\frac{a}{b} : c$; 6) $a : \frac{b}{c}$.

79. Касрҳоро тақсим қунед:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{a^2b}{c} : \frac{a^4}{c^2}; & 3) \frac{4a}{5b} : \frac{12c}{25d}; & 5) \frac{6a}{5b} : (5c); \\ 2) \frac{mn}{k} : \frac{m^2n^2}{k^3}; & 4) \frac{8m}{9n} : \frac{16k}{27d}; & 6) 12a^2 : \frac{4d}{5c^2}. \end{array}$$

Амалҳои зеринро иҷро қунед **(80–86)**:

$$\begin{array}{lll} \mathbf{80.} \quad 1) \left(\frac{5a}{7b}\right)^2 \cdot \frac{14b^2}{25a^3}; & 2) \left(\frac{3a^2}{2b}\right)^3 \cdot \frac{16b^3}{21a^4}; & 3) \frac{2a^2}{5b^2} : \frac{12a^2}{15b^2}; \\ 4) \frac{3a^3}{7b} : \frac{9a^4}{21b}; & 5) \left(\frac{ab}{cd}\right)^2 \cdot acd; & 6) abc^2 \cdot \left(\frac{ab}{cd}\right)^2. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \mathbf{81.} \quad 1) \frac{8a^2b}{9c} \cdot \frac{36c^3}{5a^3b}; & 3) \frac{16x^2y}{7z} : \frac{20xy^3}{21z^2}; & 5) \frac{18m^3n^5}{7k} : (9n^2); \\ 2) \frac{7b^4}{9c^5y} : \frac{35b^4c^2}{18c^4y^2}; & 4) \frac{46d^3c}{15a} : \frac{23dc^2}{5a^3}; & 6) 24k^2 : \frac{12m^4k^2}{11p^3n}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \mathbf{82.} \quad 1) \frac{3x^2y}{4a^2b} \cdot 4a^2b; & 3) 15xy : \frac{30xy}{7a^2b}; \\ 2) \frac{5a^2b}{7xy^2} \cdot 14xy^2; & 4) \frac{7x^2y}{2a^2b} : (14x^2y). \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \mathbf{83.} \quad 1) \frac{7-x}{a+b} \cdot \frac{a-b}{7-x}; & 3) \frac{c+d}{c-d} : \frac{c}{c-d}; & 5) \frac{a^2-ab}{b} \cdot \frac{b}{a}; \\ 2) \frac{x-y}{2a} \cdot \frac{4b}{x-y}; & 4) \frac{a-b}{2b} : \frac{a-b}{6b^2}; & 6) \frac{a^2-ab}{b} \cdot \frac{b}{a}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \mathbf{84.} \quad 1) \frac{a+1}{b} \cdot \frac{4b^2}{a^2-1}; & 4) \frac{5m}{m^2-n^2} : \frac{15m^3}{m-n}; \\ 2) \frac{1-a}{3b^2} \cdot \frac{b^3}{1-a^2}; & 5) \frac{3(x+y)}{4y^2(x^2+y^2)} \cdot \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}; \\ 3) \frac{a^2-b^2}{9b^2} : \frac{a+b}{3b}; & 6) \frac{5(a-b)}{3(a^2+b^2)} : \frac{(a-b)^2}{a^2+b^2}. \end{array}$$

85. 1) $\frac{a^2 - b^2}{3a + 3b} \cdot \frac{3a^2}{5b - 5a};$

4) $\frac{3n^2 - 3m^2}{n^2 + np} \cdot \frac{6m - 6n}{n + p};$

2) $\frac{5x^2 - 5y^2}{x^2 + y^2} \cdot \frac{3x^2}{10y - 10x};$

5) $\frac{a^2 + b^2}{x^3 + x^2 y} \cdot \frac{x^2 - y^2}{a^4 - b^4};$

3) $\frac{a^2 - 25}{a^2 - 3a} : \frac{a + 5}{9 - a^2};$

6) $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - ab} : \frac{a^4 b - b^5}{a^2 b - ab^2};$

86. 1) $\frac{a - 5}{a^2 + 6a + 9} \cdot \frac{(a + 3)^2}{a^2 - 25};$

3) $\frac{a^2 - 49}{a^2 + 2ab + b^2} \cdot \frac{a + b}{a - 7};$

2) $\frac{b^2 - 8b + 16}{b + 3} : \frac{(b - 4)^2}{b^2 - 9};$

4) $\frac{a^2 - 2a + 1}{2a + 1} : \frac{a - 1}{4a^2 - 1};$

§ 6. АЙНИЯТАН ТАБДИЛДИҲИИ ИФОДАҲОИ РАТСИОНАЛИИ КАСРҲИ



Ифодае, ки бо ёрии аломатҳои амалҳои арифметикӣ аз яқоягии яқчанд касрҳои алгебравӣ тартиб дода шудааст, ифодаи ратсионалии касрӣ ном дорад. Бисёраъзои дар маҳраҷи ифодаи ратсионалии касрӣ буда ғайри сифрӣ шуданаш лозим.

Ифодаҳои ратсионалии касриро аз қоидаҳои касрҳои алгебравӣ иттиҳодкунанда истифода бурда содда кардан ва ба онҳо табдилдиҳии айнияти иҷро кардан мумкин аст.

Масъалаи 1. Ифодаи ратсионалии касриро содда кунед:

$$R(x, y) = \frac{1 + \frac{1}{x}}{\frac{6}{x} + \frac{6}{xy} + \frac{12}{y}} - \frac{\frac{xy}{6}}{2x + y + 1}, \quad x \neq 0, y \neq 0.$$

△ Мувофиқи қоидаҳои ба маҳраҷи умумӣ овардан ва ҳамъ кардани касрҳои алгебравӣ:

$$R(x, y) = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{6y+12x+6}{xy}} - \frac{\frac{xy}{6}}{2x+y+1};$$

Дар асоси қоидаи тақсими касрҳои алгебравӣ:

$$\frac{(x+1)xy}{x(12x+6y+6)} - \frac{xy}{6(2x+y+1)};$$

Ба адади аз сифр фарқкунанда ($x \neq 0$) ихтисор карда қавсҳоро мекушоем:

$$\frac{(x+1)y}{12x+6y+6} - \frac{xy}{12x+6y+6};$$

Мувофиқи қоидаи тарҳи касрҳои алгебрави:

$$\frac{xy+y-xy}{12x+6y+6};$$

Аъзоҳои монандро ислоҳ карда зарбкунандаи умумиро дар махраҷ аз қавс мебарорем:

$$\frac{y}{12x+6y+6} = \frac{y}{6(2x+y+1)};$$

Ҷавоб: $R(x, y) = \frac{y}{6(2x+y+1)}.$ ▲

Масъалаи 2. Ифодаро содда кунед: $\left(\frac{a+1}{2a-2} - \frac{1}{2a^2-2}\right) \cdot \frac{2a+2}{a+2}.$

△ Ифодаҳои дохили қавсҳоро содда мекунем:

$$\begin{aligned} \frac{a+1}{2a-2} - \frac{1}{2a^2-2} &= \frac{a+1}{2(a-1)} - \frac{1}{2(a^2-1)} = \frac{(a+1)^2-1}{2(a^2-1)} = \\ &= \frac{(a+1-1)(a+1+1)}{2(a^2-1)} = \frac{a(a+2)}{2(a+1)(a-1)}. \end{aligned}$$

Ҳосили зарбро меёбем:

$$\frac{a(a+2)}{2(a+1)(a-1)} \cdot \frac{2a+2}{a+2} = \frac{a(a+2)2(a+1)}{2(a+1)(a-1)(a+2)} = \frac{a}{a-1}. \quad \blacktriangle$$

Масъалаи 3. Амалҳои нишондодашударо иҷро намоед:

$$\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} \right) : \left(\frac{a+b}{a-b} - 1 \right).$$

$\triangle$ Амали доҳили қавси якумро иҷро менамоем:

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} &= \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{(a+b+a-b)(a+b-a+b)}{a^2 - b^2} = \\ &= \frac{2a \cdot 2b}{a^2 - b^2} = \frac{4ab}{a^2 - b^2}. \end{aligned}$$

Амали доҳили қавси дуюмро иҷро мекунем:

$$\frac{a+b}{a-b} - 1 = \frac{a+b-a+b}{a-b} = \frac{2b}{a-b}.$$

Амали тақсимро иҷро менамоем:

$$\frac{4ab}{a^2 - b^2} : \frac{2b}{a-b} = \frac{4ab(a-b)}{(a^2 - b^2)2b} = \frac{2a}{a+b}. \quad \blacktriangle$$

Масъалаи 4. Ҳавз бо воситаи кубури якум дар a соат, ба воситаи кубури дуюм бошад дар b соат пур мешавад. Агар ҳар ду кубур дар як вақт кушода шавад, ҳавз дар чанд соат пур мешавад?

$\triangle$ Бигузур ҳаҷми ҳавз V бошад. Дар як соат кубури якум ҳаҷми баробари $\frac{V}{a}$ ва кубури дуюм ҳаҷми баробари $\frac{V}{b}$ бударо пур мекунад; ҳар ду кубур дар як соат ҳаҷми баробари $\frac{V}{a} + \frac{V}{b}$ бударо пур мекунад. Бигузур t вақти матлуб бошад. Дар t соат ҳар ду кубур тамоми ҳавзро бояд бо об пур кунад. Яъне,

$$\left(\frac{V}{a} + \frac{V}{b} \right) t = V.$$

Ҳар ду қисми баробарино ба V тақсим карда,

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)t = 1$$

-ро ҳосил мекунем. Суммаи касрҳои дохилии кавсҳо ба $\frac{a+b}{ab}$

баробар аст. Пас $\frac{a+b}{ab}t = 1$, аз ин ҷо $t = \frac{ab}{a+b}$. ▲

Машиқҳо

Амалҳои нишондодашударо иҷро кунед (87–92):

87. 1) $\left(\frac{a}{2} - \frac{a}{3}\right) \cdot \frac{1}{a^2}$; 3) $\frac{a-b}{a+b} \left(\frac{a}{5} + \frac{b}{5}\right)$; 5) $1 : \left(1 + \frac{1}{a}\right)$;

2) $\frac{a^2}{3} \cdot \left(\frac{2}{a} + \frac{2}{a^2}\right)$; 4) $\frac{ab}{a-b} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$; 6) $b : \left(b + \frac{1}{b}\right)$.

88. 1) $\left(1 + \frac{1}{a}\right) : \left(1 - \frac{1}{a}\right)$; 3) $\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 2\right) : \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$;

2) $\left(a + \frac{a}{b}\right) \left(a - \frac{a}{b}\right)$; 4) $\left(\frac{m}{n} + \frac{n}{m} + 2\right) \left(1 + \frac{m-n}{m+n}\right)$.

89. 1) $\left(1 - \frac{a-b}{a+b}\right) \left(2 + \frac{2b}{a-b}\right)$; 3) $\left(\frac{6}{a-b} - \frac{5}{a+b}\right) \cdot \frac{a-b}{a+11b}$;

2) $\left(1 + \frac{a+b}{a-b}\right) \left(2 - \frac{2a}{a+b}\right)$; 4) $\left(\frac{3}{c} + \frac{3}{c+d}\right) \cdot \frac{c}{18(2c+d)}$.

90. 1) $\left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1}\right) : \frac{4m}{10m-5}$; 3) $\frac{y-1}{y} : \left(\frac{y^2+1}{y^2+2y} - \frac{2}{y+2}\right)$;

2) $\left(\frac{z+6}{3z+9} - \frac{1}{z+3}\right) : \frac{z+2}{27z}$; 4) $\frac{m-2}{m-5} : \left(\frac{m^2+24}{m^2-25} - \frac{4}{m-5}\right)$.

91. 1) $\frac{a^2 + ab}{a^2 + b^2} \cdot \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} \right)$; 3) $\left(\frac{c+d}{c} - \frac{2c}{c-d} \right) \cdot \frac{d-c}{c^2 + d^2}$;
 2) $\frac{ab-b^2}{a^2+b^2} \cdot \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} \right)$; 4) $\left(\frac{2c}{c+d} + \frac{d-c}{c} \right) \cdot \frac{c+d}{c^2 + d^2}$.
 92. 1) $\left(\frac{a+1}{2a-1} + \frac{6}{2a^2-2} - \frac{a+3}{2a+2} \right) \cdot \frac{4a^2-4}{3}$; 3) $\frac{a^2-c^2}{a+b} \cdot \frac{a^2-b^2}{ac+c^2} \cdot \left(a + \frac{ac}{a-c} \right)$;
 2) $\left(\frac{b}{a^2+ab} + \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2+ab} \right) : \frac{a^2-b^2}{4ab}$; 4) $\frac{c^2-ac}{a^2-b^2} \cdot \frac{a-b}{c^2-a^2} : \left(c - \frac{ac}{a+c} \right)$.

93. Массай пораи яхи ҳаҷмаш V ба p килограмм баробар аст. Массай пораи ҳаҷми V_1 ба чӣ баробар аст?
94. Автомобил бо суръати миёнаи v км дар як соат ҳаракат карда, s километр роҳро тай намуд. Мотосикле, ки бо суръати u километр дар як соат ҳаракат мекунад дар ҳамин вақт чӣ қадар роҳро тай менамояд?
95. Суръати хоси қайси мотордор v километр дар як соат буда, суръати ҷараёни дарё v_1 километр дар як соат аст. Қайқ ба равиши ҷараён ҳаракат карда, масофаи s километрро тай намуд. Дар ҳамин вақт қайқ ба муқобили ҷараён ҳаракат карда, қадом масофаро тай мекунад?
96. (Масъалаи Абу Райҳон Берунӣ.) Аз ду чихоз 10 донаи якеаш як динор ва 15 донаи дуюмаш як динор аст. Ба як динор аз ду чихоз ба миқдори баробар чанд донагӣ харидан мумкин аст?

§ 7. ФУНКСИЯИ $y = \frac{k}{x}$. ХОСИЯТҲО ВА ГРАФИКИ ОН

Масъалаи 1. Графики функцияи $y = \frac{1}{x}$ -ро созад.

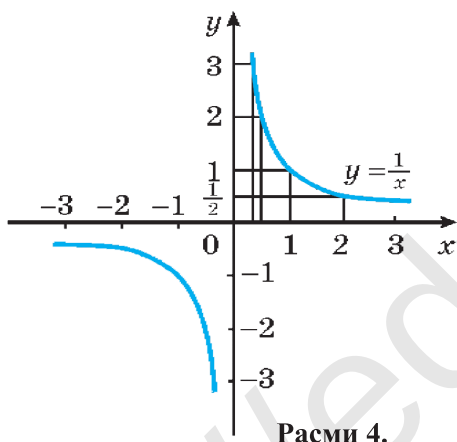
- △ 1) соҳаи муайяниаш ҳамаи ададҳои ҳақиқии аз сифр фарқкунанда.
 2) функцияи тоқ аст, чунки ҳангоми $x \neq 0$ будан, $\frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}$;
 3) функция дар фосилаи $x > 0$ мувофиқи хосияти функцияи

дарачагии нишондиҳандаи манфӣ камшаванда аст, чунки $\frac{1}{x} = x^{-1}$;

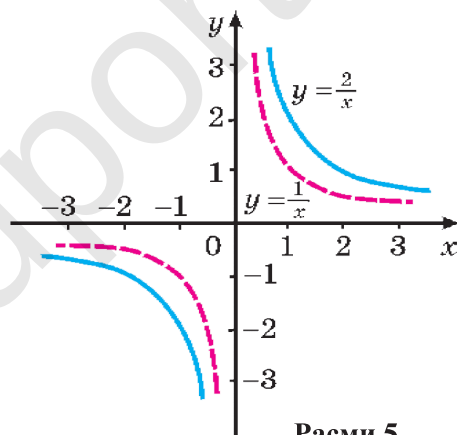
4) ҳангоми $x > 0$ будан, функция қиматҳои мусбат қабул мекунад.

5) якчанд нуқтаҳои ба график муталлиқ масалан, $(\frac{1}{3}; 3)$, $(\frac{1}{2}; 2)$, $(1; 1)$, $(2; \frac{1}{2})$ -ро ёфта, барои қиматҳои $x > 0$ як қисми графикро месозем ва баъдан бо ёрии симметрия барои $x < 0$ қисми боқимондашро месозем (расми 4).

Графики функцияи $y = \frac{1}{x}$ гипербола номида мешавад. Он аз ду қисм, ки шохаҳо номида мешавад, сохта шудааст. Яке аз шохаҳо дар чоряки якӯм, дуюмаш, дар чоряки сеюм ҷой гирифтааст.



Расми 4.



Расми 5.

Масъалаи 2. Графики функцияи $y = \frac{k}{x}$ -ро ҳангоми $k = 2$ ва $k = -2$ будан, созед.

△ Хотиррасон мекунем, ки ҳангоми қиматҳои якхелаи аргумент қиматҳои функцияи $y = \frac{2}{x}$ дар вақти ба 2 зарб задани қиматҳои функцияи $y = \frac{1}{x}$ ҳосил мешавад. Ин бошад, аз он далолат медиҳад, ки графики функцияи $y = \frac{2}{x}$ баробари функцияи $y = \frac{1}{x}$ -ро бо роҳи аз тири абсиссаҳо ба тири ординатаҳо ду маротиба ёзонидан ҳосил карда мешавад (Расми 5).

Қимати функцияи $y = -\frac{2}{x}$ аз қимати функцияи $y = \frac{2}{x}$ танҳо бо ишорааш фарқ мекунад. Аз ин мебарояд, ки графики функцияи $y = -\frac{2}{x}$ нисбати тири абсиссаи графики функцияи $y = \frac{2}{x}$ симметрий мебошад (расми 6). ▲

Барои $k \neq 0$ -и дилхоҳ графики функцияи $y = \frac{k}{x}$ ҳам гипербола номида мешавад. Гипербола аз ду шоха иборат аст. Онҳо, агар $k > 0$ бошад, дар чоряки якум ва сеюм, агар $k < 0$ бошад, дар чоракҳои дуюм ва чорум меҳобанд.



$y = \frac{k}{x}$ (дар ин ҷо $k > 0$) ба як қатор хосиятҳои функцияи $y = \frac{1}{x}$ дорост, аз ҷумла ин функция:

- 1) ҳангоми $x \neq 0$ муайянишуда;
- 2) ҳамаи қимматҳои ҳақиқии аз сифр фарқкунандаро қабул мекунад;
- 3) тоқ;
- 4) ҳангоми $x > 0$ қиматҳои мусбат ва ҳангоми $x < 0$ қиматҳои манфиро қабул мекунад;
- 5) дар фосилаи $x < 0$ ва $x > 0$ кам мешавад;

Агар $k < 0$ бошад, он гоҳ функцияи $y = \frac{k}{x}$ хосиятҳои 1–3-ро дорост; хосиятҳои 4–5 бошад, чунин ифода мешавад;

4) ҳангоми $x < 0$ қиматҳои мусбат ва ҳангоми $x > 0$ қиматҳои манфиро қабул мекунад;

5) дар фосилаи $x < 0$ ва $x > 0$ меафзояд.

Функцияи $y = \frac{k}{x}$ ҳангоми $k > 0$ будан, x ва y алоқамандии мутаносиби чаппаро ифода мекунад. Чунин алоқамандии байни бузургиҳо бештар дар физика, техника ва соҳаҳои дигар воমেҳӯранд.

Масалан, ҳисм ҳангоми дар атрофи давра бо суръати тағйирнаёбандаи v ҳаракат кардан, бо шитоби марказшито

$a = \frac{v^2}{r}$ (дар ин ҷо r – радиуси давра) ҳаракат мекунад, яъне дар ин маврид шитоб ба радиуси давра мутаносиби чаппа аст.

Масъалаи 3. Моҳ аз Замин дар масофаи $3,84 \cdot 10^8$ м дур. Моҳ дар давоми 27,3 шабонарӯз дар атрофи Замин як маротиба давр зада мебарояд. Суръати марказшитоби Моҳро ҳисоб кунед.

△ Шитоби a -ро аз рӯи формулаи $a = \frac{v^2}{r}$ ҳисоб мекунем дар ин ҷо $v = \frac{C}{t}$, $C = 2\pi r$, $t = 27,3 \cdot 24 \cdot 3600$ s, $r = 3,84 \cdot 10^8$.

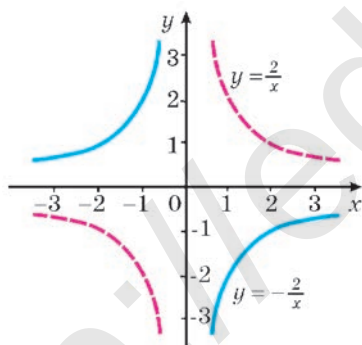
Он гоҳ:

$$a = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 3,84 \cdot 10^8}{(27,3 \cdot 24 \cdot 3600)^2} \approx 2,72 \cdot 10^{-3}.$$

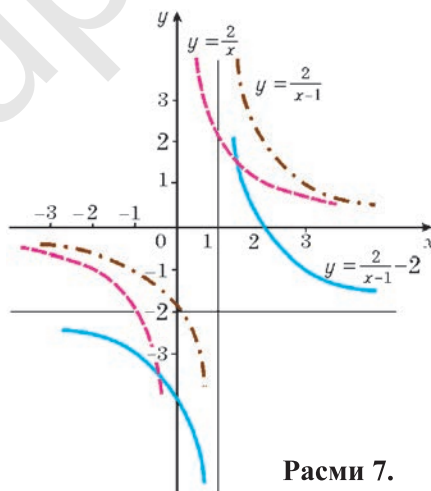
Ҷавоб: $2,72 \cdot 10^{-3}$ м/с². ▲

Масъалаи 4. Графики функсияи $y = \frac{2}{x-1} - 2$ -ро созед.

△ Графики функсияи $y = \frac{2}{x-1} - 2$ -ро (расми 6) бо роҳи графики функсияи $y = \frac{2}{x}$ -ро кад-кади тири OX ба тарафи рост як воҳид ва кад-кади тири OY ба поён ду воҳид кӯчонидан ҳосил кардан мумкин аст (расми 7). ▲



Расми 6.



Расми 7.

Машқҳо

97. Графики функсияи $y = \frac{2}{x}$ -ро созед. Муайян кунед, ки дар кадом қиматҳои x :

- 1) $y(x) = 4$;
 - 2) $y(x) = -\frac{1}{2}$;
 - 3) $y(x) > 4$;
 - 4) $y(x) \leq 1$
- мебошад.

98. Дар як ҳамвори координатӣ графикҳои функсияҳои $y = \frac{1}{x}$ ва $y = x$ ро созед. Муайян кунед, дар кадом қиматҳои x :

- 1) буриши графикҳои ин функсияҳо;
- 2) графики функсияи якум аз графики функсияи дуюм дар боло (дар поён) меҳобад.

99. Графики функсияҳоро насохта, нуктаҳои буриши онҳоро ёбед:

- 1) $y = \frac{12}{x}, y = 3x$; 2) $y = -\frac{8}{x}, y = -2x$;
- 3) $y = \frac{2}{x}, y = x - 1$; 4) $y = \frac{6}{x+1}, y = x + 2$.

100. Графики функсияҳоро сохта, нуктаҳои тақрибии буриши онҳоро ёбед:

- 1) $y = \frac{3}{x}, y = x + 1$; 2) $y = -\frac{3}{x}, y = 1 - x$;
- 3) $y = \frac{2}{x}, y = x^2 + 2$; 4) $y = \frac{1}{x}, y = x^2 + 4x$.

101. Дар цилиндр, дар зери поршен газ бо ҳарорати тағйирнаёбанда истодааст. Ҳаҷми газ V (бо литрҳо) дар фишори p (атмосфера) бо формулаи $V = \frac{12}{p}$ ҳисоб карда мешавад.

1) дар вақти фишор 4 атм, 5 атм; 10 атм шудан, ҳаҷми ишғолкардаи газро ёбед.

2) Ҳангоми чӣ гуна будани фишор ҳаҷми 3л; 5л; 15 л ишғол кардани газро ҳисоб кунед.

3) Графики алоқамандии ҳаҷми газро бо фишор созед.

102. Дар реостат қувваи ҷараён I (бо амперҳо) бо формулаи $I = \frac{U}{R}$ чен карда мешавад, дар ин ҷо U – шиддат (бо вольт), R – муқовимат (дар омҳо).

1) Ҳангоми $U=6$ будан, графики алоқамандии $I(R)$ -ро созед.

2) Аз рӯи график тақрибан ёбед: а) қувваи ҷараёнро ҳангоми 6, 12, 20 Ом будани муқовимат; б) муқовимати реостатро ҳангоми 10, 5, 1,2 А будани қувваи ҷараён.

103. Автомобил дар қисми роҳи давршакли радиусаш 150 м бо суръати 60 км/соат ҳаракат мекунад. Суръати марказшитоби автомобилро ёбед. Агар суръати автомобил мисли пештара монда, радиуси

қисми роҳи даврашакл калон шавад, суръати марказшитоб зиёд мешавад ё кам?

104. Графики функцияро созед:

$$1) y = \frac{3}{x} - 2; \quad 2) y = \frac{2}{x} + 1; \quad 3) y = \frac{2}{x+2} - 1; \quad 4) y = \frac{3}{1-x} + 1.$$

§ 8. РЕШАИ АРИФМЕТИКИИ ДАРАЧАИ НИШОНДИҲАНДААШ НАТУРАЛӢ ВА ХОСИЯТҲОИ ОН

Математик ва астрономи барҷастаи Осиёи Миёна Чамшед ибн Масъуд ибн Маҳмуд Ғиёсиддин ал- Кошӣ (тахминан соли 1430 вафот кардааст) амали баровардани решаи дараҷаи n -ро аз адади дилхоҳ кашф намуд. Боби якуми асари вай “Мифтоҳи ҳисоб” муайян кардани асоси дараҷа номида шудааст.

Масъалаи зеринро дида мебароем.

Масъалаи 1. Муодиларо ҳал кунед: $x^4 = 81$.

Δ Муодиларо дар намуди $x^4 - 81 = 0$ ёки $(x^2 - 9)(x^2 + 9) = 0$ навишта мегирем. Ҳангоми $x^2 + 9 \neq 0$ будан, $x^2 - 9 = 0$ мешавад, аз ин ҷо,
 $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3) = 0$, $x_1 = 3$, $x_2 = -3$. **▲**

Ҳамин тавр, муодилаи $x^4 = 81$ ду решаи ҳақиқӣ дорад: $x_1 = 3$, $x_2 = -3$. Онҳоро решаҳои дараҷаи чоруми адади 81, решаи мусбатро (адади 3) бошад, решаи арифметикий дараҷаи чоруми адади 81 *мегӯянд ва ин тавр ишора карда мешавад*: $\sqrt[4]{81}$. Ҳамин тавр, $\sqrt[4]{81} = 3$.

Дорои решаи ягонаи *ғайриманфӣ* набудани муодилаи $x^n = a$ (дар ин ҷо n – адади натуралӣ, a – адади *ғайриманфӣ*)-ро исбот кардан мумкин аст. Ин решаро решаи арифметикий дараҷаи n -и адади a меноманд.



Таъриф. Решаи арифметикий дараҷаи нишондиҳандааш натуралӣ $n \geq 2$ -и адади *ғайриманфӣ* a гуфта, адади *ғайриманфӣ* дараҷаи n -умаш ба a баробарро меноманд.

Решаи арифметикий дараҷаи n -и адади a ин тавр ишора мешавад: $\sqrt[n]{a}$. Адади a ифодаи таҳти реша номида мешавад.

Агар $n = 2$ бошад, дар он ҳолат ба ҷои $\sqrt[n]{a}$ чунин навишта мешавад: $\sqrt{a}$.

Решаи арифметикии дараҷаи дуум, решаи квадратӣ низ номида мешавад, решаи дараҷаи 3 бошад, решаи кубӣ ном дорад.

Ҳангоми дар бораи решаи арифметикии дараҷаи n сухан гуфтан, дар ҳолатҳои дақиқ мухтасар "решаи дараҷаи n " гуфта мешавад.



Аз таърифи истифода бурда, барои исбот намудани ба b баробар будани $\sqrt[n]{a}$: 1) $b \geq 0$; 2) $b^n = a$ буданаширо нишон додан лозим аст.

Масалан, $\sqrt[3]{64} = 4$, чунки $4 > 0$ ва $4^3 = 64$.



Мувофиқи таърифи решаи арифметикӣ агар $a \geq 0$ бошад, дар он ҳол $(\sqrt[n]{a})^n = a$, $\sqrt[n]{a^n} = a$ мешавад.

Масалан, $(\sqrt[5]{7})^5 = 7$, $\sqrt[6]{13^6} = 13$.

Амале, ки ёфтани решаи дараҷаи n -ро ҷустуҷӯ мекунад, амали баровардани решаи дараҷаи n -ум номида мешавад. Он амали бараксии ба дараҷа бардоштани n мебошад.

Масъалаи 2. Муодилаи $x^3 = -8$ -ро ҳал кунед.

Δ Ин муодиларо монанди $-x^3 = 8$ ё $(-x)^3 = 8$ навиштан мумкин аст. $-x = y$ гуфта ишора мекунем, дар он ҳол $y^3 = 8$ мешавад.

Ин муодила як реша дорад: $y = \sqrt[3]{8} = 2$. Муодилаи $y^3 = 8$ решаи манфӣ надорад, чунки агар $y < 0$ бошад $y^3 < 0$ мешавад. Адади $y = 0$ решаи ин муодила шуда наметавонад.

Ҳамин тавр, муодилаи $y^3 = 8$ танҳо як реша $y = 2$ дорад, пас муодилаи $x^3 = -8$ ҳам танҳо як реша дорад: $x = -y = -2$

Ҷавоб: $x = -2$. ▲

Ҳалли муодилаи $x^3 = -8$ -ро мухтасар ин тавр навиштан мумкин:

$$x = -\sqrt[3]{8} = -2.$$



Умуман, агар барои адади натуралии дилхоҳи тоқи $2k+1$ $a < 0$ бошад, муодилаи $x^{2k+1} = a$ танҳо якто, илова бар ин решаи манфӣ дорад. Ин реша монанди решаи арифметикӣ чунин ишора карда мешавад: $\sqrt[2k+1]{a}$. Онро решаи дараҷаи тоқи адади манфӣ меноманд.

Масалан, $\sqrt[3]{-27} = -3$, $\sqrt[5]{-32} = -2$.

Дар байни решаи дараҷаи тоқи адади a ва решаи арифметикии адади $-a = |a|$ баробарии зерин мавҷуд аст:

$$^{2k+1}\sqrt{a} = -^{2k+1}\sqrt{-a} = -^{2k+1}\sqrt{|a|}.$$

Масалан, $\sqrt[5]{-243} = -\sqrt[5]{243} = -3$.

Машиқҳо

105. (Шифохӣ.) 1) Решаи квадратии арифметикии ададро ёбед:

$$1; \quad 0; \quad 16; \quad 0,81; \quad 169; \quad \frac{16}{121}; \quad \frac{49}{144}.$$

2) Решаи кубии арифметикии ададро ёбед:

$$1; \quad 0; \quad 5; \quad \frac{1}{27}; \quad 0,027; \quad 0,064; \quad 0,729; \quad \frac{1}{343}.$$

3) Решаи арифметикии дараҷаи чоруми ададро ёбед:
0; 1; 16;

Ҳисоб кунед (**106–108**);

106. 1) $\sqrt[6]{36^3}$; 2) $\sqrt[12]{64^2}$; 3) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{25}\right)^2}$; 4) $\sqrt[8]{225^4}$; 5) $\sqrt[7]{2 \cdot 4^3}$.

107. 1) $\sqrt[3]{10^6}$; 2) $\sqrt[3]{3^{12}}$; 3) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}}$; 4) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}}$; 5) $\sqrt[5]{32^2}$.

108. 1) $\sqrt[3]{-8}$; 2) $\sqrt[5]{-1}$; 3) $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$;
4) $\sqrt[5]{-1024}$; 5) $\sqrt[3]{-34^3}$; 6) $\sqrt[7]{-8^7}$.

109. Муодиларо ҳал кунед:

$$1) x^4 = 81; \quad 2) x^5 = -\frac{1}{32}; \quad 3) 5x^5 = -160; \quad 4) 2x^6 = 128.$$

110. Дар кадом қимати x ифода маъно дорад:

$$1) \sqrt[6]{2x-3}; \quad 2) \sqrt[3]{x+3}; \quad 3) \sqrt[3]{2x^2-x-1}; \quad 4) \sqrt[4]{\frac{2-3x}{2x-4}}?$$

Ҳисоб кунед (111–112):

111. 1) $\sqrt[3]{-125} + \frac{1}{8}\sqrt[6]{64}$; 2) $\sqrt[5]{32} - 0,5\sqrt[3]{-216}$;
 3) $-\frac{1}{3}\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625}$; 4) $\sqrt[3]{-1000} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{256}$;
 5) $\sqrt[4]{0,0001} - 2\sqrt{0,25} + \sqrt[5]{\frac{1}{32}}$; 6) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{-0,001} - \sqrt[4]{0,0016}$.
 112. 1) $\sqrt{9+\sqrt{17}} \cdot \sqrt{9-\sqrt{17}}$; 2) $(\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}})^2$;
 3) $(\sqrt{5+\sqrt{21}} + \sqrt{5-\sqrt{21}})^2$; 4) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.
 113. 1) а) $x \geq 2$; б) $x < 2$ бошад, $\sqrt[3]{(x-2)^3}$ -ро содда кунед;
 2) а) $x \leq 3$; б) $x > 3$ бошад $\sqrt{(3-x)^6}$ -ро содда кунед;
 114. Ба ҷои n чандто адади натуралӣ нобаробарии $1987 < \sqrt{n} < 1988$ -ро қонекунамда гузоштан мумкин аст?

§ 9. ДАРАҶАИ НИШОНДИҲАНДААШ РАТСИОНАЛӢ ВА ХОСИЯТҲОИ ОН

Масъалаи 1. Ҳисоб кунед: $\sqrt[4]{5^{12}}$.

△ Бинобар $5^{12} = (5^3)^4$ будан, $\sqrt[4]{5^{12}} = \sqrt[4]{(5^3)^4} = 5^3 = 125$. аст ▲

Ҳамин тавр, $\sqrt[4]{5^{12}} = 5^{\frac{12}{4}}$.

Ба монанди ҳамин, нишон додан мумкин аст, ки $\sqrt[5]{7^{-15}} = 7^{-\frac{15}{5}}$



Умуман, n – адади натуралӣ, $n \geq 2$, m – адади бутун ва $\frac{m}{n}$ адади бутун бошад, он гоҳ дар ҳолати $a > 0$ будан, баробарии зерин дуруст аст:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}.$$

(1)

○ Аз рӯи шарт $\frac{m}{n}$ – адади бутун, яъне агар m ба n тақсим карда шавад, адади бутуни k ҳосил мешавад. Дар он ҳолат аз баробарии $\frac{m}{n} = k$, $m = kn$ бармеояд. Хосиятҳои дараҷа ва решаи арифметикиро истифода намуда, ҳосил мекунем:

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^{kn}} = \sqrt[n]{(a^k)^n} = a^k = a^{\frac{m}{n}}. \quad \bullet$$



Агар $\frac{m}{n}$ адади бутун набошад, дар он ҳол дараҷаи $a^{\frac{m}{n}}$ (ин ҷо $a > 0$) мувофиқи дурустии баробарии (1) таъриф меёбад, яъне дар ин ҳол

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}} \quad (2)$$

ҳисоб мешавад.

Ҳамин тавр, формулаи (2) барои адади бутуни дилхоҳи m ва адади натуралии дилхоҳи $n \geq 2$ ва $a > 0$ дуруст мешавад. Масалан,

$$16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^3 = 8; \quad 7^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{7^5} = \sqrt[4]{7^4 \cdot 7} = 7\sqrt[4]{7};$$

$$27^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27^2}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{3^6}} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}.$$

Адади ратсионалии r — ин намуди адади $\frac{m}{n}$ буданаширо, ин ҷо m – адади бутун, n – адади натуралӣ, яъне $r = \frac{m}{n}$ шуданаширо таъкид мекунем. Дар ин ҳол аз рӯи формулаи (2) $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ -ро ҳосил мекунем. Ҳамин тавр, дараҷа барои нишондиҳандаи ратсионалии дилхоҳ ва асоси мусбати дилхоҳ муайян мегардад. Агар $r = \frac{m}{n} > 0$ бошад, дар ин ҳол ифодаи $\sqrt[n]{a^m}$ на танҳо ҳангоми $a > 0$ будан, балки ҳангоми $a = 0$ будан низ маъно дорад. $a = 0$ бошад, $\sqrt[n]{0^m} = 0$. Бинобар ин, ҳангоми $r > 0$ будан, баробарии $0^r = 0$ ҷой дорад.

Аз формулаҳои (1) ва (2) истифода бурда, дараҷаи нишондиҳандаи ратсионалиро дар шакли реша ва баръакс тасвир кардан мумкин аст.



Таъкид мекунем, ки аз формулаи (2) ва хосиятҳои реша баробарии

$$a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{mk}{nk}}$$

бармеояд, ин ҷо $a > 0$, m – адади бутун ва n , k – ададҳои натуралианд.

Масалан, $7^{\frac{3}{4}} = 7^{\frac{6}{8}} = 7^{\frac{9}{12}}$.



Барои нишондиҳандаи ратсионалии дилхоҳ ва дараҷаи асоси мусбат дуруст будани ҳамаи хосиятҳои дараҷаи нишондиҳандааш натуралиро нишон додан мумкин аст. Чунончи, барои ададҳои дилхоҳи ратсионалии p ва q ва $a > 0$ ва $b > 0$ -и дилхоҳ баробариҳои зерин дурустанд:

$$\begin{array}{ll} 1) a^p \cdot a^q = a^{p+q}; & 4) (ab)^p = a^p b^p; \\ 2) a^p : a^q = a^{p-q}; & 5) \left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}. \\ 3) (a^p)^q = a^{pq}; & \end{array}$$

Ин хосиятҳо аз хосиятҳои реша бармеоянд. Масалан хосияти $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ -ро исбот мекунем.

○ Фарз мекунем, $p = \frac{m}{n}$, $q = \frac{k}{l}$ (ин ҷо n ва l – ададҳои натуралӣ, m ва k – ададҳои бутун) бошад, исбот мекунем, ки

$$a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{k}{l}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{k}{l}} \quad (3)$$

аст.

Касрҳои $\frac{m}{n}$ ва $\frac{k}{l}$ -ро ба махраи умумӣ оварда, қисми чапи баробарии (3) -ро дар шакли зерин менависем:

$$a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{k}{l}} = a^{\frac{ml}{nl}} \cdot a^{\frac{kn}{nl}}.$$

Аз таърифи дараҷаи нишондиҳандаш ратсионалӣ, ҳосиятҳои реша ва дараҷаи нишондиҳандаи бутун истифода намуда, ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned} a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{k}{l}} &= a^{\frac{ml}{nl}} \cdot a^{\frac{kn}{nl}} = \sqrt[nl]{a^{ml}} \cdot \sqrt[nl]{a^{kn}} = \\ &= \sqrt[nl]{a^{ml} \cdot a^{kn}} = \sqrt[nl]{a^{ml+kn}} = a^{\frac{ml+kn}{nl}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{k}{l}}. \end{aligned}$$

Ҳосиятҳои боқимондаи дараҷаи нишондиҳандаш ратсионалӣ низ ба ҳамин тарз исбот карда мешаванд. Ба истифодаи ҳосиятҳои дараҷа мисолҳо меорем.

- 1) $7^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{3}{4}} = 7^{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 7;$ $5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{2}{3}} = 5^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = 5^1 = 5;$
- 2) $9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}} = 9^{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3;$ $8^{\frac{2}{3}} : 8 = 8^{\frac{2}{3} - 1} = 8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2};$
- 3) $\left(16^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{9}{4}} = 16^{\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4}} = 16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^{4 \cdot \frac{3}{4}} = 2^3 = 8;$
- 4) $24^{\frac{2}{3}} = (2^3 \cdot 3)^{\frac{2}{3}} = 2^{3 \cdot \frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} = 4\sqrt[3]{3^2} = 4\sqrt[3]{9};$
- 5) $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{8^{\frac{1}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}} = \frac{(2^3)^{\frac{1}{3}}}{(3^3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{3};$ $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{2^4}{3^4}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{2}{3}.$

Масъалаи 2. Ҳисоб кунед: $25^{\frac{1}{5}} \cdot 125^{\frac{1}{5}}.$

$$\triangle 25^{\frac{1}{5}} \cdot 125^{\frac{1}{5}} = (25 \cdot 125)^{\frac{1}{5}} = (5^5)^{\frac{1}{5}} = 5. \blacktriangle$$

Масъалаи 3. Ифодаро содда кунед: $\frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}.$

$$\triangle \frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{ab\left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = ab. \blacktriangle$$

Масъалаи 4. Ифодаро содда кунед: $\frac{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{7}{3}}}{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{4}{3}}} - \frac{a^{-\frac{1}{3}} - a^{\frac{5}{3}}}{\frac{2}{a^{\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}}}}.$

$$\begin{aligned} \Delta \quad & \frac{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{7}{3}}}{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{4}{3}}} - \frac{a^{-\frac{1}{3}} - a^{\frac{5}{3}}}{\frac{2}{a^{\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}}}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}(1 - a^2)}{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}(1 - a)}} - \frac{a^{-\frac{1}{3}}(1 - a^2)}{\frac{1}{a^{-\frac{1}{3}}(1 + a)}} = \\ & = 1 + a - (1 - a) = 2a. \quad \blacktriangle \end{aligned}$$

Дар мисоли $3^{\sqrt{2}}$ чӣ гуна дохил кардани дараҷаи нишондиҳандааш ирратсионалиро дида мебароем. Қимматҳои тақрибии $\sqrt{2}$ -ро то 0,1; 0,01; 0,001; ... ва ҳоказо пай дар пай дақиқ менависем. Дар он ҳол пайдарпаии зерин ҳосил мешавад:

$$1,4; 1,41; 1,414; 1,4142; \dots$$

Пайдарпаии нишондиҳандааш дараҷаи адади 3-ро бо ҳамин нишондиҳандаҳои ратсионалӣ менависем:

$3^{1,4}; 3^{1,41}; 3^{1,414}; 3^{1,4142}; \dots$ Қимати тақрибии пайдарпаи ягон адади ҳақиқии монанди $3^{\sqrt{2}}$ ишорашуда будани ин дараҷахоро бо таври зерин нишон додан мумкин аст:

$$3^{1,4} = \underline{4}, 6555355,$$

$$3^{1,41} = \underline{4,7069644},$$

$$3^{1,414} = \underline{4,7276942},$$

$$3^{1,442} = \underline{4,7287329},$$

$$3^{\sqrt{2}} \approx \underline{4,7288033}.$$

Асоси мусбати a ва дараҷаи a^b -и нишондиҳандаи ирратсионалии дилхоҳ ҳамин тавр таъриф дода мешавад. Ҳамин тавр акнун дараҷаи асоси мусбат барои нишондиҳандаи дилхоҳи ҳақиқӣ таъриф карда мешавад, илова бар ин, хосиятҳои дараҷаи нишондиҳандаи ҳақиқӣ ба хосиятҳои дараҷаи нишондиҳандаи ратсионалӣ монанд мебошанд.

Машиқҳо

115. (Шифохўй.) Дар намуди дараҷаи нишондиҳандаш ратсионалӣ нависед:

1) $\sqrt{x^3}$; 2) $\sqrt[3]{a^4}$; 3) $\sqrt[4]{b^3}$; 4) $\sqrt[5]{x^{-1}}$; 5) $\sqrt[6]{a}$; 6) $\sqrt[7]{b^{-3}}$.

116. (Шифохўй.) Дар шакли решаи дараҷаи нишондиҳандаш бутун ифода кунед:

1) $x^{\frac{1}{4}}$; 2) $y^{\frac{2}{5}}$; 3) $a^{-\frac{5}{6}}$; 4) $b^{-\frac{1}{3}}$; 5) $(2x)^{\frac{1}{2}}$; 6) $(3b)^{-\frac{2}{3}}$.

Ҳисоб кунед (**117–120**):

117. 1) $64^{\frac{1}{2}}$; 2) $27^{\frac{1}{3}}$; 3) $8^{\frac{2}{3}}$;

4) $81^{\frac{3}{4}}$; 5) $16^{-0,75}$; 6) $9^{-1,5}$.

118. 1) $2^{\frac{4}{5}} \cdot 2^{\frac{11}{5}}$; 2) $5^{\frac{2}{7}} \cdot 5^{\frac{5}{7}}$; 3) $9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}}$; 4) $4^{\frac{1}{3}} : 4^{\frac{5}{6}}$;

5) $(7^{-3})^{-\frac{2}{3}}$; 6) $\left(8^{\frac{1}{12}}\right)^{-4}$; 7) $8^{\frac{4}{5}} : 8^{\frac{7}{15}}$; 8) $(5^{-4})^{-\frac{3}{4}}$.

119. 1) $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}}$; 2) $7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{2}{3}}$; 3) $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}}$; 4) $150^{\frac{3}{2}} : 6^{\frac{3}{2}}$.

120. 1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$; 2) $(0,04)^{-1,5} - (0,125)^{-\frac{2}{3}}$;

3) $8^{\frac{9}{7}} : 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{4}{5}}$; 4) $\left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5} + \left((0,2)^{\frac{3}{4}}\right)^{-4}$.

121. Ҳисоб кунед:

1) $a=0,09$ бошад, қимати $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$ -ро;

2) $b=27$ бошад, қимати $\sqrt{b} : \sqrt[6]{b}$ -ро;

3) $b=1,3$ бошад, қимати $\frac{\sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[6]{b}}$ -ро;

4) $a=2,7$ бошад, қимати $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[12]{a^5}$ -ро.

122. Дар шакли дараҷаи нишондиҳандаш ратсионалӣ тасвир кунед:

- 1) $a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$; 2) $b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b}$; 3) $\sqrt[3]{b} : b^{\frac{1}{6}}$;
4) $a^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{a}$; 5) $x^{1,7} \cdot x^{2,8} : \sqrt{x^5}$; 6) $y^{-3,8} : y^{-2,3} \cdot \sqrt{y^3}$.

Ифодаро содда кунед (**123–124**):

123. 1) $(a^4)^{-\frac{3}{4}} \cdot (b^{-\frac{2}{3}})^{-6}$; 2) $\left(\left(\frac{a^6}{b^{-3}}\right)^4\right)^{\frac{1}{12}}$; 3) $(a^{-7})^{-\frac{5}{7}} \cdot (b^{-\frac{3}{4}})^{-4}$.

124. 1) $\frac{a^{\frac{4}{3}}(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}})}{\frac{1}{a^4}(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}})}$; 2) $\frac{b^{\frac{1}{5}}(\sqrt[5]{b^4} - \sqrt[5]{b^{-1}})}{b^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{b^{-2}})}$; 3) $\frac{a^{\frac{5}{3}}b^{-1} - ab^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}}$;
4) $\frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$; 5) $\frac{a^{-\frac{1}{3}}(a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{4}{3}})}{\frac{2}{a^5}(a^{\frac{8}{5}} - a^{-\frac{2}{5}})}$; 6) $\frac{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}}$.

125. Ҳисоб кунед:

1) $\left(2^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}} - 3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}}\right) \cdot \sqrt[3]{6}$; 2) $\left(5^{\frac{1}{4}} : 2^{\frac{3}{4}} - 2^{\frac{1}{4}} : 5^{\frac{3}{4}}\right) \cdot \sqrt[4]{1000}$.

126. Ифодаро содда кунед:

1) $a^{\frac{1}{9}}\sqrt[6]{a^3\sqrt{a}}$; 2) $b^{\frac{1}{12}}\sqrt[3]{b^4\sqrt{b}}$; 3) $(\sqrt[3]{ab^{-2}} + (ab)^{-\frac{1}{6}})\sqrt[6]{ab^4}$;
4) $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab})$; 5) $\frac{x-y}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}}$; 6) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\frac{1}{a^4}-\frac{1}{b^4}}$;
7) $\frac{m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}}{m+2\sqrt{mn}+n}$; 8) $\frac{c-2c^{\frac{1}{2}}+1}{\sqrt{c}-1}$; 9) $(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}})$.

Ифодаро содда кунед: (**127–129**):

127. 1) $\left(1 - 2\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{a}\right) : \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2$; 2) $\left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right) : \left(2 + \sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)$;

$$3) \frac{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{5}{4}}} - \frac{b^{-\frac{1}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}} - b^{-\frac{1}{2}}};$$

$$128. 1) \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{ab^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} - \frac{2a^2 - 4ab}{a - b};$$

$$3) \frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}{a^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}};$$

$$129. 1) \frac{a - b}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{a + b}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}};$$

$$3) \frac{a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}{a - b} - \frac{1}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}};$$

$$4) \frac{\sqrt{a} - a^{-\frac{1}{2}}b}{1 - \sqrt{a^{-1}b}} - \frac{\sqrt[3]{a^2} - a^{-\frac{1}{3}}b}{\sqrt[6]{a} + a^{-\frac{1}{3}}\sqrt{b}}.$$

$$2) \frac{3xy - y^2}{x - y} - \frac{y\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{y\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}};$$

$$4) \frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{a - b}{a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}}.$$

$$2) \frac{a + b}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} - \frac{a - b}{a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}};$$

$$4) \frac{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}}{a + b} + \frac{1}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}.$$

§ 10. СОДДА КАРДАНИ ИФОДАҲОИ АЛГЕБРАВӢИ ДАРАЧАӢИ НИШОНДИҲАНДААШ РАТСИОНАЛӢ

Барои ҳалли мисолҳои оид ба ин мавзӯ аз қасрҳои алгебравӣ ва амалҳо бо онҳо, формулаҳои зарби мухтасар ва хосиятҳои дараҷаи нишондиҳандаи ратсионӣ истифода бурда мешавад.

Масъалаи 1. Ифодаро содда кунед:

$$\left[\frac{(x^4 + y^4)^2 + (x^4 - y^4)^2}{x + (xy)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{5}} \cdot x^3 \cdot \sqrt[3]{x\sqrt{x}}, \quad x > 0, y > 0.$$

$$\triangle 1) \sqrt[3]{x\sqrt{x}} = \sqrt[3]{\sqrt{x^3}} = \sqrt[6]{x^3} = \sqrt{x};$$

2) ифодаҳои дохили қавси квадратино ба квадрат бардошта ва аз $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ истифода мебарем.

$$\sqrt{x} + 2\sqrt[4]{xy} + \sqrt{y} + \sqrt{x} - 2\sqrt[4]{xy} + \sqrt{y} = 2(\sqrt{x} + \sqrt{y});$$

3) аз махрачи ҳамин ифода $\sqrt{x}$ -ро аз қавс берун мебарорем
 $x + \sqrt{xy} = \sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y});$

4) дар ин ҳол $\frac{2(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{2}{\sqrt{x}};$

5) $\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^5 \cdot x^3 \sqrt{x} = \frac{32}{x^2 \sqrt{x}} \cdot x^3 \sqrt{x} = 32 \cdot x$

Ҷавоб: $32 \cdot x$. ▲

Масъалаи 2. Ифодаро содда кунед ва қимати онро ҳангоми $x = 0,16$, $y = 25$ ёбед:

$$\left(\frac{\sqrt[4]{x^3 y} - \sqrt[4]{xy^3}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}} + \frac{1 + \sqrt{xy}}{\sqrt[4]{xy}}\right)^{-2} \cdot \left(1 + 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{x}{y}}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad x > 0, \quad y > 0.$$

△ 1) $\frac{\sqrt[4]{x^3 y} - \sqrt[4]{xy^3}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}} = \frac{\sqrt[4]{xy} \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{y} - \sqrt{x}} = -\sqrt[4]{xy};$

2) $-\sqrt[4]{xy} + \frac{1 + \sqrt{xy}}{\sqrt[4]{xy}} = \frac{-\sqrt[4]{xy} + 1 + \sqrt{xy}}{\sqrt[4]{xy}} = \frac{1}{\sqrt[4]{xy}};$

3) $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{xy}}\right)^{-2} = \sqrt{xy};$

4) $\left(1 + 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{x}{y}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\left(1 + \sqrt{\frac{y}{x}}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \sqrt{\frac{y}{x}};$

5) $\sqrt{xy} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{y}{x}}\right) = \sqrt{xy} + y.$

Агар $x = 0,16$ ва $y = 25$ бошад, $\sqrt{0,16 \cdot 25} + 25 = \sqrt{4} + 25 = 27.$

Ҷавоб: $\sqrt{xy} + y$; 27. ▲

Масъалаи 3. Ифодаро содда кунед ва қимати онро ҳангоми :
 $a = 25$, $b = 0,656$ будан ёбед:

$$\frac{(\sqrt[8]{a} + \sqrt[8]{b})^2 + (\sqrt[8]{a} - \sqrt[8]{b})^2}{a - \sqrt{ab}} : \frac{(\sqrt[4]{a} + \sqrt[8]{ab} + \sqrt[4]{b}) \cdot (\sqrt[4]{a} - \sqrt[8]{ab} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a^3b - b}}.$$

△ 1) сурати касри якумро ба квадрат мебардорем, аз махрач $\sqrt{a}$ -ро аз қавс мебардорем. Пас, аз содда кардан касри якум ба

$$\frac{2}{\sqrt{a}(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})} \text{ баробар мешавад.}$$

2) Аз формулаи зарби мухтасар истифода бурда сурати касри дуюмро кушоем $\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab} + \sqrt{b}$ ҳосил мешавад.

3) Аз махрач $\sqrt[4]{b}$ -ро аз қавс бароварда ва тарафи рост $(x^3 - y^3)$ -ро истифода барем, дар ин ҳол касри дуюм ба $\frac{1}{\sqrt[4]{b}(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})}$ баробар мешавад;

4) Ва ниҳоят, касри якумро ба дуюм тақсим кунем натижа ба $\frac{2\sqrt[4]{b}}{\sqrt{a}}$ баробар мешавад. $a = 25$, $b = 0,6561$ бошад, ин ифода ба

$$\frac{2\sqrt[4]{0,6561}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5} \cdot 0,9 = 0,36 \text{ баробар мешавад.}$$

Ҷавоб: $\frac{2\sqrt[4]{b}}{\sqrt{a}}$; 0,36. ▲

Машқҳо

Ифодаро содда кунед (130–146):

130. $\left[\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} \right) \left(a^{\frac{1}{2}} + 5b^{\frac{1}{2}} \right) - \left(a^{\frac{1}{2}} + 2b^{\frac{1}{2}} \right) \left(a^{\frac{1}{2}} - 2b^{\frac{1}{2}} \right) \right] : \left(2a + 3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} \right).$

131. $\left[\frac{(\sqrt{a}+1)^2 - \frac{a-\sqrt{ax}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}}{(\sqrt{a}+1)^3 - a\sqrt{a}+2} \right]^{-3}.$

$$132. \left[\frac{4a-9a^{-1}}{\frac{1}{2a^2}-3a} + \frac{a-4+3a^{-1}}{\frac{1}{a^2}-a} \right]^2.$$

$$133. \left[(a-b)\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + a-b \right] \left[(a-b) \left(\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} - 1 \right) \right].$$

$$134. \left(\sqrt{ab} - \frac{ab}{a+\sqrt{ab}} \right) : \frac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}}{a-b}.$$

$$135. \left(a + b^{\frac{3}{2}} : \sqrt{a} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right)^{-\frac{2}{3}}.$$

$$136. \left[\frac{1}{x^2-4x} + \frac{\frac{1}{2}}{x\sqrt[3]{x}-4\sqrt[3]{x}} \right]^{-2} - \sqrt{x^2+8x+16}.$$

$$137. \left(\frac{\sqrt[4]{ax^3}-\sqrt[4]{a^3x}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}} + \frac{1+\sqrt{ax}}{\sqrt[4]{ax}} \right)^{-2} \sqrt{1+2\sqrt{\frac{a}{x}+\frac{a}{x}}}.$$

$$138. \frac{(a-b^2)\sqrt{3}-b\sqrt{3}\sqrt[3]{-8b^3}}{\sqrt{2(a-b^2)^2}+(2b\sqrt{2a})^2} \cdot \frac{\sqrt{2a}-\sqrt{2c}}{\sqrt{\frac{3}{a}}-\sqrt{\frac{3}{c}}}.$$

$$139. \left[\left(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{a} \right)^{-1} + \left(\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{a} \right)^{-1} \right]^{-2} : \frac{x-a}{4\sqrt{x}+4\sqrt{a}}.$$

$$140. \frac{\left(\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right)^3 + 2a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{3a^2+3b\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab}-a}{a\sqrt{a}-b\sqrt{a}}.$$

$$141. \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^3+2a^2:\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}} + \frac{3\sqrt{ab}-3b}{a-b}.$$

$$142. \left(\frac{1}{\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} \right)^{-2} \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}} \right)^{-1}} \right) (ab)^{-\frac{1}{2}}.$$

$$143. \left[\left(\frac{a^2 - b\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt[3]{b}} + a\sqrt[3]{b} \right) : \left(a + \sqrt[6]{a^3 b^2} \right) - \sqrt[3]{b} \right]^2.$$

$$144. \left[\frac{a^2 \sqrt[4]{x} + x\sqrt{a}}{a\sqrt[4]{x} + \sqrt{ax}} - \sqrt{a^2 + x + 2a\sqrt{x}} \right]^4.$$

$$145. \left[\frac{x\sqrt{x} - x}{\left(\frac{\sqrt[4]{x^3} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1} - \sqrt{x} \right) \left(\frac{\sqrt[4]{x^3} + 1}{\sqrt[4]{x} + 1} - \sqrt{x} \right)} \right]^3.$$

$$146. \frac{\frac{a+x}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{x^2}} + \frac{\sqrt[3]{ax^2} - \sqrt[3]{a^2x}}{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ax} + \sqrt[3]{x^2}}}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{x}} - \sqrt[6]{x}.$$

Машқҳо оид ба боби I

Қасрҳоро ба маҳраҷи умумӣ оваред:

$$147. 1) \frac{5a}{a^3 - 27}, \frac{a-3}{a^2 + 3a + 9} \text{ va } \frac{1}{a-3}; \quad 2) \frac{3}{x+2}, \frac{x+1}{x^3 + 8} \text{ va } \frac{x+2}{x^2 - 2x + 4}.$$

Амалҳоро иҷро кунед (148–149):

$$148. 1) \frac{a+3}{5} + \frac{7+a}{10} + \frac{a-3}{2}; \quad 3) \frac{a-2}{45} - \frac{a+5}{15} - \frac{a-9}{9};$$

$$2) \frac{b-7}{4} + \frac{5b-2}{3} + \frac{3b-1}{8}; \quad 4) \frac{b}{12} - \frac{3b+1}{9} - \frac{2b-1}{4}.$$

149. 1) $\frac{y}{n-2} + \frac{z}{2-n};$

3) $\frac{2m}{3-5n} - 1 + \frac{7n-4}{5n-3};$

2) $\frac{p+2q}{3p-q} - \frac{5q-2p}{q-3p};$

4) $4 - \frac{3a}{5-2b} + \frac{5(a-10)}{2b-5}.$

Амалҳои нишондодашударо иҷро кунед (150–152):

150. 1) $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - ab + b^2} : \frac{8a - 8b}{a^3 + b^3};$

2) $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + ab + b^2} \cdot \frac{a^3 - b^3}{7a + 7b}.$

151. 1) $\frac{64x^2 - 1}{x^2 - 4} \cdot \frac{(x+2)^2}{x^2 - 4} \cdot \frac{(x-2)^2}{8x+1};$

2) $\frac{x-6}{x^2+6x+9} \cdot \frac{x^2+4x+4}{(x^2+2)(x-2)} \cdot \frac{x^3-9x}{(x-6)(x+2)};$

3) $\frac{am^2 - an^2}{m^2 + 2mn + n^2} : \frac{am^2 + 2amn + an^2}{3m + 3n};$

4) $\frac{ab - 4b - 2a + 8}{2a + 8 - ab - 4b} : \frac{2a - 8 - ab + 4b}{ab + 4b - 2a - 8}.$

152. 1) $(x^2 - 1) \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{1+x} + 1 \right);$

3) $\left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) : \left(\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} \right);$

2) $\left(1 + a - \frac{a^2 + 3}{a+1} \right) (1 - a^2);$

4) $\left(\frac{2-a}{2+a} - \frac{a+2}{a-2} \right) : \left(\frac{2+a}{2-a} + \frac{a-2}{a+2} \right).$

Ҳисоб кунед (153–154):

153. 1) $(0,175)^0 + (0,36)^{-2} - 1^{\frac{4}{3}};$

2) $1^{-0,43} - (0,008)^{\frac{1}{3}} + (15,1)^0;$

3) $\left(\frac{4}{5} \right)^{-2} - \left(\frac{1}{27} \right)^{\frac{1}{3}} + 4 \cdot 379^0;$

4) $(0,125)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{3}{4} \right)^2 - (1,85)^0.$

154. 1) $9,3 \cdot 10^{-6} : (3,1 \cdot 10^{-5});$

2) $1,7 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^7;$

3) $8,1 \cdot 10^{16} \cdot 2 \cdot 10^{-14};$

4) $6,4 \cdot 10^5 : (1,6 \cdot 10^7);$

$$5) 2 \cdot 10^{-1} + \left(6^0 - \frac{1}{6}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{-1};$$

$$6) 3 \cdot 10^{-1} - \left(8^0 - \frac{1}{8}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{-1}.$$

155. Қимати ифодаро ёбед:

$$1) \left(\frac{\frac{1}{x^2} \cdot x^{\frac{5}{6}}}{\frac{1}{x^6}}\right)^{-2}, \text{ дар ин чо } x = \frac{7}{9}; \quad \left(\frac{\frac{2}{a^3} \cdot a^{\frac{1}{9}}}{a^{\frac{2}{9}}}\right)^{-3}, \text{ дар ин чо } a = 0,1.$$

156. Ифодаро содда кунед:

$$1) (\sqrt[3]{125x} - \sqrt[3]{8x}) - (\sqrt[3]{27x} - \sqrt[3]{64x}); \quad 3) \left(\frac{3}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{1-a}\right) : \frac{3+\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}};$$

$$2) (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{16x}) + (\sqrt[4]{81x} - \sqrt[4]{625x}); \quad 4) \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}}\right) : (\sqrt{x^2 - y^2} - x).$$

157. Ҳисоб кунед:

$$1) \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 10000^{0,25} - \left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}}; \quad 2) (0,001)^{-\frac{1}{3}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{2}{3}} - 8^{-\frac{1}{3}};$$

$$3) 27^{\frac{2}{3}} - (-2)^{-2} + \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}; \quad 4) (-0,5)^{-4} - 625 - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

158. Дар кадом қимати x ифода маъно дорад:

$$1) \sqrt[4]{x^2 - 4}; \quad 2) \sqrt[3]{x^2 - 5x + 6}; \quad 3) \sqrt[6]{\frac{x-2}{x+3}};$$

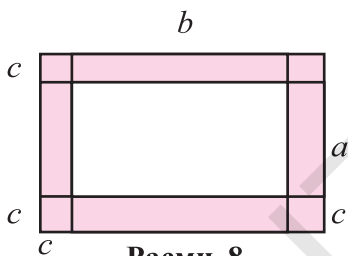
$$4) \sqrt[4]{x^2 - 5x + 6}; \quad 5) \sqrt[8]{x^3 - x}; \quad 6) \sqrt[6]{x^3 - 5x^2 + 6x}?$$

159. Ифодаро содда кунед:

$$1) \frac{a^{\frac{1}{4}} - a^{-\frac{7}{4}}}{\frac{1}{a^{\frac{1}{4}} - a^{-\frac{3}{4}}}}; \quad 2) \frac{a^{\frac{4}{3}} - a^{-\frac{2}{3}}}{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}} - a^{-\frac{2}{3}}}}; \quad 3) \frac{b^{\frac{5}{4}} + 2b^{\frac{1}{4}} + b^{-\frac{3}{4}}}{b^{\frac{3}{4}} - b^{-\frac{1}{4}}};$$

$$4) \frac{a^{-\frac{4}{3}}b^{-2} - a^{-2}b^{-\frac{4}{3}}}{a^{-\frac{5}{3}}b^{-2} - b^{-\frac{5}{3}}a^{-2}}; \quad 5) \frac{\sqrt{a^3b^{-1}} - \sqrt{a^{-1}b^3}}{\sqrt{ab^{-1}} - \sqrt{a^{-1}b}}; \quad 6) \frac{a^{\frac{3}{4}}b^{-\frac{1}{4}} - a^{-\frac{1}{4}}b^{\frac{3}{4}}}{\frac{1}{a^{\frac{1}{4}}b^{-\frac{1}{4}}} - a^{-\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}}.$$

- 160.** 1) Аз рӯи ченакҳои додашуда формулаи ҳисоб кардани масоҳати шакли ранг-кардашударо ҳосил кунед (расми 8);
2) Дуруст будани баробарии $2bc + 2c(a - 2c) = 2ac + 2c(b - 2c)$ -ро бо ёрии шакл нишон диҳед.



Расми 8.

- 3) Масоҳати штрих кардашударо ба сифати фарқи масоҳатҳои ду росткунча тасвир кунед. Аз ин истифода бурда баробарии $ab - (b - 2c)(a - 2c) = 2ac + 2c \cdot (b - 2c)$ -ро исбот кунед

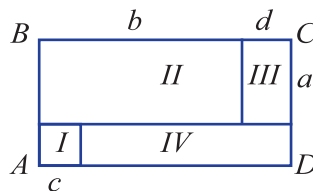
- 161.** Дурустии баробариҳоро санҷед, ба онҳо шарҳи геометрии диҳед. Шаклҳои мувофиқро созед:

- 1) $(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$;
- 2) $(a + b)(c - d) = ac + bc - ad - bd$;
- 3) $(a + b + c)(d + l) = ad + bd + cd + al + bl + cl$.

- 162.** 1) Дурустии баробариҳоро исбот кунед:

$$c^2 + b(a - c) + (b + d - c)c + d(a - c) = a(b + d).$$

- 2) Барои ҳисоб кардани масоҳати росткунҷаи ABCD дуто истифода тартиб диҳед (расми 9). Масоҳати росткунҷаи ABCD ба ҳосили ҷамъи масоҳатҳои росткунҷаҳои I, II, III ва IV баробар буданаш истифода бурда ба баробарии яқум шарҳи геометрии диҳед.



Расми 9



№2

Ҳосили ҷамъи рақамҳои адади N ба 2006 баробар аст. Адади N -ро ба намуди ҳосили зарби ду адади баробар навиштан мумкин аст ё не?

ХУДРО БИСАНЧЕД !

1. Қимати касрҳоро ёбед, ки касрҳо маъно дорад

$$\frac{a}{b}; \frac{3}{c-1}; \frac{k}{d+2}.$$

2. Амалҳоро иҷро кунед:

$$1) 4a + \frac{1-4a^2}{a};$$

$$2) \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b};$$

$$3) \frac{2a-4}{3b} \cdot \frac{6b}{a-2};$$

$$4) \frac{a^2-b^2}{b^2} : \frac{a+b}{b}.$$

3. Ифодаро содда кунед ва қимати онро ҳангоми $x = 2\frac{2}{3}$ будан ёбед:

$$\frac{1+2x}{x-3} - \frac{x^2+3x}{5} \cdot \frac{10}{x^2-9}.$$

4. Ҳисоб кунед:

$$1) 3^{-5} : 3^{-7} - 2^{-2} \cdot 2^4 + \left(\left(\frac{2}{3} \right)^{-1} \right)^3;$$

$$2) \sqrt[5]{3^{10} \cdot 32} - \frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3}};$$

$$3) 25^{\frac{3}{2}} \cdot 25^{-1} + (5^3)^{\frac{2}{3}} : 5^3 - 48^{\frac{2}{3}} : 6^{\frac{2}{3}};$$

$$4) 4^{-7} : 4^{-10} - 3^{-2} \cdot 3^5 + \left(\frac{1}{2} \right)^{-2}.$$

5. Ифодаро содда кунед:

$$1) \frac{3x^{-9} \cdot 2x^5}{x^{-4}};$$

$$2) (x^{-1} + y^{-1}) \left(\frac{1}{xy} \right)^{-2};$$

$$3) \frac{2a^{-8} \cdot 4a^3}{16 \cdot a^{-5}}.$$

6. Ифодаи $\frac{a^{\frac{5}{3}}}{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}$ -ро содда кунед ва қимати ададии онро ҳангоми $a=81$ будан ёбед.



Машқҳои санҷишӣ тестҳо доир ба боби I

1. Қасрро ихтисор кунед: $\frac{27a^2 - 36ab + 12b^2}{9a^2 - 4b^2}$.

A) $\frac{3(3a-2b)}{3a+2b}$; Б) $\frac{3a-2b}{3a+2b}$; В) $\frac{39-36ab}{5}$; Г) $\frac{3a^2 - 36ab + 3b^2}{a^2 - b^2}$.

2. Қасрро ихтисор кунед: $\frac{7a^2(ab^2 - 9a)}{3a(21a - 7ab)}$.

A) $\frac{7a(ab^2 - 9a)}{3(21a - 7ab)}$; Б) $\frac{-a(b+3)}{3}$; В) $\frac{7(ab^2 - 9a)}{3(21 - 7b)}$; Г) $\frac{a(b-3)}{3}$.

3. Амалҳоро иҷро кунед: $\frac{4}{a+b} + \frac{5}{a-b} - \frac{10b}{a^2 - b^2}$.

A) $\frac{9}{a-b}$; Б) $\frac{9}{a+b}$; В) $\frac{-9}{a+b}$; Г) $\frac{9(a+b)}{a-b}$.

4. Аз қаср қасрро тарҳ кунед: $\frac{a^2 + 9}{a^3 + 27} - \frac{1}{a+3}$.

A) $\frac{1}{a^2 + 9}$; Б) $\frac{3}{a^2 + 9}$; В) $\frac{a}{a^3 + 9}$; Г) $\frac{3a}{a^3 + 27}$.

5. Қасрҳоро зарб намоед: $\frac{9a^2 - 16b^2}{6a + 8b} \cdot \frac{6a^2}{12b - 9a}$.

A) a^2 ; Б) $-a^2$; В) $\frac{a^2}{3a - 4b}$; Г) $\frac{6}{3a + 4b}$.

6. Қасрҳоро тақсим кунед: $\frac{4a^2 - 20ab + 25b^2}{5b + 4} : \frac{(2a - 5b)^2}{25b^2 - 16}$.

A) $\frac{5b+4}{2a-5b}$; Б) $\frac{2a-5b}{5b-4}$; В) $5b-4$; Г) $5b+4$.

7. Касрро ихтисор кунед: $\frac{8a^2 - 22ab + 15b^2}{16a^2 - 25b^2}$.

А) $\frac{2a-3b}{4a+5b}$; Б) $\frac{2a+3b}{4a-5b}$; В) $\frac{4a-5b}{4a+5b}$; Г) $\frac{4a+3b}{2a-5b}$.

8. Касрхоро тарх кунед: $\frac{9x^2+16}{27x^3+64} - \frac{1}{3x+4}$.

А) $\frac{9x^2+16}{3x+4}$; Б) $\frac{-12x}{27x^3+64}$; В) $\frac{12x}{27x^3+64}$; Г) $\frac{9x^2+4}{27x^3-64}$.

9. Амалхоро ичро кунед: $\frac{4}{3a+2b} - \frac{2}{2b-3a} + \frac{8b}{4b^2-9a^2}$.

А) $\frac{6}{3a-2b}$; Б) $\frac{6}{3a+2b}$; В) $\frac{12a}{9a^2-4b^2}$; Г) $\frac{12b}{2b-3a}$.

10. Ҳисоб кунед: $(-8)^2 - (-5)^3 - (12)^{-1}$.

А) $188\frac{11}{12}$; Б) $-61\frac{1}{12}$; В) $189\frac{1}{12}$; Г) $61\frac{1}{12}$.

11. Ҳисоб кунед: $(-0,2)^{-3} + (0,2)^{-2} - (-2)^{-2}$.

А) $-150\frac{1}{4}$; Б) $-100\frac{1}{4}$; В) $99\frac{1}{4}$; Г) 11,25.

12. Ҳисоб кунед: $\frac{\sqrt[3]{-16} + \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{-250}}$.

А) $\sqrt[3]{2}$; Б) 1; В) -1; Г) $\frac{9}{5}$.

13. Ҳисоб кунед: $\sqrt[4]{\frac{(4,15)^3 - (1,61)^3}{2,54}} + 4,15 \cdot 1,61$.

А) 3,4; Б) 5,76; В) 24; Г) 2,4.

14. Ҳисоб кунед: $\sqrt[3]{\frac{(2,08)^3 + (2,016)^3}{4,096}} - 2,08 \cdot 2,016$.

А) 0,16; Б) 4,096; В) 1,6; Г) 0,8.

15. Ҳисоб кунед: $\sqrt{2\sqrt{2}+1} \cdot \sqrt[4]{9-4\sqrt{2}}$. Нишондод: $\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{b} = \sqrt[4]{a^2 \cdot b}$.

- А) $\sqrt{7}$; Б) $2\sqrt{15}$; В) $3-2\sqrt{2}$; Г) 7.

16. Ҳисоб кунед: $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}$. Нишондод: $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{b} = \sqrt[6]{a^2 \cdot b}$.

- А) -1; Б) 1; В) $3+2\sqrt{3}$; Г) $5+3\sqrt{3}$.

17. Ҳисоб кунед: $\frac{\sqrt[3]{45-29\sqrt{2}} \cdot (3-\sqrt{2})}{11-6\sqrt{2}}$. Нишондод: $\sqrt[3]{a} \cdot b = \sqrt[3]{a \cdot b^3}$.

- А) $5-\sqrt{2}$; Б) $5\sqrt{2}$; В) -1; Г) 1.

18. Ҳисоб кунед: $\sqrt{\sqrt[3]{64}}$.

- А) 2; Б) $\sqrt{2}$; В) $2\sqrt{2}$; Г) -2.

19. Ҳисоб кунед: $\frac{\sqrt[3]{98} \cdot \sqrt[3]{-112}}{\sqrt[3]{500}}$.

- А) $-\sqrt[3]{4}$; Б) 2,84; В) -2,8; Г) -1,4.

20. Ҳангоми $a=125$ будан $\sqrt{a} : \sqrt[6]{a}$ қимати ифодаро ёбед:

- А) -25; Б) 15; В) -5; Г) 5.

21. Ҳангоми $a=0,04$ будан $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$ қимати ифодаро ёбед:

- А) 0,2; Б) $\sqrt[3]{0,4}$; В) 0,4; Г) -0,2.

22. Ифодаро содда кунед: $(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}) \cdot (a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}})$.

- А) $a+b$; Б) $a-b$; В) a^3+b^3 ; Г) a^3-b^3 .



Маълумотҳои таърихӣ

Формулаҳои зарби мухтасар, маълумотҳо оид ба касрҳо дар рисолаҳои қадимӣ воমেҳӯрад. Масалан, касрҳои алгебравӣ дар асарҳои „Ал-Фахрӣ ал-Каричи“, „Китаб ал ҷабр ва ал-муқобала“ олимест Миср Абу Комил воМЕХУРАД (850—930) омехта шудааст. Абу Комил олими доир ба алгебра баъд аз ал-Хоразмӣ якумин китоб навиштааст.

Абу Комил дар асари худ ба муносибатҳои соддаи

$$\text{Ифодаҳои } \left(\frac{a}{b}\right) \cdot b = a, \quad \frac{a}{b} = \frac{a^2}{ab}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1, \quad \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

намуд дошта эътибор додааст.

Ба касрҳои алгебравӣ И.Ньютон дар китоби "Арифметикаи умумӣ" ҷои кофӣ додааст.

"Касри $\frac{a}{b}$ бузургии аст, ки ҳангоми a -ро ба b тақсим кардан

ҳосил шудааст. Худди ҳамин тавр, бузургии $\frac{aa - bb}{a + x}$ ҳангоми $aa - bb$ -ро ба $a + x$ тақсим кардан ҳосил мешавад", — меғӯяд И.Ньютон.

Дарачаи нишондиҳандааш ратсионалӣ аз тарафи И.Ньютон (1643—1727) дохил карда шудааст. Барои дилхоҳ адади ҳақиқии a , мафҳуми дараҷа a^a , $a > 0$, дар асари **Эйлер** (1707—1783) "Сарсухани таҳлил" оварда шудааст.

Абу райҳон Берунӣ дар асари „Қонуни Масъудӣ“ қайд кардааст, ки "Нисбати дарозии давра ба диаметри он адади иратсионали аст." Дар Юнони Қадим исбот карда буданд, ки агар тарафи квадрат ба воҳиди ченаки дарозӣ баробар бошад дарозии диагонали онро бо адади ратсионалӣ ифода карда намешавад. Дар асрҳои V—IV пеш аз милод олимони юнон агар адади натуралии n квадрати пурра набошад, адади ирратсионалӣ будани $\sqrt{n}$ исбот карда шуда буд.

Ғиёсиддин Чамшед ал-Кошӣ дар асари „Қалиди арифметика“ усули умумии аз реша баровардани адади натуралиро баён мекунад. Решаи

$$\sqrt[n]{a^n + r} \text{ -ро Ал-Кошӣ тақрибан ба намуди } \sqrt[n]{a^n + r} \approx a + \frac{r}{(a+1)^n - a^n}$$

ифода мекунад, ки дар ин ҷо a —адади натуралӣ ва $r < (a+1)^n - a^n$ аст.

Ал-Кошӣ барои саҳеҳтар ҳисоб кардани реша адади зерӣ решаро ба дараҷаи мувофиқи адади 10 зарб карданро таклиф мекунад:

$$\sqrt[n]{N} = \frac{\sqrt[n]{10^{mn} \cdot N}}{10^m}. \text{ Барои аз каср реша ҳисоб намудан аз қоидаи зерин}$$

истифода мебарад: $\sqrt[n]{\frac{M}{N}} = \frac{\sqrt[n]{M \cdot N^{n-1}}}{N}$. Ба монанди ҳамин Ал-Кошӣ ба

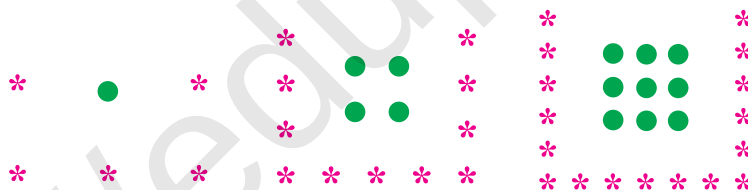
қоидаи дараҷаҳои якхела овардани решаҳои дараҷаҳои гуногунро

$$\text{низ баён кардааст: } \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[k]{b} = \sqrt[kn]{a^k \cdot b^n} = \sqrt[kn]{a^k \cdot b^n}.$$



Масъалаҳои амалӣ-татбиқӣ ва алоқа бо фанҳо.

- 163.** Нуқтаҳои сабзи дар расм тасвиршуда навъи ноёби дарахти мевадор (масъалан навъи ноёби нок)-ро мефаҳмонад. Нокҳо ба квадратҳои ченакҳояш $n \times n$ (м^2) шинонда шудааст. Бо ситораҳои сурх (*) бошад, дарахтҳои ихота ишора карда шудааст.



Дарахтҳои ихотай атрофи нокзор аз рӯи тарафҳои квадрат шинонда шудааст.

Ба саволҳо ҷавоб диҳед:

- 1) Шумораи дарахтҳои ихотай нокзорро "печонда" гирифтани ба квадратҳои ченакҳояш 1) 20×20 м; 2) 25×25 м
- 2) Дар байни шумораи нокҳо ва шумораи дарахтҳои ихотай онҳоро "печонда" гирифта чӣ гуна алоқамандӣ ҳаст?

- 164.** Дар масъалаи болоӣ барои кадом қиматҳои n шумораи нокҳои

квадрат ба шумораи дарахтҳои ихота 1) баробар; 2) калон; 3) хурд; мешавад?

4) чадвалро пур кунед ва таҳлил кунед. Хулоса бароред:

Дарозии тарафи квадрат(м)	Шумораи нокҳо	Шумораи дарахтҳои ихота
1	1	8
2	4	16
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
10	...	...

165. Барои муайян кардани рейтинги автомобилҳо: беҳатарӣ (S), мақбулӣ (C), иҷрои вазифаҳои гуногун (F), сифат (Q) ва дизайн (D) ба ҳисоб гирифта мешавад. Ба ҳар яки онҳо баҳо гузошта мешавад. Рейтингҳои автомобил аз рӯи формулаи зерин ҳисоб карда мешавад:

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

Дар чадвал ба 3 намуди автомобилҳо (ба намудҳои A , B , D) ҳолҳои нишонаҳои гуногун оварда шудааст.

Намуди автомобил	Беҳатарӣ S	Мақбулӣ C	Иҷрои вазифаҳои гуногун	Сифат Q	Дизайн D
A	3	3	5	5	3
B	4	5	3	4	3
D	4	4	3	3	4

- 1) Кадом намуди автомобил ба рейтингҳои калон соҳиб аст?
- 2) Намудҳои автомобилҳоро бо тартиби рейтингҳои камшавӣ ҷойгир кунед.
- 3) Барои шумо кадом нишондод аз ҳама муҳим аст? Чаро?
- 4) Шумо автомобили чӣ гуна рейтинг доштаро интихоб мекардед? Барои чӣ?

- 166.** Энергияи зарури барои нафас гирифтани, ҳазми таом, гардиши хун табдилоти интенсивӣ (суръат) аст. Табдилоти интенсивӣ асосиро бо ТИА ишора мекунем. ТИА бо калория, чен карда мешавад, дар ин ҳолат шахс дар хонаи ҳарораташ 23°C осуда ва хотирчамъ хобиданаш лозим аст. Дар занон ТИА аз рӯи формулаи зерин ҳисоб карда мешавад

$$\text{ТИА} = 9,74M + 172,9P - 4,737B + 667,051, \quad (*)$$

дар ин жо M – массаи занак, P – дарозии қад (бо метр), B – синни сол (бо сол).

1) Агар $M = 60$ кг, $P = 1,7$ м, $B = 35$ сол бошад ТИА ро ҳисоб кунед. (то адади бутуни наздик яклухт кунед)

2) Аз формулаи (*) масса, қад, ва синни соли занак ба ТИА чӣ хел таъсир карданаширо дидан мумкин аст.

Ба саволҳо ҷавоб гардонед:

а) Синни сол калон шудан гирад ТИА ҳам меафзояд-мӣ?

б) баланд-паст будани қад ба ТИА чӣ хел таъсир мерасонад?

в) Адади 667,051 ба синни сол, қад ва массаи занак вобаста аст ё не?

г) Агар массаи занак кам (хароб) шавад, ТИА барои он тағйир меёбад ё не?

3) Агар масса, синни соли ду зан як хел буда, фарқи қадҳои онҳо 10 см бошад, фарқи ТИА онҳо 17,29 кило калория мешавад гуфта, шифокор ба хулоса омад. Оё ин хулоса дуруст аст? Онро бо ёрии формулаи (*) санчида бинед.

- 167.** Вақти барои тайёр кардани як дона чихоз сарфшуда ба миқдори чихозҳои дар давоми як соат тайёр кардашуда мутаносиби чаппа мебошад. Ҷадвалро пур кунед ва таҳлил кунед. Хулоса бароред

Вақти (дақиқа) барои тайёр кардани як дона чихоз сарфшуда	2	3		5	6		10	12	
Миқдори (дона) чихозҳои дар давоми як соат истеҳсол карда шуд	30		15			8	6		4

- 168.** Масоҳати буриши кундалангии баъзе чойҳои дарё ва суръати миёнаи равиши чараёни мувофиқ дар ин чойҳо микдорҳои мутаносиби чаппа мебошад. Чапвалро пур кунед. Ба кадом хулоса омадед.

Масоҳати буриши кундалангӣ (м/кв)	40	45		54	60		
Суръати чараён (м/с)	0,9	0,8	0,75			0,5	0,4

- 169.** Чӯбҳои дарозии ду метр доштара дар 4,5 соат ба ғўлачубҳои дарозиаш 0,5 м буда арра карда чудо карданд. Агар онҳоро ба ғўлачубҳои дарозиаш 40 см арра карда чудо кунанд чӣ қадар вақт сарф мешавад? Дар ин ҳолат ҳаҷми қор дар кадом нисбат тағйир меёбад?

- 170.** 1) Ду чарх бо воситаи тасма пайваست карда шудааст. Диаметри чархи якум ба 28 см, чархи дуюм 42 см аст. Чархи якум дар як дақиқа 600 маротиба давр занад, чархи дуюм дар як дақиқа чанд маротиба давр мезанад?

- 2) Ду чарх бо воситаи тасма пайваст карда шудааст. Чархи якум дар як дақиқа 560 маротиба , дуомаш бошад 240 маротиба давр мезанад. Дарозии давраи чархи якум 36 м бошад, дарозии давраи чархи дуюмро ёбед.

- 171.** Масофаи байни шаҳрҳои A ва B ба 360 км баробар аст. Ин масофаро мошини сабукрав дар 4 соат, мошини баркаш дар 6 соат тай мекунад. Аз A ба B мошини баркаш, аз B ба A мошини сабукрав дар як вақт ба роҳ баромад. Онҳо аз A дар кадом масофа вохӯранд?

△ Аз сабаби суръатҳои мошинҳои баркаш ва сабукрав гуногун будан онҳо мутаносиби роства нест, бинобар ин 360 км масофаро ба 4 соат ва 6 соат мутаносиби роства карда тақсим карда масъаларо ҳал карда намешавад.

Усули дигарро истифода мебарем:

Дар як соат мошини сабукрав $\frac{1}{4}$ қисми масофаи AB -ро мошини

баркаш бошад $\frac{1}{6}$ қисмашро тай мекунад. Аз ин ҷо, барои ҷои

вохӯриро муайян кардан масофаи 360 км-ро ба ададҳои $\frac{1}{4}$ ва $\frac{1}{6}$

мутаносиб карда тақсим кардан лозим.

$$\text{Аммо } \frac{1}{4} : \frac{1}{6} = \frac{3}{12} : \frac{2}{12} = 3 : 2$$

Аз ин чо $3+2=5$. Мошинҳо аз A дар масофаи x км вомехӯрад, гӯем,

$$x = \frac{360}{5} \cdot 2 = 144 \text{ (км)}$$

Ҷавоб: Аз A дар масофаи 144 км. Дар масъала ададҳои 360, 4, 6 дода шудааст. Дар равиши ҳалли масъала ададҳои $\frac{1}{4}$ ва $\frac{1}{6}$ (ададҳои ба 4 ва 6 бараксро дохил кардем. Ҳамин тавр, барои ин гуна масъалаҳоро ҳал кардан 360-ро ба ададҳои 4 ва 6 мутаносибии чаппа карда тақсим кардан лозим аст. Аз ин чо қоидаи зерин бармеояд. Барои ададро ба ададҳои додашуда мутаносибии чаппа карда тақсим намудан, ҳуди ҳамин ададро ба ададҳои баракси ададҳои додашуда мутаносибии роста карда тақсим кардан лозим аст. ▲

- 172.** Адади 195-ро ба ададҳои 2, 3, 4 мутаносибии чаппа карда ба се қисм ҷудо кунед.

▲ 1) Ададҳои 2, 3, 4 баракс ба $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ аст. Бинобар ин, 195-ро ба ададҳои $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ мутаносибии роста карда ба се қисм ҷудо кардан лозим аст. Аммо $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \frac{6}{12} : \frac{4}{12} : \frac{3}{12} = 6 : 4 : 3$. Адади якум a_1 , дуумро a_2 ва a_3 гӯем, дар ин ҳол

$$a_1 = \frac{195 \cdot 6}{6+4+3} = \frac{195 \cdot 6}{13} = 15 \cdot 6 = 90; \quad a_2 = \frac{195 \cdot 4}{13} = 15 \cdot 4 = 60;$$

$$a_3 = \frac{195 \cdot 3}{13} = 15 \cdot 3 = 45.$$

Ҷавоб: 90, 60, 45.

Санҷиш: 1) $90 + 60 + 45 = 195$.

2) $90 : 60 : 45 = 6 : 4 : 3 = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ (аъзоҳои нисбатро аввал ба 15, баъд ба 12 тақсим кардем.) ▲

- 173.** 1) Адади 4480-ро ба ададҳои: а) $\frac{1}{3}$ ва $\frac{3}{5}$; б) $\frac{3}{4}$ ва $\frac{2}{9}$ мутаносиби чаппа карда ба ду қисм ҷудо кунед.
2) Адади 987-ро ба ададҳои: а) 0,6 ва 0,3; б) 0,4 ва 0,(3) мутаносиби чаппа карда ба ду қисм ҷудо кунед.
- 174.** 1) Адади 2040-ро ба 3-то қисми ба ададҳои $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ ва $\frac{5}{6}$ мутаносиби чаппа буда, ҷудо кунед.
2) Адади 4530-ро ба 3-то қисми ба ададҳои $\frac{2}{3}$, 0,7 ва $1\frac{1}{2}$ мутаносиби чаппа буда, ҷудо кунед.
- 175.** 1) Масофаи байни шаҳрҳои А ва В 450 км аст. Ин масофаро поезди пассажирӣ дар 10,5 соат, поезди боркаш дар 12 соат тай мекунад. Поездҳо аз шаҳрҳои А ва В дар як вақт ба муқобили якдигар ба роҳ бароянд, то воҳӯрдан ҳар яки онҳо чанд км масофаро тай мекунад?
2) Варзишгари якум 100 м масофаро дар 12 сония, дуюмаш дар 13 сония давида мегузарад. Онҳо аз якдигар дар масофаи 200 м будан, ба муқобили якдигар ба давидан сар кардаанд. То воҳӯрдан ҳар яки онҳо чанд метр масофаро тай мекунад?
- 176.** 1) Шестернаи (чарх) 36 дандонадор бо шестернаи 18 дандонадор пайваст карда шудааст. Агар шестернаи 18 дандонадор 60 маротиба давр занад, шестернаи 36 дандонадор чанд маротиба давр мезанад. Агар 18 дандонадор 24 маротиба давр занад-чӣ?
2) Педалҳои велосипед, ки бо шестернаҳо пайваст карда шудааст дар шестернаи чархи пешина 48-то дар чархи ақиб 16-то дандон ҳаст. Агар шестернаи педали велосипед дар як дақиқа 40 маротиба давр занад, чархи ақиб он чанд маротиба давр мезанад? Шестернаи педал 45 маротиба, 60 маротиба чарх занад-чӣ. Агар диаметри чархи велосипед 70 см бошад, суръати велосипедро барои ҳар як ҳолатҳои болоӣ муайян кунед.
- 177.** 1) *Масъалаи Абу Райҳон Берунӣ.* Андозаҳои хишт ба 5,4,3 воҳиди дарозӣ баробар аст. Нархи 30 дона хишт ба 60 дирҳам (воҳиди пул) баробар аст. 20 дона хишти андозаҳои 8,6,2 воҳиди дарозии дошта, чанд дирҳам меистад?
2) Нисбати дарозӣ, бар ва баландии хишт 4:2:1 аст. Ба ҷои 6-то хишти бо дарозии гузашта шуда, чандто хишт бо бараш, чандто хишт бо баландии гузашта мумкин аст?

II ВОВ

НОБАРОБАРИҲО

§ 11. НОБАРОБАРИҲОИ АДАДӢ

Дар амалия муқоисаи ададҳо ба таври васеъ истифода карда мешавад. Масалан, иқтисодчӣ нишондиҳандаҳои нақшавиро бо натиҷаҳои воқеӣ муқоиса менамояд, духтур ҳарорати беморро бо ҳарорати муқаррарӣ муқоиса менамояд, ҳаррот андозаҳои детали тарошидашавандаро бо меёз (эталон) муқоиса менамояд.

Дар ҳамаи ин гуна ҳолатҳо ададҳо муқоиса карда мешаванд. Дар натиҷаи муқоиса кардани ададҳо нобаробариҳои ададӣ ҳосил мешаванд.

Масалан, ададҳои $\frac{4}{5}$ ва $\frac{3}{4}$ -ро муқоиса менамоем. Барои ин фарқи

онҳоро меёбем:

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{16-15}{20} = \frac{1}{20}.$$

Пас, $\frac{4}{5} = \frac{3}{4} + \frac{1}{20}$, яъне, адади $\frac{4}{5}$ дар натиҷаи ба адади $\frac{3}{4}$ ҳамчун кардани

адади мусбати $\frac{1}{20}$ ҳосил мешавад. Ин ҳол аз адади $\frac{4}{5}$ ба $\frac{1}{20}$ зиёд будани

$\frac{3}{4}$ -ро мефаҳмонад. Ҳамин тавр, адади $\frac{4}{5}$ аз $\frac{3}{4}$ калон аст, чунки фарқи онҳо мусбат мебошад.



Т а ъ р и ф. Агар фарқи $a-b$ мусбат бошад, адади a аз адади b калонтар аст. Агар фарқи $a-b$ манфӣ бошад, адади a аз адади b хурдтар аст.

Агар a аз b калонтар бошад, ин тавр менависанд: $a > b$; агар a аз b хурдтар бошад, ин тавр менависанд: $a < b$



Ҳамин тавр, нобаробарии $a > b$ мефаҳмонад, ки фарқи $a-b$ мусбат аст, яъне $a-b > 0$ аст. Нобаробарии $a < b$ мефаҳмонад, ки фарқи $a-b < 0$ манфӣ аст.

Масъалаи 1. Исбот намоед, ки агар $a > b$ бошад, $b < a$ аст.

△ Нобаробарии $a > b$ мефаҳмонад, ки $a - b$ адади мусбат аст. Он гоҳ $b - a = -(a - b)$ адади манфӣ аст, яъне $b < a$ мебошад. ▲

Барои ду адади дилхоҳи a ва b аз байни се муносибати

$$a > b, a = b, a < b$$

танҳо яке дуруст аст.

Масалан, барои ададҳои -5 ва -3 нобаробарии $-5 < -3$ дуруст аст, вале муносибатҳои $-5 = -3$ ва $-5 > -3$ нодурустанд.



Муқоиса кардани ададҳои a ва b ин ошкор кардани зерин мебошад: дар байни ин ададҳо кадоме аз аломатҳои $>$, $=$ ё $<$ -ро гузоштан даркор аст, ки муносибати дуруст ҳосил шавад. Аломати фарқи $a - b$ -ро муайян карда, ба ин ноил шудан мумкин аст.

Масъалаи 2. Ададҳои $0,79$ ва $\frac{4}{5}$ -ро муқоиса намоед.

△ Фарқи ин ададҳоро меёбем:

$$0,79 - \frac{4}{5} = 0,79 - 0,8 = -0,01.$$

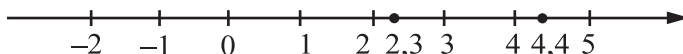
Азбаски $0,79 - \frac{4}{5} < 0$ аст, бинобар $0,79 < \frac{4}{5}$ мебошад. ▲

Ба таври геометрӣ нобаробарии $a > b$ мефаҳмонад, ки дар тири ададӣ нуқтаи a росттари нуқтаи b воқеъ аст (расми 10).



Расми 10.

Масалан, нуқтаи $\frac{4}{5}$ росттари нуқтаи $0,79$ воқеъ аст, чунки $\frac{4}{5} > 0,79$ мебошад; нуқтаи $2,3$ чаптари нуқтаи $4,4$ воқеъ аст, чунки $2,3 < 4,4$ мебошад (расми 11).



Расми 11.

Масъалаи 3. Исбот намоед, ки агар $a \neq b$ бошад, $a^2 + b^2 > 2ab$ аст.

△ Исбот менамоем, ки фарқи $a^2 + b^2 - 2ab$ мусбат аст. Дар ҳақиқат, $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 > 0$, чунки $a \neq b$. ▲

Масъалаи 4. Исбот кунед, ки агар $a > 0$ ва $a \neq 1$ бошад, дар он ҳолат $a + \frac{1}{a} > 2$ мебошад.

△ Исбот менамоем, ки фарқи $a + \frac{1}{a} - 2$ мусбат аст. Дар ҳақиқат

$$a + \frac{1}{a} - 2 = \frac{a^2 + 1 - 2a}{a} = \frac{(a-1)^2}{a} > 0,$$

чунки, $a > 0$ ва $a \neq 1$. ▲

Масъалаи 5. Исбот намоед, ки агар $\frac{n}{m}$ касри дуруст бошад, $\frac{n}{m} < \frac{n+1}{m+1}$ аст.

△ Хотиррасон менамоем, ки агар $n < m$ бошад, касри $\frac{n}{m}$ касри дуруст номида мешавад (n ва m – ададҳои натуралӣ).

Фарқи $\frac{n}{m} - \frac{n+1}{m+1} = \frac{n(m+1) - m(n+1)}{m(m+1)} = \frac{n-m}{m(m+1)}$ аз сифр хурд аст, чунки

$n - m < 0$, $m > 0$, $m + 1 > 0$. Пас, $\frac{n}{m} < \frac{n+1}{m+1}$. ▲

Машқҳо

178. Таърифи нобаробарии адади ро истифода карда, ададҳои зеринро муқоиса намоед:

1) $0,3$ ва $\frac{1}{5}$;

2) $\frac{1}{3}$ ва $0,3$;

3) $\frac{13}{40}$ ва $0,35$;

4) $-\frac{5}{8}$ ва $-0,7$;

5) $\frac{22}{7}$ ва $3,14$;

6) $\frac{4}{9}$ ва $0,44$.

179. Агар:

1) $b - a = -1,3$;

2) $b - a = 0,01$;

3) $a - b = (-5)^4$;

4) $a - b = -5^4$;

5) $a - b = 0,8$;

6) $b - a = (-2)^3$

бошад, ададҳои a ва b -ро муқоиса намоед.

180. Исбот намоед, ки дар қиматҳои дилҳои a нобаробарии

1) $a^2 > (a+1)(a-1)$; 2) $(a+2)(a+4) > (a+1)(a+5)$ дуруст аст.

181. Исбот намоед, ки дар қиматҳои дилҳои a нобаробариҳои зерин дурустанд.

1) $a^3 < (a+1)(a^2 - a + 1)$; 2) $(a+7)(a+1) < (a+2)(a+6)$;

3) $1 + (3a+1)^2 > (1+2a)(1+4a)$; 4) $(3a-2)(a+2) < (1+2a)^2$.

182. Исбот намоед, ки дар қиматҳои дилҳои a ва b нобаробариҳои зерин дурустанд.

1) $a(a+b) > ab - 2$;

2) $2ab - 1 < b(2a+b)$;

3) $3ab - 2 < a(3b+a)$;

4) $b(a+2b) > ab - 3$.

183. Ду писарбача дафтарҳои миқдорашон баробарро хариданд. Писарбачаи якум ҳамаи дафтарҳоро 150 сӯмӣ харид. Писарбачаи дуюм нисфи дафтарҳоро 130 сӯмӣ ва боқимондари 160 сӯмӣ харид. Кадоме аз писарбачаҳо бепггар пул сарф намуд?

§ 12. ХОСИЯТҲОИ АСОСИИ НОБАРОБАРИҲОИ АДАДӢ

Дар ин параграф хосиятҳои нобаробариҳои ададӣ муоина карда мешаванд, ки одатан асосӣ меноманд, чунки онҳо ҳангоми исботи хосиятҳои дигари нобаробариҳо ва ҳангоми ҳал кардани бисёр масъалаҳо истифода карда мешаванд.



Теоремаи 1. Агар $a > b$ ва $b > c$ бошад, он гоҳ $a > c$ аст.

○ Аз рӯи шарт $a > b$ ва $b > c$ аст. Ин чунин маъно дорад, ки $a - b > 0$ ва $b - c > 0$ аст. Ададҳои мусбати $a - b$ ва $b - c$ -ро ҷамъ намуда, $(a - b) + (b - c) > 0$ -ро ҳосил менамоем, яъне $a - c > 0$.

Пас, $a > c$ ●

Ба таври геометрӣ теоремаи 1 мефаҳмонад, ки агар дар тири ададӣ нуқтаи a ростгари нуқтаи b ва нуқтаи b ростгари нуқтаи c хобад, дар он ҳол нуқтаи a ростгари нуқтаи c воқеъ аст (расми 12).



Расми 12.



Теоремаи 2. Агар ба ҳар ду қисми нобаробарӣ як адад ҷамъ карда шавад, аломати нобаробари тағйир намеёбад.

○ Бигзор $a > b$ аст. Исбот кардан даркор аст, ки дар қимати дилхоҳи c нобаробарии

$$a + c > b + c$$

дуруст аст.

Фарқи

$$(a + c) - (b + c) = a + c - b - c = a - b$$

-ро муоина менамоем. Ин фарқ мусбат аст, чунки мувофиқи шарт $a > b$ мебошад. Пас, $a + c > b + c$ аст. ●



Натиҷа. Аломати ҷамъшавандаеро ба муқобилаш иваз намуда, аз як қисми нобаробарӣ ба қисми дигари он гузаронидан мумкин аст.

○ Бигузор $a > b + c$ аст. Ба ҳар ду қисми ин нобаробарӣ адади $-c$ -ро ҷамъ намуда, $a - c > b + c - c$ -ро ҳосил мекунем, яъне $a - c > b$ ●



Теоремаи 3. Агар ҳар ду қисми нобаробарӣ ба як адади мусбат зарб карда шавад, аломати нобаробарӣ тағйир намеёбад. Агар ҳар ду қисми нобаробарӣ ба як адади манфӣ зарб карда шавад, аломати нобаробарӣ ба муқобилаш иваз карда мешавад.

○ 1) Бигузор $a > b$ ва $c > 0$ аст. Исбот менамоем, ки $ac > bc$ аст. Мувофиқи шарт $a - b > 0$ ва $c > 0$ мебошад. Бинобар ин $(a - b)c > 0$, яъне $ac - bc > 0$. Пас, $ac > bc$.

2) Бигузор $a > b$ ва $c < 0$ аст. Исбот менамоем, ки $ac < bc$. Мувофиқи шарт $a - b > 0$ ва $c < 0$ мебошад. Бинобар ин, $(a - b)c < 0$, яъне $ac - bc < 0$. Пас, $ac < bc$. ●

Масалан, ҳар ду қисми нобаробарии $\frac{1}{5} < 0,21$ -ро ба 3 зарб карда,

$\frac{3}{5} < 0,63$ -ро ҳосил менамоем, вале ҳар ду қисми нобаробарии $\frac{1}{5} < 0,21$

-ро ба 4 зарб карда, $-\frac{4}{5} > -0,84$ -ро ҳосил мекунем..

Қайд менамоям, ки агар $c \neq 0$ бошад, ададҳои c ва $\frac{1}{c}$ дорои аломати яхела мебошанд. Азбаски тақсим ба c -ро бо зарб ба $\frac{1}{c}$ иваз кардан мумкин аст, бинобар ин аз теоремаи 3 тасдиқи зерин бармеояд:



Натиҷа. Агар ҳар ду қисми нобаробарӣ ба як адади мусбат тақсим карда шавад, аломати нобаробарӣ тағйир намеёбад.

Агар ҳар ду қисми нобаробарӣ ба як адади манфӣ тақсим карда шавад, аломати нобаробарӣ ба муқобилаш иваз карда мешавад.

Масалан, ҳар ду қисми нобаробарии $0,99 < 1$ -ро ба 3 тақсим карда, $0,33 < \frac{1}{3}$ -ро ҳосил менамоям, вале ҳар ду қисми нобаробарии $0,99 < 1$ -ро ба -9 тақсим карда, $-0,11 > -\frac{1}{9}$ -ро ҳосил менамоям.

Масъалаи 1. Иббот намоед, ки агар $a > b$ бошад, $-a < -b$ аст.

△ Ҳар ду қисми нобаробарии $a > b$ -ро ба адади манфии -1 зарб карда, $-a < -b$ ҳосил менамоям. ▲

Масалан, аз нобаробарии $1,9 < 2,01$ нобаробарии $-1,9 > -2,01$ бармеояд; аз нобаробарии $0,63 < \frac{3}{5}$ нобаробарии $-0,63 < -\frac{3}{5}$ бармеояд.

Масъалаи 2. Иббот намоед, ки агар a ва b – ададҳои мусбат ва $a > b$ бошад, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ аст.

△ Ҳар ду қисми нобаробарии $b < a$ -ро ба адади мусбати ab тақсим намуда, ҳосил мекунем: $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$. ▲

Қайд менамоям, ки ҳамаи хосиятҳои нобаробариҳо, ки дар ин параграф муоина карда шуданд, барои нобаробариҳои дорои аломати $>$ (калон) иббот карда шуданд.

Барои нобаробариҳои дорои аломати $<$ (хурд) хосиятҳои номбурда айнан иббот карда мешаванд.

Машқҳо

184. Иббот намоед, ки:

- 1) агар $a-2 < b$ ва $b < 0$ бошад, он гоҳ $a-2$ адади манфӣ аст;
- 2) агар $a^2-5 > a$ ва $a > 1$ бошад, он гоҳ $a^2-5 > 1$ аст.

185. Агар:

- 1) $a > b$ ва $b > 1$;
- 2) $a < b$ ва $b < -2$;
- 3) $a-1 < b$ ва $b < -1$;
- 4) $a+1 > b$ ва $b > 1$

бошад, мусбат ё манфӣ будани адади a -ро ошкор намоед.

186. Нобаробариеро нависед, ки дар натиҷаи ба ҳар ду қисми нобаробарии $-2 < 4$ ҳамъ кардани адади 1) 5; 2) -7 бармеояд.

187. Нобаробариеро нависед, ки дар натиҷаи ба ҳар ду қисми нобаробарии $2a+3b > a-2b$ ҳамъ кардани адади: 1) $2b$; 2) $-a$ бармеояд.

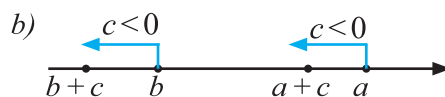
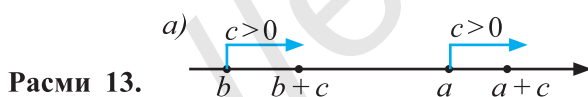
188. Нобаробариеро нависед, ки дар натиҷаи аз ҳар ду қисми нобаробарии $3 > 1$ тарҳ кардани адади: 1) 1; 2) -5 бармеояд.

189. Нобаробариеро нависед, ки он дар натиҷаи аз ҳар ду қисми нобаробарии $a-2b < 3a+b$ тарҳ кардани адади зерин ҳосил мешавад:
1) a ; 2) b .

190. Бигузор $a < b$ аст. Ададҳои зеринро муқоиса намоед:

- 1) $a+x$ ва $b+x$;
- 2) $a-5$ ва $b-5$.

3) Хосиятҳои нобаробарии ададҳои дар расмҳои 13 ва 14 бударо гӯед.



Расми 14.

Ҳар ду қисми нобаробарии зеринро ба адади додашуда тақсим кунед
(**191-192**):

191. 1) $3,35 < 4,5$ -ро ба 4; 2) $3,8 > 2,4$ -ро ба 5;

- 3) $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$ -ро ба 12;
- 4) $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$ -ро ба 16.

3) $-4a < -3$ ni $0,25$ ga; 4) $-2a > -4$ ni $-0,5$ ga.

192. 1) $2a > 1$ -ро ба $0,5$; 2) $4a < -1$ -ро ба $0,25$;
3) $-4a < -3$ -ро ба $0,25$; 4) $-2a > -4$ -ро ба $-0,5$.

Ҳар ду қисми нобаробарии зеринро ба адади додашуда тақсим кунед
(193–194):

193. 1) $-2 < 5$ -ро ба 2 ; 2) $4,5 > -10$ -ро ба 5 ;
3) $-25 > -30$ -ро ба -5 ; 4) $-20 < -12$ -ро ба -4 ;
194. 1) $1,2a < 4,8$ -ро ба $1,2$; 2) $2,3a < -4,6$ -ро ба $2,3$;
3) $-\frac{2}{3}x < -\frac{1}{4}$ -ро ба $\frac{2}{3}$; 4) $-\frac{3}{4}x > \frac{1}{3}$ -ро ба $-\frac{3}{4}$.

§ 13. ЧАМЪ ВА ЗАРБ КАРДАНИ НОБАРОБАРИҲО

Ҳангоми ҳал кардани масъалаҳои гуногун бештар лозим меояд, ки нобаробариҳо чамъ ё зарб карда шаванд, яъне қисмҳои чап ва рост нобаробариҳо алоҳида-алоҳида, аъзо ба аъзо чамъ ва зарб карда мешаванд.

Масалан, агар сайёҳ рӯзи аввал зиёда аз 20 км ва рӯзи дуюм зиёда аз 25 км роҳ ғанга бошад, тасдиқ кардан мумкин аст, ки дар ду рӯз ӯ зиёда аз 45 км роҳ гаштааст.

Худи ҳамин тавр, агар дарозии росткунча аз 13 см хурдтар, вале бари он аз 5 см хурдтар бошад, гуфтан мумкин аст, ки масоҳати ин росткунча аз 65 см² хурдтар аст.

Ҳангоми дида баромадани ин гуна мисолҳо теоремаҳои зерин дар бораи чамъ ва зарби нобаробариҳо истифода мешаванд.



Теоремаи 1. Ҳангоми чамъ кардани нобаробариҳои аломатҳояшон якхела нобаробарии дорои ҳамон аломат ҳосил мешавад: агар $a > b$ ва $c > d$ бошад, он гоҳ $a + c > b + d$ аст.

○ Мувофиқи шарт $a - b > 0$ ва $c - d > 0$ аст. Фарқи

$$(a + c) - (b + d) = a + c - b - d = (a - b) + (c - d).$$

-ро дида мебароем мекунем.

Азбаски суммаи ададҳои мусбат мусбат аст, бинобар ин $(a+c)-(b+d)>0$, яъне $a+c>b+d$ мебошад. ●

Мисолҳо:

$$\begin{array}{r} 1) \quad + \quad 3 > 2,5 \\ \quad \quad 5 > 4 \\ \hline \quad \quad 8 > 6,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad + \quad 1,2 < 1,3 \\ \quad \quad -3 < -2 \\ \hline \quad \quad -1,8 < -0,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad + \quad 4,8 > 2,3 \\ \quad \quad -1,2 > -1,3 \\ \hline \quad \quad 3,6 > 1 \end{array}$$



Теоремаи 2. Ҳангоми зарб кардани нобаробариҳои аломатхояшон якхела, ки қисмҳои чап ва росташон мусбатанд, нобаробарии дорони ҳамон аломат ҳосил мешавад: агар $a>b$, $c>d$ ва a, b, c, d — ададҳои мусбат бошанд, $ac>bd$ мешавад.

○ Фарқи зеринро муоина менамоем:

$$ac - bd = ac - bc + bc - bd = c(a - b) + b(c - d).$$

Мувофиқи шарт $a - b > 0, c - d > 0, b > 0, c > 0$ аст. Бинобар ин, $c(a - b) + b(c - d) > 0$, яъне $ac - bd > 0$, аст, ки аз ин ҷо $ac > bd$ аст. ●

Мисолҳо:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times \quad 3,2 > 3,1 \\ \quad \quad 3 > 2 \\ \hline \quad \quad 9,6 > 6,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \times \quad 1,8 < 2,1 \\ \quad \quad 4 < 5 \\ \hline \quad \quad 7,2 < 10,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \times \quad 2,4 < 3,5 \\ \quad \quad 3 < 4 \\ \hline \quad \quad 7,2 < 14 \end{array}$$

Масъалаи 1. Исбот намоед, ки агар a, b — ададҳои мусбат ва $a>b$ бошанд, $a^2>b^2$ аст.

△ Нобаробарии $a>b$ -ро худ ба худ зарб карда, нобаробарии $a^2>b^2$ -ро ҳосил мекунем. ▲

Ба таври монанд исбот кардан мумкин аст, ки агар a, b — ададҳои мусбат ва $a>b$ бошанд, дар қиматҳои дилхоҳи натуралии n нобаробарии $a^n>b^n$ ҷой дорад.

Масалан, аз нобаробарии $5>3$ нобаробариҳои $5^5>3^5$, $5^7>3^7$ ва ғайра бармеоянд.

Масъалаи 2. Исбот намоед, ки суммаи масофаҳо аз нуқтаи дилхоҳе, ки дар дохили ссқунча воқеъ аст, то қуллаҳои он аз нимпериметри он калонтар аст.

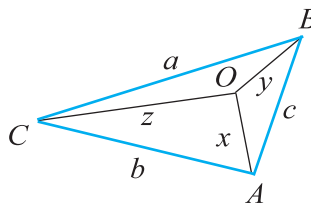
△ Расми 15-ро дида мебароем. Бигузор нуқтаҳои x, y, z дар секунзаи ABC масофаҳо аз нуқтаи дохилии O то қуллаи ссқунчаи ABC бошад.

Аз секунчаҳои AOB, AOC, BOC ва аз рӯи теоремаи суммаи ду тарафи секунза:

$$x + y > c,$$

$$x + z > b,$$

$$y + z > a.$$



Расми 15.

Ин нобаробариҳоро аъзо ба аъзо чамъ намуда, ҳосил мекунем:
 $2x + 2y + 2z > a + b + c$ ки аз ин чо

$$x + y + z > \frac{a+b+c}{2}. \text{ бармеояд. } \blacktriangle$$

Машиқҳо

195. (Шифохӣ.) Оё дуруст аст, ки агар:

- 1) $x > 7$ ва $y > 4$ бошад, дар он ҳолат $x + y > 11$;
- 2) $x > 5$ ва $y > 8$ бошад, дар он ҳолат $xy < 40$;
- 3) $x < -7$ ва $y < 7$ бошад, дар он ҳолат $x + y < 0$;
- 4) $x < 2$ ва $y < 5$ бошад, дар он ҳолат $xy < 10$?

196. Нобаробариҳоро чамъ кунед:

- 1) $5 > -8$ ва $8 > 5$;
- 2) $-8 < 2$ ва $3 < 5$;
- 3) $3x + y < 2x + 1$ ва $3y - 2x < 14 - 2a$;
- 4) $3x^2 + 2y > 4a - 2$ ва $5y - 3x^2 > 3 - 4a$.

197. Нобаробариҳоро зарб кунед:

- 1) $2\frac{2}{3} > 1\frac{1}{3}$ ва $12 > 6$;
- 2) $6\frac{1}{4} < 9\frac{2}{3}$ ва $4 < 6$;
- 3) $x - 2 > 1$ ва $x + 2 > 4$;
- 4) $4 < 2x + 1$ ва $3 < 2x - 1$.

198. Иббот кунед, ки агар $a > 2$ ва $b > 5$ бошад, дар он ҳолат

- 1) $3a + 2b > 16$;
- 2) $ab - 1 > 9$;
- 3) $a^2 + b^2 > 29$;
- 4) $a^3 + b^3 > 133$;
- 5) $(a + b)^2 > 35$;
- 6) $(a + b)^3 > 340$;
- 7) $2a + 3b > 19$;
- 8) $6ab - 5 > 55$;
- 9) $ab(a + b) > 70$

мешавад.

- 199.** Тарафҳои секунҷа мувофиқан аз 73 см, 1 м 15 см ва 1 м 11 см хурдтаранд. Исбот намоед, ки периметри он аз 3 м хурдтар аст.
- 200.** 4 дафтари умумӣ ва 8 дафтари хотира хариданд. Нархи дафтари умумӣ аз 200 сӯм камтар аст, нархи дафтари хотира аз 150 сӯм камтар аст. Исбот карда шавад, ки арзипш тамоми харид аз 2000 сӯм камтар аст.
- 201.** Як тарафи росткунҷа аз 7 см дарозтар аст, тарафи дигари он назар ба тарафи аввала 3 маротиба дарозтар аст. Исбот намоед, ки периметри росткунҷа аз 56 см дарозтар аст.
- 202.** Дарозии майдони росткунҷа назар ба бари он 5 маротиба калонтар аст, бараш бошад аз 4 м калонтар аст. Исбот намоед, ки масоҳати майдон аз 80 м² калонтар аст.
- 203.** Исбот намоед, ки суммаи масофаҳо аз нуктаи дилхоҳе, ки дар дохили росткунҷа воқеъ аст, то қуллаҳои он аз нимпериметри росткунҷа калонтар аст.

Нобаробариҳои қатъӣ ва ғайриқатъӣ. Нобаробариҳои дорои аломатҳои $>$ (калон) ва $<$ (хурд) -ро набаробарии қатъӣ меноманд.

Масалан, $\frac{5}{6} > \frac{1}{2}$, $\frac{3}{4} < 1$, $a > b$, $c < d$ – нобаробариҳои қатъӣ мебошанд.

Дар қатори аломати нобаробариҳои қатъӣ $>$ ва $<$ аломатҳои $\geq$ (калон ё баробар) ва $\leq$ (хурд ё баробар) истифода карда мешаванд, ки онҳоро аломатҳои нобаробариҳои ғайриқатъӣ меноманд.

Нобаробарии $a \leq b$ мефаҳмонад, ки $a < b$ ё $a = b$ аст, яъне a аз b калон нест.

Масалан, агар микдори ҷойҳои нишасти ҳавопаймо 134-то бошад, микдори мусофирҳо a камтар ё баробари 134 шуда метавонад. Дар ин ҳолат навиштан мумкин аст: $a \leq 134$.

Худи ҳамин тавр нобаробарии $a \geq b$ мефаҳмонад, ки адади a калонтар ё баробари b аст, яъне a аз b хурдтар нест.

Нобаробариҳоеро, ки аломати $\geq$ ё аломати $\leq$ -ро доранд, набаробариҳои ғайриқатъӣ меноманд. Масалан, $18 \geq 12$, $11 \leq 12$, $7 \geq 7$, $4 \leq 4$, $a \geq b$, $c \leq d$ — нобаробариҳои ғайриқатъиянд.

Ҳамаи хосиятҳои нобаробариҳои қатъӣ, ки дар § 12—13 баён карда шуда буданд, барои нобаробариҳои ғайриқатъӣ низ дурустанд. Дар айни ҳол агар барои нобаробариҳои қатъӣ аломатҳои $>$ ва $<$ муқобил ҳисобида шаванд, барои нобаробариҳои ғайриқатъӣ аломатҳои $\geq$ ва $\leq$ муқобил ҳисобида мешаванд.

Масалан, теоремаи 2 аз § 12 барои нобаробариҳои ғайриқатъӣ низ дуруст аст: агар $a \geq b$ ва адади c дилхоҳ бошад, $a + c \geq b + c$ аст. Дар ҳақиқат, барои ҳолати $a > b$ ин теорема дар § 12 исбот карда шуд, барои ҳолати $a = b$ бошад, ин тасдиқ хосияти маълуми баробариҳоро ифода менамояд.

Масъала. Исбот намоед, ки дар қиматҳои дилхоҳи a ва b нобаробарии

$$a^2 + b^2 \geq 2ab \quad (1)$$

дуруст аст.

△ Исбот мекунем, ки фарқи $a^2 + b^2 - 2ab$ барои ададҳои дилхоҳи a ва b аз сифр хурд нест. Дар ҳақиқат, $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 \geq 0$ аст. Пас, нобаробарии (1) дар қиматҳои дилхоҳи a ва b ҷой дошта, аломати баробарӣ танҳо ҳангоми $a = b$ ҷой дорад. ▲

Машиқҳо

204. Адади бутуни калонтарини n -ро ёбед, ки нобаробариҳои зеринро қонеъ менамояд:

- 1) $n \leq -2$; 2) $n \leq 3$; 3) $n < 4$; 4) $n < -5$;
5) $n \leq 0,2$; 6) $n \leq -0,3$; 7) $n < -\pi$; 8) $n < \pi$.

205. Адади бутуни хурдтарини n -ро ёбед, ки нобаробариҳои зеринро қонеъ менамояд:

- 1) $n \geq -3$; 2) $n \geq 6$; 3) $n \geq -6$; 4) $n > -4$;
5) $n > -4,21$; 6) $n \geq 3,24$; 7) $n \geq \pi - 1$; 8) $n \geq -\pi + 1$.

206. Адади бутуни калонтарини x -ро ёбед, ки нобаробариҳои зеринро қонеъ менамояд:

- 1) $\frac{x}{6} \leq 1$; 2) $\frac{x}{4} < -2$; 3) $\frac{x}{10} \leq -3,14$; 4) $\frac{x}{7} \leq 0,15$.

207. Аломатҳои нобаробариро истифода карда, тасдиқотро нависед:

- 1) имрӯз дар водии Фарғона ҳарорат аз 20°C ($t^\circ\text{C}$) баланд нест;
- 2) об ба баландии (h м) на камтар аз 5 м бароварда шуд;
- 3) ҳарорати об ($t^\circ\text{C}$) дар ҳолати моеъ, ҳангоми мӯътадил будани фишор аз 0°C камтар нест; зиёдтар аз 100°C нест;
- 4) суръати ҳаракати нақлиёти автомобилӣ (v км/соат) дар шаҳр аз 70 км/соат зиёд нест.

208. Бигузор $a \leq b$ аст. Оё нобаробарӣ дуруст аст:

- 1) $a - 3 \leq b - 3$; 2) $5a \leq 5b$; 3) $a + 2,5 < b + 2,5$;
4) $a - 4 > b - 4$; 5) $a - 4 \leq b + 1$; 6) $a - 3,1 \leq b + 0,1$?

209. Бигузор $a \geq b$ аст. Оё нобаробарӣ дуруст аст:

- 1) $-2a > -2b$; 2) $-3a \leq -3b$; 3) $\frac{a}{12} \geq \frac{b}{12}$;
4) $\frac{a}{15} < \frac{b}{15}$; 5) $0,5a \geq 0,4b$; 6) $-2a \leq -b$?

§ 14. БА ДАРАЧА БАРДОШТАНИ НОБАРОБАРИҲОИ АДАДӢ

Дар § 11 хангоми ба аъзоҳо чудо карда зарб задани нобаробариҳои қисмҳои чап ва росташон мусбати ишораашон якхела, ҳосил шудани нобаробариҳои ҳамин ишора нишон дода шуда буд.



Аз ин чо агар $a > b > 0$ ва n адади натурали бошад, он гоҳ $a^n > b^n$ ҳосил мешавад.

○ Аз рӯи шарт $a > 0$, $b > 0$. n -то нобаробариҳои $a > b$ -и якхеларо аъзо ба аъзо, зарб мезанем ва ҳосил мекунем: $a^n > b^n$. ●

Масъалаи 1. Ададҳои $(0,43)^5$ ва $\left(\frac{3}{7}\right)^5$ -ро муқоиса кунед.

△ Бо саҳеҳии то 0,001 бинобар $\frac{3}{7} \approx 0,428$ буданаш, $0,43 > \frac{3}{7}$ мешавад.

Бинобар ин, $(0,43)^5 > \left(\frac{3}{7}\right)^5$ аст. ▲



Нобаробариҳои қисмҳои чап ва росташ мусбатро ба дараҷаи дилхоҳи ратсионалӣ бардоштан мумкин аст:

Агар $a > b > 0$, $r > 0$ бошад, дар он ҳолат

$$a^r > b^r \quad (1)$$



мешавад;

агар $a > b > 0$, $r < 0$ бошад, дар он ҳолат

$$a^r < b^r$$

(2)

мешавад.

Хосияти 1-ро исбот мекунем.

○ Аввал дурустии хосияти (1)-ро ҳангоми $r = \frac{1}{n}$ будан, баъд дар

ҳолати умумии $r = \frac{m}{n}$ будан, исбот мекунем.

а) Бигзор, $r = \frac{1}{n}$ бошад, ин ҷо n — адади натуралии аз як калон, $a > 0$,

$b > 0$. Мувофиқи шарт бояд $a > b$ бошад. Бояд исбот кард, ки $a^{\frac{1}{n}} > b^{\frac{1}{n}}$

Фарз мекунем, ки он нодуруст, яъне $a^{\frac{1}{n}} \leq b^{\frac{1}{n}}$ бошад. Дар он ҳолат ин

нобаробарию ба дараҷаи натуралии n бардошта, $a \leq b$ -ро ҳосил мекунем.

Ин бошад, ба шарт $a > b$ зид аст. Пас, аз $a > b > 0$ бармеояд, ки

$a^{\frac{1}{n}} > b^{\frac{1}{n}}$ аст. б) Бигзор, $r = \frac{m}{n}$ бошад. m ва n — ададҳои натуралӣ. Дар

он ҳол аз рӯи шарт $a > b > 0$ мувофиқи исботи мо $a^{\frac{1}{n}} > b^{\frac{1}{n}}$ бармеояд. Ин

нобаробарию ба дараҷаи натуралии m бардошта ҳосил мекунем:

$$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m > \left(b^{\frac{1}{n}}\right)^m, \text{ яъне } a^{\frac{m}{n}} > b^{\frac{m}{n}}. \bullet$$

Масалан, $5^{\frac{2}{7}} > 3^{\frac{2}{7}}$, чунки $5 > 3$; $2^{\frac{3}{4}} < 4^{\frac{3}{4}}$, чунки $2 < 4$; $\sqrt[5]{7^2} > \sqrt[5]{6^2}$, чунки $7 > 6$.

Акнун хосияти (2)-ро исбот мекунем.

○ Агар $r < 0$ бошад, дар он ҳол $-r > 0$ мешавад. Мувофиқи хосияти

(1) аз рӯи шарт $a > b > 0$ бармеояд, ки $a^{-r} > b^{-r}$ аст. Ҳар ду қисми ин

нобаробарию ба адади мусбати $a^r b^r$ зарб зада, $b^r > a^r$ -ро ҳосил мекунем, яъне $a^r < b^r$. $\bullet$

Масалан, $(0,7)^{-8} < (0,6)^{-8}$, чунки $0,7 > 0,6$; $13^{-0,6} > 15^{-0,6}$, чунки $13 < 15$;

$\sqrt[4]{8^{-3}} < \sqrt[4]{7^{-3}}$, чунки $8 > 7$.

Дар курси математикаи олий дурустии ҳосияти (1) барои адади ҳақиқии мусбати дилхоҳи r , ҳосияти (2) бошад, барои адади ҳақиқии манфӣи дилхоҳи r исбот карда мешавад. Масалан,

$$\left(\frac{8}{9}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{7}{8}\right)^{\sqrt{2}}, \text{ чунки } \frac{8}{9} > \frac{7}{8}; \quad \left(\frac{7}{8}\right)^{-\sqrt{3}} < \left(\frac{6}{7}\right)^{-\sqrt{3}}, \text{ чунки } \frac{7}{8} > \frac{6}{7}.$$

Таъкид мекунем, ки ҳосиятҳои баррасишудаи ба дараҷа бардоштани нобаробарии қатъӣ (дурои аломати $> \text{ ё } <$) ба нобаробарии ғайриқатъӣ (дурои аломати $\geq \text{ ё } \leq$) низ дуруст аст.



Ҳамин тавр, агар ҳар ду қисми нобаробарӣ мусбат бошад, дар он ҳол ҳангоми ба дараҷаи мусбат бардоштани он аломати нобаробарӣ нигоҳ дошта мешавад, ҳангоми ба дараҷаи манфӣ бардоштан бошад, аломати нобаробарӣ ба муқобил иваз карда мешавад.

Хотиррасон мекунем, ки барои нобаробарии қатъӣ аломатҳои $>$ ва $<$, барои нобаробарии ғайриқатъӣ бошад, аломатҳои $\geq$ ва $\leq$ аломатҳои муқобил мебошанд.

Масъалаи 2. Ададхоро муқоиса кунед:

$$1) \left(\frac{17}{18}\right)^{-\frac{1}{3}} \text{ ва } \left(\frac{18}{17}\right)^{-\frac{1}{3}}; \quad 2) \left(\frac{6}{7}\right)^{\sqrt{2}} \text{ ва } (0,86)^{\sqrt{2}}.$$

△ 1) Азбаски $\frac{17}{18} < 1$ ва $\frac{18}{17} > 1$ аст, $\frac{17}{18} < \frac{18}{17}$ мешавад.

Ии нобаробарию ба дараҷаи маиғӣ $\left(-\frac{1}{3}\right)$ бардоштга, ҳосил мекунем:

$$\left(\frac{17}{18}\right)^{-\frac{1}{3}} > \left(\frac{18}{17}\right)^{-\frac{1}{3}}.$$

2) Асосҳои дараҷаро муқоиса мекунем. Бинобар $\frac{6}{7} = 0,857... \text{ будан,}$
 $\frac{6}{7} < 0,86$ мешавад. Ии нобаробарию ба дараҷаи мусбати $\sqrt{2}$ бардошта, ҳосил мекунем:

$$\left(\frac{6}{7}\right)^{\sqrt{2}} < 0,86^{\sqrt{2}}. \blacktriangle$$

Масъалаи 3. Муодиларо ҳал кунед: $10^x = 1$.

△ Адади $x = 0$ решаи ин муодила мешавад, чунки $10^0 = 1$ аст. Дигар реша надоштани оиро нишон медиҳем.

Муодилаи додашударо дар шакли $10^x = 1^x$ менависем.

Агар $x > 0$ бошад, дар он ҳол $10^x > 1^x$ ва пас, муодила решаҳои мусбат надорад.

Агар $x < 0$ бошад, дар он ҳол $10^x < 1^x$ ва пас, муодила решаҳои маъфӣ надорад.

Ҳамин тавр, $x = 0$ решаи ягонаи муодилаи $10^x = 1$ будааст. ▲

Монанди ҳамин, соҳиби решаи ягонаи $x=0$ будани муодилаи $a^x = 1$ ($a > 0$, $a \neq 1$) исбот карда мешавад. Аз ин дурустии баробарии

$$a^x = a^y \quad (3)$$

ҳангоми $x=y$ будан, бармеояд, ки дар ин ҳо $a > 0$, $a \neq 1$.

○ Баробарии (3) -ро ба a^{-y} зарб карда, $a^{x-y} = 1$ -ро ҳосил мекунем $x=y$. ●

Масъалаи 4. $3^{2x-1} = 9$ муодиларо ҳал кунед.

△ $3^{2x-1} = 3^2$, аз ин ҳо $2x - 1 = 2$, $x = 1,5$. ▲

Муодилаи $a^x = b$ -ро дида мебароем, ки дар он $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$ аст.

Дар ин решаи ягонаи x_0 будани ин муодиларо исбот кардан мумкин аст. Адади x_0 аз руи асоси a логарифми адади b номида мешавад ва чун $\log_a b$ ишора карда мешавад. Масалан, решаи муодилаи $3^x = 9$ адади 2 мешавад, яъне $\log_3 9 = 2$. Ба монанди ҳамин, $\log_2 16 = 4$, чунки $2^4 = 16$;

$\log_5 \frac{1}{5} = -1$, чунки $5^{-1} = \frac{1}{5}$; $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$, чунки $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$.

Логарифми адади b аз рӯи асоси 10 логарифми даҳӣ номида мешавад ва чун $\lg b$ ишора карда мешавад. Масалан, $\lg 100 = 2$, чунки $10^2 = 100$; $\lg 0,001 = -3$, чунки $10^{-3} = 0,001$.

Машқҳо

210. (Шифохӣ.) Ададхоро муқоиса кунед:

1) $2^{\frac{1}{3}}$ ва $3^{\frac{1}{3}}$; 2) $5^{-\frac{4}{5}}$ ва $3^{-\frac{4}{5}}$; 3) $5^{\sqrt{3}}$ ва $7^{\sqrt{3}}$; 4) $21^{-\sqrt{2}}$ ва $31^{-\sqrt{2}}$.

211. Ададхоро муқоиса кунед:

$$\begin{array}{ll} 1) (0,88)^{\frac{1}{6}} \text{ ва } \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}; & 2) \left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{4}} \text{ ва } (0,41)^{-\frac{1}{4}}; \\ 3) (4,09)^{\frac{3}{2}} \text{ ва } \left(4\frac{3}{25}\right)^{\frac{3}{2}}; & 4) \left(\frac{11}{12}\right)^{-\sqrt{5}} \text{ ва } \left(\frac{12}{13}\right)^{-\sqrt{5}}. \end{array}$$

212. Муодиларо ҳал кунед:

$$\begin{array}{lll} 1) 6^{2x} = 6^{\frac{1}{5}}; & 2) 3^x = 27; & 3) 7^{1-3x} = 7^{10}; \\ 4) 2^{2x+1} = 32; & 5) 4^{2+x} = 1; & 6) \left(\frac{1}{5}\right)^{4x-3} = 5. \end{array}$$

213. Ададхоро муқоиса кунед:

$$1) \sqrt[7]{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2} \text{ ва } \sqrt[7]{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2}; \quad 2) \sqrt[5]{\left(1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{5}\right)^3} \text{ ва } \sqrt[5]{\left(1\frac{1}{6} - 1\frac{1}{7}\right)^3}.$$

Муодиларо ҳал кунед **(214–216)**:

$$\begin{array}{ll} 214. \quad 1) 3^{2-y} = 27; & 2) 3^{5-2x} = 1; \\ 3) 9^{\frac{1}{2}x-1} - 3 = 0; & 4) 27^{3-\frac{1}{3}y} - 81 = 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 215. \quad 1) \left(\frac{1}{9}\right)^{2x-5} = 3^{5x-8}; & 2) 2^{4x-9} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}; & 3) 8^x 4^{x+13} = \frac{1}{16}; \\ 4) \frac{25^{x-2}}{\sqrt{5}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-7,5}; & 5) \left(\frac{1}{4}\right)^{x-4} = 2^{x+2}; & 6) 3^x \cdot 9^{x-1} = \frac{1}{27}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 216. \quad 1) \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2x+1} = (3\sqrt{3})^x; & 2) (\sqrt[3]{2})^{x-1} = \left(\frac{2}{\sqrt[3]{2}}\right)^{2x}; \\ 3) 9^{3x+4} \sqrt{3} = \frac{27^{x-1}}{\sqrt{3}}; & 4) \frac{8}{(\sqrt{2})^x} = 4^{3x-2} \sqrt{2}. \end{array}$$

217. Ҳисоб кунед:

$$\begin{array}{lll} 1) \log_7 49; & 2) \log_2 64; & 3) \log_{\frac{1}{2}} 4; \\ 4) \log_3 \frac{1}{27}; & 5) \log_7 \frac{1}{7}. \end{array}$$

218. Муодиларо ҳал кунед:

$$1) 7^{5x-1}=49; \quad 2) (0,2)^{1-x}=0,04; \quad 3) \left(\frac{1}{3}\right)^{3x+3}=3^{2x};$$

$$4) 3^{5x-7}=\left(\frac{1}{3}\right)^{2x}; \quad 5) (0,3)^{2-3x}=0,027; \quad 6) \left(\frac{1}{6}\right)^{2x-3}=6^x.$$

§ 15. НОБАРОБАРИҲОИ ЯКНОМАЉУМА

Масъала. Аз ду шахр ба истиқболи якдигар дар як вақт ду поезд бо суръатҳои доимии якхела равона мешаванд. Барои он, ки баъди ду соати ибтидои ҳаракат суммаи масофаҳои тайкардаи онҳо на хурдтар аз 200 км бошад, поездҳо бо кадом суръат ҳаракат карданишон даркор аст?

△ Бигузур x километр дар як соат – суръати матлуби ҳаракати поездҳо бошад. Дар 2 соат ҳар яке аз поездҳо $2x$ километр масофаро тай мекунад. Мувофиқи шарт масъала суммаи масофаҳои дар давоми 2 соат тайкардаи поездҳо аз 200 км кам набояд бошад.

$$2x + 2x \geq 200.$$

Аз ин ҷо $4x \geq 200, x \geq 50$.

Ҷ а в о б: Суръати ҳаракати ҳар як поезд набояд аз 50 км/соат кам бошад. ▲

Дар нобаробарии $4x \geq 200$ бо ҳарфи x адади номаълум ишора карда шудааст. Ин мисоли нобаробарии хаттии якномаълума мебошад.

$$ax > b, ax < b, ax \geq b, ax \leq b$$

ки дар ин ҷо a ва b — ададҳои маълум ва x — номаълуманд.

Масалан, бисёр нобаробариҳо

$$4(3-x) > 5 + 2x, \quad \frac{x-3}{2} \leq \frac{x-2}{3}, \quad 1 - \frac{x}{2} < 3(x+4)$$

ба нобаробариҳои хаттӣ оварда мешаванд.

Ифодаҳои дар қисми чап ва ростии нобаробарӣ истодаро мувофиқан қисмҳои чап ва ростии нобаробарӣ меноманд. Ҳар як чамъшавандаи қисмҳои чап ва ростии нобаробариро *аъзои нобаробарӣ* меноманд.

Масалан, дар нобаробарии $2x - 5 \geq 4 + 3x$ қисми чап $2x - 5$, қисми рост $4 + 3x$, $2x$, -5 , 4 ва $3x$ — аъзои нобаробарӣ.

Агар дар нобаробарии $2x + 2x \geq 200$, ки дар масъалаи боло ҳосил шуд, $x = 50$, $x = 51$, $x = 60$ гузопгга шавад, нобаробариҳои ададии дуруст ҳосил мегарданд: $2 \cdot 50 + 2 \cdot 50 \geq 200$; $2 \cdot 51 + 2 \cdot 51 \geq 200$;

$$2 \cdot 60 + 2 \cdot 60 \geq 200.$$

Ҳар яке аз ададҳои 50 , 51 , 60 -ро ҳалли нобаробарии $2x + 2x > 200$ меноманд.



Ҳалли нобаробарии якномаълума гуфта, ҳамоно қимати номаълумро меноманд, ки дар он нобаробарӣ ба баробарии ададии дуруст табдил меёбад.

Ҳал кардани нобаробарӣ — ин ёфтани ҳамаи ҳалҳои он ё муқаррар кардани набудани ҳал мебошад.

Адади номаълуми нобаробариро бо ҳарфҳои дилхоҳ ишора кардан мумкин аст. Масалан, дар нобаробариҳои

$$3(y - 5) < 2(4 - y), \quad 2t - 1 \geq 4(t + 3), \quad 5 - \frac{z}{2} > \frac{z}{3} - 4$$

номаълумҳо мувофиқан бо ҳарфҳои y , t , z ишора карда шудаанд.

Барои ҳал кардани нобаробариҳо мисолҳо меорем.

Масъалаи 2. Нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$x + 1 > 7 - 2x.$$

△ Фарз мекунем, ки адади x ҳалли мазкур мебошад, яъне x ададест, ки дар он нобаробарии $x + 1 > 7 - 2x$ дуруст аст.

Аъзои $-2x$ -ро аз қисми рост нобаробарӣ, аломаташро ба муқобил иваз карда, ба қисми чап мегузаронем ва адади 1 -ро ба қисми рост бо аломати “ $-$ ”, мегузаронем.

Дар натиҷа нобаробарии дурусти

$$x + 2x > 7 - 1$$

-ро ҳосил менамоем.

Аз ҳар ду қисми ин нобаробарӣ аъзои монандро ислоҳ менамоем:

$$3x > 6.$$

Ҳар ду қисми ин нобаробариро ба 3 тақсим карда, ҳосил мекунем:
 $x > 2$

Ҳамин тавр, x -ро ҳалли нобаробарии аввалӣ фарз карда, ҳосил менамоем, ки $x > 2$ аст. Барои боварӣ ҳосил кардан ба он, ки ҳар гуна қимати x -и аз 2 калонтар ҳалли нобаробарӣ мебошад, кифоя аст, ки тамоми муҳокима рониҳоро бо тартиби баръакс гузаронем.

Бигузор, $x > 2$ бошад. Хосиятҳои нобаробариҳои ададии дурустро истифода карда, пай дар пай ҳосил менамоем:

$$\begin{aligned} 3x &> 6, \\ x + 2x &> 7 - 1, \\ x + 1 &> 7 - 2x. \end{aligned}$$

Пас, адади дилхоҳи x , ки аз 2 калонтар аст, ҳалли нобаробарии мазкур мебошад.

Ҷавоб: $x > 2$. ▲

Ҳангоми навиштани ҳалли нобаробарӣ шарҳи муфассалро овардан шарт нест. Масалан, ҳалли масъалаи 1-ро ин тавр навиштан мумкин:

$$\begin{aligned} x + 1 &> 7 - 2x, \\ 3x &> 6, \\ x &> 2. \end{aligned}$$

Ҳамин тавр, ҳангоми ҳал кардани нобаробариҳо *хосиятҳои асосии зерин* истифода карда мешаванд:



Хосияти 1. Аъзои дилхоҳи нобаробариро аз як қисми нобаробарӣ, бо аломати муқобилаш иваз карда, ба қисми дигари он гузаронидан мумкин аст; дар ин ҳолат аломати нобаробарӣ тағйир намеёбад.



Хосияти 2. Ҳар ду қисми нобаробариро ба як адади гайрисифрӣ зарб ва тақсим намудан мумкин аст; агар ин адад мусбат бошад, аломати нобаробарӣ тағйир намеёбад, вале агар ин адад манфӣ бошад, аломати нобаробарӣ ба муқобилаш иваз мешавад.

Ин хосиятҳо имкон медиҳанд, ки нобаробарии додашуда бо нобаробарии дигари дорои ҳамон ҳалҳо иваз карда шавад.

Барои ҳал кардани нобаробарии якномаълума, ки ба нобаробарии хаттӣ оварда мешавад: 1) аъзоҳоеро, ки номаълумҳоро дарбар мегиранд, ба қисми чап ва аъзоҳоеро, ки номаълумҳоро дарбар намегиранд, ба қисми рост гузаронидан даркор аст (хосияти 1);

2) аъзоҳои монандро ислоҳ намуда, ҳар ду қисми нобаробарию ба коэффитсиенти назди номаълум (агар он баробари сифр набошад) тақсим кардан даркор аст (хосияти 2).

Масъалаи 2. Нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$3(x-2)-4(x+1)<2(x-3)-2.$$

△ Қисмҳои чап ва рости нобаробарию содда мекунем. Қавсҳоро мекушоём:

$$3x-6-4x-4<2x-6-2.$$

Аъзоҳои номаълуми дарбаргирандари ба қисми чап ва аъзоҳои номаълуми дарбарнагирандари ба қисми рост метузаронем (хосияти 1):

$$3x-4x-2x<6+4-6-2.$$

Аъзоҳои монандро ислоҳ менамоем:

$$-3x<2$$

ва ҳар ду қисмро ба -3 тақсим мекунем (хосияти 2):

$$x>-\frac{2}{3}.$$

Ҷавоб: $x>-\frac{2}{3}$. ▲

Ин ҳалро мухтасаран ин тавр навиштан мумкин аст:

$$3(x-2)-4(x+1)<2(x-3)-2,$$

$$3x-6-4x-4<2x-6-2,$$

$$-x-10<2x-8,$$

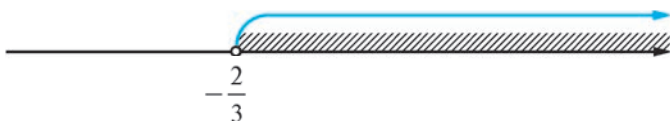
$$-3x<2,$$

$$x>-\frac{2}{3}.$$

Маҷмӯи ададҳои x , ки нобаробарии $x > -\frac{2}{3}$ -ро қонеъ менамоянд, дар тири ададӣ ба воситаи нур тасвир карда мешавад (расми 16).

Нуқтаи $x = -\frac{2}{3}$ ба ин нур мутааллиқ нест ва дар нақшаи 8 вай бо доирачаи сафед, нур бо хатҳои рах-рах тасвир карда шудааст.

Маҷмӯи ададҳои x , ки масалан нобаробарии $x \geq 2$ -ро қонеъ менамоянд, низ нур номида мешавад. Нуқтаи $x = 2$ ба ин нур мутааллиқ аст. Дар расми 17 ин нуқта бо доирачаи сиёҳ тасвир карда шудааст.



Расми 16.



Расми 17.

Масъалаи 3. Нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\frac{x-5}{6} + 1 \geq \frac{5x}{2} - \frac{x-3}{3}.$$

△ Ҳар ду қисми нобаробариҳо ба 6 зарб мекунем:

$$6 \cdot \frac{x-5}{6} + 6 \cdot 1 \geq 6 \cdot \frac{5x}{2} - 6 \cdot \frac{x-3}{3},$$

$$(x-5) + 6 \geq 15x - 2(x-3).$$

Қавсҳоро мекушоем ва аъзоҳои монандро ислоҳ менамоем:

$$x - 5 + 6 \geq 15x - 2x + 6,$$

$$x + 1 \geq 13x + 6,$$

аз ин ҷо

$$-12x \geq 5, \quad x \leq -\frac{5}{12}. \quad \blacktriangle$$

Маҷмӯи ҳалҳои ин нобаробарӣ, яъне маҷмӯи ададҳои $x \leq -\frac{5}{12}$ дар расми 18 тасвир ёфтааст.



Расми 18.

Дар мисолҳои муоинашуда нобаробариҳо баъди содда карданҳо ба нобаробариҳои хаттӣ оварда мешуданд, ки дар онҳо коэффитсиенти назди номаълум ба сифр баробар набуд. Дар баъзе ҳолатҳо ин коэффитсиент ба сифр баробар шуда метавонад.

Мисолҳои чунин нобаробариҳоро меорем.

Масъалаи 5. Нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$2(x+1)+5>3-(1-2x).$$

△ Ҳар ду қисми нобаробариҳо содда мекунем:

$$2x+2+5>3-1+2x,$$

$$2x+7>2+2x,$$

аз ин ҷо

$$2x-2x>2-7,$$

$$0\cdot x>-5.$$

Нобаробарии охирин дар қимати дилхоҳи x дуруст аст, чунки дар қимати дилхоҳи x қисми чапи он ба сифр баробар аст ва $0 > -5$ мебошад. Хулоса, қимати дилхоҳи x ҳалли ин нобаробарӣ мебошад.

Ҷавоб: Қимати дилхоҳи x . ▲

Масъалаи 6. Нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$3(2-x)-2>5-3x.$$

△ Қисми чапи нобаробариҳо содда менамоем:

$$6-3x-2>5-3x,$$

$$4-3x>5-3x,$$

аз ин ҷо

$$-3x+3x>5-4,$$

$$0\cdot x>1.$$

Нобаробарии охирин дорои ҳалҳо нест, чунки дар қимати дилхоҳи x қисми чапи нобаробарӣ ба сифр баробар аст ва нобаробарии $0 > 1$ нодуруст аст. Пас, нобаробарии аввала ҳалҳо надорад.

Ҷавоб: Ҳалҳо мавҷуд нест. ▲

Машиқҳо

219. Тасдиқи зеринро ба намуди нобаробарӣ нависед:

- 1) суммаи ададҳои x ва 17 аз 18 калонтар аст;
- 2) фарқи ададҳои 13 ва x аз 2 хурдтар аст;
- 3) ҳосили зарби ададҳои 17 ва x аз 3 хурдтар нест;
- 4) суммаи дучандаи ададҳои x ва -3 аз 2 калонтар нест;
- 5) нимсуммаи ададҳои x ва 3 аз ҳосили зарби онҳо калонтар нест;
- 6) ҳосили зарби дучандаи ададҳои x ва -4 аз фарқи онҳо хурдтар нест.

220. Кадоме аз ададҳои 10 , $\frac{1}{2}$, 0 , -1 ҳалли нобаробариҳои зеринанд:

- 1) $3x + 4 > 2$;
- 2) $3x + 4 \leq x$;
- 3) $\frac{1}{2}x - 3 > \leq 1 - x$;
- 4) $3 - x \geq \frac{1}{2}x$;
- 5) $0,8x + 5 > 7$;
- 6) $0,2x - 4 \leq -2$?

221. Дар кадом қиматҳои y нобаробарӣ дуруст аст:

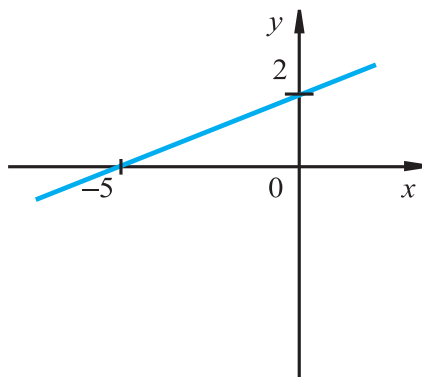
- 1) $-2y > 0$;
- 2) $-3y < 0$;
- 3) $y^2 + 1 \geq 0$;
- 4) $2y^2 + 3 \leq 0$;
- 5) $(y - 1)^2 \leq 0$;
- 6) $(y + 2)^2 \geq 0$?

222. Дар расми 19 графики функсияи хаттии $y = kx + b$ тасвир шудааст. Муайян кунед, ки ҳангоми

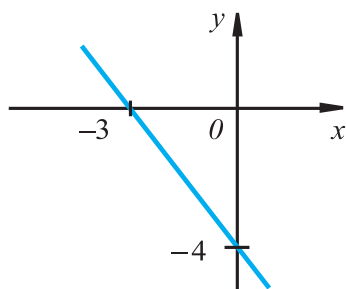
- 1) $x \geq 0$;
- 2) $x < 0$;
- 3) $x > -5$;
- 4) $x \leq -5$

будан, y кадом қиматҳоро мегирад ва инро ба воситаи нобаробарӣ нависед.

223. Дар расми 20 графики функсияи хаттии $y = kx + b$ тасвир шудааст. Дар кадом қиматҳои x қиматҳои y : 1) мусбат; 2) ғайриманфӣ; 3) манфӣ; 4) на хурдтар аз -4 ; 5) аз -4 хурдтар; 6) аз -4 калонтар буданаширо муайян карда, онро ба воситаи нобаробарӣ нависед.



Расми 19.



Расми 20.

224. Графики функцияро сохта, аз рӯи график дар кадом қиматҳои x 1) мусбат, 2) манфӣ, 3) баробари сифр, 4) аз 1 калонтар, 5) аз 1 хурдтар будани қимати функцияро муайян намоед:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) $y = 2x + 4$; | 2) $y = 3x - 9$; |
| 3) $y = -2x - 8$; | 4) $y = -3x + 6$. |

Нобаробарихоро ҳал кунед (**225–226**):

- 225.** 1) $x + 2 \geq 15$; 2) $x - 6 < 8$; 3) $3 \leq y + 6$;
 4) $-4 > 5 - y$; 5) $2z \geq z - 7$; 6) $3z \leq 2z + 4$.
- 226.** 1) $12x > -36$; 2) $-7x \leq 56$; 3) $\frac{y}{4} \leq 7$;
 4) $-5 < \frac{z}{3}$; 5) $7,2z > -27$; 6) $-4,5x \geq 9$.

Нобаробарихоро ҳал кунед ва маҷмӯи ҳалҳои онро дар тири ададӣ тасвир намоед (**227–228**):

- 227.** 1) $2x - 16 > 0$; 2) $18 - 3x > 0$; 3) $3x - 15 < 0$;
 4) $25 - 5x < 0$; 5) $9 - 3x \geq 0$; 6) $2x + 4 \leq 0$;
 7) $6 - 2x \leq 0$; 8) $1,8 + 3x \geq 0$; 9) $-4x + 2 \leq 0$.
- 228.** 1) $3(x + 1) \leq x + 5$; 2) $4(x - 1) \geq 5 + x$;
 3) $2(x - 3) + 4 < x - 2$; 4) $x + 2 < 3(x + 2) - 4$;
 5) $\frac{x-1}{3} \geq \frac{3x-3}{5}$; 6) $\frac{3x-2}{4} \geq \frac{2x-1}{3}$.

229. Ошкор намоед, ки ифодаи зерин дар кадом қиматҳои x қиматҳои мусбатро қабул мекунанд:

- | | | |
|-------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $\frac{3}{8}x + 4$; | 2) $\frac{5}{2} - 4x$; | 3) $2(x+3) + 3x$; |
| 4) $3(x-5) - 8x$; | 5) $\frac{1}{3} - 2(x+4)$; | 6) $\frac{1}{2} - 3(x-5)$. |

230. Муайян намоед, ки ифодаи зерин дар кадом қиматҳои y қиматҳои манфиро қабул мекунад:

$$1) 5 - \frac{2}{3}y; \quad 2) \frac{3}{4} - 2y; \quad 3) \frac{y-2}{3} + \frac{1}{3};$$

$$4) \frac{8y-3}{5} - \frac{2}{5}; \quad 5) \frac{3y-5}{2} - \frac{y}{2}; \quad 6) \frac{4-5y}{6} - \frac{y}{6}.$$

231. Адади бутуни хурдгаринро ёбед, ки ҳалли нобаробарӣ мебошад:

$$1) 4(y-1) < 2 + 7y; \quad 3) 3(x-2) - 2x < 4x + 1;$$

$$2) 4y - 9 \geq 3(y-2); \quad 4) 6x + 1 \geq 2(x-1) - 3x.$$

232. Адади бутуни калонтаринро ёбед, ки ҳалли нобаробарӣ мебошад:

$$1) 5 - 2x > 0; \quad 2) 6x + 5 \leq 0;$$

$$3) 3(1-x) > 2(2-x); \quad 4) 4(2-x) < 5(1-x).$$

233. 1) дар кадом қиматҳои a қимати касри $\frac{a}{3}$ аз қимати касри $\frac{a+1}{4}$ калонтар аст?

2) дар кадом қиматҳои b қимати касри $\frac{b+3}{2}$ аз қимати касри $\frac{b-1}{5}$ хурдтар аст?

3) дар кадом қиматҳои x қимати касри $\frac{3x-5}{6}$ аз қимати фарқи касрҳои $\frac{6x-7}{15}$ ва $\frac{3-x}{9}$ калонтар аст?

4) дар кадом қиматҳои x қимати суммаи касрҳои $\frac{2-5x}{4}$ ва $\frac{7x-3}{6}$ аз қимати касри $\frac{2x+5}{18}$ хурдтар аст?

Нобаробарихоро ҳал кунед (**234–236**):

234. 1) $3(x-2) + x < 4x + 1;$ 2) $5(x+2) - x > 3(x-1) + x;$

$$3) \frac{3x+6}{4} - \frac{x}{4} > \frac{x+2}{2}; \quad 4) \frac{2x-1}{5} - 4 < x - \frac{3x+1}{5}.$$

235. 1) $5(x+2) + 2(x-3) < 3(x-1) + 4x$;

2) $3(2x-1) + 3(x-1) > 5(x+2) + 2(2x-3)$;

3) $\frac{5x+3}{2} - 1 \geq 3x - \frac{x-7}{2}$;

5) $\frac{3x+2}{4} - 1 \leq 2x + \frac{x-5}{2}$;

4) $2 - \frac{x-4}{3} \leq 2x - \frac{7x-4}{3}$;

6) $3 - \frac{x-1}{2} \geq 3x - \frac{5x-3}{3}$.

236. 1) $\frac{2}{3x+6} < 0$;

2) $\frac{3}{2x-4} > 0$;

3) $\frac{-1,7}{0,5x-2} > 0$;

4) $\frac{-2,3}{0,4x+8} < 0$;

5) $\frac{-1,7}{2,1+6,3x} < 0$;

6) $\frac{-3,8}{3,2-6,4x} > 0$.

237. Дар кадом қиматҳои x қиматҳои функсияи $y=2,5x-4$: 1) мусбатанд; 2) манфӣанд; 3) аз 1 калонтаранд; 4) аз -4 хурдтаранд?

238. Дар кадом қиматҳои x қиматҳои функсияи $y=3,5-0,5x$: 1) мусбат; 2) ғайриманфӣ; 3) аз 3,5 калон; 4) аз 1 хурдтар нестанд?

239. Графики функсияи $y=3-2x$ -ро созед. Бо ёрии график ҳамон қиматҳои x -ро ёбед, ки дар онҳо нуқтаҳои графики функсия: 1) болотари тири абсиссаҳо воқеанд; 2) болотари хати ростии $y=2$ воқеанд; 3) поёнтари тири абсиссаҳо воқеанд; 4) поёнтари хати ростии $y=4$ воқеанд.

Нобаробариҳои мувофиқро ҳал намуда, натиҷаҳоро санҷед.

240. Аз рӯи нақша устоҳо бояд 40 гаҳвора созанд. Барои нақшаро 10% барзиёд иҷро кардан, онҳо бояд чӣ қадар гаҳвора созанд?

§ 16. СИСТЕМАИ НОБАРОБАРИҲОИ ЯКНОМАЪЛУМА. ФОСИЛАИ АДАДӢ

1. Системаҳои нобаробариҳо.

Масъала. Ба ҳавзи холие, ки ғунҷоишаш 4000 л аст об рехтанд. Барои баъд аз 4 соат пур шудани зиёда аз нисфи тамоми ҳавз ва барои баъд аз 5 соат лабрез нашудани он ба ҳавз соате чанд литр об рехтан даркор аст?

△ Бигуздор x литр – миқдори обе, ки ба ҳавз дар 1 соат дохил мешавад. Мувофиқи шарты масъала $4x > 2000$, $5x \leq 4000$ аст.

Аз нобаробарии якум $x > 500$ ва аз нобаробарии дуум $x \leq 800$ -ро ҳосил менамоем.

Ҷавоб: Ба ҳавз дар 1 соат зиёда аз 500 л, вале на зиёда аз 800 л об рехтан даркор аст. ▲

Дар нобаробариҳои $4x > 2000$ ва $5x \leq 4000$ адади номаълум x ягона аст. Бинобар ҳамин ин нобаробариҳоро якҷоя муоина менамоем ва меёбем, ки онҳо *системаи нобаробариҳоро* ташкил медиҳанд:

$$\begin{cases} 4x > 2000, \\ 5x \leq 4000. \end{cases} \quad (1)$$

Қавси фигуравӣ нишон медиҳад, ки ҳамон қиматҳои x -ро ёфтан даркор аст, ки дар онҳо ҳар ду нобаробарии системаи (1) ба нобаробариҳои ададии дуруст табдил меёбанд.

Системаи (1) – мисоли системаи нобаробариҳои хаттии якномаълума.

Боз мисолҳои системаҳои нобаробариҳои якномаълумаро меоварем, ки ба системаи нобаробариҳои хаттӣ оварда мешаванд:

$$\begin{cases} 3(x+1) > 5, \\ 4(x-1) > x-2; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-1 \geq 3x, \\ 5(x-1) \leq 8, \\ x-1 > 5. \end{cases}$$



Ҳалли системаи нобаробариҳои якномаълума гуфта, ҳамон қиматҳои номаълумро меноманд, ки он ҳамаи нобаробариҳои системаро ба нобаробариҳои ададии дуруст табдил медиҳад.

Ҳал кардани системаи нобаробариҳо – ин ёфтани ҳамаи ҳалҳои системаи мазкур ё муқаррар кардани он ки ҳал вуҷуд надорад.

Масалан, $x = 1$ ҳалли системаи

$$\begin{cases} 2x \geq -4, \\ 3x \leq 9 \end{cases} \quad (2)$$

мебошад, чунки ҳангоми $x = 1$ будан, ҳар ду нобаробарии системаи (2) дурустанд:

$$\begin{cases} 2 \cdot 1 \geq -4, \\ 3 \cdot 1 \leq 9. \end{cases}$$

Дар системаи (2) ҳар ду қисми нобаробарии якумро ба 2 ва нобаробарии дуюмро ба 3 тақсим карда, ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq 3 \end{cases}$$

Пас, ҳамаи қиматҳои x , ки на хурдтар аз -2 ва на калонтар аз 3 мебошанд, ҳалҳои системаи (2) мебошанд.

Нобаробариҳои $x \geq -2$ ва $x \leq 3$ -ро ба намуди нобаробарии дучанда навишта мумкин аст:

$$-2 \leq x \leq 3.$$

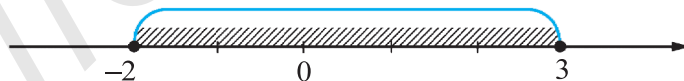
2. Фосилаҳои ададӣ.

Маҷмӯҳои ададии гуногун ҳалҳои системаҳои нобаробариҳои якномаълума мебошанд. Ин маҷмӯҳо номҳои худро доранд.



Агар $a < b$ бошад, маҷмуи ададҳои x , ки нобаробариҳои $a \leq x \leq b$ -ро қонеъ менамоянд, порчаи номида мешавад ва чунин $[a; b]$ ишорат карда мешавад.

Масалан, дар тири ададӣ маҷмӯи ададҳои x , ки нобаробариҳои $-2 \leq x \leq 3$ -ро қонеъ менамоянд, бо порчаи охирирош дар нуқтаҳои -2



Расми 21.

ва 3 буда, тасвир карда мешавад (расми 21).

Бинобар ин, маҷмуи ададҳои x -ро, ки нобаробариҳои $-2 \leq x \leq 3$ -ро қонеъ менамоянд, порчаи меноманд ва ин тавр ишорат мекунад: $[-2; 3]$;

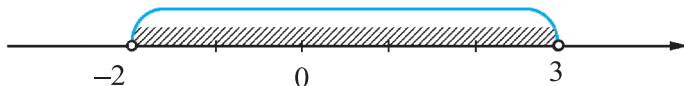
Масалан, порчаи $[4; 7]$ маҷмӯи ададҳои x мебошад, ки нобаробариҳои $4 \leq x \leq 7$ -ро қонеъ менамоянд.

Барои маҷмӯҳои ададҳои нобаробариҳои намуди $2 < x < 7$, $-1 \leq x < 2$, $4 < x \leq 7$ -ро қонеъкунанда, низ номҳои махсус дохил карда мешаванд.



Агар $a < b$ бошад, маҷмуи ададҳои x , ки нобаробариҳои $a < x < b$ -ро қонеъ менамоянд, **интервал** номида мешавад ва чунин $(a; b)$ ишорат карда мешавад.

Масалан, интервали $(-2; 3)$ маҷмӯи ададҳои x мебошад, ки нобаробариҳои $-2 < x < 3$ -ро қонеъ менамоянд (расми 22).



Расми 22.



Маҷмуи ададҳои x , ки нобаробариҳои $a \leq x < b$ ё $a < x \leq b$ -ро қонеъ менамоянд, **ниминтервалҳо** номида мешаванд ва мувофиқан чунин $[a; b)$ ва $(a; b]$ ишорат карда мешаванд.

Масалан, ниминтервали $[-1; 2)$ маҷмӯи ададҳои x мебошад, ки нобаробариҳои $-1 \leq x < 2$ -ро қонеъ менамоянд; ниминтервали $(4; 7]$ маҷмӯи ададҳои x мебошад, ки нобаробариҳои $4 < x \leq 7$ -ро қонеъ менамоянд (расми 23).



Расми 23.

Порчаҳо, интервалҳо, ниминтервалҳо ва нурҳоро фосилаҳои ададӣ меноманд.

Ҳамин тавр, фосилаҳои ададиро ба намуди нобаробариҳо муайян кардан мумкин аст.

Мисолҳои ҳал кардани системаҳои нобаробариҳоро дида мебароем.

Масъалаи 1. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\begin{cases} 5x - 1 > 3(x + 1), \\ 2(x + 4) > x + 5. \end{cases} \quad (1)$$

△ Нобаробарии якумро ҳал менамоем:

$$5x - 1 > 3x + 3,$$

$$2x > 4, \quad x > 2.$$

Ҳамин тавр, нобаробарии якум ҳангоми $x > 2$ будан, ҷой дорад.

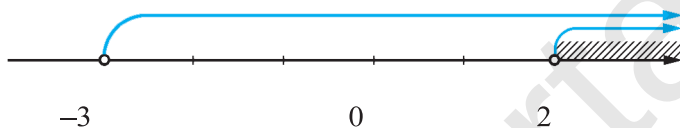
Нобаробарии дуумро ҳал менамоем:

$$2x + 8 > x + 5, \quad x > -3.$$

Инак, нобаробарии дууми системаи (1) ҳангоми $x > -3$ будан, чой дорад.

Маҷмӯи ҳалҳои нобаробариҳои якум ва дууми системаи (1)-ро дар тири ададӣ тасвир менамоем.

Ҳалҳои нобаробарии якум — ҳамаи нуқтаҳои нури $x > 2$, ҳалҳои нобаробарии дуум — ҳамаи нуқтаҳои нури $x > -3$ (расми 24).



Расми 24.

Ҳалҳои системаи (1) ҳамон қиматҳои x мебошанд, ки ба ҳар ду нур дар як вақт мутааллиқанд. Аз расм аён аст, ки маҷмӯи нуқтаҳои умумии ин нурҳо аз нури $x > 2$ иборат аст.

Ҷавоб: $x > 2$. ▲

Масъалаи 2.. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\begin{cases} 3(x-1) \leq 2x+4, \\ 4x-3 \geq 13. \end{cases} \quad (2)$$

△ Нобаробарии якумро ҳал менамоем:

$$3x - 3 \leq 2x + 4,$$

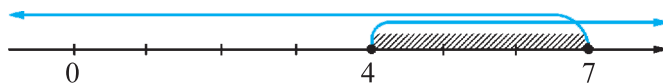
$$x \leq 7.$$

Нобаробарии дууми системаро ҳал менамоем:

$$4x \geq 16,$$

$$x \geq 4.$$

Маҷмӯи ҳалҳои нобаробариҳои якум ва дууми системаи (2)-ро дар тири ададӣ тасвир менамоем. Ҳалҳои нобаробарии якум — нури $x \leq 7$ ҳалҳои нобаробарии дуум — нури $x \geq 4$ (расми 25) мебошад.



Расми 25.

Аз расм аён аст, ки маҷмӯи нуктаҳои умумии нурҳо – порчаи $[4; 7]$ мешавад.

Ҷавоб: $4 \leq x \leq 7$. ▲

Масъалаи 3. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\begin{cases} \frac{5x}{12} + \frac{4}{3} \geq \frac{x+1}{3}, \\ 2 - \frac{5x}{14} < \frac{2-x}{2}. \end{cases} \quad (3)$$

▲ Нобаробарии якуми системаи (3)-ро ҳал мекунем::

$$5x + 16 \geq 4x + 4,$$

$$x \geq -12.$$

Нобаробарии дуюмро ҳал мекунем:

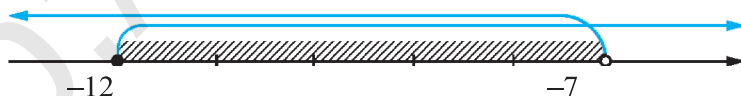
$$28 - 5x < 14 - 7x,$$

$$2x < -14,$$

$$x < -7.$$

Дар тири ададӣ нурҳои $x \geq -12$ ва $x < -7$ -ро тасвир мекунем (расми 26). Аз расм аён аст, ки маҷмӯи нуктаҳои умумии ин нурҳо — ним интервалӣ $[-12; -7)$ мешавад.

Ҷавоб: $-12 \leq x < -7$. ▲



Расми 26.

Масъалаи 4. Нишон диҳед, ки системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 2(1-x) < 4-3x, \\ 10-3x < 1 \end{cases} \quad (4)$$

ҳал надорад.

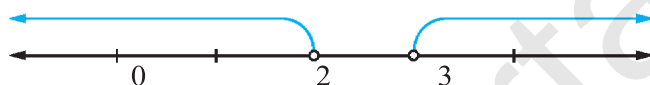
△ Нобаробарии якумро ҳал менамоем:

$$2 - 2x < 4 - 3x, \quad x < 2.$$

Нобаробарии дууми системаи (4)-ро ҳал менамоем:

$$\begin{aligned} -3x &< -9, \\ x &> 3. \end{aligned}$$

Дар тири ададӣ нурҳои $x < 2$ ва $x > 3$ ро тасвир мекунем (расми 27).
Аз расм аён аст, ки ин нурҳо нуктаҳои умумӣ надоранд. Пас, системаи (4) ҳал надорад. ▲



Расми 27.

Машқҳо

241. Кадоме аз ададҳои -3 ; 0 ; 5 ҳалҳои системаи нобаробариҳои зерин мебошанд?

$$\begin{aligned} 1) \begin{cases} 5 - x \leq 9, \\ 2 - 3x > -4; \end{cases} & 2) \begin{cases} \frac{1}{3}x - 2 > 1, \\ 5 - 2x > -25; \end{cases} & 3) \begin{cases} 0,5x + 3 > 4, \\ 7 - x > 1? \end{cases} \end{aligned}$$

242. Кадоме аз ададҳои -2 ; 0 ; 1 ҳалҳои системаи нобаробариҳои зерин мебошанд:

$$\begin{aligned} 1) \begin{cases} 12x - 1 < 11, \\ -3 - x \leq 0; \end{cases} & 2) \begin{cases} 4x - 1 \geq 4 - x, \\ x + 6 > 2? \end{cases} \end{aligned}$$

243. Ҳамаи ададҳои бутунро ёбед, ки ҳалҳои системаи нобаробариҳои зерин мебошанд:

$$\begin{aligned} 1) \begin{cases} x > 2, \\ x < 7; \end{cases} & 2) \begin{cases} x \leq 3, \\ x > -1; \end{cases} & 3) \begin{cases} x \leq 2, 7, \\ x \geq 0; \end{cases} & 4) \begin{cases} x \geq -5, 1, \\ x < 5, 1. \end{cases} \end{aligned}$$

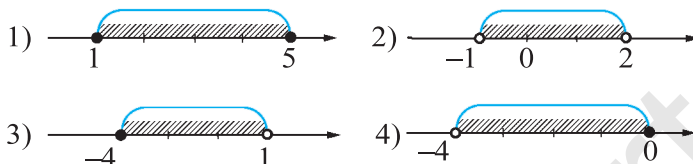
244. Маҷмӯи ададҳои x -ро, ки нобаробарии дучандаи зеринро қоне менамоянд, бо ёрии ишоратҳои фосилаи ададӣ нависед ва дар тири ададӣ тасвир намоед.

$$\begin{aligned} 1) 1 \leq x \leq 5; & 2) -1 \leq x \leq 3; & 3) -1 < x < 4; \\ 4) 1 < x < 2; & 5) -3 \leq x < 1; & 6) -4 < x \leq -2. \end{aligned}$$

245. Маҷмӯи ададҳои x -ро, ки нобаробарии дучандаи зеринро қонеъ менамоянд, бо ёрии ишоратҳои фосилаи ададӣ нависед ва дар тири ададӣ тасвир кунед:

- 1) $[-4; 0]$; 2) $[-3; -1]$; 3) $(-4; -2)$;
4) $(0; 3)$; 5) $(-1; 4]$; 6) $[-2; 2)$.

246. Маҷмӯи ададҳои x -ро, ки дар расми 28 тасвир шудааст, ба намуни нобаробарии дучанда ва инчунин бо ёрии ишоратҳои фосилаи ададӣ нависед.



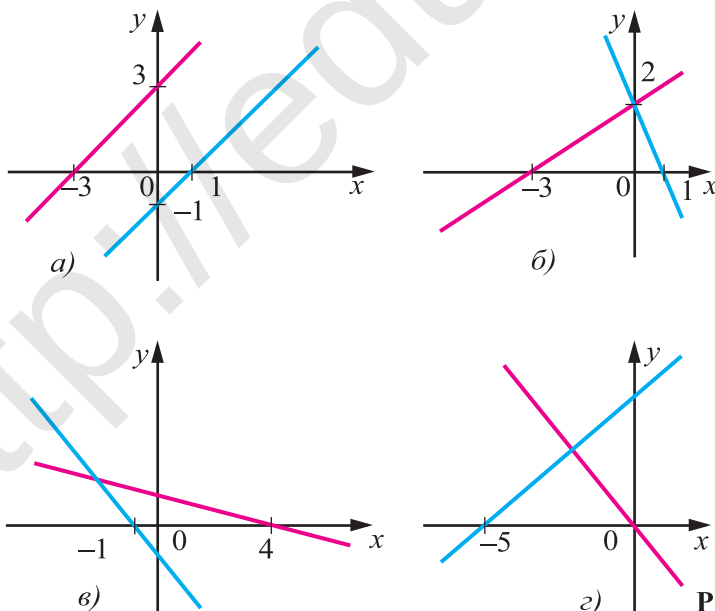
Расми 28.

247. Оё порчаи $[2; 3]$ ба интервали $(1; 4)$ мутааллиқ аст?

248. Оё порчаҳои $[2; 4]$ ва $[3; 5]$ нуктаҳои умумӣ доранд?

249. Дар як ҳамвории координатӣ графикҳои ду функсияҳои хаттӣ тасвир карда шудаанд (расми 29). Ҳангоми кадом қиматҳои x қиматҳои ҳар ду функсия дар як вақт мусбатанд ва дар кадом ҳолат манфӣанд?

250. Дар як ҳамвории координатӣ графикҳои функсияҳои $y = -2x - 2$ ва



Расми 29.



№ 3

Тарафҳои росткунча ба воситаи ададҳои натуралӣ ифода мешаванд. Барои баробаршудани қимати периметри росткунча ба масоҳати он дарозии тарафҳо чиқадарӣ шуданашон мумкин аст?

$y = 2 - \frac{x}{2}$ -ро созед. Дар тири абсиссаҳо маҷмӯи қиматҳои x -ро муайян намоед, ки дар онҳо қиматҳои ҳар ду функсия 1) мусбатанд; 2) манфӣанд.

251. Нобаробариҳоро ҳал кунед:

1) $(x-3)(2x-3) + 6x^2 \geq 2(2x-3)^2$;

2) $(5-6x)(1+3x) + (1+3x)^2 \leq (1+3x)(1-3x)$;

3) $(2x+1)(4x^2-2x+1) - 8x^3 \geq -2(x+3)$;

4) $(x-2)(x^2+2x+4) \leq x(x^2+2)+1$.

Ҳамаи ҳалҳои системаи нобаробариҳоро бо як нобаробарӣ нависед ва ин маҷмӯро дар тири адади тасвир намоед **(252–253)**:

252. 1) $\begin{cases} x > 2, \\ x > 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x > 0, \\ x > -1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x > 2, \\ x \geq -3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \geq -2, \\ x \geq -4. \end{cases}$

253. 1) $\begin{cases} x \leq 1, \\ x < 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x < 0, \\ x < -1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x < -2, \\ x < -5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \leq 1, \\ x \leq 0. \end{cases}$

Ҳамаи ҳалҳои системаи нобаробариҳоро бо нобаробарии дучанда нависед ва ин маҷмӯро дар тири ададӣ тасвир намоед **(254–255)**:

254. 1) $\begin{cases} x > 2, \\ x < 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x > 3, \\ x < 6; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x < 0, \\ x \geq -2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x \geq 0, \\ x < \frac{1}{2}. \end{cases}$

255. 1) $\begin{cases} x \leq -2, \\ x \geq -7,5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x < 1,5, \\ x \geq -1,5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x \geq 0,8, \\ x < 2,2; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x \leq 7,5, \\ x \geq -0,5; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq 2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x < 3,5, \\ x > 0. \end{cases}$

Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед (256–259):

256. 1) $\begin{cases} 3x - 18 > 0, \\ 4x > 12; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x - 14 \geq 0, \\ 2x \geq 8; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 5 > 0, \\ 3x + 6 \geq 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x + 7 \geq 0, \\ 5x + 15 > 0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 5x + 10 > 0, \\ 3x \leq 9; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 4x - 7 < 0, \\ 2x + 1 \geq 0. \end{cases}$

257. 1) $\begin{cases} 3 - 2x \geq 0, \\ 4x + 8 < 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + 4 \leq 0, \\ 4 - 3x > 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + 3 \leq 0, \\ 3x + 9 \leq 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x - 9 < 0, \\ 12 > 3x; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 24 < 6x, \\ 3x \geq 2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 7x + 14 > 0, \\ 3x - 6 \leq 0. \end{cases}$

258. 1) $\begin{cases} 7 - 2x \geq 0, \\ 5x - 20 < 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + 5 \leq 0, \\ 9x + 18 \leq 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 6 - 2x > 0, \\ 3x + 6 > 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 10 - 2x \geq 0, \\ 4x - 8 \geq 0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 5x - 12 \geq 0, \\ 15 - 3x \leq 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 6 - 4x \leq 0, \\ 3x + 9 > 0. \end{cases}$

259. 1) $\begin{cases} 3x + 3 \leq 2x + 1, \\ 3x - 2 \leq 4x + 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x + 2 \geq 5x + 3, \\ 2 - 3x < 7 - 2x; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5(x + 1) - x > 2x + 2, \\ 4(x + 1) - 2 < 2(2x + 1) - x; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2(x - 1) - 3 < 5(2x - 1) - 7x, \\ 3(x + 1) - 2 \leq 6(1 - x) + 7. \end{cases}$

- 260.** Хамаи ададҳои бутунро ёбед, ки ҳалҳои системаи нобаробариҳо мебошанд:

$$1) \begin{cases} 0,2x > -1, \\ -\frac{x}{3} \geq 1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 1-0,5x \geq 0, \\ -\frac{x+5}{5} < -1; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{x-1}{2} < \frac{x}{3}, \\ \frac{x+1}{2} \geq \frac{x}{5}; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x-1}{4} \leq \frac{x}{5}, \\ \frac{x}{3} > \frac{x+4}{7}; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 0,4x > -2, \\ 0,3x < 1; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 1+0,2x \geq 0, \\ 0,5x-1 < 0. \end{cases}$$

- 261.** Дар кадом қиматҳои x қиматҳои функсияҳои $y=0,5x+2$ ва $y=3-3x$ дар як вақт: 1) мусбатанд; 2) манфиданд; 3) аз 3 калонтаранд; 4) аз 3 хурдтаранд?

- 262.** Дар кадом қиматҳои x қиматҳои функсияҳои $y=x-2$ ва $y=0,5x+1$ дар як вақт: 1) ғайриманфиданд; 2) ғайримусбатанд; 3) на хурдтар аз 4 мебошанд; 4) на калонтар аз 4 мебошанд?

- 263.** Як тарафи сскунча ба 5 м, тарафи дигараш ба 8 м баробар аст. Агар периметри сскунча: 1) аз 22 м хурдтар; 2) аз 17 м калонтар бошад, дарозии тарафи сеюм ба чӣ баробар шуда метавонад?

- 264.** Агар аз $\frac{3}{2}$ ҳиссаи адади бутун $\frac{1}{4}$ ҳиссаи он тарҳ карда шавад, адади аз 29 калонтар ҳосил мешавад, вале агар аз $\frac{3}{2}$ ҳиссаи ҳуди ҳамон адад $\frac{1}{3}$ ҳиссааш тарҳ карда шавад, адади аз 29 хурдтар ҳосил мешавад. Ин адади бутунро ёбед.

- 265.** Агар ба дучандаи адади бутун нисфи он ҷамъ карда шавад, адади аз 92 хурдтар ҳосил мешавад, вале агар аз дучандаи ҳуди ҳамин адад нисфи он тарҳ карда шавад, адади аз 53 калонтар ҳосил мешавад. Ин адади бутунро ёбед.

§ 17. МОДУЛИ АДАД. МУОДИЛА ВА НОБАРОБАРИҲОЕ, КИ МОДУЛРО ДАРБАР МЕГИРАНД

1. Модули адад .

Мафҳуми модули ададро хотиррасон менамоем.

1) Модули адади мусбат ба ҳуди адад баробар аст.

Масалан, $|3| = 3$, $|\frac{2}{7}| = \frac{2}{7}$, $|2,4| = 2,4$.

2) Модули адади манфи ба адади ба он муқобил баробар аст.

Масалан, $|-2| = -(-2) = 2$, $|\frac{-5}{6}| = -(\frac{-5}{6}) = \frac{5}{6}$, $|-1,5| = -(-1,5) = 1,5$.

3) Модули сифр ба сифр баробар аст: $|0| = 0$.

Ҳамин тавр, таърифи модули адад чунин аст:

$$|a| = a, \text{ агар } a \geq 0 \text{ бошад;}$$

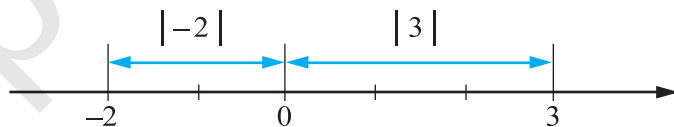
$$|a| = -a, \text{ агар } a < 0 \text{ бошад.}$$

Ин таърифро мухтасар бо воситаи формулаи зерин менависанд:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{агар } a \geq 0 \text{ бошад;} \\ -a, & \text{агар } a < 0 \text{ бошад.} \end{cases}$$

Маънои геометрии модули ададро дида мебароем.

Дар тири ададӣ, масалан, нуқтаҳои 3 ва -2 -ро тасвир менамоем (расми 30). Аз расм аён аст, ки $|3| = 3$ масофа аз нуқтаи 0 то нуқтаи 3 мебошад, $|-a| = 2$ масофа аз нуқтаи 0 то нуқтаи -2 мебошад.



Расми 30.

Пас, ба таври геометрий модули $|a|$ ба масофаи аз нуқтаи 0 то нуқтае, ки адади a -ро тасвир менамояд, баробар аст.

2. Муодилаҳое, ки номаълумро дар зери аломати модуль дарбар мегиранд.

Масъалаи 1. Муодиларо ҳал кунед:
 $|x| = 7$.

△ 1) Бигузур $|x| \geq 0$ аст. Он гоҳ мувофиқи таърифи модуль $|x| = x$ аст ва муодила намуди

$x = 7$ -ро мегирад,
 яъне $x = 7$ — решаи муодилаи додашуда мебошад;

2) Бигузур $|x| < 0$ бошад. Он гоҳ мувофиқи таърифи модуль $|x| = -x$ аст ва муодила намуди

$$-x = 7,$$

-ро мегирад, ки дар ин ҷо $x = -7$ — решаи муодилаи додашуда мебошад.

Ҷавоб: $x_1 = 7, x_2 = -7$. ▲

Масъалаи 2. Муодилаи $|3x + 2| = 1$ -ро ҳал кунед

△ Бигузур 1) $3x + 2 \geq 0$ бошад. Он гоҳ $3x + 2 = 1, 3x = -1, x = -\frac{1}{3}$;

2) Бигузур $3x + 2 < 0$ бошад. Он гоҳ $3x + 2 = -1, 3x = -3, x = -1$.

Ҷавоб: $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = -1$. ▲

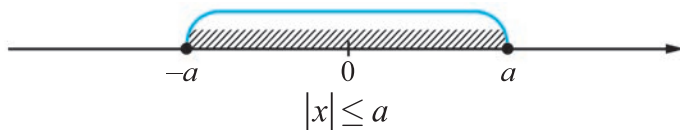
3. Нобаробариҳое, ки номаълумро дар зери аломати модуль дар бар мегиранд.

Нобаробарии зеринро дида мебароем, ки ин ҷо

$$|x| \leq a, \text{ дар ин ҷо } a > 0$$

аст.

Ин нобаробариро ҳамаи нуқтаҳое, ки аз нуқтаи 0 дар масофаи на калонтар аз a воқеъ мебошанд, яъне нуқтаҳои порчаи $[-a; a]$ қонъ менамоянд (расми 31).



Расми 31.

Порчаи $[-a; a]$ маҷмӯи ададҳои x мебошад, ки нобаробарии $-a \leq x \leq a$ -ро қонеъ менамоянд.



Пас, нобаробарии $|x| \leq a$ а ки дар ин ҷо $a > 0$ аст, нобаробарии дучандаи $-a \leq x \leq a$ -ро мефаҳмонад.

Масалан, нобаробарии $|x| \leq 2,5$ нобаробарии $-2,5 \leq x \leq 2,5$ ро мефаҳмонад; нобаробарии $|x| < 3$ мефаҳмонад, ки $-3 < x < 3$ аст.

Масъалаи 3. Нобаробарии $|5-3x| < 8$ -ро ҳал намоед.

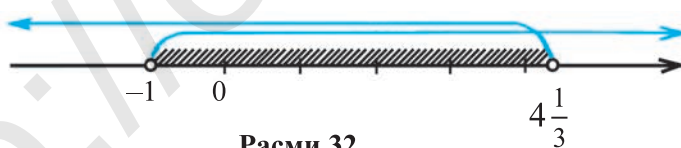
△ Нобаробарии мазкурро ба намуди

$$-8 < 5 - 3x < 8.$$

менависем. Ин нобаробарии дучанда системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 5 - 3x < 8, \\ 5 - 3x > -8. \end{cases}$$

-ро мефаҳмонад. Ин системаро ҳал намуда $-1 < x < 4\frac{1}{3}$ -ро пайдо мекунем (расми 32). ▲



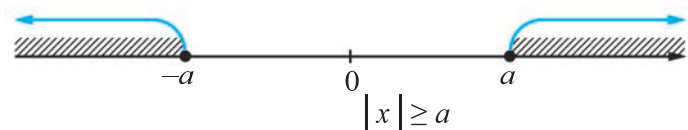
Расми 32.

Нобаробарии зеринро дида мебароем, ки дар ин ҷо

$$|x| \geq a, \text{ дар ин ҷо } a > 0$$

аст.

Ин нобаробариро ҳамаи нуқтаҳои x , ки аз нуқтаи 0 дар масофаи на хурдтар аз a воқеанд, яъне нуқтаҳои ду нури $x \geq a$ ва $x \leq -a$ қонеъ менамоянд (расми 33).



Расми 33.

Масъалаи 4. Нобаробариҳоро ҳал кунед: $|x - 1| \geq 2$.

△ 1) Бигузор $x - 1 \geq 0$ бошад. Он гоҳ $x - 1 \geq 2$ мебошад. Системаи нобаробариҳои зеринро ҳосил мскунем:

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0, \\ x - 1 \geq 2. \end{cases}$$

Ин системаро ҳал намуда, $x \geq 3$ -ро ҳосил мекунем.

2) Бигузор $x - 1 < 0$ бошад. Он гоҳ $-(x - 1) \geq 2$ ва ё $x - 1 \leq -2$. мешавад. Системаи нобаробариҳои зеринро ҳосил мскунем:

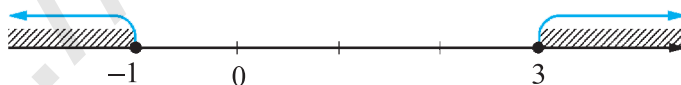
$$\begin{cases} x - 1 < 0, \\ x - 1 \leq -2. \end{cases}$$

Ин системаро ҳал намуда $x \leq -1$ -ро меёбем.

Ҳамин тавр, ҳалҳои нобаробариҳои $|x - 1| \geq 2$ ададҳои $x \geq 3$ ва $x \leq -1$ мебошанд.

Ҷавоб: $x \leq -1, x \geq 3$. ▲

Ҳалҳои нобаробарии $|x - 1| \geq 2$ дар расми 34 тасвир ёфтаанд



Расми 34.

Қайд менамоем, ки агар дар нобаробарии

$$|x| \leq a$$

адади a ба сифр баробар бошад, нобаробарӣ ҳалли ягонаи $x = 0$ -ро дорад, вале агар $a < 0$ бошад, ин нобаробарӣ умуман ҳал надорад.

Агар дар нобаробарии

$$|x| \geq a$$

адади a аз сифр хурдтар ё баробари он бошад, адади дилхоҳ ҳалли ин нобаробарӣ мебошад.

Машиқҳо

266. (Шифоҳӣ.) Модули адад ба чӣ баробар аст:

- 1) 23; 2) 4,7; 3) $\frac{2}{7}$; 4) -47; 5) -2,1; 6) $-\frac{3}{8}$?

Муодиларо ҳал кунед (**267–270**):

- 267.** 1) $|x| = 2,5$; 2) $|x| = 1,5$; 3) $|x - 1| = 2$;
4) $|x + 3| = 3$; 5) $|x + 4| = 4$; 6) $|x - 4| = 4$.

- 268.** 1) $|x + 4| = 0$; 2) $|x - 2| = 0$; 3) $|2x - 3| = 0$;
4) $|3 - 4x| = 0$; 5) $|7 + 3x| = 0$; 6) $|2x + 5| = 0$.

- 269.** 1) $|3x - 5| = 5$; 2) $|4x + 3| = 2$; 3) $\left|\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}\right| = \frac{1}{3}$;
4) $\left|\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{4}$; 5) $|7x - 10| = 4$; 6) $|0,5 - 2x| = 2,5$.

- 270.** 1) $|-x| = 3,4$; 2) $|-x| = 2,1$; 3) $|5 - x| = 5$;
4) $|3 - x| = 8$; 5) $|x - 7| = 1$; 6) $|5 - x| = 2$.

271. Маҷмӯи ҳалҳои нобаробариҳо дар тири ададӣ тасвир намоед:

- 1) $|x| < 5$; 2) $|x| \leq 4$; 3) $|x| \leq 4$; 4) $|x| > 2$.

272. Нобаробарии дорои модуло ба намуди нобаробарии дучанда нависед:

- 1) $|x| \geq 3$; 2) $|x| < 2$; 3) $|x| < 3,5$; 4) $|x| \leq 2,4$.

273. Нобаробарии дучандаро ба намуди як нобаробарии модулдор нависед:

1) $-3,1 < x < 3,1$; 2) $-0,3 \leq x \leq 0,3$; 3) $-4,8 < x < 4,8$.

Нобаробариҳоро ҳал кунед (**274–277**):

274. 1) $|1 + x| \leq 0,3$; 2) $|2 + x| < 0,2$; 3) $|3 - x| \leq \frac{2}{3}$;

4) $|1 - x| < \frac{3}{4}$; 5) $|x - 1| \leq 1$; 6) $|x - 4| \leq 2$.

275. 1) $|3x - 4| < 5$; 2) $|2x + 3| < 3$; 3) $|2 - 3x| \leq 2$;

4) $|5 - 4x| \leq 1$; 5) $|4x - 1| < 7$; 6) $|3 - 2x| \leq 3$.

276. 1) $|x + 1| > 1,3$; 2) $|x - 2| \geq 1,1$; 3) $|1 - x| \geq \frac{1}{2}$;

4) $|3 - x| > \frac{2}{3}$; 5) $|x - 1| > 3,8$; 6) $|5 - 4x| \leq 1$.

277. 1) $|4x - 3| \geq 3$; 2) $|3x + 2| > 1$; 3) $|3x - 2| > 4$;

4) $|4 - 5x| \geq 4$; 5) $|6x - 1| \leq 2$; 6) $|3 - 5x| \geq 2$.

278. Ҳамаи қиматҳои бутуни x -ро ёбед, ки дар онҳо нобаробарӣ ҷой дорад:

1) $|5x - 2| < 8$; 2) $|5x + 3| < 7$; 3) $|5 - 3x| \leq 1$;

4) $|3 - 4x| \leq 3$; 5) $|2x - 5| \leq 1$; 6) $|3 - 4x| \leq 6$.

279. Нобаробариҳоро ҳал кунед:

1) $|2x - 3| > 5$; 2) $|3x - 1| \leq 4$; 3) $|1 - 3x| \leq 1$;

4) $|3 - 2x| \geq 3$; 5) $|1,5x - 2| \leq 1$; 6) $|4 - 3x| > 2$.

§ 18. ҚИМАТҲОИ ТАҚРИБИИ БУЗУРГИҲО. САҲВИ НАЗДИКШАВӢ

Ҳангоми ҳал кардани масъалаҳои амалӣ бисёр вақт бо қиматҳои тақрибии бузургҳои гуногун сару кор доштган лозим мешавад.

Қиматҳои тақрибӣ одатан ҳангоми ҳисоб кардани предметҳои миқдорашон зиёд масалан, миқдори дарахтҳои чангалзор; ҳангоми бо ёрии асбобҳо чен кардани бузургҳои гуногун мисли дарозӣ, масса, ҳарорат; ҳангоми яклухт кардани ададҳо; ҳангоми дар микрокалькулятор ҳисоб кардан ва ғайра ҳосил мешаванд.

Якчанд мисолро дида мебароем:

1) Маркаи аввалини почтаи Ўзбекистони соҳибистикдол ба шоираи ўзбек Моҳларойим Нодира баҳшида шуда, ба миқдори 2 миллион бароварда шудааст;

2) дар синф 36 нафар донишомӯз ҳаст;

3) дар Ўзбекистон беш аз 10 000 мактабҳои миёнаи таълими умумӣ, коллеҷҳо, литсейҳо мавҷуд аст;

4) дарозии роҳи оҳани Навоӣ–Нукус 342 км мебошад;

5) коргар аз касса 70600 сӯм пул гирифт;

6) солҳои охир дар Ўзбекистон майдонҳои кишти ғалла ба 300 ҳазор гектар зиёд шуданд;

7) масофаи аз Бухоро то Тошканд 500 км;

8) дар як килограмм гандум 30 000 дона ҳаст;

9) масофа аз Замин то Офтоб $1,5 \cdot 10^8$ км аст;

10) дар парчами давлатии Республикаи Ўзбекистон 12 ситора мавҷуд аст.

Дар мисолҳои 2, 5, 10 қимати бузургҳо дақиқанд, вале дар мисолҳои боқимонда – тақрибӣ.

Масъалаи 1. Ба саволи „дар мактаб чанд нафар талаба ҳаст?“ яке аз талабагон „1000 нафар“ ва талабаи дигар „950 нафар“ гуфта, ҷавоб дод. Агар дар мактаб 986 нафар талаба бошад, ҷавоби кадоме аз талабаҳо дақиқтар аст?

△ Саҳви талабаи якум ба 14 ва талабаи дуюм ба 36 баробар аст. Пас, ҷавоби талабаи якум дақиқтар буд. ▲

Қайд менамоем, ки фарқи байни қиматҳои дақиқ ва тақрибӣ дар ҷавоби донишомӯзи якум манфӣ аст:

$$986 - 1000 = -14,$$

вале дар ҷавоби донишомӯзи дуюм мусбат аст.

$$986 - 950 = 36.$$

Амалан дониستاني тамоили қимати тақрибӣ аз қимати дақиқ ба ин ё он тараф, яъне модули (бузургии мутлақи) фарқи байни қимати дақиқ ва тақрибӣ, муҳим аст.



Модули фарқи байни қимати дақиқи бузургӣ ва қимати тақрибии он *сахви мутлақи наздикшавӣ* номида мешавад.

Ҳамин тариқ, агар a қимати тақрибии бузургие бошад, ки қимати дақиқаш ба x баробар аст, сахви мутлақ ба

$$|x - a|$$

баробар мешавад.

Сахви мутлақи наздикшавиро бисёр вақт танҳо *сахв* меноманд.

Масъалаи 2. Ҳангоми бо ёрии транспортир ёфтани суммаи кунҷҳои секунҷа чун натиҷа 182° -ро ҳосил намуданд. Сахви мутлақи ин наздикшавӣ ба чӣ баробар аст?

△ Қимати дақиқи суммаи кунҷҳои секунҷа ба 180° баробар аст, қимати тақрибӣ ба 182° баробар аст. Бинобар ин сахви мутлақ ба

$$|180^\circ - 182^\circ| = |-2^\circ| = 2^\circ$$

баробар аст. ▲

Масъалаи 3. Сахви наздикшавии адади $\frac{3}{7}$ -ро ба касри даҳии 0,43 ёбед.

$$\triangle \left| \frac{3}{7} - 0,43 \right| = \left| \frac{3}{7} - \frac{43}{100} \right| = \left| \frac{300 - 301}{700} \right| = \left| -\frac{1}{700} \right| = \frac{1}{700}. \quad \blacktriangle$$

Машқҳо

280. Нишон диҳед, ки кадоме аз ададҳои дар мисолҳо овардашуда қиматҳои дақиқи бузургиҳо буда, кадомашон қиматҳои тақрибӣ мебошанд:

- 1) як нон 500 сӯм меистад;
- 2) дафғари 12 варақа 60 сӯм меистад ва ғафсиаш 3 мм аст;
- 3) заводи автомобилсозӣ дар як сол 200 ҳазор автомобил истеҳсол карда мебарояд.

- 281.** Донишомӯз ҳангоми ба воситаи хаткашаки масштабӣ чен кардани бари китоб натиҷаро дар фосилаи аз 16,2 см то 16,4 см ҳосил намуд.
1) Оё қимати дақиқи бари китобро гуфтан мумкин аст?
2) Якчанд қиматҳои тақрибии бари китобро нишон диҳед.
- 282.** Саҳви мутлақи наздикшавии адади $\frac{4}{9}$ -ро ба ададҳои зерин ёбед:
1) $\frac{6}{13}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 0,3; 4) 0,44; 5) 0,43; 6) 0,45
- 283.** Саҳви наздикшавии ададҳои зикршударо ёбед:
1) 0,1975 ба воситаи адади 0,198;
2) -3,254 ба воситаи адади -3,25;
3) $-\frac{8}{17}$ адади $-\frac{1}{2}$;
4) $\frac{22}{7}$ ба воситаи адади 3,14.
- 284.** Бигузор a қимати тақрибии адади x бошад. Агар
1) $x = 5,346$, $a = 5,3$; 2) $x = 4,82$, $a = 4,9$;
3) $x = 15,9$, $a = 16$; 4) $x = 25,08$, $a = 25$
бошад, саҳви наздикшавиро ёбед.
- 285.** Маълум аст, ки суммаи кунҷҳои дохилии чоркунча ба 360° баробар мебошад. Ҳангоми ба воситаи транспортир чен кардани суммаи кунҷҳои дохилии чоркунча чун нағича 363° -ро ҳосил намуданд. Саҳви ин наздикшавиро ёбед.
- 286.** Бо ёрии графикаи функцияҳои $y = 7x + 9$ ва $y = 1$ карданд, ки ин хатҳои рост ҳамдигарро дар нуқтаи абсиссааш баробари -1 мебуранд. Саҳви ин наздикшавӣ ба чӣ баробар аст?
- 287.** Оё қимати тақрибии аз 0,01 хурдтар саҳви мутлақи адади $\frac{1}{3}$ будани касри даҳии 0,33 дуруст аст?

§ 19. БАҲО ДОДАНИ САҲВ

Дар бисёр ҳолатҳо қимати дақиқи бузургӣ номаълум аст ва дар он сурат саҳви мутлақи наздикшавиро ёфтан мумкин нест.

Бо вучуди ин агар наздикшавиҳо бо барзиёдӣ ва бо норасоӣ маълум бошанд, саҳви мутлақро баҳо додан мумкин аст.

Масъалаи 1. Дар ҳарорати хонагӣ баландии сутунчаи моеъ дар байни нишонаҳои 21 ва 22°C воқеъ аст. Ба сифати қимати тақрибии ҳарорат адади 21,5 гирифта шудааст. Саҳви мутлақи наздикшавиро баҳо диҳед.

△ Қимати дақиқи ҳарорат t маълум нест, вале тасдиқ кардан мумкин аст, ки

$$21 \leq t \leq 22$$

мебошад.

Барои ҳосил кардани баҳои фарқи байни қимати дақиқи ҳарорат ва қимати тақрибии он, яъне фарқи $t - 21,5$ аз ҳар як қисми ин нобаробарии дучанда адади 21,5-ро тарҳ мекунем.

Дар натиҷа ҳосил мешавад: $-0,5 \leq t - 21,5 \leq 0,5$ яъне $|t - 21,5| \leq 0,5$. Ҳамин тавр, саҳви мутлақ аз 0,5 калон намебошад. ▲

Дар ин ҳолат инчунин мегӯянд, ки ҳарорат бо саҳеҳии то 0,5 ҳисоб карда шудааст ва ин тавр менависанд:

$$t = 21,5 \pm 0,5.$$

Умуман, агар a қимати тақрибии адади x ва $|x - a| \leq h$ бошад, мегӯянд, ки адади x бо саҳеҳии h то ба адади a баробар аст ва менависанд:

$$x = a \pm h. \quad (1)$$

Хотиррасон менамоем, ки нобаробарии $|x - a| \leq h$ маънои нобаробарии дучандаи

$$a - h \leq x \leq a + h \quad (2)$$

-ро дорад.

Масалан, навишти $x = 2,43 \pm 0,01$ мефаҳмонад, ки x бо саҳеҳии то 0,01 ба 2,43 баробар аст, яъне $2,43 - 0,01 \leq x \leq 2,43 + 0,01$ ва ё $2,42 \leq x \leq 2,44$ мебошад.

Ададҳои 2,42 ва 2,44 қиматҳои тақрибии адади x бо норасоӣ ва барзиёдӣ мебошад.

Амалан ҳангоми ченкуниё, ки дар масъалаи 1 муоина карда шуд, ба сифати қимати тақрибӣ 21 ё 22 °C -ро мегиранд. Дар ин ҳолат саҳви

мутлақи ҳар яки аз ин наздикшавиҳо аз 1°C зиёдтар шуда наметавонад. Бинобар ин одатан мепиндоранд, ки ченкунии ҳарорат бо ёрии ҳароратсанчи тақсимоташ бо фосилаи 1°C гузошташуда бо саҳеҳии то 1°C иҷро карда мешавад.

Худи ҳамин тавр, барои асбобҳои ченкунандаи дигар низ саҳеҳии ченкунӣ одатан аз рӯи тақсимои хурдтарини асбоб муқаррар карда мешавад. Масалан, бо ёрии микрометр дарозиро бо саҳеҳии то $0,01$ мм чен мекунанд; бо ёрии ҳароратсанчи тиббӣ ҳароратро бо саҳеҳии то $0,1^{\circ}\text{C}$ чен мекунанд; соати зангӯладор вақтро бо саҳеҳии то 1 дақиқа нишон медиҳад; соати дастии дорои акрабаки сониявӣ вақтро бо саҳеҳии то 1 сония нишон медиҳад.

Ҳамин тариқ, саҳви ченкунӣ аз он вобаста аст, ки ченкунӣ бо кадом асбоб гузаронида мешавад. Саҳви наздикшавӣ ҳар чӣ қадар хурдтар бошад, асбоби ченкунанда ҳамон қадар дақиқтар аст.

Аз қиматҳои тақрибӣ ҳангоми бо касрҳои дахӣ иваз кардани касрҳои оддӣ тез-тез истифода мекунанд.

Масъалаи 2. Исбот намоед, ки адади $0,43$ қимати тақрибии касри $\frac{13}{30}$ бо саҳеҳии то $0,01$ мебошад.

△ Исбот кардан даркор аст, ки

$$\left| \frac{13}{30} - 0,43 \right| \leq 0,01$$

мебошад. Фарқро ҳисоб мекунем:

$$\frac{13}{30} - 0,43 = \frac{13}{30} - \frac{43}{100} = \frac{130-129}{300} = \frac{1}{300} \text{ аст.}$$

$$\text{Пас, азбаски аст } \left| \frac{13}{30} - 0,43 \right| = \frac{1}{300}; \frac{1}{300} \leq 0,01 \text{ буданаш } \left| \frac{13}{30} - 0,43 \right| \leq 0,01$$

мешавад. ▲

Машиқҳо

288. Навишти зерин чӣ маъно дорад:

- | | | |
|--------------------------|-------------------------|---|
| 1) $x = 3,9 \pm 0,2$; | 2) $x = 0,4 \pm 0,15$; | 3) $x = \frac{1}{3} \pm \frac{1}{10}$; |
| 4) $x = 0,73 \pm 0,01$; | 5) $x = -135 \pm 1$; | 6) $x = -2\frac{1}{5} \pm \frac{1}{10}$; |
| 7) $x = -1 \pm 0,1$; | 8) $x = 9,5 \pm 0,2$; | 9) $x = -3,2 \pm 0,01$? |

- 289.** Ба намуди нобаробарии дучанда нависед:
 1) $x = 11 \pm 0,5$; 2) $m = 142 \pm 1$; 3) $l = 3,7 \pm 0,1$;
 4) $v = 900 \pm 5$; 5) $x = a \pm h$; 6) $y = m \pm n$.
- 290.** Маълум аст, ки
 1) $x = 4 \pm 0,1$; 2) $x = 2,7 \pm 0,1$;
 3) $x = -0,6 \pm 0,12$; 4) $x = -5,9 \pm 0,2$
 Қиматҳои тақрибии адади x -ро бо норасоӣ ва барзиёди ёбед.
- 291.** Бигузор $x = 5,8 \pm 0,2$ аст. Оё қимати дақиқи он ба:
 1) 5,9; 2) 6,001; 3) 6; 4) 5,81; 5) 5,75; 6) 5,6
 баробар шуда метавонад?
- 292.** Бигузор $x = 8,7 \pm 0,4$ аст. Оё адади x ба:
 1) 8,222; 2) 8,4; 3) 9; 4) 9,5; 5) 9,3
 баробар шуда метавонад?
- 293.** Қимати тақрибии адади x -ро нишон диҳед, ки ба миёнаи арифметикии наздикшавиҳо бо норасоӣ ва бо барзиёди баробар аст:
 1) $20 \leq x \leq 22$; 2) $5 \leq x \leq 6$; 3) $4,5 \leq x \leq 4,8$;
 4) $3,7 \leq x \leq 4,1$; 5) $2,81 \leq x \leq 2,83$; 6) $0,55 \leq x \leq 0,6$.
- 294.** Исбот намоед, ки адади
 1) 2,7 қимати тақрибии адади 2,7356 бо саҳеҳии то 0,5 мебошад;
 2) 0,27 қимаги тақрибии касри $\frac{11}{40}$ бо саҳеҳии то 0,01 мебошад.
- 295.** Оё адади 4 қимати тақрибии касри 4,3 бо саҳеҳии то 0,5; то 0,1 мебошад?
- 296.** Мувофиқи ченкуниҳои оптикӣ ва радиолокатионӣ диаметри Уторид ба (4880 ± 2) км, радиуси Зӯҳра ба (6050 ± 5) км баробар аст. Натиҷаи ченкуниро ба намуди нобаробарии дучанда нависед.
- 297.** Барои чен кардани диаметри цилиндр коргар аз калибромметр истифода мебарад, ки дар он сӯрохиҳои диаметрашон 10,00; 10,04; 10,08 мм ва ғайра то 10,56 мавҷуданд. Дар айни ҳол саҳеҳии ченкунӣ ба чӣ баробар аст?
- 298.** Дар шуъбаи назорати техникии завод диаметри навард бо саҳеҳии то 0,1 мм чен карда мешавад. Мувофиқи ҷадвали нишондодҳо диаметри навард (d) бояд дар фосилаи $167,8 \leq d \leq 168,2$ бошад. Агар дар натиҷаи чен кардани навард натиҷаи 168,1 ҳосил шуда бошад, магар шуъбаи назорати техникӣ навардро сақат мегардонад?

§ 20. ЯКЛУХТ КАРДАНИ АДАДҲО

Яклухт кардани ададҳо дар амалҳо бо қиматҳои тақрибии бузургҳои гуногун дар бисёр масъалаҳои амалии математика, физика, техника истифода карда мешавад.

Масалан, шитоби афтиши озод дар сатҳи баҳр ба арзи 45° $9,80665 \text{ м/с}^2$ баробар аст. Одатан ин ададро то даҳякиҳо яклухт менамоянд: $9,8$. Дар айни ҳол менависанд: $g \approx 9,8$ (хонда мешавад: "g" тақрибан ба $9,8$ баробар аст").



Навишти $x \approx a$ нишон медиҳад, ки адади a қимати тақрибии x мебошад.

Масъалаи 1. Масоҳати қитъаи замини шаклаш росткунча ба 25 м^2 , дарозияш ба 8 м баробар аст. Бари қитъаро ёбед.

△ Бигузор бари қитъа ба l метр баробар аст. Он гоҳ
 $l = 25 : 8 = 3,125$.

Ҷавоб: $3,125 \text{ м}$. ▲

Чунин натиҷаро дар амалия одатан то даҳякиҳо яклухт менамоянд, яъне $l \approx 3,1$ ҳисоб мекунам.

Қоидаи яклухт кардани ададҳо дар мисоли зерин дида мебароем. Бигузор адади $3,647$ -ро то садякиҳо яклухт кардан даркор аст. Барои бо норасой яклухт кардан рақами охирин 7 -ро мебартоем ва дар натиҷа $3,64$ -ро ҳосил менамоем. Барои бо барзиёда яклухт кардан, рақами охирин 7 -ро партофта, ба рақами пеш аз охирин якро ҷамъ менамоем. Дар натиҷа $3,65$ -ро ҳосил менамоем.

Дар ҳолати якум саҳви мутлаки яклухткунӣ ба

$$|3,647 - 3,64| = 0,007 \text{ баробар буда}$$

дар ҳолати дуум ба

$$|3,647 - 3,65| = 0,003 \text{ баробар аст.}$$

Дар ҳолати дуум саҳви мутлақ назар ба ҳолати якум хурдтар аст. Пас, дар мисоли муоинашаванда яклухткунӣ бо барзиёдӣ беҳтарин аст.

Ҳангоми яклухт кардани ададҳои мусбат барои хурдтарин шудани саҳви мутлақ аз қоидаи зерин истифода мебаранд:



Агар рақами якуми партофташаванда аз 5 хурдтар бошад, бо норасой яклухт кардан даркор аст, вале агар ин рақам аз 5 калонтар ё баробари 5 бошад, бо барзиёди яклухт кардан мебояд.

Масалан, ҳангоми то даҳякиҳо яклухт кардан ҳосил менамоем:

$$3,647 \approx 3,6, \quad 2,658 \approx 2,7$$

ҳангоми то садякиҳо яклухт кардан ҳосил менамоем:

$$0,6532 \approx 0,65, \quad 9,0374 \approx 9,04$$

Масъалаи 2. Адади $\frac{2}{7}$ -ро ба касри даҳие иваз намоед, ки бо саҳеҳии то 0,01 ба ин адад баробар аст.

△ Натиҷаи тақсими 2 ба 7-ро ба намуди касри даҳии дорои се рақами баъд аз вергул менависем:

$$\frac{2}{7} = 0,285\dots$$

Ин ададро то садякиҳо яклухт карда, $\frac{2}{7} \approx 0,29$ -ро ҳосил мекунем. ▲

Барои ҳал кардани ин масъала қимати $\frac{2}{7}$ бо се рақами баъд аз вергул ёфта шуд, то ки қимат бо саҳеҳии то 0,01 пайдо шавад. Вале агар қимати тақрибии адади $\frac{2}{7}$ -ро бо саҳеҳии то 0,001 ёфтан даркор мебуд, баъд аз вергул чор рақамро пайдо кардан лозим мешуд.

Машқҳо

299. Ададҳои зеринро пай дар пай то 0,001, 0,01, 0,1 яклухт намоед: 3285,05384; 6377,00753; 1234,5336.

300. Ададҳои 15,75 ва 317,25 -ро то воҳидҳо бо норасой ва барзиёди яклухт намоед. Саҳви мутлақи ҳар як яклухткуниро ёбед.

301. Ададро бо саҳеҳии то 0,1 ба намуди касри даҳӣ ифода намоед:

$$1) \frac{13}{8}; \quad 2) \frac{17}{25}; \quad 3) \frac{39}{129}; \quad 4) \frac{11}{3}; \quad 5) \frac{5}{7}; \quad 6) \frac{19}{11}.$$

302. Ададро бо саҳеҳии то 0,01 ба намуди касри даҳӣ ифода намоед

1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{7}{99}$; 3) $\frac{5}{19}$; 4) $1\frac{2}{3}$; 5) $2\frac{3}{11}$; 6) $5\frac{1}{14}$.

303. Ададро бо саҳеҳии то 0,001 ба намуди касри даҳӣ ифода намоед

1) $\frac{2}{7}$; 2) $\frac{5}{13}$; 3) $2\frac{3}{11}$; 4) $7\frac{9}{14}$; 5) $3\frac{1}{7}$; 6) $1\frac{18}{19}$.

304. Суръати миёнаи ҳаракати молекулаи гидроген ҳангоми 0°C ба 1693 м/с баробар аст. Як донишомӯз ин ададро бо саҳеҳии то 1690 м/с, донишомӯзи дигар 1-бо саҳеҳим то 1700 м/с яклухт намуд. Саҳви мутлақи ҳар як яклухткуниро ёбед. Дар кадом ҳолат саҳви наздикшавӣ хурдтар аст?

§ 21. САҲВИ НИСБӢ

Масалан, масофа аз Тошканд то Самарқанд ба (300 ± 1) км баробар аст. Дарозии қалам ба $(21,3 \pm 0,1)$ см баробар аст. Дар ҳолати якум саҳви мутлақ аз 1 км зиёд нест. Дар ҳолати дуюм на зиёд аз 1 мм. Магар ин нишон намедихад, ки дарозии қалам назар ба масофа аз Тошканд то Самарқанд дақиқагар чен карда шудааст?

Ҳангоми чен кардани масофа аз Тошканд то Самарқанд саҳви мутлақ дар 300 км аз 1 км зиёдтар намебошад, ки он $\frac{1}{300} \cdot 100\% \approx 0,33\%$ -и бузургии ченшавандаро ташкил медиҳад.

Ҳангоми чен кардани дарозии қалам дар 21,3 см саҳви мутлақи на зиёд аз 0,1 см роҳ дода шудааст. Пас, саҳви мутлақ $\frac{0,1}{21,3} \cdot 100\% \approx 0,47\%$ -и бузургии ченшавандаро ташкил медиҳад.

Ҳамин тавр, масофаи байни шаҳрҳо нисбат ба дарозии қалам аниқтар ҳисоб карда шудааст.

Барои баҳо додан ба сифати наздикшавӣ мафҳуми саҳви нисбӣ дохил карда мешавад.



Нисбати саҳви мутлақ ба модули қимати тақрибии бузургиро саҳви нисбӣ меноманд.

Пас, агар a қимати тақрибии адади x бошад, саҳви мутлақ ба $|x-a|$, саҳви нисбӣ ба $\frac{|x-a|}{|a|}$ баробар аст. Саҳви нисбиро одатан ба воситаи фоиз ифода менамоянд.

Масъала. Қимати тақрибии массаи Замин ба $(5,98 \pm 0,01) \cdot 10^{24}$ кг баробар аст. Массаи тири милтиқи шикорӣ ба (9 ± 1) г баробар аст. Кадом ченкунӣ дақиқтар аст?

△ Саҳви нисбии ҳар як ченкуниро баҳо медиҳем:

$$1) \frac{0,01 \cdot 10^{24}}{5,98 \cdot 10^{24}} \cdot 100\% \approx 0,2\%; \quad 2) \frac{1}{9} \cdot 100\% \approx 11\%.$$

Массаи Замин дақиқтар чен карда шудааст. ▲

Машқҳо

305. Ададро то воҳидҳо яклухт намуда, саҳви мутлақ ва нисбии яклухткуниро ёбед:

$$1) 3,45; \quad 2) 10,59; \quad 3) 23,263; \quad 4) 0,892; \quad 5) 1,947.$$

306. Саҳви нисбии наздикшавиро ёбед: адади $1) \frac{1}{3}$ ба воситаи адади $0,33$;

$$\text{адади } 2) \frac{1}{7} \text{ ба воситаи адади } 0,14.$$

307. Кадом ченкунӣ дақиқтар аст:

$$1) a = (750 \pm 1) \text{ м ва } b = (1,25 \pm 0,01) \text{ м};$$

$$2) p = (10,6 \pm 0,1) \text{ с ва } q = (1,25 \pm 0,01) \text{ с?}$$

308. Дар як вақт бо асбобҳои гуногун ҳарорати буғро чен карданд ва дар ҳолати якум $t = (104 \pm 1) ^\circ\text{C}$, дар ҳолати дуюм $t = (103,8 \pm 0,1) ^\circ\text{C}$, дар ҳолати сеюм $t = (103,86 \pm 0,01) ^\circ\text{C}$ -ро пайдо карданд. Саҳви нисбии ҳар як ченкуниро баҳо диҳед.

- 309.** Ду талаба оид ба чен кардани дарозӣ кори амалиро иҷро карда истода, дар натиҷа (203 ± 1) мм ва (120 ± 1) см ҳосил карданд. Кадоме аз талабаҳо корро босифатгар иҷро кард
- 310.** 1) Қимати тақрибии адади x ба a баробар аст. Саҳви нисбии ин наздикшавӣ ба 0,01 яъне 1% баробар аст. Агар $a = 2,71$ бошад, саҳви мутлақро ёбед.
2) Қимати тақрибии адади x ба b баробар аст. Саҳви нисбии ин наздикшавӣ ба 0,001, яъне 0,1% баробар аст. Агар $b = 0,398$ бошад, саҳви мутлақро ёбед
- 311.** Массайи Офтоб $(2 \cdot 10^{33} \pm 0,1 \cdot 10^{33})$ г аст. Массайи туби бачагон $(2,5 \pm 0,1) \cdot 10^2$ г аст. Кадом ченкунӣ дақиқтар аст?

Машиқҳо доир ба боби II

Муодиларо ҳал кунед (**312–313**):

- 312.** 1) $x(2x + 5) = 0$; 2) $x(3x - 4) = 0$;
3) $(x - 5)(3x + 1) = 0$; 4) $(x + 4)(2x - 1) = 0$.
- 313.** 1) $\frac{2x+3}{3x-1} = 0$; 2) $\frac{1-2x}{2x+5} = 0$; 3) $\frac{(2x+1)(x+2)}{x-3} = 0$; 4) $\frac{(x-3)(2x+4)}{x+1} = 0$.
- 314.** Дар тири ададӣ нуқтаи a чаптари нуқтаи b воқеъ аст. Мусбат ё манфӣ будани адади зеринро муайян намоед:
1) $b - a$; 2) $2 + b - a$; 3) $a - b$; 4) $a - 3 - b$?
- 315.** Нобаробариро ҳал кунед:
1) $x + 9 > 8 - 4x$; 2) $3(y + 4) \geq 4 - (1 - 3y)$;
3) $5(0,2 + y) - 1,8 \geq 4,3 + 5y$; 4) $3(x - 5) + 9 > 15$.
- 316.** Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:
1) $\begin{cases} 0,5(x + 3) - 0,8 < 0,4(x + 2) - 0,3, \\ 0,7(2 - x) + 1,3 < 0,6(1 - x) + 2,2; \end{cases}$
2) $\begin{cases} 1,5(x - 2) - 2,1 < 1,3(x - 1) + 2,5, \\ 1,3(x + 3) + 1,7 > 1,6(x + 2) + 1,8. \end{cases}$

317. Муодиларо ҳал кунед:

$$\begin{array}{lll} 1) |x-1|=3,4; & 2) |1-x|=2,4; & 3) |1-2x|=5; \\ 4) |3x-2|=1; & 5) |4x-1|=3; & 6) |2x+7|=9. \end{array}$$

318. Нобаробарио ҳал кунед:

$$\begin{array}{lll} 1) |x-1| \leq 3,4; & 2) |x-1| \geq 3,4; & 3) |x-1| < 3,4; \\ 4) |2x+1| \geq 3; & 5) |3+2x| \leq 1; & 6) |1-3x| \geq 4. \end{array}$$

ХУДРО БИСАНЧЕД!

1. Исбот намоед, ки дар тамоми қиматҳои x нобаробарии

$$\frac{1}{2}x(2x-4) \geq (x-2)x$$

дуруст аст.

2. Нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$1) 12-5x > 0; \quad 2) 3x-7 \leq 4(x+2); \quad 3) \frac{x}{2} + \frac{3-x}{4} < 2.$$

3. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} 3x-13 > 0, \\ 25-4x > 0; \end{cases} & 2) \begin{cases} 4x-13 \geq 3x-10, \\ 11-4x \leq 12-3x; \end{cases} \\ 3) \begin{cases} 5x+3 < 3x-7, \\ 1-2x > x+4; \end{cases} & 4) \begin{cases} 5x-7 \leq 2-4x, \\ 7-3x \geq 1-5x. \end{cases} \end{array}$$

319. Бигузор $a < 2b$ аст. Исбот намоед:

$$\begin{array}{ll} 1) 4a-2b < a+4b; & 2) 3a-2b < a+2b; \\ 3) a+2b > 3a-2b; & 4) a+b > 4a-5b. \end{array}$$

320. Як тарафи сскунча аз 4 см калонтар аст, тарафи дигараш назар ба тарафи якум 1,5 маротиба калонтар аст, тарафи сеюм назар ба тарафи дуум 1,5 маротиба калонтар аст. Исбот намоед, ки периметри сскунча аз 19 см калонтар аст.

- 321.** Дар кадом қиматҳои x қиматҳои функцияҳои $y=-x+1$ ва $y=x+2$ дар як вақт: 1) мусбатанд; 2) манфиданд; 3) аз 1 калонтаранд; 4) аз 2 калонтаранд?
- 322.** Суммаи адади чуфт ва сечандаи адади чуфти минбаъда аз 134 калонтар аст, вале суммаи худӣ ҳамин адад ва дучандаи адади чуфти пешина аз 104 хурдтар аст. Ин ададро ёбед.
- 323.** Суммаи адади тоқ ва дучандаи адади тоқи минбаъда аз 151 хурдтар аст, вале суммаи худӣ ҳамин адад ва сечандаи адади тоқи пешина аз 174 калонтар аст. Ин ададро ёбед.
- 324.** Дар шакли нобаробарии дучанда нависед:
 1) $x=12\pm 0,3$; 2) $y=23\pm 1$; 3) $x=a\pm 1$;
 4) $y=m\pm 0,1$; 5) $z=1,8\pm 0,01$; 6) $z=b\pm 0,2$.
- 325.** Ададҳои зеринро дар шакли касри даҳӣ то саҳеҳии 0,01 ҳисоб кунед:
 1) $\frac{5}{11}$; 2) $\frac{3}{22}$; 3) $\frac{3}{13}$; 4) $\frac{2}{7}$; 5) $\frac{17}{24}$; 6) $\frac{5}{12}$.
- 326.** Муқовимати ҳўлаи мисинро $\left(R=\frac{\rho l}{S}\right)$ ҳисоб кунед, ки масоҳати буриши кундалангии он $S\approx 1,2\cdot 10^2$ мм², дарозияш $l=0,25$ м, муқовимати хосаш $\rho\approx 0,017$ Ω·мм²/м мебошад.
- 327.** Агар $m = 7,6$ кг, $v = 4,2$ м/с бошад, аз рӯи формулаи

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$
 энергияи кинетикии ҷисмро муайян кунед.
- 328.** Ҳангоми чен кардани дарозии 20 см ба 0,5 мм саҳв роҳ дода шудааст, ҳангоми чен кардани масофаи 1000 км саҳв 200 м-ро ташкил додааст. Кадом ченкуниҳо дақиқтар аст?
- 329.** Дар шаҳре, ки 57 100 аҳоли дорад, бо мақсади муайян кардани гурӯҳи хунашон тадқиқоти тиббӣ гузарониданд. Муайян карда шуд, ки одамони хунашон ба гурӯҳи I мансуб 32,9%-ро, гурӯҳи II 35,8%-ро, гурӯҳи III 23,2%-ро, гурӯҳи IV 8,1% -ро ташкил медиҳад. Дар шаҳр чанд нафарӣ намоёндагони ҳар як гурӯҳи хун зиндагонӣ мекардаанд?



Машқ (тест)-ҳои санҷишӣ доир ба боби II

1. Нобаробариҳо ҳал кунед: $5(x-3)+2x<4x+3$.
 А) $x<6$; Б) $x<-6$; В) $x>6$; Г) $x>-6$.
2. Нобаробариҳо ҳал кунед: $4(x-1)+5(x+1)<6(x+2)+7(x-1)$.
 А) $x<-1$; Б) $x>-1$; В) $x<1$; Г) $x>1$.
3. Нобаробариҳо ҳал кунед: $\frac{2x-3}{4}>\frac{x+1}{6}-\frac{4x+3}{3}$.
 А) $x>1$; Б) $x\leq 1$; В) $x>-0,05$; Г) $x<2$.
4. Адади бутуни хурдтаринеро ёбед, ки ҳалли нобаробарии $7x+5\geq 3(x-1)-4x$ шуда метавонад:
 А) $x=2$; Б) $x=-2$; В) $x=3$; Г) $x=-1$.
5. Адади бутуни калонтаринеро ёбед, ки ҳалли нобаробарии $7(1-x)>5(3-x)$ шуда метавонад:
 А) $x=-5$; Б) $x=-3$; В) $x=2$; Г) $x=-2$.
6. Дар кадом қиматҳои x касри $\frac{3x-6}{5}$ аз суммаи касрҳои $\frac{4x-5}{15}$ ва $\frac{4-x}{3}$ хурдтар мешавад?
 А) $x<3,3$; Б) $x>2,3$; В) $x\leq -2,3$; Г) $x>4,5$.
7. Дар кадом қиматҳои x фарқи касрҳои $\frac{3-5x}{4}$ ва $\frac{7x+3}{6}$ аз касри $\frac{3x+5}{12}$ калонтар мешавад?
 А) $x<\frac{1}{16}$; Б) $x<-\frac{1}{16}$; В) $x>\frac{1}{16}$; Г) $x>-\frac{1}{16}$.
8. Системи нобаробариҳо ҳал кунед:

$$\begin{cases} 3(1-x)>5-4x, \\ 13-4x<1. \end{cases}$$

 А) $x>\frac{1}{2}$; Б) $\frac{1}{2}<x<3$; В) $x>3$; Г) $x>-3$.

9. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\begin{cases} \frac{x-3}{3} \leq \frac{x+2}{2}, \\ \frac{x-4}{5} \geq \frac{x-5}{4}. \end{cases}$$

А) $1 \leq x \leq 9$; Б) $-12 \leq x$; В) $x \geq 9$; Г) $-12 \leq x \leq 9$.

10. Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\begin{cases} (x+3)(x+2) \leq (x+4)(x-1) + 5, \\ 2(5x-1) \geq 3(3x-2). \end{cases}$$

А) $-4 \leq x \leq -2,5$; Б) $-4 \leq x \leq 2,5$; В) $4 \leq x \leq 2,5$; Г) $0 \leq x \leq 2,5$.

11. Адади бутуни хурдтаринеро ёбед, ки ҳалли системаи нобаробариҳо шуда метавонад:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > 1, \\ 3x - 2 > x + 2. \end{cases}$$

А) $x=7$; Б) $x=-7$; В) $x=6$; Г) $x=3$.

12. Адади бутуни калонтаринеро ёбед, ки ҳалли системаи нобаробариҳо шуда метавонад:

$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{x}{2} < 1, \\ \frac{x}{3} - \frac{x}{4} < \frac{1}{6}. \end{cases}$$

А) $x=-2$; Б) $x=1$; В) $x=2$; Г) $x=0$.

13. Нобаробариҳо ҳал кунед: $|4x-5| \leq 3$.

А) $x \geq -2$; Б) $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$; В) $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$; Г) $-2 \leq x \leq -\frac{1}{2}$.

14. Нобаробариҳо ҳал кунед: $|1-3x| \leq 2$.

А) $0 \leq x \leq \frac{1}{3}$; Б) $-1 \leq x \leq -\frac{1}{3}$; В) $\frac{1}{3} \leq x \leq 1$; Г) $-\frac{1}{3} \leq x \leq 1$.

15. Нобаробарио ҳал кунед: $|3 - 2x| \geq 1$.

А) $x \leq 1, x \geq 2$; Б) $x \leq -1, x \geq -2$; В) $x \leq 2, x \geq 3$; Г) $1 \leq x \leq 2$.

16. Қимати дақиқи адад 1,483, қимати тақрибӣ 1,48 бошад, саҳви наздикшавиро ёбед:

А) 0,003; Б) 0,435; В) 1,335; Г) 0,445.

17. Агар қимати дақиқи адад $\frac{8}{17}$, қимати тақрибӣ $\frac{1}{2}$ бошад, саҳви наздикшавиро ёбед.

А) $\frac{1}{33}$; Б) $\frac{1}{33}$; В) $\frac{1}{33}$; Г) $\frac{1}{33}$;

18. Дар намуди нобаробарии дучанда нависед: $a = -1,8 \pm 0,2$.

А) $-2 < a < -1,6$; В) $-2 \leq a \leq -1,6$;

Б) $-1,6 \leq a \leq -2$; Г) $-2 \leq a \leq -1,82$.

19. Дар намуди нобаробарии дучанда нависед: $a = 2,71 \pm 0,01$.

А) $2,7 < a < 2,72$; В) $2,7 \leq a < 2,711$;

Б) $-1,6 \leq a \leq -2$; Г) $2,7 \leq a \leq 2,72$.

20. $\frac{8}{15}$ -ро дар шакли касри даҳӣ бо саҳеҳии то 0,01 нависед:

А) 0,53; Б) 0,05; В) 0,61; Г) 0,54.

21. $\frac{5}{14}$ -ро дар шакли касри даҳӣ бо саҳеҳии то 0,001 нависед:

А) 0,357; Б) 0,353; В) 0,456; Г) 0,361.

22. Дарозии хона ба $(5 \pm 0,02)$ м баробар аст. Саҳви нисбии ченкуниро ёбед.

А) 4%; Б) 0,4%; В) 0,02%; Г) 0,05%.

23. Масофаи байни ду деҳа ба (100 ± 1) км баробар аст. Саҳви нисбии ченкуниро ёбед.

- A) 2%; B) 0,5%; B) 1%; Г) 1,5%.

24. Ададро то садякй яклухт кунед. Саҳви нисбии яклухткуниро ёбед:
5,7635.

- A) 5,76; 0,8%; B) 5,77; 0,08%;
B) 5,76; 0,9%; Г) 5,76; 0,06%.

25. Ададро то даҳякй яклухт кунед. Саҳви нисбии яклухткуниро ёбед:
2,2941.

- A) 2,3; 0,26%; B) 2,3; 0,3%;
B) 2,2; 2,5%; Г) 2,3; 0,4%.



Масъалаҳои таърихӣ

1. *Масъалаи Эвклид*. Агар a, b, c, d — ададҳои мусбат буда, a — адади аз ҳама калонтарин $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ бошад, дар он ҳолат исбот кунед, ки $a+d > b+c$ аст.

2. *Масъалаи Паппи Александриягӣ*. Агар a, b, c, d ададҳои мусбат ва $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ бошад, исбот кунед, ки $ad > bc$ аст.

3. *Нобаробарии Бернулли*. Агар ишорати ҳамаи ададҳои $x_1, x_2, \dots, x_n > -1$ ва $x_1, x_2, \dots, x_n$ як хел бошад, $(1+x_1)(1+x_2) \dots (1+x_n) \geq 1+x_1 + \dots + x_2 + \dots + x_n$ мешавад.

Нобаробарии Бернуллиро ҳангоми $n = 2, 3$ будан, исбот кунед.

4. Аз формулаи тақрибии $(1+a)^2 \approx 1+2a$ истифода бурда, ҳисоб кунед ва ба саҳв баҳо диҳед:

- 1) $(1,01)^2$; 2) $(1,001)^2$; 3) $(0,99)^2$; 4) $(0,999)^2$.

5. Вакте, ки дар вакуум (бевазнь) суръати рӯшноиро чен карданд, натиҷа 299 796 км/соат шуд, ки дақиқии ченак 4 км/соат-ро ташкил меод. Саҳви нисбиро ёбед.

6. Ғафсии мӯйи сари одам ба $(0,15 \pm 0,005)$ баробар аст. Масофаи аз замин то Моҳ $(380\,000 \pm 500)$ км ташкил медиҳад. Кадом ҳисобкунӣ дақиқтар аст?

7. *Папируси Акмим*: “Масоҳати доираи ба миёнаи арифметикуи $R = 10$ баробар ба миёнаи арифметикуи масоҳати доираҳои дорои чунин радиус баробаранд гуфта шудааст. Саҳви мутлақ ва нисбии онро ёбед.



Маълумотҳои таърихӣ

Ишоратҳои нобаробариҳои қатъии $>$ (калон) ва $<$ (хурд) соли 1631 бори аввал дар рисолаи аз тарафи олими англис Т. Гарриот таълифёфта оварда шуда буд. Ишоратҳои нобаробариҳои ғайриқатъии $\geq$ (калон ё баробар) ва $\leq$ (хурд ё баробар) соли 1734 аз ҷониби математики фаронсавӣ П.Буге дохил карда шудааст.

Ишораи модули адади x -ро дар намунаи $|x|$ математики машҳури немис К.Вейерштрасс соли 1841 пешниҳод кардааст.

Катибаҳои қадимаи математикуи аз Миср ва Бобулистон пайдо шуда, далолат медиҳанд, ки одамон ҳоло аз замонҳои қадим бо баъзе усулҳои ҳисоби тақрибӣ шинос будаанд.

Олимони бобулистонӣ 4000 ҳазор сол муқаддам дар баробари зарби ададҳо, ба квадрат бардоштан, сохтани чадвали ададҳои чаппа, чадвали баровардани решаи квадратуи ададҳо низ тартиб додаанд. Онҳо қимати тақрибии решаи квадратуи ададҳои натуралиро бароварда тавонистаанд.

Олимони Хитой ва Осиёи Миёна ҳисоби тақрибии решаи муодилаҳои 2-, 3-дараҷадорро ихтироъ кардаанд.

Олимони мактаби илмии Мирзо Улуғбек барои тартиб додани чадвали дақиқи астрономӣ („Зич“-ҳо) усулҳои навро кашф карда буданд. Яке аз олимони пешқадами академияи Мирзо Улуғбек Ғиёсиддин Ҷамшед ал-Кошӣ дар „Рисола дар бораи доираҳо“-и худ 17 воҳиди баъди вергул истодаи адади π -ро ба таври дақиқ ҳисоб кардааст.

**Масъалаҳои амалӣ-татбиқӣ ва алоқа бо фанҳо**

Якчанд масъалаҳоро дида мебароем, ки ба ҳалли нобаробариҳо ва системаи нобаробариҳо оварда мерасонад.

330. 4-то курут ва 5-то хурӯсканд аз 225 сӯм арзон, 3 то курут ва 2 то хурӯсканд аз 120 қимат аст. 13-то курут ёки 10-хурӯсканд арзонанд?

△ Нархи 1-то курутро x сӯм, 1-то хурӯскандро y сӯм гӯем. Дар ин ҳол мувофиқи шарти масъала ба системаи зерин соҳиб мешавем:

$$\begin{cases} 4x + 5y < 225, \\ 3x + 2y > 120. \end{cases} \quad (1)$$

Аз ин ҷо

$$\begin{cases} 32x + 40y < 1800, \\ 45x + 30y > 1800, \end{cases}$$

$$\text{Яъне } 45x + 30y > 32x + 40y, \quad 13x - 10y > 0.$$

Пас, $13x > 10y$.

Ҷавоб: 10 та хурӯсканд аз 13 то курут арзон.

Бо шарҳи геометрии масъала шинос мешавем.

Дар ҳамворӣ кадом соҳа тасвири системаи нобаробариҳо (1) мебошад?

Нобаробарии 1-уми системаи (1) ҳамаи нуқтаҳои аз хати ростии

$4x + 5y = 225$, яъне $y = 45 - \frac{4}{5}x$ дар поён ҳобидаро ифода мекунад;

Нобаробарии 2-юм бошад ҳамаи нуқтаҳои аз хатти

ростии $3x + 2y = 120$, яъне $y = 60 - \frac{3}{2}x$ дар боло ҷойгиршударо

ифода мекунад. (Нигаред ба расми 3б).

Дар буриши ин ду нимҳамвориҳо $x > 0$, $y > 0$, гирифта шавад,

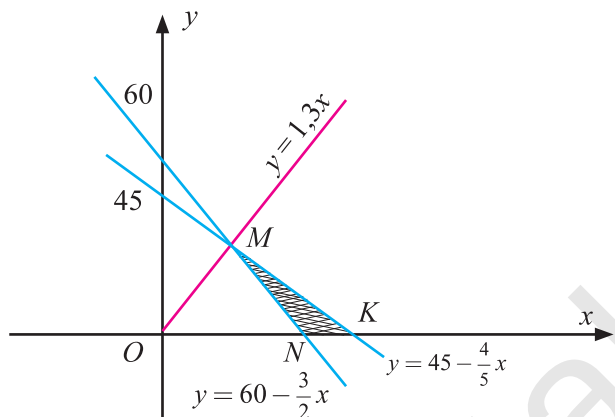
△ MNK ҳосил мешавад. Нархи курут ва хурӯскандро наметонем, ин

нарх ифодакунандаи $(x; y)$ -и нуқтаи дилхоҳи $\bar{y}$ секунча бошад, аз

секунчаи MNK шуданаш мумкин аст. Ин секунча бошад, аз хати

ростии $13x = 10y$, яъне аз $y = 1,3x$ дар поён ҷойгир шудааст.

Аз ин ҷо $y < 1,3x$, яъне $13x > 10y$. ▲



Расми 35.

331. Дар имтиҳонот $\frac{1}{6}$ хиссаи талабагон баҳои “қаноатбахш”, 56 %-аш баҳои “хуб” ва 14 нафарашон баҳои “аъло” гирифта аз 4%-и ҳамаи талабагон зиёду аз 5%-аш кам бошад, шумораи талабагонро ёбед.

△ Шумораи хонандагонро x гўем. Дар ин ҳол шумораи баҳои қаноатбахш $\frac{x}{6}$, баҳои “хуб”, $\frac{56x}{100} = \frac{14}{25}x$ аст.

X ҳам ба 6 ва ҳам ба 25 тақсим мешавад, аз ин ҷо $x = 6 \cdot 25 \cdot n = 150 \cdot n$ n – адади натуралӣ. Мувофиқи шарт n -адади шумораи баҳои “аъло” гирифта ноборобарии $0,04x < 14 < 0,05x$ қонун мегардонад.

Ба ҷои $x = 150 \cdot n$ -ро гузошта, аз $6n < 14 < 7,5 \cdot n$, яъне $n = 2$ -ро ҳосил мекунем.

Ҷавоб: 300 Талаба. ▲

332. Шумораҳои чиҳозҳои якхелаи дар ду зарф буда аз 29 –то зиёд аст. Агар аз зарфи якум 2-то чиҳозро гирем, чиҳозҳои дар он боқимонда 3 маротиба аз чиҳозҳои зарфи 2-юм зиёд аст. Фарқи сечандаи чиҳозҳои зарфи якум ва дучандаи зарфи дуюм аз 60 хурд аст. Дар ҳар як зарф чандтогӣ чиҳоз ҳаст?

△ Шумораи чиҳозҳои зарфи 1-умро бо x ва чиҳозҳои зарфи 2-юмро бо y ишора мекунем. Онгоҳ мувофиқи шартҳои масъала мувофиқ системаи ноборобарии зеринро ҳосил мекунем.

$$\begin{cases} x + y > 29, \\ x - 2 > 3y, \\ 3x - 2y < 60. \end{cases}$$

Ин системаро бо таври зерин навишта мегирем

$$\begin{cases} x > 29 - y, \\ x > 3y + 2, \\ 20 + \frac{2}{3}y > x. \end{cases} \quad (1)$$

Аз ин

$$20 + \frac{2}{3}y > 29 - y, \quad (2)$$

$$20 + \frac{2}{3}y > 3y + 2 \quad (3)$$

Дурустии нобаробариҳо бармеояд. Аз (2) $y > \frac{27}{5}$, (3) бошад $y < \frac{54}{7}$ ҳосил мешавад.

Ҳамин тавр, $\frac{27}{5} < y < \frac{54}{7}$ ёки $5\frac{2}{5} < y < 7\frac{5}{7}$. y – адади натуралии ба 6 ё ба 7 баробар аст. Агар $y = 6$ бошад, дар ин ҳол сиситемаи 1-ро бо намуди

$$\begin{cases} x > 23, \\ x > 20, \\ x < 24 \end{cases} \quad \text{навиштан мумкин аст.}$$

Аммо x -и натуралии ин системаро қонёқунанда мавҷуд нест. Пас, $y = 7$ аст. Дар ин ҳолат аз (1)

$$\begin{cases} x > 22, \\ x > 23, \\ x < 24\frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{ҳосил мешавад.}$$

Адади ягонаи натуралии ин системаро каноаткунанда $x = 24$ аст.

Ҷавоб: 24 то дар зарфи 1-ум, 7 то дар зарфи 2-юм. ▲

333. Шумораи чиҳозҳои ду зарф якҷоя аз 27-то зиёд аст. Аз зарфи 2-юм 12-то чиҳозро гирем, шумораи чиҳозҳои зарфи 1-ум аз 2 маротибаи чиҳозҳои зарфи дуюм зиёд мешавад. Аз зарфи якум 10-то чиҳозро гирем, шумораи чиҳозҳои зарфи дуюм аз якум 9 маротиба зиёд мешавад. Дар ҳар як зарф чандтогӣ чиҳоз ҳаст?

334. Заводи 1-ум дар 1 рӯз ба миқдори аз 950-то зиёд набуда истеҳсол карда мебарорад. Заводи 2-юм ба миқдори 95%-и маҳсулоти заводи 1 аввал истеҳсол кардааро кор карда мебаромад. Баъд аз дастгоҳи иловагиро ба кор даровардан ҳаҷми истеҳсоли маҳсулоти заводи 2-юм нисбат ба заводи 1-ум 23% афзуд ва ҳар 1 рӯз аз 1000 – то зиёд маҳсулот истеҳсол карда баромад. То дастгоҳи иловагӣ гирифтани заводи 2-юм, ҳар як завод чӣ қадар маҳсулот истеҳсол мекард. (Шумораи маҳсулотҳо бо ададҳои натуралӣ ифода карда мешавад)

△ Шумораи маҳсулоти дар 1-рӯз истеҳсол кардаи заводи 1-ум x бошад, дар ин ҳол заводи 2-юм, то дастгоҳи иловагӣ гирифтани дар 1 рӯз $\frac{95x}{100}$, баъд аз он $\left(\frac{95x}{100} + \frac{23x}{100}\right)$ -то истеҳсол мекунад. Системаи нобаробариҳои ба шартӣ маъсала мувофиқ чунин мешавад.

$$\begin{cases} x \leq 950, \\ \frac{95x}{100} + \frac{23x}{100} > 1000. \end{cases}$$

$$847\frac{27}{59} < x \leq 950$$

Аз инҷо

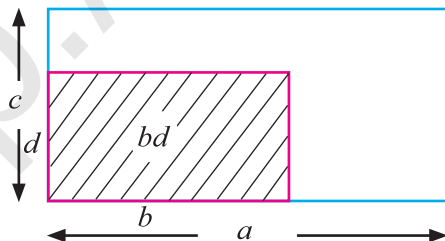
(1)

Ададҳои $\frac{95x}{100}$ ва $\frac{23x}{100}$ ададҳои натуралӣ шуданаш лозим, яъне $x = 100$ шуданаш лозим. Дар фосилаи (1) адади ба 100 тақсимшаванда 900 аст. Пас,

Заводи 1-ум дар 1 рӯз 900-то маҳсулот, заводи 2-юм то станокҳои иловагиро ба кор даровардан $\frac{95}{100} \cdot 900 = 855$ дона маҳсулот кор коркарда баромадааст.

Ҷавоб: 900 дона; 855 дона.▲

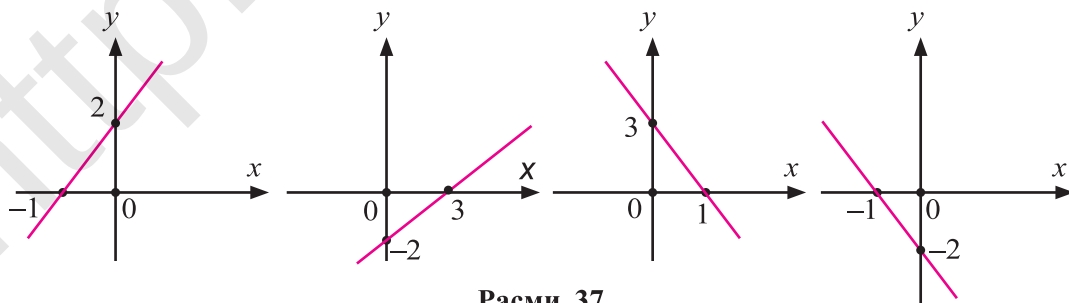
- 335.** Дар зарфи якум пуфакҳои сабз, дар зарфи дуюм пӯфакҳои сафед ҳаст. Баъд аз $\frac{3}{7}$ ҳиссаи пӯфакҳои сабз ва $\frac{2}{5}$ ҳиссаи пӯфакҳои сафедро аз зарфҳо гирифтанд, дар зарфи 1-ум аз 1000 дона кам, дар зарфи 2-юм аз 1150 дона зиёд пӯфакҳо монд. Сарааввал дар як зарф чандтоғи пӯфакҳо буд?
- 336.** Вагонҳои боркашон 80т, 60т ва 50т ҳаст. Агар бор ба вагонҳои 80т-ги бор карда шавад, бори 1-то вагон нопурра мешавад. Агар бор ба вагонҳои 60т-гӣ бор карда шавад, 8-то вагони зиёдати лозим ва 1-то вагон нопурра мешавад. Агар бор ба вагонҳои 50т-гӣ бор карда шавад, боз 5-то вагон лозим ва бор ҳаммаи вагонҳоро пур мекунад. Бор чанд тонна аст?
- 337.** Талабагон ба ҳар як қатор 8 нафарӣ саф кашад 1-то қатор пур нашуда мемонад. Агар 7 нафари саф кашад, ҳамаи қатор пур шуда қаторҳо 2-то зиёд мешавад. Агар ба ҳар як қатор 5 нафарӣ тақсим шавад, шумораи қаторҳо 7-то зиёд шуда, боз 1-то қатор пур нашуда мемонад. Шумораи талабагонро муайян кунед.
- 338.** 1) a, b, c, d — ададҳои мусбат ва $a > b, c > d$ бошад дар ин ҳол исбот кунед, ки $ac > bd$ аст. Шарҳи геометрии ин нобаробарӣ ба расми 36 эзоҳ диҳед.



Расми 36.

2) Ҳосили ҷамъи масофаҳо аз нуқтаи дилхоҳи дар доҳили бисёркунча калон аст. Инро исбот кунед.

- 339.** Дар маҳлули ҳаҷмаш 8 л 60% кислота ҳаст. Ба ин маҳлул чӣ қадар маҳлули кислотагии дар маҳлули нав буда аз 39 % каму аз 40% зиёд намешавад?
- 340.** 1) Чамоин коргарон дар 5 рӯз аз 300-то кам, дар 10 рӯз аз 500 то зиёд маҳсулот тайёр карданд. Агар дар чамоин 8 нафар коргар кор карда самаранокии меҳнати онҳо як хел бошад, ҳар як коргар дар 1 рӯз чандто маҳсулот тайёр кардааст?
- 2) Дар 8 маротиба рафтуомади автобус аз 185 нафар зиёд мусофирон, дар 15 маротиба рафтуомад аз 370 нафар кам мусофирон аз автобус фурумаданд. Агар ҳар як сафар дар автобус чандто ҷой бошад, ҳамин қадар мусофиронро бурда бошад, автобус чандто ҷойи нишаст дорад?
- 341.** Графики функсияро созед ва аз рӯи график дар қадом қиматҳои x функсия қимати мусбат; баробари сифр; аз 2 қалон аз 1 хурдро қабул мекунад, ёбед.
- 1) $y = 5x + 2$; 2) $y = 2x - 6$;
3) $y = -4x + 5$; 4) $y = -3x - 1$.
- 342.** Дар расми 37 графики функсияи $y=kx+b$ тасвир карда шудааст 1) k ва b -ро ёбед. Ҳангоми 2) $x \geq 0$; 3) $x < 0$; 4) $x \geq 3$ 5); $7 \leq -2x$ будан, чӣ гуна қабул кардани функсияи y -ро бо ёрии нобаробариҳо нависед ва нобаробариҳои ҳосил шударо ҳал кунед. Ҳалҳоро дар тири ададӣ тасвир кунед.



Расми 37.

БОБИ III

МУОДИЛАҲОИ КВАДРАТӢ

§ 22. МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ ВА РЕШАҲОИ ОН

Масъалаи 1. Асоси росткунча аз баландиаш 10 см дарозтар аст, вале масоҳати он ба 24 см² баробар аст. Баландии росткунчаро ёбед.

△ Бигузур x сантиметр — баландии росткунча, он гоҳ асоси он ба $(x+10)$ см баробар аст. Масоҳати ин росткунча ба $x(x+10)$ см² баробар аст. Мувофиқи шарти масъала $x(x+10)=24$.

Қавсхоро мекушоем ва адади 24-ро бо аломати муқобил ба қисми чап гузаронида, ҳосил менамоем:

$$x^2 + 10x - 24 = 0.$$

Бо тарзи гурӯҳбанди қисми чапи муодиларо ба зарбкунандаҳо ҷудо менамоем:

$$\begin{aligned} x^2 + 10x - 24 &= x^2 + 12x - 2x - 24 = \\ &= x(x+12) - 2(x+12) = (x+12)(x-2). \end{aligned}$$

Пас, муодиларо ба намуди

$$(x+12)(x-2) = 0 \text{ навиштан мумкин аст.}$$

Ин муодила дорои решаҳои $x_1 = -12$ ва $x_2 = 2$ мебошад.

Азбаски дарозии порча адади манфӣ шуда наметавонад, баландии матлуб ба 2 см баробар аст. ▲

Ҳангоми ҳал кардани ин масъала муодилаи

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

ҳосил шуд, ки онро муодилаи квадратӣ меноманд.



Муодилаи намуди

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

ки ин ҷо a, b, c — ададҳои дода шуда, $a \neq 0$, x номаълум мебошанд, муодилаи квадратӣ номида мешавад.

Коэффициенты квадратной a , b , c -ро одатан ин тавр меноманд: a — коэффициенту якум аввалин, b — коэффициенту дуюм, c — аъзои озод.

Масалан, дар муодилаи $3x^2 - x + 2 = 0$ коэффициенту аввалин ба 3, коэффициенту дуюм ба -1 , аъзои озод ба 2 баробар аст.

Ҳал кардани бисёр масъалаҳои математика, физика, техника ба ҳал кардани муодилаҳои квадратӣ оварда мешаванд.

Боз мисолҳои муодилаҳои квадратиро меорем:

$$2x^2 + x - 1 = 0, \quad 5t^2 - 10t + 3 = 0, \\ x^2 - 25 = 0, \quad 2x^2 = 0.$$

Ҳангоми ҳал кардани бисёр масъалаҳо муодилаҳое пайдо мешаванд, ки бо ёрии табдилоти алгебравӣ ба муодилаҳои квадратӣ оварда мешаванд.

Масалан,

$$2x^2 + 3x = x^2 + 2x + 2$$

баъди ҳамаи аъзоҳоро ба қисми чап гузаронидан ва ислоҳ кардани аъзоҳои монанд ба муодилаи квадратии

$$x^2 + x - 2 = 0$$

оварда мешавад.

Масъалаи 2. Муодиларо ҳал кунед:

$$x^2 = 64.$$

△ Ба қисми чап 64-ро мегузаронем ва муодилаи квадратии зеринро ҳосил мекунем:

$$x^2 - 64 = 0.$$

Қисми чапро ба зарбкунандаҳо чудо менамоем:

$$(x - 8)(x + 8) = 0.$$

Пас, муодила ду реша дорад: $x_1 = 8$, $x_2 = -8$. ▲

Қайд менамоем, ки решаи якуми муодилаи $x^2 = 64$ решаи арифметикӣ аз адади 64 мебошад. Вале, решаи дуюм — адади ба он муқобил:

$$x_1 = \sqrt{64}, \quad x_2 = -\sqrt{64}.$$

Ин ду формуларо одатан ба як формула якҷоя ифода менамоем:

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{64}.$$

Чавоби масъалаи 2-ро ин тавр навиштан мумкин аст: $x_{1,2} = \pm 8$.

Муодилаи $x^2=64$ ҳолати хусусии муодилаи $x^2=d$ мебошад, ки ба он муодилаи квадратии дилхоҳ оварда мешавад.



Теорема. Муодилаи $x^2=d$, ки дар ин ҷо $d>0$, аст, ду реша дорад:

$$x_1 = \sqrt{d}, x_2 = -\sqrt{d}.$$

○ Ба қисми чапи муодила d -ро мегузаронем:

$$x^2 - d = 0.$$

Азбаски $d>0$ аст, аз рӯи таърифи решаи квадратии арифметики $d = (\sqrt{d})^2$ мешавад. Бинобар ин муодиларо ин тавр навиштан мумкин:

$$x^2 - (\sqrt{d})^2 = 0.$$

Қисми чапи ин муодиларо ба зарбкунандаҳо ҷудо карда, ҳосил мекунем:

$$(x - \sqrt{d})(x + \sqrt{d}) = 0,$$

аз ин ҷо, $x_1 = \sqrt{d}, x_2 = -\sqrt{d}$. ●

Масалан, муодилаи $x^2 = \frac{4}{9}$ дорои решаҳои $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3}$ мебошад;

муодилаи $x^2=3$ решаҳои $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$ -ро дорад; муодилаи $x^2=8$ дорои

решаҳои $x_{1,2} = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$ мебошад.

Агар дар муодилаи $x^2=d$ қисми рост ба сифр баробар бошад, муодилаи $x^2=0$ решаи ягонаи $x^2=0$ -ро дорад. Азбаски муодилаи $x^2=0$ -ро ба намуди $x \cdot x=0$ навиштан мумкин аст, баъзан мегуянд, ки муодилаи $x^2=0$ ду решаи баробар дорад: $x_{1,2}=0$.

Агар $d<0$ бошад, муодилаи $x^2=d$ решаҳои ҳақиқӣ надорад, чунки квадрати адади ҳақиқӣ адади манфӣ шуда наметавонад.

Масалан, муодилаи $x^2=-25$ решаҳои ҳақиқӣ надорад.

Машқҳо

343. (Шифохӣ.) Кадоме аз муодилаҳои зерин квадратӣ мебошанд:

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| 1) $5x^2 - 14x + 17 = 0$; | 2) $\frac{2}{3}x^2 + 4 = 0$; |
| 3) $-7x^2 - 13x + 8 = 0$; | 4) $17x + 24 = 0$; |
| 5) $-13x^4 + 26 = 0$; | 6) $x^2 - x = 0$? |

344. (Шифохӣ.) Коэффициентҳо ва аъзои озои муодилаи квадратиро номбар кунед:

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------|
| 1) $5x^2 - 14x + 17 = 0$; | 2) $-7x^2 - 13x + 8 = 0$; |
| 3) $\frac{2}{3}x^2 + 4 = 0$; | 4) $x^2 + 25x = 0$; |
| 5) $-x^2 + x + \frac{1}{3} = 0$; | 6) $-x^2 - x = 0$. |

345. Агар коэффисисетҳои муодилаи квадратии $ax^2 + bx + c = 0$ маълум бошанд, ин муодиларо нависед:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $a = 2, b = 3, c = 4$; | 2) $a = -1, b = 0, c = 9$; |
| 3) $a = 1, b = -5, c = 0$; | 4) $a = 1, b = 0, c = 0$. |

346. Муодиларо ба муодилаи квадратӣ оред:

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $x(x - 3) = 4$; | 2) $(x - 3)(x - 1) = 12$; |
| 3) $3x(x - 5) = x(x + 1) - x^2$; | 4) $7(x^2 - 1) = 2(x + 2)(x - 2)$. |

347. Кадоме аз ададҳои $-3, -2, 0, 1$ решаҳои муодила мебошанд:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) $x^2 - 9 = 0$; | 2) $x^2 - x = 0$; |
| 3) $x^2 + x - 6 = 0$; | 4) $x^2 - 5x + 4 = 0$; |
| 5) $(x - 1)(x + 2) = 0$; | 6) $(x + 1)(x - 3) = x$? |

348. (Шифохӣ.) Муодилаи $x^2 = 36$ чанд реша дорад? Онҳоро ёбед. Кадоме аз инҳо решаи арифметикӣ аз 36 мебошад?

349. (Шифохй.) Муодиларо ҳал кунед:

- 1) $x^2 = 1$; 2) $x^2 = 9$; 3) $x^2 = 16$; 4) $x^2 = 25$;
 5) $x^2 = 100$; 6) $x^2 = 0$; 7) $x^2 = 49$; 8) $x^2 = 64$.

350. Решаи муодиларо ёбед:

- 1) $x^2 = \frac{9}{16}$; 2) $x^2 = \frac{16}{49}$; 3) $x^2 = 1\frac{7}{9}$; 4) $x^2 = 2\frac{1}{4}$;
 5) $x^2 = 5$; 6) $x^2 = 13$; 7) $x^2 = \frac{25}{49}$; 8) $x^2 = 10$.

351. Муодиларо ҳал кунед:

- 1) $x^2 - 49 = 0$; 2) $x^2 - 121 = 0$; 3) $\frac{1}{3}x^2 = 0$;
 4) $\frac{x^2}{5} = 0$; 5) $x^2 + 9 = 0$; 6) $x^2 + 12 = 0$.

352. Қисми чапи муодилаи квадратино ба зарбкунандаҳо ҷудо карда, ҳал намоед:

- 1) $x^2 - x = 0$; 2) $x^2 + 2x = 0$; 3) $3x^2 + 5x = 0$;
 4) $5x^2 - 3x = 0$; 5) $x^2 - 4x + 4 = 0$; 6) $x^2 + 6x + 9 = 0$.

§ 23. МУОДИЛАҲОИ КВАДРАТИИ НОПУРРА

Агар дар муодилаи квадратиин $ax^2 + bx + c = 0$ ақаллан яке аз коэффитсиентҳои b ё c баробари сифр бошад, онро муодилам квадратиин нопурра меноманд. Хулоса, муодилаи квадратиин нопурра яке аз муодилаҳои намуни зерин мебошад:

$$ax^2 = 0, \quad (1)$$

$$ax^2 + c = 0, c \neq 0, \quad (2)$$

$$ax^2 + bx = 0, b \neq 0. \quad (3)$$

Таъкид менамоем, ки дар муодилаҳои (1), (2), (3) коэффитсиенти a ба сифр баробар нест.

Нишон медиҳем, ки муодилаҳои квадратии нопурра чӣ тавр ҳал карда мешаванд.

Масъалаи 1. Муодиларо ҳал кунед:

$$5x^2=0.$$

△ Ҳар ду қисми ин муодиларо ба 5 тақсим намуда,

$$x^2=0$$

-ро ҳосил мекунем, аз ин ҷо $x=0$. ▲

Масъалаи 2. Муодиларо ҳал кунед:

$$3x^2-27=0.$$

△ Ҳар ду қисми муодиларо ба 3 тақсим мекунем:

$$x^2-9=0.$$

Ин муодиларо чунин навипгган мумкин аст:

$$x^2=9,$$

аз ин ҷо $x_{1,2} = \pm 3$. ▲

Масъалаи 3. Муодиларо ҳал кунед:

$$2x^2+7=0.$$

△ Ин муодиларо чунин навипгган мумкин аст:

$$x^2 = -\frac{7}{2}.$$

Ин муодила решаҳои ҳақиқи надорад, чунки дар қимати дилхоҳи x $x^2 \geq 0$ мешавад. ▲

Масъалаи 4. Муодиларо ҳал кунед:

$$-3x^2+5x=0.$$

△ Қисми чапи муодиларо ба зарбкунандаҳо ҷудо карда, ҳосил менамоем,

$$x(-3x+5)=0$$

$$x_1=0, x_2=\frac{5}{3}.$$

аз ин ҷо:

Ҷавоб: $x_1=0, x_2=\frac{5}{3}$. ▲

Машиқҳо

Муодиларо ҳал кунед (353–357):

- 353.** 1) $x^2 = 0$; 2) $3x^2 = 0$; 3) $5x^2 = 125$;
 4) $9x^2 = 81$; 5) $4x^2 - 64 = 0$; 6) $x^2 - 27 = 0$;
 7) $4x^2 = 81$; 8) $0,01x^2 = 4$; 9) $0,04x^2 = 16$.
- 354.** 1) $x^2 - 7x = 0$; 2) $x^2 + 5x = 0$; 3) $5x^2 = 3x$;
 4) $4x^2 = 0,16x$; 5) $9x^2 - x = 0$; 6) $9x^2 + 1 = 0$;
 7) $x^2 - 3x = 0$; 8) $0,1x^2 - x = 0$; 9) $16x^2 + 3 = 0$.
- 355.** 1) $4x^2 - 169 = 0$; 2) $25 - 16x^2 = 0$; 3) $2x^2 - 16 = 0$;
 4) $3x^2 = 15$; 5) $2x^2 = \frac{1}{8}$; 6) $3x^2 = 5\frac{1}{3}$;
 7) $3x^2 = 27$; 8) $4x^2 = 64$; 9) $1\frac{9}{16}x^2 = 4$.
- 356.** 1) $\frac{x^2-1}{3} = 5$; 2) $\frac{9-x^2}{5} = 1$; 3) $4 = \frac{x^2-5}{5}$;
 4) $3 = \frac{9x^2-4}{4}$; 5) $\frac{16-x^2}{4} = 3$; 6) $5 = \frac{x^2-6}{2}$.
- 357.** 1) $3x^2 + 6x = 8x^2 - 15x$; 2) $17x^2 - 5x = 14x^2 + 7x$;
 3) $10x + 7x^2 = 2x^2 + 8x$; 4) $15x + 9x^2 = 7x^2 + 10x$.
- 358.** Дар кадом қиматҳои x қиматҳои касрҳои додашуда баробаранд:
 1) $\frac{4x^2-3x}{3}$ ва $\frac{x^2+5x}{2}$; 2) $\frac{3x^2+7x}{4}$ ва $\frac{7x^2-5x}{3}$?

§ 24. УСУЛИ ҶУДО КАРДАНИ КВАДРАТИ ПУРРА. ДИСКРИМИНАНТ

Барои ҳал кардани муодилаҳои квадратӣ усули ҷудо кардани квадрати пурра истифода карда мешавад.

Масъалаи 1. Муодилаи квадратиро ҳал кунед:

$$x^2 + 2x - 3 = 0.$$

△ Ин муодиларо ин тавр табдил медиҳем:

$$\begin{aligned}x^2 + 2x &= 3, \\x^2 + 2x + 1 &= 3 + 1, \\(x + 1)^2 &= 4.\end{aligned}$$

Пас, $x + 1 = 2$ ва ё $x + 1 = -2$, аз ин ҷо $x_1 = 1$, $x_2 = -3$. ▲

Муодилаи $x^2 + 2x - 3 = 0$ -ро ҳал карда, онро чунон табдил медиҳем, ки *дар қисми чап квадрати дуаъзогии* $(x + 1)^2$ ҳосил шавад, вале қисми рост номаълумро дарбар намегирад.

Масъалаи 2. Муодиларо ҳал кунед:

$$x^2 + 6x - 7 = 0.$$

△ Ин муодиларо чунон табдил медиҳем, ки дар қисми чапаш квадрати дуаъзогӣ ҳосил шавад:

$$\begin{aligned}x^2 + 6x &= 7, \\x^2 + 2 \cdot 3x &= 7, \\x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 &= 7 + 3^2, \\(x + 3)^2 &= 16.\end{aligned}$$

Ин табдилотро шарҳ медиҳем. Дар ифодаи $x^2 + 6x$ ҷамъшавандаи якум квадрати адади x ва $6x$ дучандаи ҳосили зарби x ва 3 аст. Бинобар ин, барои дар қисми чапи муодила ҳосил кардани квадрати дуаъзогӣ ба ҳар ду қисми муодила 3^2 -ро ҷамъ кардан даркор аст.

Муодилаи $(x + 3)^2 = 16$ -ро ҳал карда, $x + 3 = 4$ ё $x + 3 = -4$ - ро ҳосил мекунем, аз ин ҷо $x_1 = 1$, $x_2 = -7$. ▲

Масъалаи 3. Муодилаи $4x^2 - 8x + 3 = 0$ -ро ҳал кунед.

$$\begin{aligned}\triangle \quad 4x^2 - 8x &= -3, \\(2x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2x &= -3, \quad (2x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2x + 4 = -3 + 4, \\(2x - 2)^2 &= 1, \quad 2x - 2 = 1 \text{ yoki } 2x - 2 = -1, \\x_1 &= \frac{3}{2}, \quad x_2 = \frac{1}{2}. \quad \blacktriangle\end{aligned}$$

Масъалаи 4. Муодилаи $x^2 + 5x - 14 = 0$ -ро ҳал кунед.

$$\triangle x^2 + 5x = 14, \quad x^2 + 2 \cdot \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} = 14 + \frac{25}{4},$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{81}{4}, \quad x + \frac{5}{2} = \pm \frac{9}{2},$$

$$x_1 = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = 2, \quad x_2 = -\frac{9}{2} - \frac{5}{2} = -7. \quad \blacktriangle$$

Дар боло ҳал кардани муодилаҳои квадратӣ бо усули ҷудо кардани квадрати пурра муоина шуда буданд. Ин усулро барои баровардани формулаи истифода мекунем, ки аз рӯи он муодилаи квадратии намуди умумиро ҳал кардан мумкин аст.

Муодилаи квадратии намуди умумии

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad \text{ки дар ин ҷо } a \neq 0 \text{ аст, дида мебароем.}$$

Ҳар ду қисми муодиларо ба a тақсим намуда, ҳосил мекунем:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

Ин муодиларо ҷунун табдил медиҳем, ки дар қисми чапи он квадрати дуаъзогӣ пайдо шавад.

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a}, & x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} \cdot x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 &= -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2, \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Агар $b^2 - 4ac \geq 0$ бошад, дар он ҳол

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2.$$

Аз ин ҷо

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ва ғ

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \quad (2)$$

Формулаи (2)-ро формулаи решаҳои муодилаи квадратии намуди умумӣ меноманд.

Ифодаи $D = b^2 - 4ac$ дискриминанти муодилаи квадрати $ax^2 + bx + c = 0$ аст. Аз формулаи (2) маълум аст, ки муодилаи квадратӣ:

- 1) $D > 0$ бошад, x_1 ва x_2 – дорои ду решаи гуногун аст, $x_1 \neq x_2$;
- 2) $D = 0$ бошад, $x_1 = x_2$ – дорои як реша аст;
- 3) $D < 0$ бошад, дорои решаи ҳақиқӣ нест.

Масъалаи 1. Муодиларо ҳал кунед:

$$6x^2 + x - 2 = 0.$$

△ Дар ин ҷо $a = 6$, $b = 1$, $c = -2$ ва $D > 0$ яъне, муодила дорои ду реша мебошад. Аз рӯи формулаи (2) ҳосил мекунем:

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-2)}}{2 \cdot 6} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{12} = \frac{-1 \pm 7}{12},$$

аз ин ҷо
$$x_1 = \frac{-1+7}{12} = \frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{-1-7}{12} = -\frac{2}{3}.$$

Ҷавоб: $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{2}{3}$. ▲

Масъалаи 2. Муодилаи $4x^2 - 4x + 1 = 0$ -ро ҳал кунед.

△ Ву yerda $a = 4$, $b = -4$, $c = 1$ ва $D = 0$, ya'ni tenglama bitta ildizga ega. Дар ин ҷо $a = 4$, $b = -4$, $c = 1$ мебошад, ва $D = 0$, яъне муодила дорои як реша аст. Аз рӯи формулаи (2) ҳосил мекунем:

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4} = \frac{4 \pm 0}{8} = \frac{1}{2}.$$

Ҷавоб: $x = \frac{1}{2}$. ▲

Агар дар баробарии (1) қисми рост манфӣ бошад, яъне $D = b^2 - 4ac < 0$ бошад, баробарии (1) дар ҳсч як қимати ҳақиқии x ҷой надорад, чунки

қисми рост ғайриманфӣ аст. Бинобар ин агар $D = b^2 - 4ac < 0$ бошад, муодилаи

$$ax^2 + bx + c = 0$$

решаҳои ҳақиқӣ надорад.

Масъалаи 3. Исбот намоед, ки муодилаи $x^2 - 4x + 5 = 0$ решаҳои ҳақиқӣ надорад.

△ Дар ин ҷо $a = 1$, $b = -4$, $c = 5$,

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -4 < 0.$$

Пас, муодилаи мазкур решаҳои ҳақиқӣ надорад. ▲

Масъалаи 4. Муодилаи $2x^2 + 3x + 4 = 0$ -ро ҳал кунед.

△ Аз рӯи формулаи (2) ҳосил мекунем:

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{4}.$$

Адади дар зери реша истода манфӣ аст:

$$9 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 9 - 32 < 0.$$

Ҷавоб: Муодила решаҳои ҳақиқӣ надорад. ▲

Дар ин мисол ба набудани решаҳои ҳақиқӣ $D = b^2 - 4ac = -23 < 0$: дискриминантро ҳисоб карда боварӣ ҳосил кардан мумкин аст.

Муодилаи квадратии нопурраро ба воситаи формулаи (2) ҳал кардан мумкин аст, вале дар ҳалли онҳо аз усулҳои дар § 23 додашуда истифода бурдан қулайтар аст.

Машқҳо

359. Чунон адади мусбати m -ро ёбед, ки ифодаи додашуда квадрати сумма ё фарқ бошад.

1) $x^2 + 4x + m$;

2) $x^2 - 6x + m$;

3) $x^2 - 14x + m$;

4) $x^2 + 16x + m$;

5) $x^2 + mx + 4$;

6) $x^2 - mx + 9$.

360. Муодиларо бо усули чудо кардани квадрати пурра ҳал намоед:

1) $x^2 + 4x - 5 = 0$;

2) $x^2 + 4x - 12 = 0$;

3) $x^2 + 2x - 15 = 0$;

4) $x^2 - 10x + 16 = 0$;

5) $x^2 - 6x + 3 = 0$;

6) $x^2 + 8x - 7 = 0$.

Муодилро ҳал кунед (361–363):

361. 1) $9x^2 + 6x - 8 = 0$; 2) $25x^2 - 10x - 3 = 0$.

362. 1) $x^2 - 5x + 4 = 0$; 2) $x^2 - 3x - 10 = 0$.

363. 1) $2x^2 + 3x - 5 = 0$; 2) $5x^2 - 7x - 6 = 0$.

364. Қимати ифодаи $D = b^2 - 4ac$ -ро ҳисоб кунед:

1) $a = 3, b = 1, c = -4$; 2) $a = 3, b = -0,2, c = -0,01$;

3) $a = 7, b = -6, c = -45$; 4) $a = -1, b = 5, c = 1800$.

365. Муодилаи квадратино ҳал кунед:

1) $2x^2 + 3x + 1 = 0$; 2) $2x^2 - 3x + 1 = 0$;

3) $2x^2 + 5x + 2 = 0$; 4) $2x^2 - 7x + 3 = 0$;

5) $3x^2 + 11x + 6 = 0$; 6) $4x^2 - 11x + 6 = 0$.

366. Тамоми қиматҳои x -ро ёбед, ки дар онҳо қимати ифодаи дар зер овардашуда ба сифр баробар аст:

1) $2x^2 + 5x - 3$; 2) $2x^2 - 7x - 4$; 3) $3x^2 + x - 4$;

4) $3x^2 + 2x - 1$; 5) $x^2 + 4x - 3$; 6) $3x^2 + 12x + 10$;

7) $-2x^2 + x + 1$; 8) $-3x^2 - x + 4$; 9) $6x^2 - 5x + 1$?

Муодилаи квадратино ҳал кунед (367–368):

367. 1) $9x^2 - 6x + 1 = 0$; 2) $16x^2 - 8x + 1 = 0$;

3) $49x^2 + 28x + 4 = 0$; 4) $36x^2 + 12x + 1 = 0$.

368. 1) $2x^2 + x + 1 = 0$; 2) $3x^2 - x + 2 = 0$;

3) $5x^2 + 2x + 3 = 0$; 4) $x^2 - 2x + 10 = 0$.

369. Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки он чанд реша дорад:

1) $2x^2 + 5x - 7 = 0$; 2) $3x^2 - 7x - 8 = 0$;

3) $4x^2 + 4x + 1 = 0$; 4) $9x^2 - 6x + 2 = 0$.

Муодиларо ҳал кунед (370–372):

370. 1) $7x^2 - 6x + 2 = 0$;

2) $3x^2 - 5x + 4 = 0$;

3) $9x^2 + 12x + 4 = 0$;

4) $4x^2 - 20x + 25 = 0$;

5) $4x^2 + 12x + 9 = 0$;

6) $x^2 - 3x - 4 = 0$.

371. 1) $6x^2 = 5x + 1$;

2) $5x^2 + 1 = 6x$;

3) $x(x - 1) = 72$;

4) $x(x + 1) = 56$;

5) $2x(x + 2) = 8x + 3$;

6) $3x(x - 2) - 1 = x - 0,5(8 + x^2)$.

372. 1) $\frac{x^2 + 3x}{2} = \frac{x + 7}{4}$;

2) $\frac{x^2 - 3x}{7} + x = 11$;

3) $\frac{2x^2 + x}{3} - \frac{2 - 3x}{4} = \frac{x^2 - 6}{6}$;

4) $\frac{x^2 + x}{4} - \frac{3 - 7x}{20} = 0,3$.

373. Муодиларо ҳал кунед:

1) $5x^2 - 8x - 4 = 0$;

2) $4x^2 + 4x - 3 = 0$;

3) $8x^2 - 6x + 1 = 0$;

4) $5x^2 - 26x + 5 = 0$.

374. Муодиларо бо усули чудо кардани квадрати пурра ҳал кунед.

1) $x^2 - 16x + 48 = 0$;

2) $x^2 - 7x - 18 = 0$;

3) $x^2 - 15x + 56 = 0$;

4) $x^2 + 12x + 27 = 0$;

5) $x^2 - 11x + 28 = 0$;

6) $x^2 - 11x + 18 = 0$;

7) $x^2 + 10x + 21 = 0$;

8) $2x^2 - 5x + 2 = 0$;

9) $x^2 - 21x + 20 = 0$;

10) $x^2 - 6x - 55 = 0$;

11) $3x^2 - x - 70 = 0$;

12) $x^2 - 100x + 99 = 0$.

Ду тарафи муодилаи $ax^2 + bx + c = 0$ -ро ба 4а зарб карда аз сеъзогии $ax^2 + bx + c = 0$ квадрати пурра чудо кардан мумкин аст

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0,$$

$$(2ax)^2 + 2 \cdot 2ax \cdot b + b^2 + 4ac - b^2 = 0,$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac, \text{ аз ин, } 2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}.$$

$$\text{Дар ин ҳол, } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Мисол. Квадрати пурраро бо усули болой чудо карда муодилаи $10x^2 + 13x - 3 = 0$ -ро ҳал кунед.

$$\triangle 10x^2 + 13x - 3 = 0, 40 \cdot 10x^2 + 40 \cdot 13x - 3 \cdot 40 = 0,$$

$$(20x)^2 + 2 \cdot 20x \cdot 13 + 13^2 - 13^2 - 3 \cdot 40 = 0,$$

$$(20x + 13)^2 = 169 + 120, (20x + 13)^2 = (17)^2; 20x + 13 = \pm 17;$$

$$x_1 = \frac{17-13}{20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}; \quad x_2 = \frac{-17-13}{20} = \frac{-30}{20} = -\frac{3}{2}.$$

Ҷавоб: $x = \frac{1}{5}, x = -\frac{3}{2}$. ▲

375. Муодилаиро бо усули нишондодашуда ҳал кунед!

$$1) 12x^2 - 7x + 1 = 0;$$

$$2) 6x^2 + 5x + 1 = 0;$$

$$3) 8x^2 + 7x - 1 = 0;$$

$$4) \frac{x^2}{12} - \frac{1}{12}x - 1 = 0.$$



№ 4

Кубе, ки дарозии тегааш ба 3 см баробар аст, бо ранги сурх ранг карда шудааст. Онро ба Кубчаҳои 1 см³ буда, бурида, тақсим карданд. Чанд кубча: се рӯи сурх дорад? Ду рӯи сурх дорад? Як рӯи сурх дорад? Ягонто рӯи сурх надорад?

§ 25. ТЕОРЕМАИ ВИЕТ. БА ЗАРБКУНАНДАҲО ЧУДО КАРДАНИ СЕАЪЗОГИИ КВАДРАТӢ



Муодилаи квадратии намуди

$$x^2 + px + q = 0 \quad (1)$$

муодилаи квадратии овардашуда номида мешавад.

Дар ин муодила коэффитсиенти аввалин ба як баробар аст.
Масалан, муодилаи

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

муодилаи квадратии овардашуда мебошад.



Ҳар ду қисми муодилаи квадратии дилхоҳи

$$ax^2 + bx + c = 0$$

-ро ба $a \neq 0$ тақсим намуда, ба намуди (1) овардан мумкин аст.

Масалан, ҳар ду қисми муодилаи $4x^2 + 4x - 3 = 0$ -ро ба 4 тақсим намуда, муодилаи

$$x^2 + x - \frac{3}{4} = 0.$$

-ро ҳосил мекунем.

Решаҳои муодилаи квадратии овардашудаи (1)-ро меёбем. Барои ин аз формулаи решаҳои муодилаи квадратии намуди умумии $ax^2 + bx + c = 0$ яъне формулаи

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2)$$

истифода мебарем. Муодилаи квадратии овардашудаи

$$x^2 + px + q = 0$$

бо муодилаи намуди умумие мувофиқ меояд, ки дар он $a=1$, $b=p$, $c=q$ аст. Бинобар ин барои муодилаи квадратии овардашуда формулаи (2) намуди зеринро мегирад:

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

ва ё

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad (3)$$

Формулаи (3)-ро формулаи решаҳои муодилаи квадратии овардашуда меноманд.

Аз формулаи (3) хусусан ҳангоми чуфғ будани адади p истифода кардан қулайтар аст.

Масалан, муодилаи $x^2 - 14x - 15 = 0$ -ро ҳал мекунем.

△ Аз рӯи формулаи (3) ҳосил менамоем:

$$x_{1,2} = 7 \pm \sqrt{49 + 15} = 7 \pm 8.$$

Ҷавоб: $x_1 = 15$, $x_2 = -1$. ▲

Барои муодилаи квадратии овардашуда теоремаи зерин дуруст аст:



Теоремаи Виет. *Агар x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи*

$$x^2 + px + q = 0$$

бошанд, формулаҳои

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

дурустанд, яъне суммаи решаҳои муодилаи квадратии овардашуда ба коэффитсиенти дуюм, ки ба аломати муқобил гирифта шудааст, баробар буда, ҳосили зарби решаҳо ба аъзои озод баробар аст.

○ Мувофиқи формулаи (3) ҳосил менамоем:

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q},$$

$$x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Ин баробарихоро чамъ карда, $x_1 + x_2 = -p$ -ро ҳосил менамоем.

Ин баробарихоро бо ҳам зарб карда, аз рӯи формулаи фарқи квадратҳо пайдо мекунем:

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = q. \quad \bullet$$

Масалан, муодилаи $x^2 - 13x + 30 = 0$ дорои решаҳои $x_1 = 10$, $x_2 = 3$ мебошад; суммаи решаҳо $x_1 + x_2 = 13$, буда, ҳосили зарби онҳо $x_1 \cdot x_2 = 30$ мебошад.

Қайд менамоем, ки теоремаи Виет дар ҳолати ду решаи баробар допггани муодилаи квадрати низ дуруст аст, яъне ҳангоми $x_1 = x_2 = -\frac{p}{2}$ будан.

Масалан, муодилаи $x^2 - 6x + 9 = 0$ решаҳои баробар дорад: $x_1 = x_2 = 3$ суммаи онҳо $x_1 + x_2 = 6$, ҳосили зарби онҳо $x_1 \cdot x_2 = 9$ аст.

Масъалаи 1. Яке аз рсҳои муодилаи $x^2 + px - 12 = 0$ ба $x_1 = 4$ баробар аст. Коэффитсиент p ва решаи дуюм x_2 -ро ёбед.

△ Аз рӯи теоремаи Виет: $x_1 \cdot x_2 = -12$, $x_1 + x_2 = -p$ мебошад.

Азбаски $x_1 = 4$ аст, бинобар ин $4x_2 = -12$, аз ин ҷо $x_2 = -3$,

$$p = -(x_1 + x_2) = -(4 - 3) = -1 \text{ мебошад.}$$

Ҷавоб: $x_2 = -3$, $p = -1$. ▲

Масъалаи 2. Муодилаи квадрати овардашудаеро тартиб диҳед, ки решаҳо $x_1 = 3$, $x_2 = 4$ мебошанд.

△ Азбаски $x_1 = 3$; $x_2 = 4$ решаҳои муодилаи $x^2 + px + q = 0$ мебошанд, аз рӯи теоремаи Виет $p = -(x_1 + x_2) = -7$, $q = x_1 x_2 = 12$ аст.

Ҷавоб: $x^2 - 7x + 12 = 0$. ▲

Масъалаи 3. Яке аз решаҳои муодилаи $3x^2 + 8x - 4 = 0$ мусбат аст. Муодиларо ҳал накарда, аломати решаи дуюмро муайян кунед.

△ Ҳар ду қисми муодиларо ба 3 тақсим карда, ҳосил мекунем:

$$x^2 + \frac{8}{3}x - \frac{4}{3} = 0.$$

Аз рӯи теоремаи Виет $x_1 x_2 = -\frac{4}{3} < 0$. Мувофиқи шарт $x_1 > 0$, Пас, $x_2 < 0$. ▲

Ҳангоми ҳалли баъзе масъалаҳо теоремаи зерини ба теоремаи Виет чаппа истифода мешавад.



Агар барои ададҳои p, q, x_1, x_2 муносибатҳои

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q \quad (4)$$

иҷро гарданд, дар он ҳол ададҳои x_1 ва x_2 решаи муодилаҳои

$$x^2 + px + q = 0$$

мешавад.

○ Дар ифодаи тарафи чап

$$x^2 + px + q$$

ба ҷои p ифодаи $-(x_1 + x_2)$ -ро, ба ҷои q ҳосили зарби $x_1 \cdot x_2$ -ро мегузорем. Дар натиҷа ифодаи зерин ҳосил мешавад.

$$\begin{aligned} x^2 + px + q &= x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = \\ &= x^2 - x_1 x - x_2 x + x_1 x_2 = x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = \\ &= (x - x_1)(x - x_2). \end{aligned}$$

Ҳамин тавр, агар ададҳои p, q, x_1 ва x_2 ба муносибати (4) вобаста бошанд, он гоҳ дар кадом қиматҳои x баробарии

$$x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)$$

иҷро мешавад. Аз ин ҷо маълум мешавад, ки x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи $x^2 + px + q = 0$ будаанд. ●

Аз теоремаи ба теоремаи Виет чаппа истифода бурда, решаҳои муодилаҳои квадратиро баъзан бо усули интихобӣ низ ёфтан мумкин аст.

Масъалаи 4. Бо усули интихобӣ решаҳои муодилаи

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

-ро ёбед.

△ Дар ин ҷо $p=-5$, $q=6$. Ду адади x_1 ва x_2 -ро чунон интихоб менамоем, ки

$$x_1 + x_2 = 5, \quad x_1 x_2 = 6$$

мешавад.

$6=2 \cdot 3$ ва $2+3=5$ буданастро мушоҳида карда, аз рӯи теоремаи нисбат ба теоремаи Виет чаппа ҳосил мекунем, ки $x_1=2$, $x_2=3$ решаҳои муодилаи $x^2-5x+6=0$ аст. ▲

Масъалаи 5. Касри $\frac{x^2-x-12}{x+3}$ -ро содда намоед.

△ Сурати касрро ба зарбкунандаҳо ҷудо менамоем:

$$\begin{aligned} x^2 - x - 12 &= x^2 - 4x + 3x - 12 = \\ &= x(x-4) + 3(x-4) = (x-4)(x+3). \end{aligned}$$

Пас,

$$\frac{x^2-x-12}{x+3} = \frac{(x-4)(x+3)}{x+3} = x-4. \quad \blacktriangle$$

Бисёраъзогии ax^2+bx+c , ки дар ин ҷо $a \neq 0$ аст, сеаъзогии квадратӣ номида мешавад.

Ҳангоми ҳал кардани масъалаи 5, сеаъзогии квадратии x^2-x-12 бо усули гурӯҳбандӣ ба зарбкунандаҳо ҷудо карда шуда буд. Теоремаи зеринро истифода карда, онро ба зарб-кунандаҳо низ ҷудо кардан мумкин аст:



Теорема . Агар x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи квадратии $ax^2+bx+c=0$ бошанд, дар ҳамаи қиматҳои x баробарии

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2). \quad (5)$$

○ Ифодаи дар қисми ростии баробарии (5) бударо табдил медиҳем:

$$\begin{aligned} a(x - x_1)(x - x_2) &= ax^2 - ax \cdot x_1 - ax \cdot x_2 + ax_1 x_2 = \\ &= ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1 x_2. \end{aligned} \quad (6)$$

x_1 ва x_2 решаҳои муодилаи квадрати $ax^2+bx+c=0$ яъне, муодилаи $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ мебошад, пас аз рӯи теоремаи Виет

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a},$$

аст, ки аз инчо $a(x_1 + x_2) = -b$, $ax_1 x_2 = c$.

Ин ифодаҳоро ба баробарии (6) гузошта, формулаи (5)-ро ҳосил мекунем. ●

Формулаи (5) ба зарбкунандаҳои хаттӣ ҷудо кардани сеаъзогии квадратии $ax^2 + bx + c$ -ро ифода мекунад.

Масъалаи 6. Ифодаи $\frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - x - 12}$ -ро содда кунед.

△ Сурат ва махрачи касрро ба зарбкунандаҳо ҷудо мекунем.

1) Муодилаи $2x^2 + 5x - 3 = 0$ дорои решаҳои:

$$x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -3.$$

мебошад. Мувофиқи теоремаи исботшуда

$$2x^2 + 5x - 3 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 3) = (2x - 1)(x + 3).$$

2) Муодилаи $x^2 - x - 12 = 0$ дорои решаҳои $x_1 = -3$, $x_2 = 4$ мебошад.

Мувофиқи теоремаи исботшуда $x^2 - x - 12 = (x + 3)(x - 4)$.

Ҳамин тавр,

$$\frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - x - 12} = \frac{(2x - 1)(x + 3)}{(x + 3)(x - 4)} = \frac{2x - 1}{x - 4}. \quad \blacktriangle$$

Mashqlar

376. Муодилаи квадратии оварда шударо ҳал кунед:

1) $x^2 + 4x - 5 = 0$;

2) $x^2 - 6x - 7 = 0$;

3) $x^2 - 8x - 9 = 0$;

4) $x^2 + 6x - 40 = 0$;

5) $x^2 + x - 6 = 0$;

6) $x^2 - x - 2 = 0$.

377. (Шифоҳӣ.) Сумма ва ҳосили зарби решаҳои муодилаи квадратии овардашударо ёбед:

1) $x^2 - x - 2 = 0$;

2) $x^2 - 5x - 6 = 0$;

3) $x^2 + 3x + 2 = 0$;

4) $x^2 + 3x - 4 = 0$;

5) $x^2 - 7x + 5 = 0$;

6) $x^2 + 9x - 6 = 0$.

378. (Шифоҳӣ.) Яке аз решаҳои муодилаи $x^2 - 19x + 18 = 0$ ба 1 баробар аст. Решаи дуюми онро ёбед.

379. (Шифоҳӣ.) Яке аз решаҳои муодилаи $28x^2 + 23x - 5 = 0$ ба 1 баробар аст. Решаи дуюми онро ёбед.

380. (Шифоҳӣ.) Муодиларо ҳал накарда, аломати решаҳои онро муайян намоед:

1) $x^2 + 4x - 5 = 0$;

2) $x^2 + 5x + 3 = 0$;

3) $x^2 - 5x + 3 = 0$;

4) $x^2 - 8x - 7 = 0$.

381. Муодилаи квадратии овардашударо нависед, ки дорои решаҳои x_1 ва x_2 мебошад:

1) $x_1 = 3, x_2 = -1$;

2) $x_1 = 2, x_2 = 3$;

3) $x_1 = -4, x_2 = -5$;

4) $x_1 = -3, x_2 = 6$.

382. Бо усули хостагирӣ решаҳои муодиларо ёбед:

1) $x^2 + 5x + 6 = 0$;

2) $x^2 - 7x + 12 = 0$;

3) $x^2 - 6x + 5 = 0$;

4) $x^2 + 8x + 7 = 0$;

5) $x^2 - 8x + 15 = 0$;

6) $x^2 + 2x - 15 = 0$.

383. Соезгоии квадратино ба зарбкунандаҳо чудо намоед:

1) $x^2 - 5x + 6$;

2) $x^2 + 4x - 5$;

3) $x^2 + 5x - 24$;

4) $x^2 + x - 42$;

5) $2x^2 - x - 1$;

6) $8x^2 + 10x + 3$;

7) $-6x^2 + 7x - 2$;

8) $-4x^2 - 7x + 2$.

384. Касрро ихтисор намоед:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{x^2+x-2}{x-1}; & 2) \frac{x^2+4x-12}{x-2}; & 3) \frac{x+3}{x^2-6x-27}; \\ 4) \frac{x-8}{x^2-x-56}; & 5) \frac{2x^2-3x-2}{4x^2-1}; & 6) \frac{3x^2+8x-3}{9x^2-1}. \end{array}$$

385. Муодилаи квадратии овардашударо ҳал кунед:

$$\begin{array}{ll} 1) x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 = 0; & 2) x^2 - 2\sqrt{5}x + 1 = 0; \\ 3) x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0; & 4) x^2 - 4\sqrt{7}x + 4 = 0. \end{array}$$

386. Ба зарбкунандаҳо ҷудо намоед

$$\begin{array}{lll} 1) x^3 - 3x^2 + 2x; & 2) x^3 + 4x^2 - 21x; & 3) x^3 + 5x^2 - 24x; \\ 4) x^3 - 9x^2 - 22x; & 5) x^3 - 8x^2 + 7x; & 6) x^3 - 5x^2 + 6x. \end{array}$$

387. Касрро ихтисор намоед:

$$1) \frac{x^2+6x-7}{x^2-7x+6}; \quad 2) \frac{x^2-8x-9}{x^2+9x+8}; \quad 3) \frac{x^2-8x+15}{-x^2+5x-6}; \quad 4) \frac{36+5x-x^2}{x^2-x-20}.$$

388. Ифодаро содда кунед:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{1}{x-3}; & 2) \frac{3}{x^2+6x+9} - \frac{1}{x+3}; \\ 3) \frac{7}{5x^2+3x-2} - \frac{5}{5x-2}; & 4) \frac{5x+1}{x^2+9x-10} : \frac{5x^2+x}{x^2-2x+1}. \end{array}$$

§ 26. МУОДИЛАИ БИКВАДРАТӢ

Масъалаи 1. Муодиларо ҳал кунед:

$$x^4 - 7x^2 + 12 = 0.$$

△ Ишорати $x^2 = t$ -ро истифода мебарем; дар ин сурат муодила намуди

$$t^2 - 7t + 12 = 0.$$

-ро мегирад. Ин муодиларо ҳал намуда, ҳосил мекунем.

$$t_1 = 4, t_2 = 3.$$

Азбаски $x^2 = t$ аст, ҳалли муодилаи аввала ба ҳалли ду муодила оварда мешавад:

$$x^2 = 4, x^2 = 3,$$

аз ин ҷо:

$$x_{1,2} = \pm 2, x_{3,4} = \pm \sqrt{3}.$$

Ҷавоб: $x_{1,2} = \pm 2, x_{3,4} = \pm \sqrt{3}$. ▲



Муодилаи намуди

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

ки дар ин ҷо $a \neq 0$ аст, биквадратӣ номида мешавад.

Ба воситаи гузориши $x^2 = t$ ин муодила ба муодилаи квадратӣ оварда мешавад.

Масъалаи 2. Муодилаи биквадратии зеринро ҳал кунед:

$$9x^4 + 5x^2 - 4 = 0.$$

△ Ишорати $x^2 = t$ -ро истифода кунем, муодила намуди

$$9t^2 + 5t - 4 = 0.$$

-ро мегирад. Ин муодилаи квадратиро ҳал намуда,

$$t_1 = \frac{4}{9}, t_2 = -1.$$

-ро ҳосил мекунем. Муодилаи $x^2 = \frac{4}{9}$ дорои решаҳои $x_{1,2} = \pm \frac{2}{3}$ мебошад, вале муодилаи $x^2 = -1$ решаҳои ҳақиқи надорад.

Ҷавоб: $x_{1,2} = \pm \frac{2}{3}$. ▲

Масъалаи 3. Муодиларо ҳал кунед:

$$\frac{3}{x+2} - \frac{4}{x-3} = 3.$$

△ Махрачи умумии касрхое, ки ба муодила дохиланд ба $(x+2)(x-3)$ баробар аст. Агар $x+2 \neq 0$ ва $x-3 \neq 0$ бошад, ҳар ду қисми муодиларо ба $(x+2)(x-3)$ зарб карда, ҳосил мекунем:

$$3(x-3) - 4(x+2) = 3(x+2)(x-3).$$

Ин муодиларо табдил медиҳем:

$$3x - 9 - 4x - 8 = 3(x^2 - x - 6),$$

$$-x - 17 = 3x^2 - 3x - 18,$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0.$$

Муодилаи ҳосилшударо ҳал намуда, решаҳои онро меёбем:

$$x_1 = 1; \quad x_2 = -\frac{1}{3}.$$

Азбаски ҳангоми $x=1$ ва $x=-\frac{1}{3}$ будан махрачи касрҳои муодилаи аввала ба сифр табдил намеёбанд, ададҳои 1 ва $-\frac{1}{3}$ решаҳои ин муодила мешавад. **Ҷавоб:** $x_1 = 1; \quad x_2 = -\frac{1}{3}$. ▲

Масъалаи 4. Муодиларо ҳал кунед:

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{3}{x-1} = \frac{3-x}{x-2}, \quad x \neq 1, \quad x \neq 2. \quad (1)$$

△ Мувофиқи шарт $(x-1)(x-2) \neq 0$ аст. Ҳар ду қисми муодиларо ба $(x-1)(x-2)$ зарб карда, ҳосил мекунем:

$$1 + 3(x-2) = (3-x)(x-1).$$

Ин муодиларо табдил медиҳем:

$$1 + 3x - 6 = -x^2 + 4x - 3, \quad (2)$$

$$x^2 - x - 2 = 0.$$

Муодилаи квадратии ҳосилшударо ҳал намуда, решаҳои онро меёбем:

$$x_1 = -1, x_2 = 2.$$

Ҳангоми $x = -1$ будан, махраҷҳои муодилаи аввала ба сифр табдил намеёбанд, пас, адади -1 решаи муодилаи аввала аст.

Ҳангоми $x = 2$ будан, махраҷҳои ду касри муодилаи аввала ба сифр баробаранд; бинобар ин адади 2 решаи муодилаи аввала намебошад.

Ҷавоб: $x = -1$. ▲

Дар масъалаи 4 муодилаи аввалаи (1) ба муодилаи квадрaгии (2) оварда шуд, ки ду реша дорад. Яке аз инҳо $x_1 = -1$ решаи муодилаи (1) мебошад. Решаи дигар $x_2 = 2$ решаи муодилаи (1) намебошад, ки дар ин ҳолат онро *решаи бегона* меноманд.

Ҳамин тавр, ҳангоми муодиларо ба ифодаи номаълумҳо дарбаргиранда зарб кардан, решаҳои бегона пайдо шуданашон мумкин аст. Бинобар ин ҳангоми ҳал кардани муодилае, ки дар *махраҷи каср номаълумро дарбар мегирад*, *санҷиш зарур* аст.

Масъалаи 5. Муодиларо ҳал кунед:

$$\frac{x+7}{x+4} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x^2+7x+12} = 0.$$

Ин муодилаҳо ба *муодилаҳои ратсионали-касрӣ* мисол шуда метавонанд.

△ Сеаъзогии квадратии $x^2 + 7x + 12$ -ро ба зарбкунандаҳо чудо мекунем. Муодилаи квадратии $x^2 + 7x + 12 = 0$ -ро ҳал карда, решаҳои муодила $x_1 = -3$, $x_2 = -4$ -ро меёбем. Бинобар ин, $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$. аст.

Ҳар ду қисми муодилаи додашударо ба махраҷи умумии касрҳо, яъне $(x+3)(x+4)$ зарб мекунем. Дар натиҷа муодилаи

$$(x + 7)(x + 3) - (x + 4) + 1 = 0.$$

ҳосил мешавад. Ин муодиларо табдил медиҳем:

$$x^2 + 10x + 21 - x - 4 + 1 = 0,$$

$$x^2 + 9x + 18 = 0.$$

Ин муодиларо ҳал намуда, решаҳояшро меёбем:

$$x_1 = -3, x_2 = -6.$$

Ин решаҳоро месанҷем. Ҳангоми $x = -3$ будан, махраҷи касрҳои дуҷум ва сеюми муодилаи аввала ба сифр табдил меёбанд; бинобар ин $x_1 = -3$ —

решаи бегона мебошад. Ҳангоми $x = -6$ будан, махраҷҳои касрҳои муодилаи аввала ба сифр баробар нестанд. Ба муодилаи аввала $x = -6$ -ро гузошта, боварӣ ҳосил кардан мумкин аст, ки ин аҳад решаи муодила мебошад.

Ҷавоб: $x = -6$. ▲

Машиқҳо

Муодиларо ҳал кунед (389–392):

389. 1) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$; 2) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$;
3) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$; 4) $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$.

390. 1) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$; 2) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$;
3) $x^4 + x^2 - 20 = 0$; 4) $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$.

391. 1) $\frac{10}{x-3} - \frac{8}{x} = 1$; 2) $\frac{2}{x-5} + \frac{14}{x} = 3$;
3) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{20}$; 4) $\frac{40}{x-20} - \frac{40}{x} = 1$;
5) $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} = \frac{5}{8}$; 6) $\frac{4}{x-2} + \frac{4}{x+2} = 1,5$.

392. 1) $\frac{3x+4}{x-6} = \frac{x-2}{4x+3}$; 2) $\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} = \frac{13}{6}$;
3) $\frac{x+5}{x+2} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1}$; 4) $\frac{x^2-2x-5}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{x-3} = 1$;
5) $\frac{x^2}{x+3} - \frac{x}{-3-x} = \frac{6}{x+3}$; 6) $\frac{x^2}{x-1} - \frac{2x}{1-x} = \frac{3}{x-1}$.

393. Оё муодила решаҳои ҳақиқи дорад:

1) $x^4 - 5x^2 + 7 = 0$; 2) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$?

394. Дар кадом қиматҳои x қиматҳои ифодаҳои зерин баробаранд:

1) $\frac{6}{x^2-1} + \frac{2}{1-x}$ ва $2 - \frac{x+4}{x+1}$; 2) $\frac{6}{x+2} - \frac{3}{x-2}$ ва $\frac{14}{4-x^2} + 1$?

Гузоришҳои мувофиқро дохил карда, муодиларо ҳал кунед
(395–399):

- 395.** 1) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; 2) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$;
3) $9x^4 + 23x^2 - 12 = 0$; 4) $16x^4 - 409x^2 + 225 = 0$;
5) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$; 6) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$;
7) $4x^4 - 9x^2 + 2 = 0$; 8) $6x^4 - 5x^2 + 1 = 0$.
- 396.** 1) $(x+3)^4 - 13(x+3)^2 + 36 = 0$; *Гузориш:* $(x+3)^2 = t$
2) $(2x-1)^4 - 13(2x-1)^2 - 12 = 0$; $(2x-1)^2 = t$
3) $(x-1)^4 - x^2 + 2x - 73 = 0$; $(x-1)^2 = t$
4) $(x+2)^4 - 2x^2 - 8x - 16 = 0$; $(x+2)^2 = t$
5) $(x^2+6x)^2 + 8(x^2+6x) - 9 = 0$; $(x^2+6x) = t$
6) $(x^2-16x)^2 - 2(x^2-16x) - 63 = 0$; $(x^2-16x) = t$
- 397.** 1) $(x+1)^2 \cdot (x^2+2x) = 12$; 2) $(x-2)^2 \cdot (x^2-4x) + 3 = 0$;
3) $(x^2+3x+1)(x^2+3x+3)+1=0$; 4) $(x^2-5x+2)(x^2-5x-1)=28$;
5) $x(x+1)(x+2)(x+3)=0,5625$;
6) $(x-2)(x-3)(x+2)(x-7)+36=0$.
- 398.** 1) $\frac{x+4}{x-4} + \frac{x-4}{x+4} = 3\frac{1}{3}$; 2) $\frac{x^2-2x}{4x-3} + 5 = \frac{16x-12}{2x-x^2}$;
3) $\frac{x^2+4x}{7x-2} - \frac{12-42x}{x^2+4x} = 7$; 4) $\left(\frac{4x-5}{3x+2}\right)^2 + \left(\frac{3x+2}{5-4x}\right)^2 = 4,25$;
5) $\left(\frac{5x+1}{2x-3}\right)^2 + \left(\frac{3-2x}{5x+1}\right)^2 = \frac{82}{9}$; 6) $\left(\frac{5x-2}{2x+1}\right)^2 + \left(\frac{2x+3}{2-5x}\right)^2 = 3\frac{31}{225}$;
7) $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = -2,5$.

399. 1) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0;$ *Гузориш:* $\left(x + \frac{1}{x}\right) = t.$

2) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 4 = 0;$

3) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 6 = 0;$

4) $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5 = 0;$

5) $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x - 4) = -5;$

6) $(x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) = 120.$

400. Барои ҳар як муодилаи зерин: 1) ҳосили ҷаъми шамаи решаҳо, 2) ҳосили зарби ҳамаи решаҳо, 3) ҳосили ҷаъми решаҳои манфи, 4) ҳосили зарби решаҳои мусбат, 5) фарқи решаҳои калонтарин ва хурдтарин 6) нисбати решаҳои калонтарин ва хурдтарин-ро ёбед:

1) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0;$ 2) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0;$

3) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0;$ 4) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0;$

5) $x^4 - 19x^2 + 90 = 0;$ 6) $x^4 - 11x^2 + 28 = 0.$

401. Муодиларо ҳал кунед:

1) $(x^2 - 8)^2 + 4(x^2 - 8) = 5;$

2) $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24 = 0;$

3) $(x + 5)^4 - 13(x + 5)^2 \cdot x^2 + 36x^4 = 0;$

4) $5x^4 + 20x^3 - 40x + 17 = 0;$

5) $x^2 + \left(\frac{x}{x-1}\right)x^2 = 8.$

§ 27. БО ЁРИИ МУОДИЛАҲОИ КВАДРАТӢ ҲАЛ КАРДАНИ МАСЪАЛАҲО

Якчанд масъалаҳоро бо ёрии муодилаҳои квадратӣ ҳал менамоем:

Масъалаи 1. Ба шахта санг партофта шуда, садо аз зарбаи он баъди 9 сония шунида шуд. Суръати садоро 320 м/с , шитоби қувваи вазниниро $g=10 \text{ м/с}^2$ фарз карда, чуқурии шахтаро ёбед.

△ Барои ёфтани чуқурии шахта вақти афтиши санг t -ро муайян кардан кифоя аст, чунки чуқурии шахта мувофиқи қонуни афтиши $\frac{gt^2}{2}$ озод ба метр баробар аст.

Мувофиқи шарт $g=10 \text{ м/с}^2$. Пас, чуқурии шахта ба $5t^2$ метр баробар аст.

Аз тарафи дигар, суръати садо 320 м/с -ро ба вақти паҳн шудан аз лаҳзаи ба зери шахта задан то лаҳзаи шунидани он, яъне $(9-t)$ сония зарб зада, чуқурии шахтаро ёфтан мумкин аст.

Хулоса, чуқурии шахта ба $320(9-t)$ метр баробар аст.

Ду ифодаи барои чуқурии шахта ёфташударо баробар карда, муодилаи $5t^2=320(9-t)$ -ро ҳосил менамоем. Ин муодиларо ҳал мекунем:

$$t^2 - 64(9 - t) = 0,$$

$$t^2 + 64t - 64 \cdot 9 = 0.$$

Решаҳои муодилаи квадратии пайдошударо меёбем:

$$t_{1,2} = -32 \pm \sqrt{32^2 + 64 \cdot 9} = -32 \pm \sqrt{32(32 + 18)} =$$

$$= -32 \pm \sqrt{32 \cdot 50} = -32 \pm \sqrt{16 \cdot 100} = -32 \pm 40,$$

$$t_1 = 8, \quad t_2 = -72.$$

Азбаски вақти афтиши санг мусбат аст, бинобар ин $t=8\text{с}$.

Пас, чуқурии шахта ба $5t^2 = 5 \cdot 8^2 = 320(\text{м})$ баробар аст.

Ҷавоб: 320 метр. ▲

Масъалаи 2. Автобуси тезгард (экспресс) аз автовокзал ба сӯи тайёрагоҳ, ки дар масофаи 40 км воқеъ аст, равон шуд. Баъди 10 дақиқа аз паси автобус мусофир таксисавор баромад. Суръати таксӣ назар ба суръати автобус 20 км/соат зиёдтар аст. Агар автобус ва таксӣ ба тайёрагоҳ дар як вақт омада бошанд, суръати онҳоро ёбед.

△ Бигузур суръати автобус x км/соат бошад. Дар ин ҳол суръати таксӣ $(x+20)$ км/соат мешавад. Вақти ҳаракати автобус $\frac{40}{x}$ соат, вақти ҳаракати таксӣ ба $\frac{40}{x+20}$ соат баробар аст. Мувофиқи шarti масъала фарқи байни вақти ҳаракати автобус ва таксӣ 10 дақиқа, яъне $\frac{1}{6}$ соат. Пас,

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{x+20} = \frac{1}{6}. \quad (1)$$

Муодилаи ҳосилшударо ҳал менамоем. Ҳар ду қисми муодиларо ба $6x(x+20)$ зарб карда, ҳосил мекунем:

$$40 \cdot 6 \cdot (x+20) - 40 \cdot 6x = x(x+20),$$

$$240x + 4800 - 240x = x^2 + 20x,$$

$$x^2 + 20x - 4800 = 0.$$

Решаҳои ин муодила:

$$x_1 = 60, \quad x_2 = -80.$$

Дар ҳамин қиматҳои x маҳраҷҳои касрҳои ба муодилаи (1) дохилшаванда ба сифр баробар нестанд, бинобар ин $x_1 = 60$ ва $x_2 = -80$ решаҳои муодилаи (1) мебошанд.

Азбаски суръати автобус мусбат аст, бинобар ин шarti масъаларо танҳо як реша қонеъ менамояд: $x = 60$. Бинобар ин, суръати таксӣ ба 80 км/соат баробар аст.

Ҷавоб: Суръаги автобус 60 км/соат, суръати таксӣ 80 км/соат. ▲

Масъалаи 3. Бароиҷопкарданидастнависоператориякум назар ба оператори дуум 3 соат камтар вақт сарф менамояд. Дар як вақт кор карда, онҳо чопи тамоми дастнависро дар 6 соату 40 дақиқа ба анҷом расониданд. Барои чоп кардани тамоми дастнавис ба ҳар як оператор чиқадарӣ вақт даркор буд?

△ Кори чоп кардани тамоми дастнависро як воҳид гуфта фарз мекунем. Бигузор оператори якум барои чоп кардани тамоми дастнавис x соат вақт сарф кунад, он гоҳ оператори дуюмро лозим меояд, ки $(x+3)$ соат вақт сарф намояд. Оператори якум дар як соат $\frac{1}{x}$ -и ҳиссаи корро, оператори дуюм бошад, $\frac{1}{x+3}$ ҳиссаи онро иҷро мекунад. Якҷоя кор карда, онҳо дар як соат $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}$ ҳиссаи тамоми корро иҷро менамоянд; дар 6 соату 40 дақиқа, яъне дар $6\frac{2}{3}$ соат бошад, онҳо тамоми корро иҷро менамоянд. Бинобар ин

$$6\frac{2}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}\right) = 1.$$

Ин муодиларо дар шакли зер ин навипгган мумкин аст:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{20}. \quad (2)$$

Ҳар ду қисми ин муодиларо ба $20x(x+3)$ зарб карда, ҳосил мекунем:

$$20(x+3) + 20x = 3x(x+3),$$

$$40x + 60 = 3x^2 + 9x,$$

$$3x^2 - 31x - 60 = 0.$$

Решаҳои ин муодила: $x_1 = 12, x_2 = -\frac{5}{3}.$

Дар ҳамин қиматҳои x маҳраҷҳои касрҳои ба муодилаи (2) дохилшаванда ба сифр баробар нестанд, бинобар ин $x_1 = 12$ ва $x_2 = -\frac{5}{3}$ (2) решаҳои муодилаи (2) мебошанд.

Азбаски мувофиқи шарти масъала $x > 0$ аст, бинобар ин $x = 12$.

Пас, оператори якум барои иҷрои кор 12 соат, оператори дуюм 12 соат + 3 соат = 15 соат вақт сарф менамояд.

Ҷавоб: 12 соат ва 15 соат. ▲

Машқҳо

402. Ду адади натуралии пай дар пайро ёбед, ки ҳосили зарбашон ба:
1) 156; 2) 210; 3) 342; 4) 600 баробар аст.
403. Ду адади токи пай дар пайро ёбед, ки ҳосили зарбашон ба: 1) 255;
2) 399 баробар аст.
404. Периметри росткунча ба 1 м, масоҳаташ ба 4 дм² баробар аст.
Тарафҳои онро ёбед.
405. Боғи масоҳаташ ба 2,45 га баробар, бо девори дарозияш 630 м
ихота карда шудааст. Агар боғ шакли росткунчаро дошта бошад,
дарозӣ ва бари онро ёбед.
406. Масофаи 400 км бударо поезди тезгард назар ба поезди боркаш як
соат тезтар тай намуд. Агар суръати поезди боркаш назар ба суръати
поезди тезгард 20 км/соат камтар бошад, суръати поездҳоро ёбед.
407. Кипгии саёҳатӣ аз бандари А ба равиши чараён ба сӯи бандари
В равона шуд ва ним соат истода, боз ба сӯи бандари А ҳаракат
карда, баъди 8 соат боз ба бандари А омада расид. Агар масофаи
байни бандарҳои А ва В ба 36 км, суръати чараёни дарё ба 2 км/соат
баробар бошад, суръати кишти дар оби ором ба чанд баробар аст?
408. Ду гурӯҳи мутахассисон дар соли „тараккиёт ва фаровонӣ“ якҷоя
меҳнат карда, шифохонаи навбунёдро бо асбобҳои замонавӣ
таҷҳизониданд. Барои ҷамъ карда ба кор андохтани асбобҳо 12 рӯз
сарф карданд. Агар яке аз гурӯҳҳо нисбат ба гурӯҳи дигар 10 рӯз
камтар вақт сарф кунад, ҳар як гурӯҳ алоҳида қорро дар чанд рӯз
ба охир мерасонанд?
409. Аз тунукаи квадратшакл қитъаи бараш 6 см бурида гирифтанд.
Масоҳати қисми боқимонда ба 135 см² баробар аст. Андозаҳои
ибтидоии тунукаро ёбед.
410. Масоҳати секунҷаи росткунча ба 180 см² баробар аст. Агар яке аз
катетҳояш назар ба катети дигараш 31 см калонтар бошад, катетҳои
онро ёбед.
411. Масофаи 30 км-ро як лижарон назар ба лижарони дигар 20 дақиқа
тезтар тай намуд. Суръати лижарони якум назар ба лижарони дуюм
3 км/соат зиёдтар аст. Суръаги ҳар як лижарон ба чанд баробар аст?
412. Ду гурӯҳи донишҷӯёни бинокор якҷоя кор карда, дар 6 рӯз қураи
ғусфандорро сохтанд. Агар барои иҷро кардани ҳамин кор ба
бригадаи якум назар ба бригадаи дуюм 5 рӯз зиёдтар вақт дарқор
бошад, ҳар як гурӯҳ алоҳида дар чанд рӯз ин қорро иҷро карда
метавонанд?



№ 5

*Бисёрғазои $x^4 + 2006x^2 + 2005x + 2006$ -ро
ба зарбқунандаҳо ҷудо кунед.*

Машиқҳо доир ба боби III

Муодиларо ҳал кунед (413–415):

413. 1) $x^2 - 12 = 0$; 2) $x^2 - 50 = 0$; 3) $\frac{1}{3}x^2 + 2x = 0$;
4) $3x - \frac{2}{5}x^2 = 0$; 5) $x^2 - 48 = 0$; 6) $2x - \frac{1}{2}x^2 = 0$.

414. 1) $x^2 + 4x - 45 = 0$; 2) $x^2 - 9x - 52 = 0$;
3) $3x^2 - 7x - 40 = 0$; 4) $5x^2 + 17x - 126 = 0$.

415. 1) $4x^2 - 2x - 3 = 0$; 2) $9x^2 - 3x - 4 = 0$;
3) $4x^2 - 8x - 1 = 0$; 4) $3x^2 + 4x - 1 = 0$.

416. Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки он дорои чанд решаи ҳақиқӣ аст:

1) $x^2 - 5x + 6 = 0$; 2) $5x^2 + 7x - 8 = 0$;
3) $25x^2 - 10x + 1 = 0$; 4) $9x^2 + 30x + 25 = 0$.

417. Соезгоии квадратино ба зарбқунандаҳо ҷудо кунед:

1) $x^2 + 12x + 30$; 2) $x^2 - 10x + 16$; 3) $2x^2 + x - 1$;
4) $2x^2 - 3x - 2$; 5) $x^2 + 8x + 7$; 6) $2x^2 - 3x + 1$.

418. Касрро ихтисор намоед

1) $\frac{x^2 - 9}{x + 3}$; 2) $\frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x + 2}$; 3) $\frac{16x^2 - 24x + 9}{4x^2 + 5x - 6}$;
4) $\frac{25x^2 + 10x + 1}{5x^2 - 14x - 3}$; 5) $\frac{x^2 - 25}{x - 5}$; 6) $\frac{x^2 + 5x + 6}{x + 3}$.

Муодиларо ҳал кунед (419–420):

419. 1) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$; 2) $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$;
3) $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$; 4) $5x^4 - 16x^2 + 3 = 0$.

420. 1) $\frac{x}{x-2} + \frac{3}{x} = \frac{3}{x-2}$; 2) $\frac{x^2}{x^2+3x} + \frac{2+x}{x+3} = \frac{5-x}{x}$;
3) $\frac{y+3}{y^2-y} + \frac{6-y}{1-y^2} = \frac{y+5}{y+y}$; 4) $\frac{y+4}{y-4} + \frac{y}{4-y} = -\frac{4}{y+2}$.

421. Суръати вертолёт Ми-6 нисбат ба ҳаво ба 300 км/соат баробар аст. Масофаи 224 км бударо вертолёт ду маротиба парвоз намуд: як маротиба ба самти шамол, бори дигар — муқобили самти шамол. Агар ҳангоми муқобили самти шамол парвоз кардани вертолёт назар ба самти шамол 6 дақиқа зиёдтар вақт сарф карда бошад, суръати шамолро ҳисоб намоед (ҳангоми ҳисоббарориҳо микрокалькуляторро истифода баред).

422. Суръати велосипедрон дар нимаи аввали роҳ назар ба нимаи дуюми он 3 км/соат зиёдтар буд. Агар велосипедрон тамоми роҳро, ки 90 км мебошад, дар 5,5 соат тай карда бошад, нимаи дуюми роҳро бо кадом суръат тай намудааст?

423. Дар ниҳолшинонӣ ду гурӯҳ илгирок намуд. Гурӯҳи якум ҳар рӯз назар ба гурӯҳи дуюм 400-то зиёдтар ва ҳамагӣ 2700 ниҳолро пшнонд. Гурӯҳи дуюм назар ба гурӯҳи якум 2 рӯз зиёдтар кор кард ва 2500 ниҳол шинонд. Ҳар як гурӯҳ чандрӯзӣ кор кард?

ХУДРО БИСАНҶЕД!

1. Муодиларо ҳал кунед::

1) $3x^2 = 0$; 2) $(x+1)(x-2) = 0$;
3) $4x^2 - 1 = 0$; 4) $3x^2 = 5x$;
5) $4x^2 - 4x + 1 = 0$; 6) $x^2 - 16x - 17 = 0$;
7) $3x^2 + 5x = 2$; 8) $x^2 - 4x + 5 = 0$.

2. Ба зарбкунандаҳо чудо кунед:

1) x^2+x-6 ; 2) $2x^2-x-3$; 3) x^2-6x+9 .

3. Масъаларо ҳал кунед.

Масофаи байни деҳаҳоро, ки 36 км аст, як велосипедрон назар ба велосипедрони дигар 1 соат тезтар тай менамояд.

Агар суръати велосипедрони якум назар ба суръати велосипедрони дуюм 3 км /соат зиёдтар бошад, суръати ҳар як велосипедронро ёбед.

Муодиларо ҳал кунед (424–426):

424. 1) $3x(x-2)=x-4$; 2) $\frac{x^2-2}{6}-\frac{1-x}{2}=\frac{x-5}{6}$.

425. 1) $2x(x-2)=(x+1)^2-9$; 2) $5x(x-4)=(x-8)^2-65$;

3) $\frac{(x+2)^2}{3}-\frac{(x+1)^2}{2}=1$; 4) $\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(x-2)^2}{5}=4$.

426. 1) $(x-5)(x-6)=30$; 2) $(x+2)(x+3)=6$;

3) $(x-1)(x-4)=3x$; 4) $(x-2)(x+8)=6x$.

427. Дар кадом қиматҳои x ифодаи $x^2+3x-88$ қимати баробари: 1) 0; 2) 20; 3) -18; 4) -70 -ро мегирад?

428. Агар:

1) $a=3, b=1, c=-4$; 2) $a=5, b=2, c=3$;

3) $a=25, b=-10, c=1$; 4) $a=1, b=0, c=-25$

бошад, муодилаи квадратии $ax^2+bx+c=0$ чанд решаи ҳақиқӣ дорад?

429. Муодиларо ҳал кунед:

1) $\frac{12x+4}{x^2+2x-3}=\frac{3x-2}{x-1}-\frac{2x+3}{x+3}$;

2) $\frac{5}{x^2-4}-\frac{8}{x^2-1}=\frac{2}{x^2-3x+2}-\frac{20}{x^2+3x+2}$;

3) $\frac{x+34}{x^2-8x+7}=\frac{2x-3}{x-7}-\frac{x+5}{x-1}$.

- 430.** Устохона дар мӯҳлати муайян 5400 чуфт пойафзол истеҳсол карданаш даркор буд. Дар амал ҳар рӯз назар ба пешбинишуда 30 чуфти зиёдтар пойафзол истеҳсол карда, супориширо 9 рӯз пештар аз мӯҳлат иҷро намуд. Супориш дар чанд рӯз бояд иҷро мешуд.
- 431.** Ду сайёҳ аз деҳаи A ба сӯи деҳаи B велосипедсавор бо роҳҳои гуногун равона шуданд. Сайёҳи якум 30 км, дуюм 20 км масофаро тай карданаш даркор буд. Суръати ҳаракати Сайёҳи якум аз суръаи ҳаракати сайёҳи дуюм 3 км/соат зиёдтар буд. Вале сайёҳи якум ба деҳаи B назар ба сайёҳи дуюм 20 дақиқа пештар омада расид. Ҳар як сайёҳ ба роҳ чикадарӣ вақт сарф карданд?
- 432.** Ду гурӯҳи коргарон таъмири қитъаи роҳро дар 4 соат анҷом доданд. Вале яке аз гурӯҳҳо нисфи тамоми қитъаро, баъд гуруҳи дуюм қисми боқимондаашро таъмир мекард, таъмир дар 9 соат ба охир мерасад. Ҳар як гурӯҳ тамоми қитъаи роҳро алоҳида-алоҳида дар чанд вақт таъмир карданаш мумкин аст?



Машқ (тест)-ҳои санҷиши доир ба боби III

- Муодиларо ҳал кунед: $x^2 = 64$.
 А) $x_{1,2} = \pm 8$; В) $x = -8$;
 Б) $x = 8$; Г) $x = 32$.
- Муодиларо ҳал кунед: $x^2 - 11 = 0$.
 А) $x = \sqrt{11}$; В) $x = -\sqrt{11}$;
 Б) $x_{1,2} = \pm \sqrt{11}$; Г) $x = \frac{11}{2}$.
- Муодиларо ҳал кунед: $3x^2 = 48$.
 А) $x = 4$; В) $x_{1,2} = \pm 4$;
 Б) $x = -4$; Г) $x = 8$.
- Муодиларо ҳал кунед: $x^2 = 5x$.
 А) $\emptyset$; В) $x = 0$;
 Б) $x = 2,5$; Г) $x_1 = 0, x_2 = 5$.
- Муодиларо ҳал кунед: $x^2 + 9x = 0$.
 А) $x_1 = 0, x_2 = -9$; В) $x_{1,2} = 9$;
 Б) $x_{1,2} = \pm 3$; Г) $x_1 = 9, x_2 = 0$.

6. Муодилаи квадратиро ҳал кунед: $x^2 + x - 6 = 0$.

A) $x_1 = -3, x_2 = 2$;

B) $x_{1,2} = \pm 6$;

Б) $x_1 = 3, x_2 = -2$;

Г) $x_1 = -2, x_2 = -3$.

7. Муодилаи квадратиро ҳал кунед: $x^2 + 7x + 6 = 0$.

A) $x_1 = 1, x_2 = -1$;

B) $x_1 = -7, x_2 = -6$;

Б) $x_1 = -6, x_2 = -1$;

Г) $x_1 = -1, x_2 = -5$.

8. Муодилаи квадратиро ҳал кунед: $x^2 + x + 1 = 0$.

A) $x_1 = 0, x_2 = 1$;

B) $\emptyset$;

Б) $x_{1,2} = \frac{\sqrt{-3}}{2}$;

Г) $x_{1,2} = \pm \sqrt{-3}$.

9. Муодилаи квадратиро ҳал кунед: $x^2 - 7x + 10 = 0$.

A) $x_1 = -2, x_2 = 2$;

B) $x_1 = 5, x_2 = 1$;

Б) $x_1 = -5, x_2 = 2$;

Г) $x_1 = 2, x_2 = 5$.

10. Муодилаи квадратиро ҳал кунед: $6x^2 - 5x + 1 = 0$.

A) $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{2}$;

B) $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{3}$;

Б) $x = \frac{1}{6}$;

Г) $x = -\frac{1}{3}$.

11. Муодилаи квадратиро ҳал кунед: $12x^2 + 7x + 1 = 0$.

A) $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{4}$;

B) $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -\frac{1}{4}$;

Б) $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{4}$;

Г) $x = \frac{1}{7}$.

12. Муодиларо ҳал кунед: $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

A) $x_{1,2} = \pm 4, x_{3,4} = 1$;

B) $x_1 = 1, x_2 = 4$;

Б) $x_{1,2} = \pm 1, x_{3,4} = \pm 2$;

Г) $x_{1,2} = \pm 1$.

13. Муодиларо ҳал кунед: $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$.

А) $x_{1,2} = -\sqrt{5}, x_{3,4} = 1$; В) $x_{1,2} = 5$; С) $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$; Д) $\emptyset$.

14. Масофаи 60 км-ро велосипедрони якум нисбат ба велосипедрони дуюм 1 соат тезтар тай кард. Агар суръати велосипедрони якум нисбат ба дуюм 5 км/соат камтар бошад, суръати ҳар як велосипедронро муайян кунед.

А) 20 км/соат, 25 км/соат;

Б) 10 км/соат, 15 км/соат;

В) 15 км/соат, 20 км/соат;

Г) 12 км/соат, 17 км/соат.



Масъалаҳои таърихӣ

Муодила ва системаи муодилаҳои аз асари „Ал-ҷабр вал-муқобала“-и Ал-Хоразмӣ гирифташударо ҳал кунед (**1—31**):

1. $x^2 + 10x = 39$.

2. $x^2 + 5x = 24$.

3. $x^2 + 10x = 56$.

4. $x^2 + (10-x)^2 = 58$.

5. $\left(\frac{x}{3} + 1\right)\left(\frac{x}{4} + 1\right) = 20$.

6. $4x(10-x) = x^2$.

7. $\frac{25}{9}x^2 = 100$.

8. $x^2 + 21 = 10x$.

9. $3x + 4 = x^2$.

10. $\frac{x}{3} \cdot \frac{x}{4} = x + 24$.

11. $\frac{10-x}{x} + \frac{x}{10-x} = 2\frac{1}{6}$.

12. $100 + x^2 - 20x = 81x$.

13. $30x = 100 + x^2$.

14. $4x \cdot 5x = 2x^2 + 36$.

15. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{6}$.

16. $\sqrt{x^2 - x} + x = 2$.

17. $13^2 - x^2 = 15^2 - (14-x)^2$.

18. $(10-x)^2 - x^2 = 40$.

19. $(10-x)^2 + x^2 + (10-x) - x = 54$.

20. $\frac{1}{2} \cdot \frac{5x}{10-x} + 5x = 50$.

21. $x^2 + 20 = 12x$.

22. $\left(\frac{x}{3} + 1\right)\left(\frac{x}{4} + 2\right) = x + 13$.

23. $x^2 + x = \frac{3}{4}$.

$$24. \left(x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - 4\right)^2 = x + 12.$$

$$25. \left(x - \left(\frac{x}{3} + 3\right)\right)^2 = x.$$

$$26. \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} x^2 = \frac{1}{7} x.$$

$$27. \frac{x^2 - 4x}{3} = 4x.$$

$$28. (x^2 - 3x)^2 = x^2.$$

$$29. \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} x^2 = \frac{4}{5} x.$$

$$30. 10x = (10 - x)^2.$$

$$31. \begin{cases} x + y = 10, \\ xy = 21. \end{cases}$$

Масъалаи Абу Комил. Муодиларо ҳал кунед:

$$\frac{x}{10-x} + \frac{10-x}{x} = \sqrt{5}.$$

Масъалаи Эвклид. Муодиларо ҳал кунед: $(1-x):x = x:1$

Масъалаҳо аз катибаҳои Бобулистон

Суммаи масоҳати ду квадрат ба $25\frac{5}{12}$ квадрати дуюм нисбат ба $\frac{2}{3}$ қисми тарафи квадрати якум 5 воҳид зиёд. Тарафҳои квадратро ёбед.

Масъалаи Умари Хайём (1048-1131):

Муодилаи $\frac{1}{x^2} + 2 \cdot \frac{1}{x} = 1\frac{1}{4}$ -ро ҳал кунед.

Усули Ал-Хоразмӣ ҳалли муодилаи квадратӣ

Масъалаи аз китоби „Ал-ҷабр вал-муқобала“-и Ал-Хоразмӣ гирифта шударо дида мебароем. „Агар баягон квадрат 10-то решаи баробар чизро ҷаъм кунем адади 39 ҳосил мешавад“. Ҳалли ин масала аз ҳалли муодилаи $x^2 + 10x = 39$ иборат аст. Ал-Хоразмӣ қоидаи ҳалли ин муодиларо ин тавр фаҳмондааст:

- 1) Шумораи решаҳоро ба 2 тақсим кун, дар ин масъала 5 ҳосил мешавад ($10 : 2 = 5$);
- 2) Онро ба ададаи ба ҳудаш баробар зарб зан 25 ҳосил мешавад ($5 \cdot 5 = 25$);
- 3) Натиҷаро ба 39 ҷаъм кун, 64 ҳосил мешавад ($25 + 39 = 64$);
- 4) Аз он решаи квадрати ҳисоб кун, 8 ҳосил мешавад ($\sqrt{64} = 8$);
- 5) Аз он нисфи шумораи решаҳоро тарҳ кун, яъне 5-ро тарҳ кун 3 ҳосил мешавад ($8 - 5 = 3$).

Ҳамин адад решаи квадративу ҷустуҷӯкарда мебошад”.

Дар даврви ҳозира усули ҳалли Ал-Хоразмӣ дар намуди кӯтоҳ намули зеринро мегирад:

$$x = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 39} - \frac{10}{2} = \sqrt{25 + 39} - 5 = \sqrt{64} - 5 = 8 - 5 = 3.$$

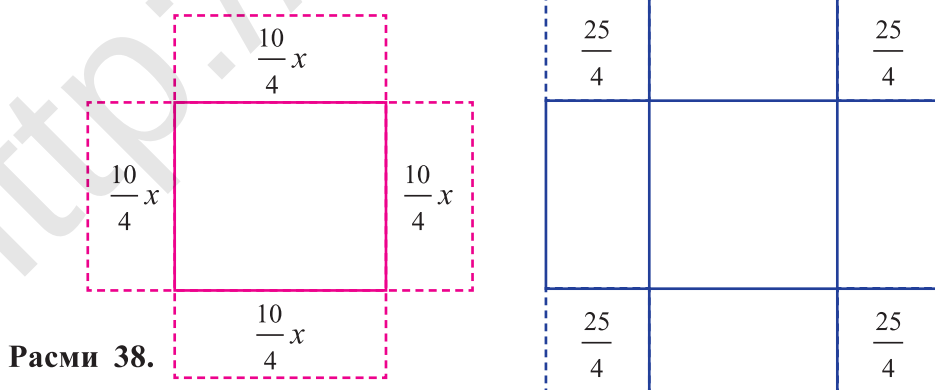
Ҷавоб: $x = 3$.

(Ал-Хорзмӣ ба муодилаи решаи $x = -13$ аҳамият намедихад).

Дар китоби “Ал-Ҷабр вал-муқобала” усули геометрии ҳалли ин муодила низ оварда шудааст (расми 38). Дар ин усул квадрати тарафаш ба x (масоҳаташ x^2) баробарбуда дида мешавад. Uning tomonlarida eni $\frac{10}{4}$ ga teng 4 ta to‘g‘ri to‘rtburchak yasaladi. Батарафҳои он 4 то росткунҷаи бараш ба $\frac{10}{4}$ баробар сохта мешавад шакли ҳосилшуда ба 4 ифодаи мувофиқ меояд ин шакл ба квадратҳои тарафаш ба $(x + 5)$ баробар пурра карда мешавад, яъне ба қуллаҳои шакл 4 то квадрати тарафҳояш ба $\frac{10}{4}$ ҳамроҳ мешавад. Шакли ҳосилшуда ба ифодаи $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$ мувофиқ аст, аммо мувофиқи шарт аз сабаби $x^2 + 10x = 39$ будан, масоҳати квадрати камони ҳосилшуда $39 + 4 \cdot \left(\frac{10}{4}\right)^2 = 64$ аст. Ҳамин тавр $(x + 5)^2 = 64$, аз ин ҷо $x + 5 = 8$ ва $x = 3$ аст.

Пас Ал-Хоразмӣ барои ҳалли муодилаи квадрати усулли геометрии ба квадрати пурра чудо карданро медихад.

Барои муодилаи $x^2 + px = q$ усули Ал-Хоразмӣ бо таври зерин навишта мешавад.



$$x^2 + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)x + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^2 = q + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^2; \quad \left(x + 2 \cdot \frac{p}{4}\right)^2 = q + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^2,$$

$$x_{1,2} + 2 \cdot \frac{p}{4} = \pm \sqrt{q + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^2},$$

$$\text{аз ин чо } x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{4}\right)^2 + q}.$$



Маълумотҳои таърихӣ

Абӯабдуллоҳ Муҳаммад ибни Мӯсо ал-Хоразмӣ (783–850) яке аз олимони машҳури мост. У бо китоби худ „Ал-китоб ал-мухтасар фи ҳисоб ал-ҷабр вал-муқобала“ (мухтасар: „Ал-ҷабр вал-муқобала“) ба фанни алгебра асос гузоштааст.

Нусхаи арабии ин асар, ки соли 1342 нусхабардорӣ шудааст дар китобхонаи Бодлейани Оксфорд нигоҳ дошта мешавад.

Ал-Хоразмӣ мақсади худро аз навиштани китоб чунин баён мекунад: „...Ман „Китоби мухтасар дар бораи ҳисоби „Ал-ҷабр вал-муқобала“-ро таълиф намудам, ки масъалаҳои содда ва мураккаби арифметикаро дар бар гирифта, ҳангоми тақсими мерос, гузоштани васиятнома, тақсими молу мулк, дар қорҳои адлия, савдо ва ҳар гуна шартномаҳо, ҳамчунин чен қардани замин, гузаронидани ҷӯйбор, муҳандисӣ ва дигар қорҳои ба он монанд барои одамон зарур аст“. Дар Алгебра „бо се намуди адад (микдор) қорғузурӣ қараён мегирад“ – меғуяд Ал-Хоразмӣ. Онҳо: реша (адади номаълум x дар муодила), квадрат (x^2) ва ададҳои содда (аъзоҳои озои муодила).

Ал-Хоразмӣ муносибати ин се микдорро омӯхтааст. Ӯ муодилаҳоро ба синфҳои зерин тақсим қардааст:

- 1) $ax^2 = bx$ — квадратҳо ба решаҳо баробар аст;
- 2) $ax^2 = c$ — квадратҳо ба ададҳо баробар аст;
- 3) $bx = c$ — решаҳо ба ададҳо баробар аст;
- 4) $ax^2 + bx = c$ — ба квадратҳо ва решаи ададӣ баробар аст;
- 5) $ax^2 + c = bx$ — ба квадратҳо ва адади решаҳо баробар аст;
- 6) $bx + c = ax^2$ — ба решаҳо ва адади квадратҳо баробар аст;

Ал-Хоразмӣ дар асари худ „Ал-ҷабр вал муқобала“ усулҳои ҳалли геометрии муодилаҳои 4-, 5-, 6- ро медиҳад.

Олим бо ёрии амалҳои ал-ҷабр вал муқобала (ҷойивазкунӣ) исбот мекунад, ки ҳар гуна муодилаи квадратӣ ба яке аз 6 намуди муодилаҳои дар боло инъикосёфта меорад.



Масъалаҳои амалӣ-татбиқӣ ва алоқа бо ғанҳо

433. 1) Ба ҷох санг партофта шуд. Садои санги ба ҷаъри ҷох расида ба мушоҳидачӣ баъд аз 4 сонияи партофтан шунида шуд. Суръати садоро дар як сония ба 330 метр, роҳи тайкардаи ҷисми озодафтанда

дар сония $s = \frac{gt^2}{2}$, $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ гуфта, ҷуқури ҷохро ёбед.

2) Тири паррондашудаи суръати дар 1 сония 300 метр баъд аз чанд сония дар баландии 250 метр мешавад? (Муқовимати ҳаворо ба ҳисоб нагиред).

△ 1) Санг дар t сония ба ҷаъри ҷох афтада масофаи $s = \frac{gt^2}{2}$ -ро тай кард. Садо аз ҷаъри ҷох дар $(4-t)$ сония баромада масофаи

$330(4-t) \text{ м}$ -ро тай кардааст. $\frac{gt^2}{2} = 330(4-t)$. Аз ин муодила $t \approx 3,78 \text{ с}$; $4-t \approx 0,22 \text{ с}$; $s \approx 330 \cdot 0,22 = 72,6 \text{ (м)}$. **Ҷавоб:** $\approx 72,6 \text{ м}$.

2) Баъд аз t сония ҷисм аз замин дар баландии 300 t м мешавад.

$300t - \frac{10t^2}{2} = 2500$ ёки $t^2 - 60t + 500 = 0$, аз ин ҷо $t = 10$ ёки $t = 50$.

Ҷавоб: 10 с ва 50 с. ▲

434. Дар ду зарфи ғунҷоиши ҳар якаш 30 литр якҷоя 30 литр спирт ҳаст. Ба зарфи 1-ум то пур шудан об рехта, аз ин омехта то зарфи 2-юм лабриз шудан рехтанд. Баъд аз зарфи 2-юм ба 1-ум 12 литр омехта рехтанд. Дар охир спирти дар зарфи 2-юм буда нисбат ба зарфи 1-ум 2 литр кам шуд. Аввал дар як зарф чӣ қадар спирт буд?

△ Аввал дар зарфи 1-ум x литр, дар зарфи 2-юм $(30-x)$ литр спирт ҳаст, ғӯем. Баъд аз об рехтан дар зарфи 1-ум, дар 1 литр омехта $\frac{x}{30}$

литр спирт мешавад. Аз ин ба зарфи 2-юм x литр рехта шавад (чунки дар зарфи 2-юм x -литр "ҷойи ҳоли ҳаст"), дар таркиби омехтаи

зарфи 2-юм $\frac{x}{30} \cdot x = \frac{x^2}{30}$ литр спирт, ва бо спирти дар зарфи 2-юм будаи $(30-x)$ якҷоя $\left(30-x+\frac{x^2}{30}\right)$ литр спирт мешавад. Дар таркиби омехтаи зарфи 2-юм $\left(30-x+\frac{x^2}{30}\right):30=1-\frac{x}{30}+\left(\frac{x}{30}\right)^2$ л спирт мешавад. Аз зарфи 2-юм ба 1-ум 12 л резем, дар ин омехта $12 \cdot \left(1-\frac{x}{30}+\left(\frac{x}{30}\right)^2\right)$ л спирт ва бо спирти зарфи 1-ум якҷоя $\left(x-\frac{x^2}{30}\right)$ литр мешавад. $\left(x-\frac{x^2}{30}\right)+12 \cdot \left(1-\frac{x}{30}+\left(\frac{x}{30}\right)^2\right)$ литр мешавад. Баъд аз зарфи 2-юм ба 1-ум 12 л омехта рехтан дар зарфи 2-юм 18л омехта монд ва дар таркиби ин омехта $18 \cdot \left(1-\frac{x}{30}+\left(\frac{x}{30}\right)^2\right)$ л спирт ҳаст. Мувофиқи шарти масъала, ин миқдор аз спирти зарфи 1-ум 2 л кам аст. Пас, муодилаи зерин ҳосил мешавад:

$$18 \cdot \left(1-\frac{x}{30}+\left(\frac{x}{30}\right)^2\right)+2=\left(x-\frac{x^2}{30}\right)+12 \cdot \left(1-\frac{x}{30}+\left(\frac{x}{30}\right)^2\right), \text{ аз ин ҷо}$$

$$6 \cdot \left(1-\frac{x}{30}+\left(\frac{x}{30}\right)^2\right)+2=x-\frac{x^2}{30}, \text{ ниҳоят } x^2-30x+200=0.$$

Ҷавоб: 20 л ва 10 л. ▲

- 435.** Чунин адади чоррақамаро ёбед, ки рақамҳои ҳазорӣ ва даҳӣ баробар, рақами садӣ аз рақами воҳид якто зиёд буда, ин адад квадрати ягон гуна адад бошад. (Нишондод и муодилаи $x^2=1010a+101b+100$ -ро ҳосил кунед, дар ин ҷо x^2 -адади номаълум, a -ҳазорӣ, b -рақами воҳид аст).
- 436.** Зарф бо кислота пур карда шудааст. Аз зарф 2л кислота гирифта, 2л об рехтанд. Аз омехта боз 2л гирифтанд ва 2л об рехтанд. Аз омехтаи нав боз 2л гирифтанд ва 2л об рехтанд. Дар натиҷа ҳаҷми оби дар зарф буда аз ҳаҷми кислотаи дар зарф буда 3л зиёд шуда монд. Ҳозир дар зарф чанд л кислота ва чанд л об ҳаст?

△ Фарз мекунем ҳаҷми зарф v л аст. Агар аз зарф 2л кислотаро гирифта 2л об резем, кислота $\frac{v-2}{v}$ зарфро ишғол мекунад. Аз омехта 2л гирем, дар зарф $(v-2) \cdot \frac{v-2}{v}$ литр кислота мемонад, ба он 2 литр об резем кислота $\frac{(v-2)^2}{v^2}$ қисми зарфро ишғол мекунад. Дафъаи 3-юм (2л омехта гирифта, 2л об резем) кислота $\left(\frac{v-2}{v}\right)^3$ қисми зарфро ишғол мекунад. Ҳамин тавр, миқдори кислотаи зарф $v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3$ ва миқдори оби зарф $v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3 + 3$ мешавад.

Дар ин ҳол муодилаи зерин ҳосил мешавад

$$v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3 + v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3 + 3 = v, \text{ аз ин ҷо}$$

$$v^3 - 9v^2 + 24v - 16 = 0, \quad (v-1)(v-4)^2 = 0.$$

мувофиқи шарт $v > 2$, пас $v = 4$.

$$\text{Пас, } v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3 = 4 \cdot \left(\frac{4-2}{4}\right)^3 = \frac{1}{2} \text{ л.}$$

Ҷавоб: 0,5 л кислота ва 3,5 л об. ▲

437. Аз кишлоқи A ба кишлоқи B мошини боркашон ба роҳ баромад. Баъд аз 1 соат аз A ба B мошини сабукрав ба роҳ баромад ба B бо мошини боркаш дар як вақт расида омад. Агар ин мошинаҳо аз кишлоқҳои A ва B дар як вақт рӯ ба рӯи якдигар ба роҳ мебаромаданд, пас аз 1 соату 12 дақиқа онҳо вохӯрданд. Мошини боркашон барои аз A ба B омадан чӣ қадар вақт сарф кард?

438. Бори дар вагон бударо ду гурӯҳи коргарон фаровардани шуданд. Вақтҳои алоҳидаи барои фаровардани бор сарф кардан гурӯҳҳои 1-ум ва 2-юмро чамъ кунем ба 12 соат баробар мешавад. Фарқи ин вақтҳо бошад ба 45% -и вақти ҳар ду гурӯҳ дар якҷоягӣ фароварда баробар аст. Ҳар як гурӯҳ алоҳида-алоҳида борро дар чанд соат мефарорад?

△ Гурӯҳи якум танҳо ҳудаш борро дар x соат, гурӯҳи дуюм бошад дар y соат мефарорад, ғӯем. Мувофиқи шarti масъала, $x + y = 12$ (соат). Гурӯҳи 1-ум дар 1 соат ҳамагӣ $\frac{1}{x}$ қисми кор, гурӯҳи 2-юм бошад $\frac{1}{y}$ қисми корро иҷро мекунад. Онҳо якҷоя дар 1 соат ҳамагӣ $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ қисми корро иҷро мекунанд. Якҷоя кор карда онҳо барои иҷрои кор $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$ соат вақт сарф мекунанд. Фарз мекунем гурӯҳи 1-ум сусттар кор мекунад, яъне $x > y$. Дар ин ҳол мувофиқи шарт $(x - y)$ соат 45% -и $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$ -ро ташкил медиҳад

$$x - y = \frac{45}{100} \cdot \frac{xy}{x + y}.$$

Ба ҷои y -и ин муодила $y = 12 - x$ -ро гузошта, нисбат ба x муодилаи квадратино ҳосил мекунем

$$x - 12 + x = \frac{9}{20} \cdot \frac{x(12 - x)}{12},$$

аз ин ҷо $3x^2 + 124x - 960 = 0$.

Решаҳои ин муодила $x_1 = -48$, $x_2 = \frac{20}{3}$. Мувофиқи шarti масъала $x > 0$. Пас,

$$x = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \text{ (соат),}$$

$$y = 12 - x = 12 - 6\frac{2}{3} = 5\frac{1}{3} \text{ (соат).}$$

Ҷавоб: $6\frac{2}{3}$ соат, $5\frac{1}{3}$ соат.▲

439. Ду мошини пахтачинӣ якҷоя пахтаи майдонро нисбат ба вақти танҳо мошини пахтачинии 1-ум сарф карда 8 рӯз пештар, нисбат ба вақти танҳо мошинаи пахтачинии 2-юм сарф карда 2 рӯз пештар

- чида мегиранд. Ҳар як машина пахтаи майдонро дар чанд рӯз чида гирифтаниш мумкин?
- 440.** Ду усто барои сохтани чихоз мувофики талаб ба кор шуруъ карданд. Аввал устои якум 1 соат кор кард, баъд ҳар ду 4 соат якҷоя кор карда, 40%-и талабро иҷро намуданд. Агар чихозро танҳо ҳуди устои якум созад нисбат ба устои дуюм 5 соат зиёд вақт сарф мекунад. Ҳар як усто чихозро дар чанд соат тайёр мекунад?
- 441.** Поезд дар миёнаҳои шахрҳои A ва B 20 дақиқа истода монд. Машинист барои мувофики чадвал ба B расидан суръаташро 12 км/соат зиёд намуд. Масофаи байни шаҳарҳо 240 км бошад, суръати аввалаи поездро ёбед.
- 442.** Ду трактори кувваҳои ҳар хела дошта 3 рӯз якҷоя кор карда $\frac{5}{8}$ қисми майдонро шудгор карданд. Агар бо трактори якум тамоми майдонро нисбат ба дуюмаш 4 рӯз тезтар шудгор кардан мумкин бошад, тамоми майдонро ҳар як трактор алоҳида-алоҳида дар чанд рӯз шудгор мекунад?
- 443.** Поезд 80 км роҳро тай карданиш лозим буд. Дар миёнаҳои роҳ 30 дақиқа истода монд. Барои дер намондан суръаташро 2 км/соат зиёд намуд. Поезд барои тай кардани роҳ чӣ қадар вақт сарф кард?
- △ Усули 1.** Поезд тамоми роҳро дар x соат ҳаракат карданиш лозим буд, то нисфи роҳ дар як соат бо суръати $\frac{840}{x}$ км ҳаракат кард, баъд дар як соат бо суръати $\left(\frac{840}{x} + 2\right)$ км ҳаракат карда, нисфи роҳро дар $\frac{420}{\frac{840}{x} + 2} = \frac{210x}{420 + x}$ соат тай мекунад. Нисфи якуми роҳро дар $\frac{x}{2}$ соат тай мекунад. Ба монанди ҳамин муодилаи $\frac{210x}{420 + x} = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$ ҳал кунем, $x=21$ соат ҳосил мешавад.
- Усули 2.** Суръати аввалаи поезд дар як соат x км, суръати баъдина дар як соат $(x+2)$ км, 420 км-ро дар $\frac{420}{x}$ соат, 420 км-и боқимондари дар $\frac{420}{x+2}$ соат тай мекунад. Ҳамин тавр муодилаи $\frac{420}{x} - \frac{420}{x+2} = \frac{1}{2}$ -ро ҳал кунем $x=40$ км/соат ҳосил мешавад.

Барои тай кардани тамоми роҳ поезд $\frac{840}{40} = 21$ соат вақт сарф кардааст.

Усули 3. Поезд нисфи якуми роҳро дар x соат, нисфи дуёми роҳро дар $\left(x - \frac{1}{2}\right)$ соат тай мекунад. Суръати поезд дар нимаи аввали роҳ дар 1 соат $\frac{420}{x}$ км, суръати поезд дар нимаи дуёми роҳ дар 1 соат $\frac{420}{x - \frac{1}{2}} = \frac{840}{2x - 1}$ км. Муодилаи $\frac{840}{2x - 1} - \frac{420}{x} = 2$ ҳал карда $x = 10,5$ соат $2x = 21$ соатро ҳосил мекунем.

Ҷавоб: 21 соат. ▲

444. Ададе ба ҳосили зарби се адади бутуни пайдар пай баробар аст. Агар ин ададро ба ҳар яки ин ададҳо тақсим карда, ҳосили тақсимиро ҳамчун кунем 74 ҳосил мешавад. Ин ададро ёбед.

445. Ҳосили ҳамми тарафҳо ва диагоналҳои бисёркунҷаи барҷаста ба 15 баробар аст. Шумораи тарафҳои бисёркунҷаро ёбед.

446. Дарозии тарафҳои секунҷаи росткунҷа а) бо ададҳои натуралии пайдар пай б) бо ададҳои натуралии пайдар пай ифода кардан мумкин аст ё не?

△ а) Тарафҳояш ададҳои бутуни пайдар пай x , $x + 1$, $x + 2$ бошад, он гоҳ x ва $x + 1$ катетҳо, $(x + 2)$ бошад гипотенуза мешавад, $x^2 + (x + 1)^2 = (x + 2)^2$ аз ин ҷо $x = 3$ ёки $x = -1$ ($x = -1 < 0$ ҷавоб шуда наметавонад) $x = 3$; $x + 1 = 4$; $x + 2 = 5$. Тарафҳояш бо ададҳои натуралии пайдар пай 3, 4, 5 баробар буда, секунҷаи росткунҷа шуда метавонад.

б) Тарафҳояш ададҳои ҷуфти пайдар пай $2x$, $2x + 2$, $2x + 4$ бошад, он гоҳ $(2x)^2 + (2x + 2)^2 = (2x + 4)^2$; $x = 3$; $2x = 6$; $2x + 2 = 8$; $2x + 4 = 10$. росткунҷаи тарафҳояш бо ададҳои пайдар пай ҷуфти 6, 8, 10 ифода карда шуда, секунҷаи росткунҷа мебошад.

в) Тарафҳояш бо ададҳои токи пайдар пай $2x + 1$; $2x + 3$; $2x + 5$ ифода карда шуда бошад. $(2x + 1)^2 + (2x + 3)^2 = (2x + 5)^2$; $x = \frac{5}{2}$

ёки $x = -\frac{3}{2}$. x -адади натуралӣ нест. Пас, секунҷаи росткунҷаи тарафҳояш бо ададҳои токи пай дар пай ифода шуда мавҷуд нест.▲

447. Дар яке аз ду маҳлулҳо 800 г дар дигараш 600г намак ҳаст. Аз ин ду маҳлул маҳлули 10 кг-мӣ ҳосил карданд. Микдори фоизҳои намаки маҳлули якум аз микдори фоизи маҳлули дуюм 10% зиёд бошад, дар маҳлули омехта аз ҳар як маҳлул чанд кг-мӣ ҳаст?

△ Маҳлули якум x кг бошад, маҳлули дуюм $(10-x)$ кг мешавад. Микдори фоизи намаки маҳлули якум $\frac{0,8 \cdot 100}{x} = \frac{80}{x}$, аз он маҳлули дуюм $\frac{0,6 \cdot 100}{10-x} = \frac{60}{10-x}$ фоиз мешавад. Мувофиқи шarti масъала

$$\frac{80}{x} - \frac{60}{10-x} = 10.$$

Муодиларо ҳал карда $x = 20$ ёки $x = 4$ —ро ҳосил мекунем. $x = 20$ шarti масъаларо қонеъ намегардонад, чунки $x < 10$ аст. $x = 10 - 4 = 6$.

Ҷавоб: массаи маҳлули якум 4кг; массаи маҳлули дуюм 6 кг.

Санҷиши ҷавоб: 800 г намак $\frac{0,8 \cdot 100\%}{4} = 20\%$ -и маҳлули 4 кг-ро, 600 г

намак $\frac{0,6 \cdot 100\%}{6} = 10\%$ -и маҳлули 6 кг-ро таш $20\% - 10\% = 10\%$.▲

448. Массаи порчаи металли якум 880 г, массаи порчаи металли дуюм ба 858 г баробар аст. Ҳаҷми порчаи 1-ум аз ҳаҷми порчаи 2-ум 10 см^2 камтар аст. Зичии порчаи металли 1-ум аз 2-ум 1 см^3 зиёд бошад, зичии ҳар як порчаи металиро ёбед.

△ Зичии ҳар як порчаи металли дуюм $d = 1 \text{ см}^3$, зичии порчаи металли якум $(d + 1) = 1 \text{ см}^3$. Ҳаҷми порчаи металли якум

$\frac{880}{d+1} \text{ см}^3$, ҳаҷми порчаи металли дуюм $\frac{858}{d} \text{ см}^3$. Мувофиқи шarti

масъала

$$\frac{880}{d+1} + 10 = \frac{858}{d} \quad \text{ёки} \quad 5d^2 + 16d - 429 = 0,$$

Аз ин чо $d = 7,8$ ёки $d = -11$ ($d = -11 < 0$ ҷавоби масъала шуда наметавонад).

Ҷавоб: зичии порчай металли дуюм $7,8 \text{ г/см}^3$, якумаш бошад $7,8+1=8,8 \text{ г/см}^3$ аст.

Санҷиши ҷавоб: Ҳаҷми металли порчай якум $\frac{880}{8,8} = 110 \text{ (см}^3\text{)}$, порчай дуюмаш $\frac{858}{7,8} = 110 \text{ (см}^3\text{)}$; $110 \text{ см}^3 - 100 \text{ см}^3 = 10 \text{ см}^3$. ▲

449. Дар ду зарф обҳои аз якдигар 1 кг фарккунанда ҳаст. Ба обҳои зарфҳо гармии 88 калория дода шуд. Оби массаи калон дошта нисбат ба оби массаи хурд дошта $\frac{4}{5}$ градус камтар гарм шуданаш маълум бошад, массаи оби ҳар як зарфро ёбед.

△1) Массаи обҳоро $x \text{ кг}$ ва $(x+1) \text{ кг}$ гӯем. Оби массаи кам дошта $\frac{88}{x}$ градус, оби массаи зиёд дошта $\frac{88}{x+1}$ градус гарм мешавад. Фарқи ҳароратҳои обҳои массаҳои гуногун доштаи ду зарф ба $\frac{4}{5}$ градус баробар аст. Мувофиқи шарти масъала муодилаи

$$\frac{88}{x} - \frac{88}{x+1} = \frac{4}{5} \text{ -ро ҳосил мекунем.}$$

Муодиларо ҳал карда $x=10$ ёки $x=-11$ ($x=-11 < 0$ ҷавоб шуда наметавонад) ҳосил мекунем.

Ҷавоб: 10 кг ва 11 кг .

Санҷиши ҷавоб: 10 кг об бо гармии 88 калория $\frac{88}{10} = 8,8$ градус гарм шудааст, 11 кг об бошад бо гармии 88 калория $\frac{88}{11} = 8$ градус

гарм шудааст $8,8 - 8 = 0,8 = \frac{4}{5}$ (градус). ▲

450. Масофаи байни шаҳрҳои A ва B бо роҳи оҳан 66 км , бо роҳи обӣ $80,5 \text{ км}$ аст. Поезд пас аз 4 соат ба роҳ баромаданикишти ба роҳ баромад 15 дақиқа пештар ба шаҳри B расида омад. Агар суръати

поезд нисбат ба суръати киштӣ 30 км/соат зиёд бошад, суръати ҳар яки онҳоро ёбед.

△ Суръати поездро дар як соат бо x км, суръати киштиро дар як соат бо $(x-30)$ км ишора мекунем. Поезд $\frac{66}{x}$ соат, киштӣ бошад $\frac{80,5}{x-30}$ соат роҳ гаштааст. $4 \text{ соат} + 15 \text{ дақиқа} = 4\frac{1}{4} \text{ соат} = \frac{17}{4} \text{ соат}$. Мувофиқи шарти масъала муодила тартиб медиҳем

$$\frac{80,5}{x-30} - \frac{66}{x} = \frac{17}{4}.$$

Ин муодиларо ҳал кунем, ҷавобҳои зерин ҳосил мешавад. Суръати поезд 44 км/соат, суръати киштӣ 14 км/соат.

Санҷиши ҷавоб: Киштӣ масофаи 80,5 км дар $\frac{80,5}{14} = 5\frac{3}{4}$ соат, поезд

масофаи 66 км-ро дар $\frac{66}{44} = 1\frac{1}{2}$ соат тай мекунад. $5\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{4}$ соат. ▲

451. $\frac{2}{3}$ қисми майдони киштро бо ду трактори қувваҳои гуногун дошта якҷоя дар 4 рӯз шудгор мекунад. Бо трактори 1-ум нисбат ба трактори 2-юм танҳо ҳудуд заминро 5 рӯз тезтар шудгор мекунад. Майдони киштро ҳар як трактор алоҳида-алоҳида дар чанд рӯз шудгор мекунад?

△ *Усули 1.* Корро 1 воҳид гуфта қабул мекунем. Тамоми заминро бо трактори дуюм фарз мекунем дар x рӯз шудгор мекунад. Он гоҳ бо трактори якум дар $(x-5)$ рӯз шудгор карда ба охир мерасонад.

Бо трактори 1-ум дар 1 рӯз $\frac{1}{x-5}$ қисм, бо трактори 2-юм $\frac{1}{x}$ қисм,

бо ҳардуяш якҷоя $\frac{2}{3} : 4 = \frac{1}{6}$ қисми заминро шудгор мекунад.

Бо ду трактор дар 1 рӯз якҷоя $\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x}$ ёки $\frac{1}{6}$ қисми заминро шудгор мекунад. Пас,

$$\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6}.$$

Решаҳои ин муодила $x=15$ ёки $x=2$ аст. Мувофиқи мазмуни масъала $x>5$ бояд бошад. Барои ҳамин ҳам $x_2=2$ ҷавоби масъала шуда наметавонад.

Усули 2. Бо ду трактор якҷоя тамоми майдонро дар $4:\frac{2}{3}=6$ рӯз шудгор кардан мумкин аст. Танҳо трактори дуҷум тамоми майдонро дар x рӯз шудгор кунад, дар як рӯз $\frac{1}{x}$ қисми майдонро, дар 6 рӯз $\frac{6}{x}$ қисми майдонро шудгор мекунад. Трактори якум танҳо ҳудаш дар $(x-5)$ рӯз тамоми майдонро шудгор кунад, дар як рӯз $\frac{1}{x-5}$ қисм, дар 6 рӯз $\frac{6}{x-5}$ қисмро шудгор мекунад. Ҳар ду трактор якҷоя дар 6 рӯз тамоми майдонро шудгор мекунад, яъне

$$\frac{6}{x} + \frac{6}{x-5} = 1.$$

Ҷавоб: Майдони кишт танҳо бо трактори якум дар 10 рӯз, танҳо бо трактори 2-юм дар 15 рӯз шудгор карда мешавад.

Санҷиши ҷавоб: 1) Майдони киштро бо трактори якум нисбат ба трактори дуҷум 15 рӯз - 10 рӯз $= 5$ рӯз тезтар шудгор карда мешавад.

2) Трактори якум дар 1 рӯз $\frac{1}{10}$ қисм, дар 4 рӯз $\frac{4}{10}$ қисми, дуҷумаш дар 1 рӯз $\frac{1}{15}$ қисм, дар 4 рӯз $\frac{4}{15}$ қисмро шудгор мекунад. Ду трактор

якҷоя дар 4 рӯз $\frac{4}{10} + \frac{4}{15} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$ қисми майдонро майдонро шудгор мекунад. ▲

- 452.** Барои иҷрои кори дар нақша буда гурӯҳи 1-ум 3,5 рӯз кор кард ва қисми боқимондаи корро гурӯҳи 2-юм дар 6 рӯз ба охир расонд. Кори дар нақша бударо танҳо гурӯҳи 2-юм нисбат ба гурӯҳи 1-ум 5 рӯз дертар иҷро мекунад. Ҳар як гурӯҳ алоҳида-алоҳида кори дар нақша бударо дар чанд рӯз ба иҷро мерасонанд?

- 453.** Кишти барои тай кардани масофаи 69 км ба равиши чараён ва 34 км ба бозгашт 5 соат вақт сарф намуд. Агар суръати чараён 3 км/соат бошад, суръати киштиро дар оби ором ёбед.
- 454.** Аз кишлоки А ба равиши чараён сол партофта шуд. Баъд аз 4 соати солро партофтан аз ҳамин кишлок ба равиши чараён қайқи матордор ба ҳаракат даромада, 15 км шино карда, ба сол расида гирифт. Қайқи матордор аз сол дар 1 соат 12 км зиёд шино кунад, суръати сол (чараёни дарё)-ро ёбед.
- 455.** Хоҷагии фермерӣ ба 200 га замин дар муддати муайян картошка кишт карданаш лозим буд. Аммо хоҷагии фермерӣ ҳар рӯз аз нақша 5 га зиёд картошка кишт карда, корро 2 рӯз пеш аз мӯҳлат ба охир расонд. Кишти картошка чанд рӯз давом кардааст?
- 456.** Ҳосили зарби адади дурақамаи рақами даҳиаш аз рақами воҳидаш 4 то кам, бо адади дар натиҷаи ҷои рақамҳои ҳуди ҳамин ададро иваз кардан ҳосилшуда 2 воҳид хурд, ба 2627 баробар аст. Адади дурақамаро ёбед.
- 457.** Даҳии адади дурақама аз воҳиди он 4 маротиба зиёд аст. Аз ин адад 2-ро тарҳ карда, ба адади рақамҳояш бо тартиби чаппа навишташудани адади номаълум 2-ро ҷамъ карда ва натиҷаҳоро зарб занем 2400 ҳосил мешавад. Адади дурақамаро ёбед.
- 458.** Се гурӯҳи коргарон якҷоя дар муддати муайян биноро таъмир намуданд. Агар биноро танҳо гурӯҳи якум таъмир кунад, аз муддат 10 рӯз зиёд, танҳо гурӯҳи дуюм таъмир кунад, аз муддат 20 рӯз зиёд, фақат гурӯҳи сеюм кунад, аз муддат 6 маротиба зиёд вақт сарф мешавад. Ҳар як гурӯҳ дар алоҳидагӣ, биноро дар чанд рӯз таъмир мекунад ?
- 459.** Ба ҳавз қубур гузаронида шудааст. Ҳавзи холиро қубури дуюм нисбат ба қубури якум се соат дертар бо об пур мекунад. Агар аз ду қубур ба ҳавз об дохил шуда, аз қубури сеюмаш об баромада истад, ҳавз дар 36 соат бо об пур мешавад. Қубурҳои якум ва дуюм алоҳида-алоҳида ҳавзро дар чанд соат пур мекунад. Қубури сеюм ҳавзи бо об пурро дар чанд соат аз об холи мекунад.
- 460.** Нархи ҷиҳоз 12000 сӯм буд. Нархи ин ҷиҳоз баъди ду маротиба пай дар пай бо як ҳел фоиз арзон карда шудан 9720 сӯм шуд. Ҳар дафъа нархи ҷиҳоз чанд фоиз арзон шудааст?

461. Дар давоми 2 сол шумораи аҳолии шаҳр аз 2 миллион ба 2 миллиону 205 ҳазор расид. Фоизи миёнаи афзоиши аҳолии шаҳрро ёбед.
462. Ду пиёдагард аз деҳаҳои A ва B ба муқобили якдигар ба роҳ баромаданд. Баъд аз вохӯрӣ маълум шуд ки якаш аз дигараш 2 км зиёд роҳ тай кардааст. Пас аз вохӯрӣ пиёдагарди якум 40 дақиқа роҳ гашта ба деҳаи B ва пиёдагарди дуюм 1,5 соат роҳ гашта ба деҳаи A расида омад. Масофаи деҳаҳои A ва B -ро ёбед.
463. Ҳар як иштирокчии мусобиқаи шоҳмот бо дигар иштирокчиён як маротибаги шоҳмот бози кард. Ҳамагӣ 120-то бози гузаронда шуда бошад, дар мусобиқа чанд нафар шоҳмотбоз иштирок кардааст?
464. Хатмкунандагони синфи 11-ум ба якдигар расмхояшонро иваз карданд. Агар 1190 дона расм иваз карда шуда бошад, дар синф чанд нафар хонанда таҳсил гирифтааст.
465. Аз ду шаҳре, ки масофаи байнашон 900 км аст, ду поезд муқобили якдигар ба роҳ баромаданд. Поездҳо дар нисфи роҳ вохӯрданд. Агар поезди якум аз поезди дуюм 1,5 соат дертар ба роҳ баромада ва суръаташ аз поезди дуюм 10 км /соат зиёд бошад, суръати ҳар як поездро ёбед.
466. Поезд масофаи 220 км роҳро дар вақти муайян тай карданаш лозим буд. Баъди аз ду соати ҳаракат кардан 10 дақиқа истода монд, пас суръаташро 5 км/соат зиёд намуд ва ба манзил дар вақташ омада расид. Суръати аввалии поездро ёбед.

БОБИ IV

ТАҲЛИЛИ МАЪЛУМОТҲО

§ 28. ТАҲЛИЛИ МАЪЛУМОТҲО.
ТАСВИРИ МАЪЛУМОҲО

Ба меёрҳои қабул карда шуда (ба стандартҳо) мувофиқ омадан ва наомадани аломатҳои сифатӣ ва миқдорӣ нишонаҳои (тартиб, масса, ченакҳо, ранг, маза,...) маҳсулотҳои фирмаи гуногун ва компанияҳои кор карда баромадаро чӣ хел карда медонем? чӣ хел назорат мекунем?, аз санчиш мегузаронем?

Шумораи маҳсулоти тайёркардашуда (масалан шир, дон, маҳсулоти гуштӣ, нӯшакиҳои гуногун, либосҳо, доруҳои муолиҷавӣ, асбобҳои электрикӣ ва ҳоказо) беҳад зиёд бошад, ҳар яки онҳоро яктогӣ аз сачиш, назорат гузаронидан аз ҷиҳати иқтисодӣ мақбул нест. Дар ин ҳолат аз маҷмуи маҳсулотҳо якчанд маҳсулот бо таври *тасодуфӣ* интихоб карда шуда, ҳар яки онҳо аз санчиш гузаронида мешавад.



Маҷмӯи тамоми объектҳои зарурии омӯхташавандаро сармаҷмӯёҳо меноманд. Объектҳои аз сармаҷмӯё интихоб карда шуда, маҷмӯи интихобӣ (кӯтоҳ интихоб) номида мешавад. Объект гуфта чиро омӯхтан лозим бошад, ҳамон фаҳмида мешавад.

Масъалаи 1. Фарз мекунем фирма дар лампочкаҳо кор карда мебарояд. Чанд фоизи онҳо нуқсондор мебошад? Инро чӣ хел санчидан мумкин аст?

△ Имконияти санчиши дар гирифтани ва гар нагирифтани ҳар як лампочкаи садҳо ҳазор кор карда баромадаи фирма мавҷуд нест. Аз ҳамин сабаб дар ин ҳолат бо таври тасодуфӣ якчанд лампочкаҳоро интихоб карда мегиранд. Ҳар як лампочкаи интихоб шуда аз санчиш гузаронида мешавад.

Дар натиҷаи санчиш фирма оид ба маҳсулоти кор карда баромадааш ба ҳулосаи муайян меояд.

Масалан, 1000 дона лампочка аз санчиш гузаронида шуд, аз онҳо 10-тояш нуқсондор баромад, дар ин ҳол ба ҳулосаи $\frac{10}{1000} = 0,01$ қисми (яъне 1%) ҳамаи лампочкаҳо нуқсондор аст, меоянд. ▲

Дар ин масъала ҳамаи лампочкаҳои кор карда баромадаи фирма сармачмӯъ аст. 1000 лампочкаи барои санчиш тасадуфан интихоб карда шуда, маҷмӯи интихобиро ташкил медиҳад.

Масъалаи 2. Массай миёнаи кӯсақҳои кушода шудаи пахтазорро муайян кунед.

△ Ҳама кӯсақҳои кушодашударо ҳамчун карда массай ҳар яки онҳоро муайян кардан маъно надорад. Барои дониستاني массай миёнаи кӯсақ, якчанд кӯсақҳоро аз ҷойҳои гуногуни пахтазор бо таври тасодуфӣ аз ғузапояҳои интихоб кардашуда канда мегиранд. Массай кӯсақҳои интихобкардашуда чен када мешавад ва миёнаи арифметикаи онҳо ҳиоб карда мешавад. Қимати миёнаи арифметикӣ ба сифати массай кхсаки дар пахтазор кушодашуда ҷабул карда мешавад. ▲

Дар ин масъала, тамоми кӯсақҳои пахтазор сармачмӯъ, маҷмӯи интихобӣ бошад, кӯсақҳои аз ҷойҳои гуногуни пахтазор барои муайян кардани массай онҳо канда гирифта шуда мебошад.



Натиҷаҳои санчишӣ (ченкунӣ, мушоҳида) бо таври тасодуфӣ интихоби n дона объектро $x_1, x_2, \dots, x_n$ гӯем. адади n ҳаҷми интихобӣ номида мешавад. Одатан аъзоҳои интихобӣ *вариантҳо*, ном дорад. Вариантҳоро бо тартиби афзуншавӣ менависем:

$$x_1^* \leq x_2^* \leq x_3^* \leq \dots \leq x_n^* \quad (1)$$

Муносибати (1) -ро қатори *вариатсионӣ* меноманд.

Масъалаи 3. Ҳангоми ченкунии дарозии пилла қиматҳои зерин бо (см) ҳосил шуд:

3,40; 3,34; 3,24; 3,40; 3,62; 3,45; 3,43; 3,35; 3,50; 3,56.

Қатори вариатсионии ба ин қиматҳо мувофиқро тартиб диҳед.

△ Қимати аз ҳама хуртарин ба 3,24 қимати аз ҳама калонтарин ба 3,62 баробар аст. Ададҳоро бо тартиби афзуншавӣ ҷойгир карда, қатори вариатсионии зеринро ҳосил мекунем.

3,24; 3,34; 3,35; 3,40; 3,40; 3,43; 3,45; 3,50; 3,56; 3,62. ▲

Масъалаи 4. Бо тарзи тасодуфӣ 10 бех ғуза интихоб карда шуд. Ғунҷаҳои ҳар яки онҳоро шуморида натиҷаи зеринро ҳосил карданд. 15, 11, 10, 15, 17, 15, 16, 16, 17, 18. Қатори вариатсионии ба қиматҳо мувофиқро созед.

△ Аз ададҳои додашуда хурдтаринаш ба 10 ва калонтаринаш ба 18 баробар аст. Ададҳоро бо тартиби афзуншавӣ навишта чатори вариатсионии зеринро ҳосил мекунем:

10; 11; 15; 15; 15; 16; 16; 17; 17; 18. ▲

Дар интиҳобӣ $x_1, x_2, \dots, x_k$ вариантаи x_1 n_1 маротиба ..., вариантаи x_k n_k маротиба такрор (аз назар гузаронида) шуда бошад. Адаҳои $n_1, n_2, \dots, n_k$ басомадҳои номида мешавад. Равшан аст, ки, $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$

.Нисбатҳои $W_1 = \frac{n_1}{n}, W_2 = \frac{n_2}{n}, \dots, W_k = \frac{n_k}{n}$ басомадҳои нисбӣ номида мешавад.

Равшан аст ки, $W_1 + W_2 + \dots + W_k = 1$. Ҷадвалҳои зеринро месозем (1 ва 2-ҷадвалҳо):

ҷадвали 1

Натиҷаи басомад	x_1	x_2	...	x_k
Басомад	n_1	n_2	...	n_k

ҷадвали 2

Натиҷаи басомад	x_1	x_2	...	x_k
Басомади нисбӣ	W_1	W_2	...	W_k

Ҷадвалҳои 1 ва 2-ро мувофиқан тақсимоти оид ба басомад ва басомади нисбии интиҳоби $x_1, x_2, \dots, x_k$ меноманд.

Барои масъалаи 4 ҷадвали басмад ва ҷадвали басомади нисбӣ (мувофиқан, ҷадвалҳои, 3 ва 4) дар зер дода шудааст.

ҷадвали 3

Натиҷаи басомад	10	11	15	16	17	18
Басомад	1	1	3	2	2	1

ҷадвали 4

Натиҷаи басомад	10	11	15	16	17	18
Басомади нисбӣ	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

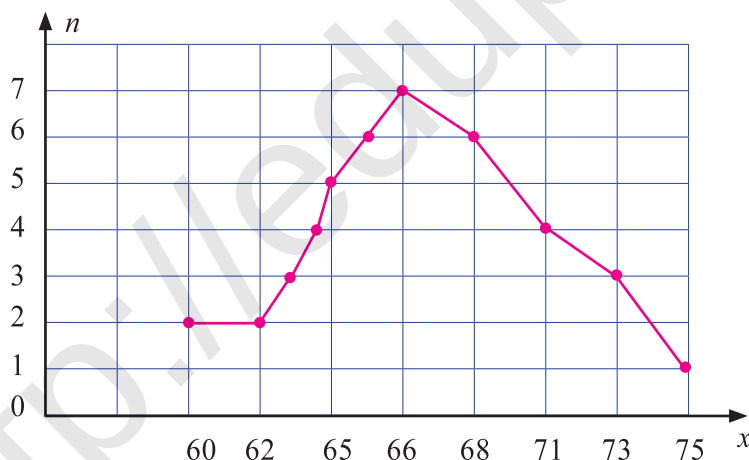
Масъалаи 5. Дар моҳи "Бехатарии ҳаракат" ходими НАД суръати 30-то автомобилро чен кард. Маълумотҳо дар ҷадвали басомадҳо оварда шудааст.

Натиҷаҳои ченкунӣ (км/соат)	60	62	65	66	68	71	73	75
Басомадҳо	2	2	5	7	6	4	3	1

Ин маълумотҳоро дар ҷадвал тасвир кунед.

△ Дар ҳамвории координатӣ нуқтаҳои координатаҳои (60; 2), (62; 2), (65; 5),..., (75; 1)-ро тасвир карда, онҳоро бо порчаҳо пайдарпай пайваст мекунем (расми-39).

Хати шикастаи ҳосилшударо *полигони басомадҳо* меноманд.▲



Расми 39.

Агар ҳаҷми интиҳобӣ калон бошад, барои ёфтани тақсимот оид ба басомадҳо интиҳобӣ ба *синфҳо* ҷудо карда мешавад. Ченакҳои (бузургӣ, дарозӣ,...) синфҳо як хел шуданаш лозим ҳаст.

Мисол. Ҳангоми ходимони НАД дар моҳи "бехатарии ҳаракат" 100 то автомобилро аз назорати техникӣ гузаронидан, дар байни 6

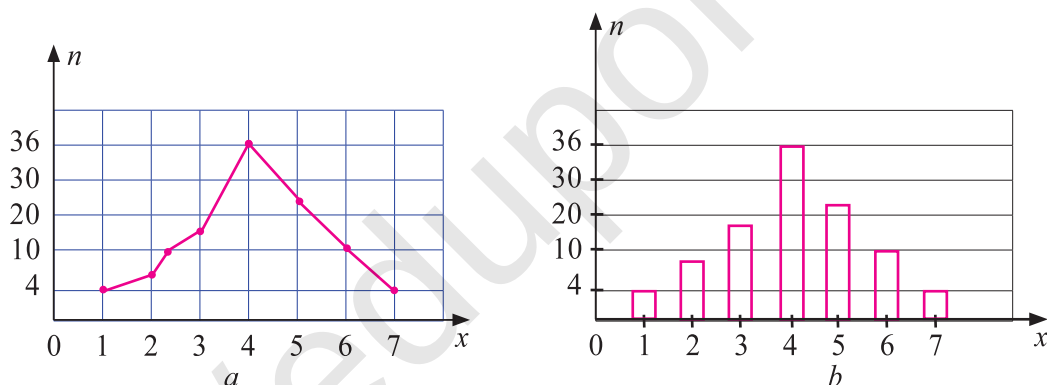
моҳи гузашта чанд киллометр роҳи тай кардаи онҳоро ҳам муайян намуданд. Ин маълумотҳо аз рӯи тақсимои оид ба басомадҳо дар қадвали зерин оварда шудааст. Интиҳобӣ ба 7 синф чудо карда шудааст.

Ченакҳои (дарозии) синфҳо як хел.

Синфҳо	8001–9000	9001–10000	10001–11000	11001–12000	12001–13000	13001–14000	14001–15000
Рақами тартибии синф	1	2	3	4	5	6	7
Басомадҳо	4	6	18	36	22	10	4

$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 = 100$ буданаш равшан аст.

Маълумотҳои ҷадвалро ба намуди полигони басомадҳо ёки диаграмаи стунӣ тасвир кардан мумкин аст. (Расми 40 а, б).



Расми 40.

Машқҳо

467. Ададҳои ғунҷаҳои бо тарзи тасодуфан 30 бех ғўза дар ҷадвали зерин оварда шудааст:

15	17	15	10	18	11	15	17	16	16
17	10	14	15	16	15	14	13	15	13
16	17	16	14	12	14	15	14	17	13

(Маълумотҳо аз китобҳои М.Султанов "Вариатсион статистика", нашриёти "Ўқитувчи", Т., 1977 гирифта шудааст.)

- 1) Чадвали басомади интихобро тартиб диҳед
- 2) Полигони басомади интихобро созед.

468. Роҳбари синф аз ҳар мактаб 30 нафар талабагони синф рӯзи дамгири оид ба чанд соат телевизор тамошо карданаш маълумот ҷамъ намуд, онҳо дар ҷадвал акс ёфтааст.

3	2	5	4	5	3	6	0	2	1	3	3	4	3	3
3	1	3	4	4	2	4	3	2	5	2	4	2	0	4

Дар асоси маълумотҳо; 1) ҷадвали басомадҳоро тартиб диҳед; 2) полигони басомадҳоро созед.

469. Басомади ҷенакҳои пойафзали 100 нафар ҷавонони ба хизмати ҳарбӣ даъватшуда дар ҷадвали зерин дода шудааст.

Ҷенак	38	39	40	41	42	43	44	45
Басомад	4	4	19	27	23	14	6	3

Аз рӯи маълумотҳои додашуда: 1) Ҷадвали басомадҳои нисбиро тартиб диҳед; 2) полигони басомадҳоро созед; 3) полигони басомадҳои нисбиро созед;

470. Ҷенакҳои пойафзали 50 нафар духтарони хонандагони синфи 8 дар ҷадвали зерин дода шудааст.

Ҷенак	34	35	36	37	38	39	40
Басомад	5	7	10	15	7	4	2

Дар асоси маълумотҳо. 1) Ҷадвали басомадҳои нисбиро тартиб диҳед; 2) полигони басомадҳоро созед; 3) полигони басомадҳои нисбиро созед;

471. Ҷенакҳои либоси (кастюм, шим) 20 нафар хонадагони синфи 8 дар ҷадвали зерин дода шудааст.

38	42	40	44	40	48	46	42	44	46
48	46	44	50	46	44	48	44	48	44

Дар асоси маълумотҳо. 1) Ҷадвал басомадҳо; 2) ҷадвали басомадҳои нисбиро тартиб диҳед; 3) полигони басомадҳо; 4) полигони басомадҳои нисбиро созед;

- 472.** Тест аз 10-то сўпориш иборат аст. Натиҷаи санчиши тестии 30 нафар хонандагони синф (адади ҷавобҳои дуруст) дар ҷадвали зерин дода шудааст

5	8	2	6	5	9	7	6	10	9	8	7	9	3	7
7	3	7	8	9	10	5	7	7	5	5	7	5	4	5

Мувофиқи маълумотҳо 1) ҷадвали басомадҳоро тартиб диҳед; 2) полигони басомадҳоро созед.

- 473.** Дар 1 дақиқаю 30 сония чанд маротиба “нишастан-хестан” 150 нафар ҷавонони иштирокчиёни маҳфили спортӣ мушоҳида карда шуд. Адади “нишастан-хестан” аз 40-то то 74-ро ташкил намуд. [40;74]. Ин порча ба порчаҳои дарозии ҳар якаш ба 5 баробар буда ба қисмҳо ҷудо карда шуд. Адади мушоҳидаҳои ҳар як фосила ҳисоб карда шуд ва ҷадвали басомадҳои зерин тартиб дода шуд.

Шумораҳои "нишасту хест"	Басомад
аз 40 то 44	11
аз 45 то 49	20
аз 50 то 54	28
аз 55 то 59	36
аз 60 то 64	24
аз 65 то 69	19
аз 70 то 74	12
Ҳамагӣ	150

Мувофиқи маълумотҳо 1) полигони басомадҳо; 2) диаграммаи стунӣ созед.

§ 29. ҚИМАТИ МИЁНА. МОДА. МЕДИАНА.

Бо мафҳуми қиммати миёна шумо шинос ҳастед. Агар вариантаҳои $x_1, x_2, \dots, x_n$ бошад қимати миёнаи интихоб гуфта адади

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

-ро меноманд.

Агар дар интихоби вариантаи x_1, n_1 маротиба, вариантаи x_2, n_2 маротиба вариантаи x_k, n_k маротиба такрор шуда (мушоҳида шуда) бошад, адади

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + \dots + n_k x_k}{n_1 + \dots + n_k}$$

Қимати миёнаи интихоб шуда номида мешавад. Ададҳои $n_1, n_2, \dots, n_k$ мувофиқан басомадҳои вариантаҳо мебошад.

Масъалаи 1. Хоҷагӣ ба 100га майдон чигит кишт карда, аз ҳар як га майдон аз як навъи пахта 33 сентнер ҳосил бардошт. Аз ҳар як га 50га майдони дигар худди аз ҳамин нав ба 30 ср ҳосил ғундоштанд. Хоҷагӣ ба ҳисоби миёна чӣ қадар ҳосил ғундошт?

△Дар ин ҷо $x_1 = 33, n_1 = 100; x_2 = 30, n_2 = 50$.

$$\bar{x} = \frac{100 \cdot 33 + 50 \cdot 30}{100 + 50} = \frac{3300 + 1500}{150} = \frac{4800}{150} = 32 \text{ (ср)}.$$

Ҷавоб: 32(ср).▲

Масъалаи 2. Варзишгар 7 маротиба ба баландии чаҳида ба натиҷаҳои зерин соҳиб шуд (Бо ҳисоби метр)

2,1; 1,97; 2,44; 1,85; 1,97; 1,96; 2,06.

Варзишгар бо ҳисоби миёна ба кадом баландӣ чаҳидааст?

△Дар ин ҷо вариантаи 1,97 ду маротиба, вариантаҳои боқимонда 1 маротиба қайд карда шудааст.

$$\bar{x} = (2,1 + 2 \cdot 1,97 + 2,44 + 1,85 + 1,96 + 2,06) : 7 = 14,35 : 7 = 2,05 \text{ (м)}.$$

Ҷавоб: 2,05 метр.▲

Қимати миёнаро адади ифодакунандаи маркази катори маълумотҳо гуфтан мумкин аст.

Мода. Масъалае, ки ба мафуми мода меорад дида мебароем.

Масъалаи 3. Ҳамшираи мактаб қади 10 нафар хонандагони синфи 8-умро чен карда натиҷаи зеринро ҳосил кард (бо см):

166; 168; 170; 165; 164; 168; 169; 163; 168; 162.

Қадам вариантаҳо бисёр такрор шудааст?

△ Қатори вариатсионӣ тартиб медиҳем.

162; 163; 164; 165; 166; 168; 168; 168; 169; 170.

Дар ин қатори вариатсионӣ, ки қадди хонандагонро ифода мекунад, 1,68см 3 маротиба, вариантаҳои дигар 1 ёки 2 маротиба қайд карда шудааст. Барои ин қатори вариатсионӣ адади 168 мода мешавад.▲



Қимати аломати аз ҳамма бисёрчуошавандаи қатори вариатсионӣ ки омукташудаистода, мода номида мешаванд ва бо ҳарфи M_0 ифода карда мешавад.

Мода ва қимати миёна ба якдигар барбар шуданаш, ҳам мумкин, баробар нашуданаш ҳам мумкин. Дар масъалаи болии баландии миёна хонандагон $\bar{x} = (2 \cdot 163 + 164 + 165 + 166 + 3 \cdot 168 + 169 + 170) : 10 = 1664 : 10 = 166,4$ (см) аст. Дар ин масъала мода ва қимати миёна баробар намешавад. Яъне $168 \neq 166,4$.

Масъалаи 4. Баҳоҳои аз фани “Алгебра” гирифтаи Али дар журнал 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5 аст. Мода ва қимати миёна ёфта шавад.

△ $M_0 = 4$, чунки вариантаи 4 бисёр вомерхӯрад.

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5}{2 + 3 + 2} = \frac{28}{7} = 4.$$

$$M_0 = \bar{x} = 4.$$

Модаи интихобӣ мавҷуд нашуданаш ҳам мумкин. Масалан, ҳангоми муайян кардани массаи 5-дона харбузаҳои аз полиз кандашуда (50кг) натиҷаҳои 3, 8, 4, 4, 5, 5, 2, 4, 9 ҳосил шуд. Ин интихобӣ мода надорад. ▲

Медиана.



Агар аъзоҳои қатори вариатсионӣ тоқ бошад аъзои дар мобайни қатор ҷойгиршуда медиана номида мешавад ва бо M_e ишора карда мешавад

Масалан, барои қатори 20, 23, 24, 27, 29, 31, 34 медианаи 27 мешавад, чунки адади 2 дар мобайни қатор ҷойгир шудааст. Аз он тарафҳои чап ва рост 3-тоги аъзоҳои қаторҳо ҷойгир шудааст

Акнун ҷуфт будани адади вариантахоро дида мебароем.



Дар қатори 12, 14, 17, 21, 23, 29, 32, 37- 8-то аъзо ҳаст ; дар ин ҳол медианаи қатори вариатсионии бо миёнаи арифметикии ду аъзои дар мобайн истода баробар мешавад.

$$M_e = \frac{21+23}{2} = \frac{44}{2} = 22.$$

Васеъгӣ.



Фарқи байни аъзои калонтарини x_n^* -и қатори вариатсионии ва аъзои хурдтарини x_1^* яъне фарқи $x_n^* - x_1^*$ сеъгии интиҳоби фарқи $x_1, x_2, \dots, x_n$ номида мешавад.

Одатан он бо ҳарфи r ишора карда мешавад.

Васеъгии интиҳоби яке аз ченакҳои ифодакунанда то чи андоза буданиададҳои $x_1, x_2, \dots, x_n$ аст.

Масалан, барои қатори

$$5, 6, 8, 16, 18, 19 \quad (1)$$

дарози $r = 19 - 5 = 14$ аст. Дар қатори

$$10, 10, 12, 13, 13, 14 \quad (2)$$

дарози $r = 14 - 10 = 4$ мебошад. Дар айни ҳол, ҳар ду қатор ҳам 6-тоғӣ аъзо дошта, қимати миёна-ашон баробар аст ($\bar{x} = 12$).

Нобаробарии $14 > 4$ аъзоҳои қатори (2) нигоҳ карда нисбатан ба қимати миёна пароканда чойгиршавиашро, дар қатори (1) тағирёбии калон мавҷуд буданаширо мефаҳмонад.

Машқҳо

474. Чадвали басомади тўпҳои ба дарвозаи рақиб дохил кардаи ҷамъии футбол мактаб дар 10 бозӣ аз зерин иборат аст:

x – адади тўпҳо	0	1	2	3
n – басомад	4	2	3	1

Аз рӯи маълумотҳои додашуда: 1) қатор вариатсионӣ тартиб диҳед; 2) Миёнаи арифметикии мода, медиана ва дарозии қаториро ёбед; 3) полигонӣ басомадхоро созед; 4) чадвали басомади нисбиро тартиб диҳед; 5) диаграммаи ба чадвали басомади нисби мувофиқро созед.

1) қимати миёна; 2) мода; 3) медиана; 4) дарозии интихобиро ёбед (475–477):

475. 1) 12, 14, 9, 13, 15; 3) 15, 13, 13, 14, 16, 14;

2) 16, 14, 13, 17; 4) 5, 8, 13, 12, 12.

476. 1) 6, 8, 10, 11, 10; 3) 8, 10, 12, 11, 14;

2) 3, 6, 8, 4, 9; 4) 6, 3, 2, 7, 5, 7.

477. 1) -3, 4, 5, -4, 1, 2, 4, -3, -2, 3, -3, 2;

2) -3, -3, 4, 4, 4, 6, 6, -3, -2, 4, 5, -4.

478. Ҳайати ҳакамон аз 9 нафар иборат, ракси ду раққосаро аз рӯи шкалаи 10 балл баҳогузорӣ намуданд. Натиҷаи мушоҳида дар чадвали зерин оварда шудааст:

Рақами тартибии раққоса	Рақами тартибии ҳакамҳо ва натиҷаҳо								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	8,8	9,6	8,9	9,2	8,7	8,9	8,9	8,8	8,7
2	9,1	8,2	9,0	8,9	9,0	9,1	9,0	9,1	9,0

1) қимати миёна; 2) мода; 3) медиана; 4) дарозии баҳоҳо ба ҳар як раққоса гузаштаро ёбед.

479. Маълумотҳо оид ба стажи меҳнати 40 нафар муаллимони мактаб дар чадвали зерин басомадҳои зерин оварда шудааст:

Стажи меҳнатӣ	1	2	4	5	7	9	10	12	15	18	20	22	23	25
Шумораи муаллимон	3	1	4	3	4	2	3	1	2	6	3	3	3	2

1) қимати миёна; 2) мода; 3) медиана; 4) дарозии интихобиро ёбед; 5) полигони басомадхоро созед.

- 480.** Камераҳои мушоҳидаро аз назар гузаронида тасодуфан 50-то автомашина интихоб карда шуд ва суръати (км/соат) ҳар яки онҳо муайян карда шуд. Натиҷа дар ҷадвали оварда шудааст:

62	54	56	73	78	63	68	70	66	54
58	65	55	57	69	67	61	64	53	56
58	76	57	48	57	68	82	78	72	75
65	67	64	54	58	62	67	80	87	69
74	78	70	76	46	60	63	68	74	67

Муайян кунед;

- 1) васегии интихоби;
- 2) васегии интихобиро 5 гуфта, интихобиро ба синфҳо (гӯруҳҳо) (45-49; 50-54; 55-59;...) ҷудо карда ва ҷадвали басомадхоро тартиб диҳед;
- 3) қимати миёна, мода ва медианаро ҳисоб кунед
- 4) полигонӣ басомадхоро созед;
- 5) ҷадвали басомадҳои нисбиро созед
- 6) диаграммаи ба ҷадвали басомадҳои нисби мувофиқиро созед
- 7) чанд фоизи суръати автомобилҳо аз 70 км/соат зиёд аст.

- 481.** Натиҷаи (то санҷиши 1 метр) 40 нафар иштирокчиёни дар мусобиқаҳои найзаро ҳаво додан дар ҷадвали зерин оварда шудааст:

28	31	31	38	43	38	34	52	36	38
35	48	34	45	41	35	42	42	42	41
27	32	29	33	49	37	48	40	47	39
26	25	37	40	28	37	37	44	44	43

- 1) маълумотхоро бо синфҳо (гуруҳҳо) (25-29; 30-34; ...) чудо кунед;
- ва чадвали басомадхоро тартиб диҳед:
- 2) полигонӣ басомадхоро созед;
- 3) қимати миёна, мода ва медианаи интихобиро ёбед.

§ 30. БО УСУЛИ ИНТИХОБӢ ҲАЛ КАРДАНИ МАСЪЛАҲОИ КОМБИНАТОРИКА

Бисёр масъалаҳои ҳаёти якчанд ҳел доштаниш мумкин аст. Аз даруни ҳалҳо гирифтани ҳалли мақбул табиӣ аст. Ҳангоми ҳисоб кардани шумораи ҳалҳо “канор намудан”, “тум нашудани” ҳамаи вариантҳо (усулҳо, имкониятҳо) аз усули интихобӣ (шуморидан) истифода бурда мешавад. Моҳияти ин усул аз он иборат аст, ки чараёни ҳалли мисолхоро осон мекунад.

Масъалаи 1. Аз рақамҳои. 2, 3, 5 истифода бурда, чандто адади дурақама ҳосил кардан мумкин аст?

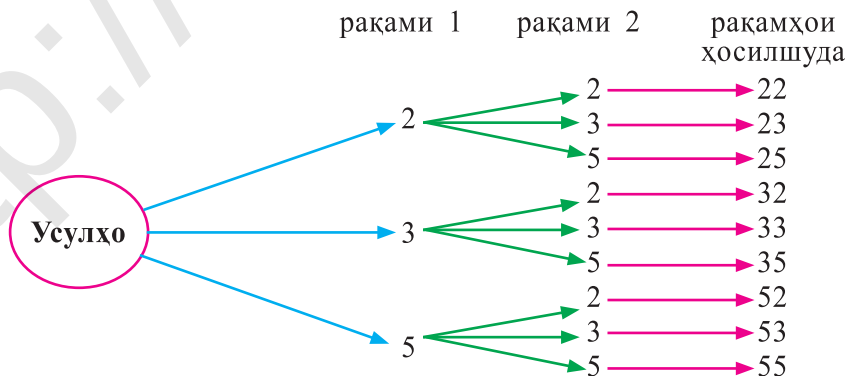
△ Барои дар канор намонидани ягон ҳал онҳоро такроран ба навиштан роҳ надодан, масалан ададҳои бо тартиби афзуншавӣ менависем. Аввал ададҳои бо рақами 2, баъд бо 3 ва 5 сар мешударо ба масъала мувофиқ карда интихобан менависем:

22, 23, 25; 32, 33; 35, 52, 53, 55.

Ҷавоб: 9-то адади дурақама ҳосил кардан мумкин. ▲

Боз як усули ҳалли масъалаи 1-ро дида мебароем

△Нақшаи зеринро месозем!

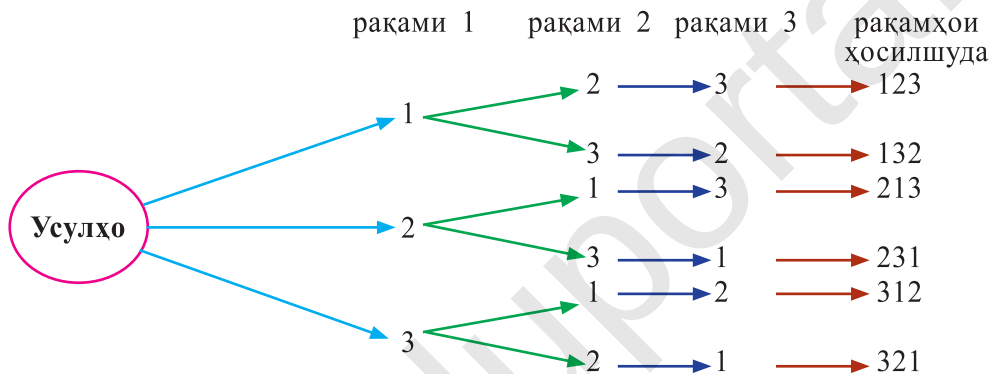


Ҷавоб: Чамъ 9 то.▲

Ин нақша бо дарахт монанд аст, аз ҳамин сабаб вариантҳои (усулҳо, имтихобҳо) ҳамин гуна нақшаҳо мумкин буда дарахти номида мешавад. Барои тартиб додани ададҳои ду рақами аз рақамҳои 2, 3, 5 аввал рақами якум интихоб карда мешавад, ин 3 усул дорад, аз ҳамин сабаб аз усули “решаи” дарахт 3 шох баромадааст. Баъд рақами 2-юм интихоб карда мешавад, ин ҳам 3 усул дорад, барои ҳамин ҳам аз ҳар як 3 рақами ба рақами якум шудан даъвогар 3 тоғӣ шох баромадааст. Дар натижа 9-то ададҳои дурақамии гуногун ҳосил карда мешавад.

Масъалаи 2. Аз рақамҳои 1, 2, 3 онҳоро такрор накарда, ҳамагӣ чандто ададҳои серақамии гуногун тартиб додан мумкин аст?

△ Дарахти вариантҳоро месозем:

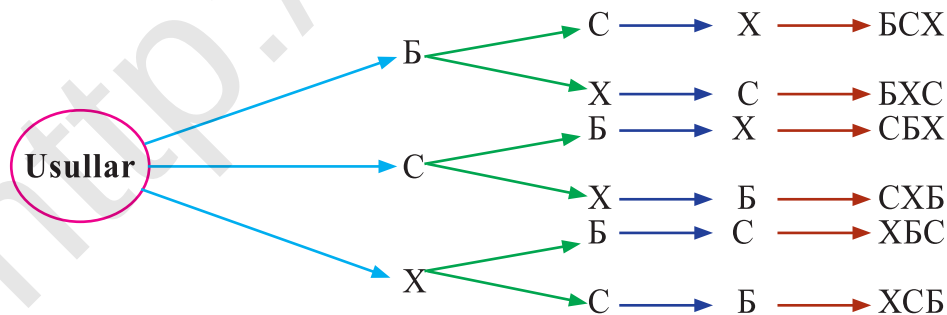


Ҷавоб: 6 то. ▲

Масъалаи 3. Фирмаи сайёҳӣ ба шаҳрҳои Бухоро, Самарқанд, Хива сайёҳат ташкил карданист. Ҳамагӣ чандто варианти мавҷуд аст?

△ Ишоратҳо дохил мекунем Бухоро – Б, Самарқанд – С, Хива – Х.

Дарахти вариантҳоро месозем :



Ҷавоб: Ҳамагӣ 6 то маршрут. ▲

Масъалаи 4. Аз рақамҳои 1) 1, 2 ва 3; 2) 0, 1, 2 ва 3 истифода бурда ҳамаи ададҳои дурақамаро нависед. Шумораи ададҳо N ба чанд баробар аст?

△ Яке аз воситаҳои ҳалли масъалаҳои комбинаторикӣ чадвал вариантҳо мебошад. Ҳангоми бо ёрии ин восита ҳисобкунӣ ба “гум” шудани комбинатсияҳои элементарӣ роҳ дода намешавад. Масъалаҳоро бо ёрии чадвали вариантҳо ҳал мекунем. Чадвали зеринро месозем;

рақами 1	рақами 2		
	1	2	3
1	11	12	13
2	21	22	23
3	31	32	33

$$N = 3 \cdot 3 = 9.$$

Ҷавоб: 1) $N = 9$.

рақами 1	рақами 2			
	0	1	2	3
1	10	11	12	13
2	20	21	22	23
3	30	31	32	33

$$N = 3 \cdot 4 = 12.$$

Ҷавоб: 2) $N = 12$. ▲

Машқҳо

- 482.** Алишер, Баҳром, Салим барои тамошо кардани бозии футбол 3 чипта харид карданд. Мувофиқи чиптаҳо онҳо чойҳои 1; 2; ва 3-и қатори 1-умро ишғол карданашон лозим аст. Онҳо дар ин 3-то чой бо чанд усул нишастанашон мумкин аст? Дарахти вариантҳои ба масъала мувофиқро созед.
- 483.** Аз рақамҳои 0, 4, 5 рақамҳо такрор шуданаш ҳам мумкин аст, ҳамагӣ чандто ададҳои 3-рақамии гуногун тартиб додан мумкин аст? Дарахти вариантҳои ба масъала мувофиқро созед.
- 484.** Аз рақамҳои 4, 5, 8 рақамҳо такрор шуданаш мумкин, чандто адади 3-рақамии тартиб додан мумкин аст?
- 485.** Дар дӯкон себ, нок, ва ангур ҳаст, Ирода ва Насиба холаҳо яке аз ин меваҳоро интихоб карданист. Ҳамагӣ чандо варианти интихоб мавҷуд? Дарахти вариантҳоро созед.
- 486.** Аз рақамҳои 2, 4, 6, 8 ададҳои чоррақамии гуногун тартиб диҳед рақамҳо такрор намешавад. Аз ин ададҳо чантояш 1) ба 4; 2) ба 8 тақсим мешавад?

487. Аъзамхон ба модараш ва хоҳараш барои такдим ду гулдаста харид карданист. Дар дӯкони гул гулдастаҳои атиргули сафед, атиргули сурх, чиннигул мавҷуд аст. Аъзамхон дуто гулдастаро бо чанд усул интиҳоб карданаш мумкин? Дарахти вариантҳоро созед.
488. Алиҷон харгӯшро бо сабзи карам ва лаблабу парвариш мекунад. Вай аз ин сабзавотҳо дутояшро интиҳоб карданаш лозим аст. Алиҷон онро бо чанд усул бароварда метавонад?
- 489.. Дар шифри сейф 3 то ҳарф – A, B, C ҳаст. Бо воситтаи ин ҳарфҳо ҳамагӣ чанто шифр тартиб додан мумкин аст. Ду ҳолатро?
1) Ҳарфҳо такрор намешаванд; 2) ҳарфҳо такрор мешаванд аз назар гузаронед
490. Дар табакча 2-то себ, 2-то нок ва 2-то шафтолу ҳаст Нодира ва Нозима аз ин меваҳо 3-тояшро бо чанд усул интиҳоб мекунад?
491. Шашто бачаҳо бо 3-то қайиқи дутогӣ чой дошта сайр кардан мевоҳанд. Бачаҳоро ба ин қайикҳо бо чанд усул интиҳоб карданаш мумкин? Дарахти вариантҳоро созед.

§ 31. ҚОИДАИ АСОСИИ КОМБИНАТОРИКА ВА ТАТБИҚИ ОН БАРОИ ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲО

Хонандаи азиз! Шумо дар синфи 6-ум оид ба қоидаҳои ҷамъ ва зарби комбинаторика ба мафҳумҳои ибтидоӣ шинос ҳастед.

Масъалаи 1. Аз Самарқанд ба Тошканд бо 4 хел роҳ омадан мумкин: самолёт, поезд, автобус ва мошини сабукрав (такси). Аз Тошкент ба Хўҷакент бо 3 хел воситаи нақлиёт поезд, автобус, такси омадан мумкин аст. Аз Самарқанд ба Хўҷакент бо чанд хел усул омадан мумкин аст (расми 41).



Расми 41.

△ Аз Самарқанд ба Тошкент бо 4 роҳ омадан мумкин аст. Бо яке аз роҳҳо ба Тошкент омадем гўем, акнун аз Тошкент ба Хўҷакент имконияти бо 3 роҳ рафтан ҳаст. Ҳамин тавр аз Самарқанд бо воситаи Тошкент ба Хўҷакент рафтан, ҳамагӣ $4 \cdot 3 = 12$ усул дорад. Ин усулҳоро навиштан мумкин аст. Ишоратҳои самолёт (С), поезд (П), автобус (А), такси (Т)-ро дохил мекунем. Масалан навишти СП аз Самарқанд ба Тошкент бо воситаи самолёт ва аз Тошкент ба Хўҷакент бо воситаи поезд рафтанро мефаҳмонад. Ҳамаи усулҳои (вариантҳо, роҳҳо, имкониятҳо) аз Самарқанд бо воситаи ишораҳо чунин мешавад:

СП	ПП	АП	ТП
СА	ПА	АА	ТА
СТ	ПТ	АТ	ТТ

Ҳамагӣ адади усулҳо $4 \cdot 3 = 12$ то

Ҷавоб: 12 –то ▲



Умуман аз шаҳри A ба шаҳри B рафтан m -то усул ва аз B ба шаҳри C рафтан n -то усул дошта бошад, дар ин ҳол аз A ба C рафтан ҳамагӣ $m \cdot n$ усул дорад, яъне аз A ба C бо $m \cdot n$ усул омадан мумкин аст.

Ин қоида қоидаи ҳосили зарб ва он қоидаи асосии комбинаторика ба ҳисоб меравад.

Масъалаи 2. Дар супермаркети “Макро” 5-то пиёлаи гуногун, 6-то табакчаҳои гуногун ва 4 –то қошукҳои чойии гуногун ҳаст. Нарғиза хола чуфти ду зарфи гуногунро бо чанд усул хариданаш мумкин аст?

△ 1) Панҷ усули интиҳоби пиёла ва 6 усули интиҳоби табакча мавҷуд аст. Дар ҳар интиҳоби як пиёла 6-то усули интиҳоби табакча мавҷуд. Аз ин ҷо мувофиқи қоидаи зарб интиҳоби чуфти пиёла ва табакча $5 \cdot 6 = 30$ усул дорад. Ҳамин тавр мулоҳаза ронда 2) пиёла ва қошукро бо $5 \cdot 4 = 20$ усул 3) табакча ва қошукро бо $6 \cdot 4 = 24$ усул интиҳоб кардан мумкин буданашро муайян мекунем. Чуфти ду зарфи гуногунро бо $30 + 20 + 24 = 74$ усул интиҳоб кардан мумкин.

Ҷавоб: 74-то усул. ▲

Масъалаи 3. Дар чандто адади сарақама фақат якто рақами 7 ҳаст ?

△ Рақами 7 дар ҷойҳои 1-ум, 2-ум, 3-ум (хонаи садиҳо, даҳиҳо, воҳидҳо) шуданаш мумкин.

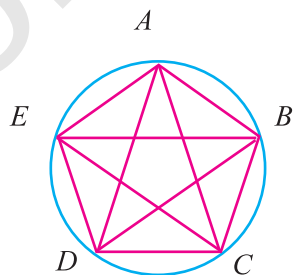
Агар рақами 7 дар ҷои якум истода бошад, ҷойҳои 2-ум ва 3-умро бо ёрии истифодаи 9-то рақам (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9) бо $9 \cdot 9 = 81$ усул пур кардан мумкин аст.

Агар рақами 7 дар ҷои 2-ум бошад, дар ин ҳол дар ҷои 1-ум ба ғайр аз рақамҳои 0 ва 7 дилхоҳ рақам истоданаш мумкин. Имконияти ишғолкунии ҷои 1-ум $10 - 2 = 8$ аст. Дар ҷои 3-ум ба ғайр аз рақами 7, рақами дилхоҳ истода метавонад, пас шумораи имкониятҳо $8 \cdot 9 = 72$ -то мешавад.

Агар рақами 7 дар ҷои 3-ум истода бошад, дар ин ҳолат барои ҷои 1-умро ишғол кардан 8 та, ҷои 2-умро ишғол кардан 9-то имконият ҳаст. Ҳамин тавр, дар навишти даҳӣ ададҳои сарақамаи фақат якто рақами 7 дошта ҳамагӣ $81 + 72 + 72 = 225$ мебошад.

Ҷавоб: 225 то. ▲

Масъалаи 4. Панҷ нуқтаи дар давра кайд карда шуда бо ҳарфҳои А, В, С, D, E ишора карда шудааст. Ҳар як нуқта бо ҳар як нуқтаҳои дигар пайваست карда шавад, чандто порча ҳосил мешавад (расми 42).



Расми 42.

△ **Усули 1.** Шумораи нуқтаҳо кам буданашро ба назар гирифта, шакли мувофиқро сохта, порчаҳоро бевосита шуморидан мумкин, онҳо 10-то. Аммо агар адади нуқтаҳои кайд кардашуда зиёд бошад (масалан 100-то,...) шакли мувофиқ кашидан ва порчаҳои дар он бударо бевосита шуморидан душвор аст. Дар ин ҳолат роҳи дигарро пеш гирифтани лозим аст.

Усули 2. Аз ҳар як 5 нуқтаи дар давра гирифташуда 4-тогӣ порча гузаронида мешавад. Шумораи порчаҳо $5 \cdot 4 = 20$ – то, аммо ҳангоми ҳисоб кардани шумораи порчаҳо ҳар як порча ду маротиба шуморида мешавад. Аз ин ҷо, мо 20 -ро ба 2 тақсим карданамон лозим, яъне $20 : 2 = 10$.

Усули 3. Нуқтаи А-ро бо 4-то нуқтаи боқимонда пайваست кунем, 4-то порча ҳосил мешавад. AB, AC, AD, AE. Аз нуқтаи В ҳам 4-то порча гузаронидан мумкин, аммо мо порчаи (AB=BA)-ро шуморидем. Аз нуқтаи В аввал ба ҳисоб гирифта нашуда 3-то порча гузаронидан мумкин аст. Ҳамин тавр аз нуқтаи В 2-то ва аз D 1-то порчаҳои

нав гузаронидан мумкин, 4 –то порчаи аз нуктаи Е гузаронида шуда порчаҳои аввал ҳисоб карда шуда ($EA=AE, EB=BE, EC=CE, ED=DE$)

5-нуктаи дар давра қайд карда шударо пайваст пайвасткунанда ҳамагӣ $4+3+2+1+0=10$ -то аст. ▲

Масълаи 5. Аз рақамҳои 3, 4, 5, 6, 8, 9 1) рақамҳо такрор нашавад 2) рақамҳо такрор шавад чандто адади сарақама тартиб додан мумкин аст.

△ 1) Рақамҳои додашуда 6-то. Дилхоҳи онҳо рақам якуми адади сарақама шуданаш мумкин. Аз ин ҷо имконияти интиҳоби рақами якуми адади сарақама 6-то мешавад. Дар ин ҳол рақами 2-ум 5-то ва монанди ҳамин интиҳоби рақами 3-ум 4-то аст.

Пас, рақамҳо такрор нашавад, ҳамагӣ шумораи ададҳои сарақама $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ -то мешавад.

Ҷавоб: 120 то. ▲

△ 2) Рақамҳо такрор шавад, имконияти интиҳоби рақамҳои дар ҷойҳои 1-ум, 2-юм ва 3-юм истода 6-тогӣ мешавад, чунки шумораи рақамҳои додашуда 6-то. Дар ин ҳол шумораи рақамҳои сарақама $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$ -то мешавад.

Ҷавоб: 216 то. ▲

Машқҳо

492. Хоҳари Наргиза ба он аз супермаркети "Корзинка-Ўз" харидани се навъи меваҳоро гуфт. Дар супермаркет 6 хел себ, 4 хел нок, ва 5 хел ангур аст. Наргиза аз ҳар навъи меваҳо 1 кг-ми харид карда, чанто маҷмӯаҳои гуногунро тартиб дода мешавад?

493. Дар чанто адади 4-рақам якто рақами 5 ҳаст?

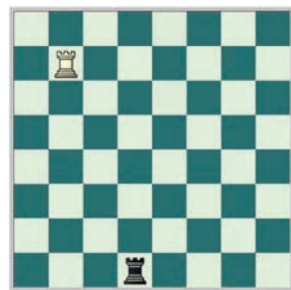
494. Дар давра а) 10-то; б) 100-то; в) n -то нукта қайд карда шудааст. Ҳар як нукта бо нуктаҳои дигар пайваст карда шавад, дар ҳар як ҳолат чандтогӣ порча ҳосил мешавад?

495. 1) 3; 2) 4; 3) 5; 4) 6; 5) 8; 6) 15 нафар дӯстон бо якдигар даст дода вохӯрданд. Дар ҳар як ҳолат адади даст дода вохӯрдан чандто мешавад?

496. 10 нафар рафиқон дар мусобиқаи шахмат иштирок карданд. Дар ин мусобиқа ҳар як иштирокчи бо дигараш як партия шахмат бозӣ карданд. дар ин мусобиқа ҳамагӣ чанд партия шахмат бозӣ карда мешавд?

Гуед-ки, дар масалаҳои 494–496-монандӣ дар ҷист?

497. Аз рақамҳои 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ҳамагӣ: 1) рақамҳо такрор нашавад; 2) рақамҳо такрор шуданаш мумкин бошад, чандто адади се рақам тартиб додан мумкин аст?
498. Бо ёрии рақамҳои 1, 2, 3, 4, 5 ҳамагӣ чандто ададҳои а) ду рақам; б) се рақам; в) чор рақам навиштан мумкин аст? Ҳолатҳои рақамҳо такрор нашудан ва такрор шуданро алоҳида дида бароед.
499. Барои медалҳои тилло, нукра ва биринчи дар мусобиқаи чемпионати ҷаҳон оид ба футбол 16 ҷамъаиштирок карда истодаанд. Медалҳо дар байни ҷамъаҳо бо чанд усул тақсим шуданаш мумкин аст?
500. Дар як мамлакат 4 шаҳар шахрҳои A , B , C ва D ҳаст. Аз шахри A ба B бо 6 роҳ, аз B ба C бо 4 роҳ, аз A ба D бо 2 роҳ, аз D ба C бо 3 роҳ рафтан мумкин аст. Аз A ба C бо чанд роҳ рафтан мумкин аст?
501. Агар дар навишти адади натуралӣ фақат рақамҳои тоқ иштирок кунад ин ададҳоро "форам" меноманд. Чандто чунин ададҳои 1) сарақам; 2) чоррақам мавҷуд?
502. Чандто ададҳои шашрақамӣ дар навишт ақаллан якто рақами ҷуфт дошта мавҷуд аст?
Нишондод: Шумораи ададҳои дар навишташ рақамҳои тоқ иштирок кардаи 6-рақам $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6 = 15\,625$ -то. Ҳамаи ададҳои шашрақамӣ 900 000-то. Ададҳои шашрақамӣ шартӣ масъаларо қонёқунанда $900\,000 - 15\,625 = 884\,375$ -то.
503. 4-то хати ҳарҳеларо ба 4-то конверти гуногун бо чанд усул ҷойгир кардан мумкин аст?
504. 5 нафар хонандаро 2-тогӣ иштирок дар "Мусобиқаи дониш" бо чанд усул интиҳоб кардан мумкин аст?
505. Дар доска 12-то асп, 8-то феъл ва 7-то сифат навишта шудааст. Барои сохтани ҷумла аз ҳар як се нутқ яктогӣ гирифта шудааст. Инро бо чанд усул баровардан мумкин аст?
506. дар тахтаи шахмат ухҳои сафед ва сиёхро барои якдигарро "бурида нагирифтани" бо чанед усул ҷойгир кардан мумкин аст (расми 43)?



Расми 44.

- 507.** Дар тахти шахмат фарзинҳои сафедва сиёхро барои якдигарро "бурида нагирифтани" бо чанд усул ҷойгир кардан мумкин аст?
- 508.** Дар тахтаи шахмат шоҳҳои сафед ва сиёхро, қоидаҳои бозиро вайрон накарда, бо чанд усул гузоштан мумкин аст?
Нишондод: 3-то ҳолатро дида бароед:
 1) шоҳи сафед дар гӯшаи тахта истодааст;
 2) шоҳи сафед дар канори тахта (лекин дар гӯша нест) истодааст;
 3) шоҳи сафед дар канори тахта нест.
- 509.** Дар ошхонаи мактаб нони сафед, нони сиёҳ ва се хел колбаса ҳаст. Аз онҳо чанд хел бутерброд тайёр кардан мумкин аст? Ҳамаи вариантҳоро нависед.
- 510.** Байроқи баъзе мамлакатҳо аз 3-то раҳҳои вертикалӣ ёки аз 3-то раҳҳои горизонталӣ се ранга иборат аст. Аз маътоҳҳои рангҳои сафед, зард ва кабуддошта чанд намуди чунин байрақҳоро дӯхтан мумкин аст.
- 511.** Ба ҷойҳои холии муодилаи $\bigcirc + \square + \triangle = 10$ рақамҳои 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 навиштан мумкин бошад, муодила чанд хел ҳал дорад. Рақамҳо такрор шуданаш мумкин ду олатро бинед (масалан 1) 1, 1, 8; 1, 8, 1; 8, 1, 1 хелҳои гуногун, 2) ҳолати ҳалли ягона доштан).
- 512.** Ҷомадони Нодир бо код кушода мешавад. Ин код аз 3 рақами гуногун иборат буда, ҳар як рақам аз 3 калон намебошад. Дар код адади 13 иштирок намекунад (масалан, дар рӯйхати кодҳо 0, 13, 213... нест). Нодир кодро аз хотир фаромӯш карда бошад, барои ёфтани код бо таври максималии чанд ҳолатро дида баромаданаш лозим?
- 513.** Дар хонаҳои бисёррошёна қулфи дарҳои "роҳрав"ҳо бо код кушода мешавад. Код ададҳои чоррақамӣ аз рақамҳои 0 ва 1 тартиб дода шудааст. (0000 ва 1111 код намебошад) зиёд дар чанд ҳолат мекӯшад?
Нишондод: Аввал кодҳои якто рақами 1 дошта, баъд 2-то 1 дошта ва ниҳоят сето 1-доштаро санҷидан лозим аст.
- 514.** 20 кг биринҷро сангҳои 1кг, 2 кг ва 5 кг-ми ро истифода бурда бо воситаи тарозуи палладор бо чанд усул баркашидан мумкин аст?
 $\triangle$ Ин корро ин тавр иҷро кардан мумкин аст.
 1) фақат бо ёрии сангҳои 1кг-ми 1 усул;

- 2) фақат бо ёрии сангҳои 2кг-ми 1 усул;
 3) фақат бо ёрии сангҳои 5кг-ми 1 усул;
 4) бо сангҳои 1 кг ва 2 кг-ми 9 усул:

санги 1 кг-ми	18	16	14	12	10	8	6	4	2
санги 2 кг-ми	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- 5) бо сангҳои 1 кг ва 5 кг-ми 3-то усул:

санги 1 кг-ми	15	10	5
санги 5 кг-ми	1	2	3

- 6) бо сангҳои 2 кг ва 5кг-ми 1 то усул; 5то санги 2 кг-ми ва 2-то санги 5 кг-ми;

- 7) бо сангҳои 1 кг, 2 кг ва 5 кг -ми 13-то усул:

	Шумораи усулҳо												
Сангҳо, кг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1 кг	1	3	5	7	9	11	13	8	6	4	2	3	1
2 кг	7	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	1	2
5 кг	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3

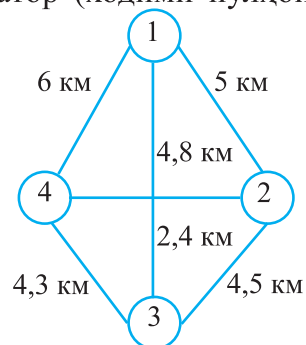
Ҳамин тавр, ҳамагӣ $1 + 1 + 1 + 9 + 3 + 1 + 13 = 29$ -то усул.

Ҷавоб: 29-то усул.▲

- 515.** Ба фирма 4-то дӯкон тааллуқ дорад. Инкасатор (ҳодими пулҳои дӯконҳоро чамъ карда ба банк супуранда) аз дукони 1-ум саркарда ҳама дӯконҳоро даврзада боз ба дукони 1-ум бамегардад. Аз маршрутҳои мавҷудбуда аз ҳама кӯтоҳтаринашро ёбед (раи 44).

Нишондод: барои ҳар як маршрут коди 5 рақам тартиб диҳед. Рақамҳои 1-ум ва ва охири код, рақами 1 бошад. Масалан дарозии маршрути 12431:

$$5 + 2,4 + 4,3 + 4,8 = 16,5 \text{ (км)}.$$



Расми 44.

Машқҳо доир ба боби IV

516. Интихоби зерин дода шудааст:

18, 19, 17, 18, 14, 13, 17, 19, 18, 18, 20, 22, 19, 15, 24,
14, 18, 15, 13, 17, 20, 22, 21, 19, 18, 16, 13, 13, 15, 14.

1) чадвали басомадхоро тартиб диҳед; 2) қимати миёна; 3) модда;
4) медиана; 5) васеъгиро ёбед; 6) полигони басомадхоро созед.

517. 1) қатори вариатсиониро тартиб диҳед; 2) қимати миёна; 3) модда;
4) медиана; 5) васеъгии интихобхоро ёбед:

−5, −4, −3, −2, 0, 3, 6, 6, 5, 5, 5, 7, 8, 8, 6, 7.

518. Аз рӯй маълумотҳои чадвал 1) қимати миёна; 2) модда; 3) медиана; 4) васеъгиро ёбед; 5) полигони басомадхоро созед 6) чадвали нисбии басомадхоро тартиб диҳед ва диаграммаи ба он мувофиқро созед:

Натиҷаҳои мушоҳида	7	8	9	10	12	14	15
Басомад	6	7	8	9	10	6	4

519. 20 нафар хонандагони синфи 8 дар мусобиқаи давидан ба 100 метр чунин натиҷахоро нишон доданд (бо сонияҳо):

14,3	16,1	14,7	16,9	24,1	22,4	19,8	14,2	17,4	14,5
20,8	19,9	15,4	18,4	20,2	18,3	20,1	18,4	18,3	16,2

1) қатори вариатсионии интихоб; 2) чадвали басомадхоро тартиб диҳед; 3) қимати миёна; 4) модда; 5) медиана; 6) васеъгиро ҳисоб кунед; 7) полигони басомадхоро созед.

520. Баҳоҳои аз фанни "Алгебра" дар давоми ду чоряк гирифтаи яке аз хонандаи синфи 8 чунин аст:

4, 3, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 4, 4, 3, 2, 3, 4.

1) қимати миёна, 2) модда, 3) медианаи интибирӣ ёбед, 4) чадвали басомадхоро тартиб диҳед, 5) полигони басомадхоро созед.

ХУДРО БИСАНЧЕД!

1. Дар мусобиқаи футбол 18-то чамоа иштирок доранд. Агар хар як чамоа дар майдони худ ва майдони рақиб бози кунад, дар чемпионат ҳамагӣ чандто бозӣ гузаронида мешавад?
2. Дар синфи 8 аз 12 -то фан дарс мегузарад. рӯзӣ душанбе аз рӯй ҷадвал 5соат дарс буда, аз фанҳои гуногун дарс гузашта мешавад. Рӯзӣ душанбе ҷадвалро бо чанд усул сохтан мумкин аст?
3. Дар 5-то стул 3 нафар хонанда бо чанд усул нишастнаш мумкин?
4. 5-то китобҳои гуногуни оид ба математикаро ба 5 ҷои ҷевон бо чанд усул гузоштан мумкин аст?
5. 1) қимати миёна, 2) модда, 3) медиана, 4) васеъгии интихобиро ёбед, 5) ҷадвали басомадҳоро тартиб диҳед, 6) полигонӣ басомадҳоро созед.
-3, -5, -3, -6, 1, 4, 7, 4, 9, 4.
6. Ҷадвали басомадҳои интихобӣ дода шудааст:

Натиҷаҳои мушоҳида	2	1	5	4	0	-2	3	-1
Басомад	3	2	1	5	1	2	4	2

- 1) қимати миёна, 2) модда, 3) медианаи интихобиро ёбед, 4) полигони басомадҳоро созед, 5) ҷадвали нисбии басомадҳоро тартиб диҳед.

- 521.** Агар: 1) рақамҳо такрор нашавад, 2) рақамҳо такрор шуданаш мумкин бошад, аз рақамҳои 0, 1, 2, 3, 4, 5 ҳамагӣ чандто адади 4 рақам тартиб додан мумкин аст?
- 522.** Аз рақамҳои 0, 3, 4, 5, 6, 7 ҳамагӣ чандто адади 4 рақамии тоқ тартиб додан мумкин аст?

523. Одатдан кулаҳои секунҷа бо ҳарфҳои калони лотинӣ ишора карда мешавад. Дар алифбои лотинӣ 26 то ҳарф ҳаст. Куллаҳои секунҷаро бо чанд усул ишора кардан мумкин аст?

524. Ба 8 то стул 3 нафар талабаро бо чанд усул шинондан мумкин?

525. Номери телефони мижоз ҳафт рақам буда, бо 218 сар мешавад. Стасияи телефонии, ки ин миқоз ба он аъзо ҳаст, ба чанд миқоз хизмат расонда метавонад?

526. 5 нафар шамшербозонро 2 нафарашро барои иштирок ба мусобика бо чанд усул интиҳоб кардан мумкин?

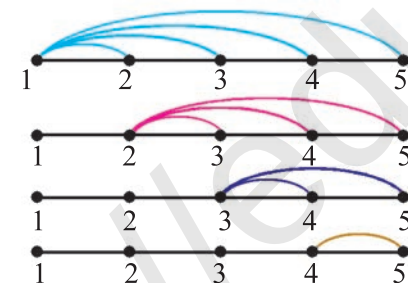
Ҳалли Алӣ: Аз 5 нафар шамшербоз якташро интиҳоб кардан 5 то, 4 нафар мемонад. Яке аз онҳоро бо 4 усул интиҳоб кунад мешавад. Аз ин ҷо $5 \cdot 4 = 20$.

Ҷавоб: $5 \cdot 4 = 20$ хел усул.

Ҳали Нозима: 5 нафар шамшезбозро „номеронида“ аз онҳо гуруҳҳо ду каса тартиб медиҳанд: 12; 13; 14; 15; 23; 24; 25; 34; 35; 45.

Ҷавоб: бо 10 усул интиҳоб кардан мумкин аст.

Ҳали Мубина:



4 то ҷуфти: 12; 13; 14; 15;

3 то ҷуфти: 23; 24; 25;

2 то ҷуфти: 34; 35;

1 то ҷуфти: 45.

Ҳамаги $4 + 3 + 2 + 1 = 10$.

Ҷавоб: 10 хел усул.

Ҳали кадомаш дуруст аст? Ҳалли кадомаш ба шумо мақул? Аз кадом ҷиҳат маъқул?

527. Яке аз ҳамсинни шумо „Ман ҳозир як ҳаваскор бача ҳастам, калон шавам шоир мешавам“, гуфта бо нияти нек шеър эҷод мекардааст. Ва яке аз шеърҳои он "Лола" ном дошта сатри 1-ум бо "Дар кӯҳ фасли навбахор Лола шукуфон" сар мешавад. Сатирҳои оянда аз ҷой иваз кардани калимаҳо ҳосил шудааст.

- 528.** Дар хати рост: 1) 4 то; 2) 6 то нуқта қайд карда шудааст. Дар ҳар як ҳолат чандто порча ҳосил мешавад?
- 529.** Дар таомномаи кафеи „Райҳон“ 3 хел сомса, 4 хел таоми якум, 5 хел таоми 2-юм ҳаст. Ба 3 намуди таом буюртма бо чанд усул додан мумкин аст?
- 530.** 2 то себ, 2 то нок, 2 то шафтолу ҳаст. 3 нафар рафикон ҳар яке 2 тоги меваҳои гуногунро байни ӯам тақсим карда гирифтанист. Инро ҳамаги бо чанд усул иҷро кардан мумкин аст?



Машқҳои санҷишӣ -тестҳо оид ба боби IV

- Қимати миёнаи интиҳобиро ёбед: $-3, -2, -1, 0, 1, 4, 5, 7, 8, 6$.
 А) 2,5; Б) 11; В) $2\frac{7}{9}$; Д) вучуд надорад
- Медианаҳои интиҳобиро ёбед: $-1, 0, 2, 6, 6, 5, 10$.
 А) 6; Б) 5; В) 5,5; Д) 4,5.
- Медианаи интиҳобиро ёбед: $10, 7, 6, 5, 4, 9$.
 А) Б) 7; В) 6,5; Д) 6,25.
- Васеъгии интиҳобиро ёбед: $120, 100, 140, 170, 95$.
 А) 120; Б) 312,5; В) 70; Д) 75.
- Моддаи интиҳобиро ёбед: $-1, 0, 2, 2, 4, 5, 5, 7$.
 А) 2 ва 5; Б) 2 В) 5; Д) 3.
- Аз рӯй маълумотҳои дар ҷадвал додашуда қиммати миёнаи интиҳобро ёбед:

Ратиҷаи мушоҳида	5	6	11	7	13	12
Басомад	3	4	3	5	3	2

- А) 9,5; Б) 8,5; В) 10; Д) 7.

7. Ададҳои шашрақамаи ба 5 тақсимшаванда чандто?
 А) $18 \cdot 10^4$; Б) $9 \cdot 10^4$; С) $5 \cdot 6$; Д) $6 \cdot 5^4$.
8. Рақамҳои 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 такрор шуданаш мумкин бошад чандто адади 5 -рақама тартиб додан мумкин?
 А) 8^5 ; Б) 5^8 ; С) $8^2 \cdot 5^3$; Д) $5^4 \cdot 8$.
9. Ду хати рости параллел дода шудааст, дар яке аз онҳо 4 то дар дигарш 3то қайд карда шудааст. Чандто секунҷаҳои куллаҳояш дар ин нуктаҳо ҷойгир шуда мавҷуд ҳаст?
 А) 30; Б) 33; С) 40; Д) 32.
10. 3 нафар хонандаро ба 6 то стул бо чанд усул шинондан мумкин?
 А) 120; Б) 130; С) 100; Д) 480.
11. Ҷамоаи футбол аз 11 кас иборат аст. Сардори ҷамоа ва ёрдамчиҳои онро бо чанд усул интихоб карда гирифтани мумкин аст?
 А) 110; Б) 55; С) 22; Д) 121.
12. Аз қишлоғи Боғистон ба Тошкент бо 2 роҳ, аз Тошкент ба Урганч 4 роҳ рафтани мумкин. Роҳҳои аз Боғистон ба Урганч рафтани чандто?
 А) 8; Б) 10; С) 6; Д) 12.
13. Яке аз хонандаҳо 7-то китоби математикаи шавқовар, дигараш 9-то китоби бадеӣ дорад, онҳо бо чанд усул як китоби якеро бо як китоби дигар иваз карданашон мумкин?
 А) 63; Б) 49; С) 81; Д) 126.
14. 9 нафар дустони Отабек онро бо рӯзи таваллудаш табрик кард Отабек бо ҳамсинфҳои рафиқонаш ҳам бо якдигар даст дода салом карданд. Ҳамаги шумораи даст дода салом кардан чандто?
 А) 45; Б) 90; С) 10; Д) 50.



Масъалаҳои тартиби ва алоқа бо фанҳо

- 531.** Қади 50 нафар чавонони ба хизмати ҳарбӣ даъваткардашуда бо сантиметр чен карда шуда, дар ҷадвали зерин қайд карда шудааст:

159	156	160	154	155	154	158	163	158	180
156	157	155	158	159	158	159	154	167	158
158	156	175	156	164	162	168	157	159	162
164	169	158	167	172	166	175	177	183	182
172	170	172	166	171	174	162	167	169	173

1) маълумотҳоро бо синф(бо гуруҳ)ҳо ҷудо кунед: 154–158, 159–163, 164–168, 169–173, 174–178, 179–183.

Ба ҳар як гурӯҳ аз маълумоҳо ҷантояш тааллуҷ дорад муайян кунед

2) диаграммаи сутунӣ созед;

3) полигонӣ басоматҳоро созед.

- 532.** Шумораи кусакҳои кушодаи тасодуфан 30 бех ғуза гирифташуда дар ҷадвали зерин дода шудааст:

7	4	7	6	4	4	4	4	3	5	7	4	3	3	4
3	6	5	4	7	6	4	4	3	4	3	4	4	3	5

Аз рӯй маълумотҳо:

1) ҷадвали басоматҳоро созед;

2) полигони басоматҳоро созед.

- 533.** Яке аз асарҳои бо забони ўзбекӣ навишта шудани навишандаи ўзбедро интиҳоб кунед (Масалан: Х.Тухтабоев "Sariq devni minib", А.Қодирӣ "O'tkan kunlar"). Ҳарфҳои ду саҳифаи тасодуфӣ интиҳоб шударо шуморед. Ҳарфҳои алифбои ўзбекӣ дар саҳифаҳои шумо интиҳоб карда ҷан маротиба такрор мешавад, муайян кунед: Тақсимоати ҳарфҳоро 1) аз рӯй басоматҳо 2) аз рӯй басоматҳои нисби тартиб диҳед; 3) полигонӣ басоматҳоро созед.

534. Дар байни хонандагони синфи 8-ум Мусобиқаи ғазалҳои Алишер Навоиро аз ёд ифоданок гуфтан шуда гузашт. Дар он 10 нафар духтарон ва 9 нафар писарон иштирок карданд.

x – шумораи ғазалхонҳои аз ёд кардаи духтарон,

y – шумораи ғазалхонҳои аз ёд қадаи писарон бошад, тақсимои басомадҳои адаҳои x ва y дар ҷадвали зерин дода шудааст:

x – шумораи ғазалҳо	4	5	6	8	12
n – баландӣ	3	2	3	1	1

y – шумораи ғазалҳо	4	5	6	8	9
n – баландӣ	2	4	1	1	1

Аз рӯй ҷадвалҳо:

1) моддаҳо; 2) медианаҳо миқдорҳои x ва y -ро ёбед; 3) палигони басомадҳои.

△ Тақсимои вариантҳои миқдорҳои x ва y -ро дар намуди қатори зерин ҳам навиштан мумкин аст.

x : 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 8, 12 (1)

y : 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 8, 9 (2)

Дар интиҳоби (1) ду одда ҳаст: $M_{0_1} = 4$ ва $M_{0_2} = 6$. (2)

Дар интиҳоби (2) бошад якто $M_0 = 5$.

Қатори (1) шумораи аъзоҳои ҷуфт дорад аз ҳамин сабаб медианаи он ба миёнаи арифметикии ду аъзои мобайни баробар аст:

$$M_e = \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2} = 5,5$$

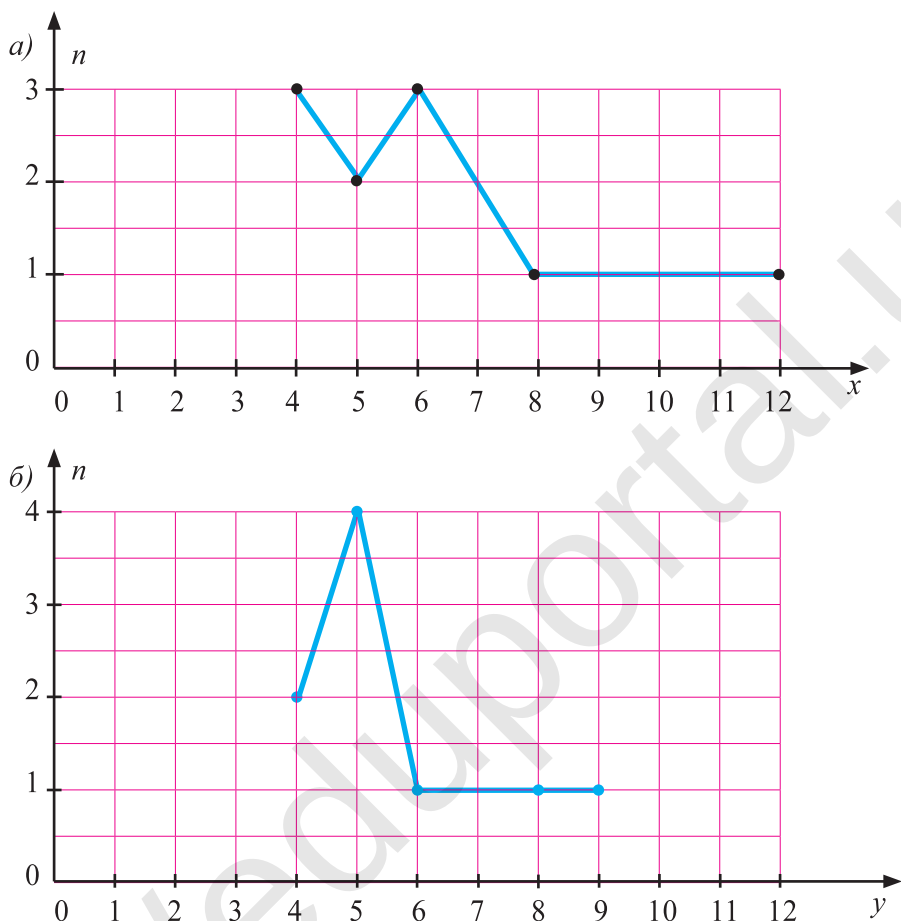
Дар қатори (2) шумораи аъзоҳо 9-то, дар ин ҳал медианаи он ба аъзои мобайни баробар $M_e = 5$.

Медиана қатори вариантҳои ба ду қисми баробар ҷудо мекунад, дар ҷаф ва рост медиана шумораи элементҳои қатори вариантҳои як ҳал, ба якдигар баробар мешавад.

Ҷавоб: 1) барои қатори (1) $M_{0_1} = 4$; $M_{0_2} = 6$; ба қатори (2) бошад $M_0 = 5$;

2) Барои қатори (1) $M_e = 5,5$, ба қатори (2) бошад $M_e = 5$;

3) Палигони басомадҳои миқдорҳои x ва y дар расми 45- а, б дода шудааст. ▲



Расми 45.

535. Барои ҳар як синфи 8-ум, ба натиҷаҳои I ва II.

1) чадвали басомадҳоро тартиб диҳед. 2) палигонӣ басомадҳоро созед; 3) полигонҳоро муқоиса кунед ва хулоса баоред. Маълумотҳоро бо ёрии муаллим аз журнали синфи гиред. Чӣ хел ҳал кардани маъсаларо баён кунед.

536. Барои ҳар як хонандагони сирфҳои 1) 5-ум, 2) 8-ум, 3) 11-ум и мактабатон а) қиматм миёнаи ҳад

б) қимати миёнаи массаро ёбед. Маълумотҳоро аз ҳамшираи мактаб гиред. Полигонӣ басомадҳои мувофиқро созед.

- 537.** Аз рӯй натиҷаи мушоҳида 1 рӯз дар мактаб чанд грамм ба ҳисоби иёна бўр истифода бурда мешавад, муайян кунед. Дар 1 рӯз, дар 1 моҳ дар мактабҳои республикаамон чанд тонна бўр истифода бурда мешавад. Шумораи мактабҳои олий, лицей ва мактабхоро (барои осон шудани ҳисоб кунед) 10000-то гуфто гиред.
- 538.** Дар 3 кг майдон харбуза кишт карда шудааст. Онҳо пӯхта расиданд. Аз 1га ба ҳисоби миёна чанд тонна харбуза гирифта мешавад, баҳо диҳед. Ин корро чӣ гуна ба амал татбиқ карда мешавад, инро қадам ба қадам баён кунед.
- 539.** Борти автомашинаҳора аз рӯй хати давлат гузаронидан аз 3-то рақам, 3-то ҳарфҳо ва кода, ки барои шаҳр ё ки вилоят пешбинӣ карда шудааст истифода мебаранд. Масалан коди 01-и дар номери автомашина буда -мошина дар шаҳрии Тошкент аз рӯйхат гузаштагиашро ифода мекунад. Чӣ хел фикр мекунад. Дар Тошкент аз ҳама зиёд чанто мошин аз рӯйхат гузаштани мумкин?
- △ Дар номеронидан 24 -то ҳарф иштирок мекунад. Номер 6-то "чой"-ро ишғол мекунад. Дар "чой" 1-ум аз 10-то рақам дилхоҳ якеш, дар "чой"-2-юм аз 10-то рақам якеш, дар "чой"-3-юм аз 9-то рақам дилхоҳ якеш меистад. Номери (номери 3-то рақами якхела дошта дода намешавад, ин гуна рақамҳо дар аукцион фурухта мешавад). Ҳарфҳои 1-ум, 2-юм ва 3-юм аз 24 ҳарф дилхоҳаш шуданаш мумкин. Аз ин ҷо шумораи мошинҳои дар Тошкент аз рӯйхат мегузашта ҳамаги $10 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 = 24^3 \cdot 900 = 12\,441\,600$ то аст.
- Дар ин ҳисобкуни ҳарфҳои дар номери адади 3 рақами "якҳо ҳарф-адади 3-рақами – 2-то ҳарф" ёки "адади 3-рақами -3-то ҳарф" вучуд доштани фарқ надорад.
- Ҷавоб:** 12 441 600-то. ▲
- 540.** Аз рақамҳои 2, 4, 7, 9 такрорнакада, чандто адади 4-рақами тартиб додан мумкин? Аз онҳо чандтояш ба 2, 4, 11 тақсим мешавад?
- 541.** 4-то рафики ба рӯзи таваллудатон тақлифкардари ба 4-то стул бо чанд усул шинондан мумкин?
- 542.** Дар табак 8-то чормағз ҳаст. Аббос 3-то чормағзи дилхоҳи онҳоро бо чанд усул гирифтаниш мумкин аст?
- 543.** Дар зал 2-то ҷои ҳоли ҳаст. Аз 3 нафар шахс 2-тояш ба ин ҷойҳо бо чанд усул шинонданиш мумкин?

БОБИ V

МАШҚҲО БАРОИ ТАКРОРИ КУРСИ
"АЛГЕБРА"-И СИНФИ 8

544. Ҳисоб кунед:

$$1) \frac{27}{32} \cdot \frac{8}{162} \cdot \frac{72}{69};$$

$$2) \frac{38}{147} \cdot \frac{91}{152} \cdot \frac{65}{264};$$

$$3) \left(\frac{5}{8} + \frac{7}{12} \right) \cdot \left(3\frac{23}{58} - 2\frac{9}{58} \right);$$

$$4) \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{9} \right) \cdot \left(2\frac{23}{56} - 3\frac{15}{56} \right);$$

$$5) 34,17:1,7 + (2\frac{3}{4} + 0,15): \frac{4}{5} - 23\frac{3}{8}; \quad 6) 5,86 - 3\frac{5}{6} \cdot \frac{15}{23} + \frac{15}{28} : 4\frac{2}{7};$$

$$7) \frac{12\frac{4}{5} \cdot 3\frac{3}{4} - 4\frac{4}{11} \cdot 4\frac{1}{8}}{11\frac{2}{3} \cdot 2\frac{4}{7}}; \quad 8) \frac{5\frac{1}{7} \cdot 5\frac{1}{4} + 5\frac{5}{8} \cdot 3\frac{1}{5}}{10\frac{5}{13} : 1\frac{1}{26}}.$$

545. Яке аз ду адади a баробар буда, дуюмаш аз он 7 воҳид зиёд аст. Дучандаи ҳосили зарби ин ададхоро ёбед. Қимати ҳосили зарбро ҳангоми $a = \frac{1}{2}$; 2 ҳисоб кунед.

546. Ҳосили ҷамъи ду адад бо 30 баробар буда, яке аз ададҳо a аст. Ҳосили зарби дучандаи ин ададхоро нависед. Қимати ин ҳосили зарбро ҳангоми $a = -2$ ҳисоб кунед.

547. Адади натуралӣ аз a садӣ, в даҳӣ ва с воҳид тартиб дода шудааст. Формулае нависед, ки воҳиди ин ададро ифода кунад. Ин ададро чаппа навишта, воҳиди онро муайян кунед.

548. a килограмм ва s грамм чанд граммро ташкил медиҳад? Адади граммхоро бо ҳарфи x ишора карда, ҷавобашро бо формула нависед.

Амалҳоро ичро кунед (549–552):

549. 1) $\left(\frac{c-d}{c^2+dc} - \frac{c}{d^2+cd}\right) : \left(\frac{d^2}{c^3-cd^2} + \frac{1}{c+d}\right);$

2) $\left(\frac{2n}{k+2n} - \frac{4n^2}{k^2+4nk+4n^2}\right) : \left(\frac{2n}{k^2-4n^2} + \frac{1}{2n-k}\right);$

3) $\left(\frac{b^2}{b+x} - \frac{b^3}{b^2+x^2+2bx}\right) : \left(\frac{b}{b+x} - \frac{b^2}{b^2-x^2}\right);$

4) $\left(\frac{2q}{2q+m} - \frac{4q^2}{4q^2+4mq+m^2}\right) : \left(\frac{2q}{4q^2-m^2} + \frac{1}{m-2q}\right).$

550. 1) $1+a - \frac{a-1}{a} + \frac{a-1}{2a} - \frac{3a}{2};$

2) $\frac{m+1}{m^2+m+1} - \frac{2}{1-m} + \frac{3m^2+2m+4}{1-m^3};$

3) $\frac{m+n}{3} - m + 2n;$

4) $m+n - \frac{2m-n}{5} - \frac{m+n}{2}.$

551. 1) $\frac{a^3+2a^2}{a^2-1} \cdot \frac{(a+1)^3(a-1)}{a^2(a+2)};$ 2) $\frac{(a^2+ab)^2}{a^2-b^2} : \frac{(a+b)^2}{(ab-b^2)^2}.$

552. 1) $1,5 \cdot \left(2b - \frac{3b}{7}\right) - 1\frac{5}{7} \cdot (3b-5) + \frac{9b^2-16}{4-3b};$

2) $\frac{x+3a}{x+a} - \frac{x}{x-a} + \frac{2a^2-ax+x^2}{a^2x^2} : \frac{x^2-a^2}{a^2x^2}.$

553. Агар $x > \frac{1}{2}$ ва $y > 4$ бошад, он гоҳ

1) $4x+3y > 14;$ 2) $2xy-3 > 1;$ 3) $x^2y > 1;$ 4) $x^3+y^2 > 16$

исбот кунед.

554. (Шифохй.) Адади бутуни калонтаринеро ёбед, ки нобаро-бариро қонёъ намояд.

- 1) $n \leq -7$; 2) $n < -3,6$; 3) $n \leq 4,8$; 4) $n \leq -5,6$.

555. (Шифохй.) Адади бутуни калонтаринеро ёбед, ки нобаро-бариро қонёъ намояд.

- 1) $n > -12$; 2) $n \geq -5,2$; 3) $n \geq 8,1$; 4) $n \geq -8,1$.

556. Нобаробарихоро ҳал кунед:

- 1) $x + 4 > 3 - 2x$; 2) $5(y+2) \geq 8 - (2-3y)$;
 3) $2(0,4+x) - 2,8 \geq 2,3 + 3x$; 4) $7(x + 5) + 10 > 17$;
 5) $\frac{3-x}{2} + \frac{x}{4} > 7$; 6) $\frac{x}{6} - \frac{2-x}{3} \leq 5$.

557. Агар

- 1) $0 \leq x \leq 7,2$; 2) $-5\frac{1}{3} \leq x \leq 0$; 3) $4 < \frac{1}{3}x < 5$;
 4) $11 < 3x < 13$; 5) $-3,1 < x \leq 4$; 6) $12 < 5x < 21$
 бошад, X кадом қимати бутунро соҳиб шуда метавонад?

558. Системаи муодилаҳоро ҳал кунед:

- 1) $\begin{cases} 5x - 2 \geq 6x - 1, \\ 4 - 3x > 2x - 6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7(x+1) - 2x > 9 - 4x, \\ 3(5-2x) - 1 \geq 4 - 5x; \end{cases}$
 3) $\begin{cases} 12x - 3(x+2) \geq 7x - 5, \\ 13x + 6 \leq (x-5) \cdot 2 + 3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{4x-5}{7} < \frac{3x-8}{4}, \\ \frac{6-x}{5} - 1 < \frac{14x-3}{2}. \end{cases}$

559. Системаи нобаробарихоро ҳал кунед:

- 1) $\begin{cases} \frac{2x-5}{4} - 2 \leq \frac{3-x}{4}, \\ \frac{5x+1}{5} > \frac{4-x}{4}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{10x-1}{3} - \frac{2-5x}{4} < \frac{5-3x}{6}, \\ \frac{2x+1}{2} \geq \frac{3+7x}{4} - \frac{5+4x}{5}. \end{cases}$

560. Муодилаҳоро ҳал кунед:

- 1) $|x-2|=3,4$; 2) $|3-x|=5,1$; 3) $|2x+1|=5$;
 4) $|1-2x|=7$; 5) $|3x+2|=5$; 6) $|7x-3|=3$.

561. Нобаробариҳоро ҳал кунед:

- 1) $|x-2| \leq 5,4$; 2) $|x-2| \geq 5,4$; 3) $|2-x| < 5,4$;
4) $|3x+2| \geq 5$; 5) $|2x+3| < 5$; 6) $|3x-2,8| \geq 3$.

562. Аз реша бароред:

- 1) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$; 2) $\sqrt{5\frac{4}{9}}$; 3) $\sqrt[3]{\frac{8b^6}{343a^9}}$, $a \neq 0$; 4) $\sqrt[4]{\frac{16x^8}{81y^4}}$, $y > 0$.

563. Содда кунед:

- 1) $(3\sqrt{20} + 7\sqrt{15} - \sqrt{5}) : \sqrt{5}$; 2) $(\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{14} + \sqrt[3]{56}) : \sqrt[3]{7}$;
3) $2\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{6} - 3\sqrt{\frac{2}{3}}$; 4) $7\sqrt{1\frac{3}{4}} - \sqrt{7} + 0,5\sqrt{343}$.

564. Қимати муодиларо содда кунед:

- 1) $\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-1/3}$ ва $\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-1/2}$; 2) $(2\sqrt{0,5})^{0,3}$ ва $(2\sqrt{0,5})^{0,37}$.

565. Муодиларо содда кунед:

- 1) $\frac{\sqrt[6]{a^3\sqrt{a^{-1}}}}{a^{-\frac{2}{9}}}$; 2) $\frac{\sqrt[4]{x^3\sqrt[3]{x}}}{x^{\frac{1}{3}}}$; 3) $(16a^{-4})^{-\frac{3}{4}}$; 4) $(27b^{-6})^{\frac{2}{3}}$.

566. Зарбкунандаро аз тахти аломати реша бароред:

- 1) $\sqrt{9a^2b}$, дар ин чо $a < 0$; 2) $\sqrt{25a^2b^3}$, дар ин чо $a > 0, b > 0$;
3) $\sqrt{8a^3b^5}$, дар ин чо $a < 0, b < 0$; 4) $\sqrt{12a^3b^3}$, bunda $a < 0, b < 0$.

567. Зарбкунандаро аз тахти аломати реша бароред:

- 1) $x\sqrt{5}$, дар ин чо $x \geq 0$; 2) $x\sqrt{3}$, дар ин чо $x < 0$;
3) $-a\sqrt{3}$, дар ин чо $a \geq 0$; 4) $-a\sqrt{5}$, дар ин чо $a < 0$.

568. Ҳисоб кунед:

$$1) \sqrt[3]{1000} \cdot (0,0001)^{0,25} + (0,027)^{\frac{1}{3}} \cdot 7,1^0 - \left(\frac{10}{13}\right)^{-1};$$

$$2) \left(2\frac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} : \frac{1}{\sqrt{11\frac{1}{9}}} + (6,25)^{\frac{1}{2}} : (-4)^{-1};$$

$$3) \left(1\frac{61}{64}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot (0,008)^{\frac{1}{3}} : (-2)^{-2}.$$

569. Қимати ифодаро ёбед:

$$1) \left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a - b} \right) \cdot \frac{a - 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b}{a}, \text{ дар ин ҷо } a = 3, b = 12;$$

$$2) \frac{m + 2\sqrt{mn} + n}{n} \cdot \frac{\sqrt{mn} + n}{m - n} - \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m} + \sqrt{n}}, \text{ дар ин ҷо } m = 5, n = 20.$$

570. Муодиларо ҳал кунед:

$$x^{\frac{1}{2}} = 2; \quad 2) x^{-\frac{1}{2}} = 3; \quad 3) x^{-3} = 8; \quad 4) x^{\frac{5}{2}} = 0; \quad 5) x^{-\frac{1}{3}} = 27.$$

571. Оё нуқтаҳои 1) $A(\sqrt{5}; -5\sqrt{5})$; 2) $B(-5\sqrt{2}; 5\sqrt{2})$; 3) $C(0,1; 250)$

ба графики функсияи $y = -\frac{25}{x}$ тааллуқ дорад ё не?

572. Графики функсияро созед:

$$1) y = \frac{4}{x}; \quad 2) y = -\frac{6}{x}. \text{ Аз рӯи график фосилаҳои афзуншавӣ, ё}$$

тоқ будани онро муайян кунед.

573. Ифодаро содда кунед:

$$1) \frac{\sqrt{ab} \sqrt[4]{a}}{(a+2)\sqrt[4]{a^{-1}b^2}} - \frac{a^2+4}{a^2-4};$$

$$2) \left(\frac{\sqrt{a}}{b+\sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{a}}{b-\sqrt{ab}} \right) \cdot \frac{b-a}{2\sqrt{ab}};$$

$$3) \left(\frac{a-b}{a^{\frac{3}{4}}+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}} - \frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}+a^{\frac{1}{4}}} \right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}{(a^{-1}b)^{\frac{1}{2}}};$$

$$4) \left(\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{a-b} - \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} \right) \cdot \frac{a-b}{\sqrt{ab}}.$$

Ифодаро содда кунед: **(574–575):**

574. 1) $\sqrt{5+\sqrt{21}}$; 2) $\sqrt{4+\sqrt{7}}$; 3) $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$; 4) $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$.

575. 1) $\frac{1}{\sqrt{5}} \left[4(a+1) + (\sqrt[3]{a\sqrt{a}} - 1)^2 - \left(\frac{\sqrt[6]{ab^2} + \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} + \sqrt[3]{a} \right)^3 \right]^{\frac{1}{2}}$, дар ин чо $0 < a \leq 1$;

$$2) \frac{a^{-1}b^{-2} - a^{-2}b^{-1}}{a^{-\frac{5}{3}}b^{-2} - b^{-\frac{5}{3}}a^{-2}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}};$$

$$3) \frac{a^{-2} \cdot b^{-3} - a^{-1} \cdot b^{-2}}{a^{-\frac{9}{2}} \cdot b^{-\frac{11}{2}} - a^{-\frac{11}{2}} \cdot b^{-\frac{9}{2}}}.$$

Муодиларо ҳал кунед: **(576–577):**

576. 1) $x^2=7$; 2) $x^2=11$; 3) $x^2+6x=0$;
4) $x^2+5x=0$; 5) $x^2=8x$; 6) $x^2=12x$.

577. 1) $1,5x-4x^2=6,3x-x^2$; 2) $11y-15=(y+5)(y-3)$;
3) $3x(x+2)=2x(x-2)$; 4) $\frac{1}{4}(3x^2+1) - \frac{40x+3}{6} = \frac{x-3}{12}$;
5) $\frac{y^2-5}{4} - \frac{15-y^2}{5} = \frac{y^2-4}{3}$; 6) $\frac{2x^2-1}{4} = \frac{1+1,5x^2}{5}$.

578. Агар

1) $(y-3)^2 > (3+y)(y-3)$ бошад, он гоҳ $y < 3$ аст;
2) $(3a+b)^2 < (3a-b)^2$ бошад, он гоҳ $ab < 0$ -ро исбот кунед.

579. Агар $x < \frac{a+b}{2}$, $y < \frac{a+c}{2}$, $z < \frac{b+c}{2}$ бошад, он гоҳ $x+y+z < a+b+c$ буданашро исбот кунед.

- 580.** Баландин параллелепипеди росткунча аз 15 см калонтар, бараш аз 2 см калонтар ва дарозияш аз 0,3 м калонтар аст. Исбот кунед, ки ҳаҷми ин параллелепипед аз $0,9 \text{ дм}^3$ калонтар аст.
- 581.** Исбот кунед, ки дар қимати дилхоҳи y ифодаи зерин мусбат мешавад,
1) $(y-3)(y-1)+5$; 2) $(y-4)(y-6)+3$.
- 582.** Маҷмӯи қиматҳои k -ро ёбед, ки дар онҳо муодилаи $4y^2-3y+k=0$ решаҳои ҳақиқӣ надорад.
- 583.** Дар кадом қимагҳои k адади -2 решаи муодилаи $(k-2)x^2-7x-2k^2=0$ мебошад.
- 584.** Муодиларо ҳал кунед:
- 1) $3x^2+8x+5=0$;
 - 2) $5x^2+4x-12=0$;
 - 3) $\frac{6}{4x^2-1}-\frac{x}{2x-1}=\frac{5}{2x+1}$;
 - 4) $\frac{5}{x-1}+\frac{3x-3}{2x+2}=\frac{2x^2+8}{x^2-1}$;
 - 5) $\frac{30}{x^2-1}-\frac{13}{x^2+x+1}=\frac{7+18x}{x^3-1}$;
 - 6) $\frac{2}{x^2-x+1}=\frac{1}{x+1}+\frac{2x-1}{x^3+1}$.
- 585.** Нобаробарихоро ҳал кунед:
- 1) $(x+2)^2 < (x-3)^2 - 8(x-5)$;
 - 2) $\frac{2+x}{9} - x \leq \frac{2x-5}{3} - (4-x)$;
 - 3) $\frac{(x-3)(x+2)}{4} - \frac{(x-7)}{3} > \frac{(x-6)^2}{4} + x$;
 - 4) $6x + \frac{(3+x)^2}{2} > \frac{8-2x}{5} + \frac{(x+3)(x+7)}{2}$.
- 586.** Саҳви наздикшавии ададҳои зикршударо ёбед:
- 1) адади 0,2781 ба воситаи адади 0,278;
 - 2) адади $-2,154$ ба воситаи адади $-2,15$;
 - 3) адади $-\frac{7}{18}$ ба воситаи адади $-\frac{1}{3}$;
 - 4) адади $\frac{3}{11}$ ба воситаи адади 0,272.
- 587.** Исбот кунед, ки адади 3,5 бо саҳсҳои то 0,05 қимати тақрибии адади 3,5478 мебошад.

588. Саҳви нисбии наздикшавии адади $\frac{7}{9}$ -ро ба воситаи адади 0,777 ёбед.

589. 60 бех растании ғўза тасадуфӣ интиҳоб карда шудааст. Шумораи буғунҳои пояҳои ғўза дар чадвали зерин дода шудааст.

10	11	10	10	10	9	9	11	9	9
11	11	11	7	9	10	10	10	10	10
10	10	11	11	11	10	10	11	10	10
9	10	9	9	9	9	10	9	10	10
10	10	10	10	11	9	11	9	9	12
9	10	8	11	10	10	9	10	10	11

- 1) Чадвали басомадхоро созед; 2) қимати миёна; 3) модда;
4) медина; 5) васеъгӣ; 6) полигонӣ ба самаҳоро созед.

590. Дар чандто ададҳои чоррақама якто рақами 0 ҳаст?

591. Аз рақамҳои 0, 1, 2, 3, 5, 8 такрор накарда чанто адади се рақама тартиб додан мумкин аст?

592. 6 бо чанд тарз нафар меҳмонро ба 6 -то стул бо чанд тарз шинондан мумкин аст?

593. Аз китоби адабиёт ягон матнро интиҳоб кунед. Ҳамаи ҳаракатҳои ду саҳифаи онро шуморед. Басомади вохӯрдани ҳарфҳои садоноки матнро муайян кунед. Чадвали басомадхоро тартиб диҳад. Хулоса бароред ва онро ба дафтаратон нависед.

ҶАВОБҲОИ МАШҚҲО

БОБИ I

1. 2) 0; 4) 5. 2. 2) -2 ; 4) 0. 3. $(7m)t$; 168 t. 4. 1) $(60m)$ дақиқа; 2) $\frac{p}{60}$ min; 3) $\left(60m + l + \frac{p}{60}\right)$ min. 5. $3(x-y)$; 2) 4,5; 4) 2,5. 6. $(x+y)(x-y)$; 2) $-\frac{11}{64}$; 4) 0,104. 7. 2) $-1\frac{2}{3}$. 8. 2) 4. 9. 1, 3, 15, 21. 10. 2) $(m-1)m$; 4) $(2p+1)(2p+3)(2p+5)$. 12. $(p-q)t$; 1) 5t; 2) адади q аз p калон намешавад q ба p баробар шуданаш мумкин 3. $400n + 500m$; 155000; 155000. 15. 187200 м^3 , $(37440m) \text{ м}^3$. 16. $s = 3\frac{1}{6}c + 1\frac{2}{3}a + 2\frac{1}{2}b$, 53 км. 23. $\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$. 25. 2) 5; 4) 1,9; 6) -4 . 26. 2) $V = \frac{m}{p}$; 4) $a = \frac{p}{2} - b$. 27. $x = \frac{np}{1000a}$, $x = 3$. 28. $t = \frac{a}{cn}$, $t = 15$. 30. 2) $\frac{4}{5}$; 4) -2 . 31. 2) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{b}{2c}$. 32. 2) $\frac{1}{b^4}$; 4) b^2 . 33. 2) $\frac{2}{7}$; 4) $\frac{b}{3a}$; 6) $\frac{a^2b}{5c}$. 34. 2) $\frac{7a}{5}$; 4) $\frac{1}{3(a-b)}$; 6) $-\frac{1}{3}$. 35. 2) $\frac{1}{(m+n)^3}$; 4) $3y - 2x$; 6) $\frac{2}{a(a-b)}$. 36. 2) $\frac{2a}{m-n}$; 4) $\frac{4a-1}{2a+3}$; 6) $\frac{1+b}{1-b}$. 37. 2) $\frac{q^2}{p-q}$; 4) $\frac{m}{n}$; 6) $-\frac{x}{y}$. 38. 2) $\frac{3a+2b}{2a+3b}$; 4) $-\frac{1}{ab}$. 39. 2) $\frac{1}{a+b}$; 4) $5+x$; 6) $-\frac{c+2}{2a}$. 40. 2) $10 - 7b$; 4) $\frac{y}{5+y}$; 6) $\frac{5ab}{a^2-b^2}$. 41. 2) $\frac{1}{b+7}$; 4) $\frac{1}{1-2p}$. 42. 2) $\frac{4a+1}{4a-1}$; 4) $\frac{10(m+n)}{3(m-n)}$. 43. 2) $n - m$; 4) $\frac{1}{5-2x}$. 44. 2) $\frac{3y-4x}{3y+4x}$; 4) $\frac{6-c}{6+c}$; 6) $\frac{3c-2b}{a}$. 45. 2) $a+1$; 4) $\frac{1}{2}$. 46. 2) $\frac{b}{ab}$ ва $\frac{2a}{ab}$; 4) $\frac{2a}{2b}$ ва $\frac{a}{2b}$; 6) $\frac{32}{60}$ ва $\frac{25}{60}$. 47. 2) $\frac{9x^2}{12xy}$, $\frac{72}{12xy}$ ва $\frac{16y^2}{12xy}$; 4) $\frac{2ax^2}{4x^3}$ ва $\frac{b}{4x^3}$. 48. 2) $\frac{6b^2}{2b}$ ва $\frac{a^2}{2b}$; 4) $\frac{2b^2}{6ab}$, $\frac{9ac}{6ab}$, $\frac{6a^2b^2}{6ab}$. 49. 2) $\frac{3a^2}{18a^2b^2}$, $\frac{2(a^2+b^2)}{18a^2b^2}$

ва $\frac{a(3-a^2)}{18a^2b^2}$; 4) $\frac{21y^3}{60x^4y^4}$, $\frac{310x^3y}{60x^4y^4}$ ва $\frac{80x^2}{60x^4y^4}$. **50.** 2) $\frac{6a}{(a-1)a}$ ва $\frac{2(a-1)}{(a-1)a}$; 4) $\frac{8a^2}{12(a+1)}$ ва $\frac{15a^2}{12(a+1)}$. **51.** 2) $\frac{7a(3x+y)}{9x^2-y^2}$ ва $\frac{6b(3x-y)}{9x^2-y^2}$; 4) $\frac{6x}{8x+8y}$ ва $\frac{x}{8x+8y}$. **52.**

2) $\frac{7a}{x^2-9}$ ва $\frac{a(x-3)}{x^2-9}$; 4) $\frac{6x(x+y)}{x^2-y^2}$, $\frac{7xy(x-y)}{x^2-y^2}$ ва $\frac{3}{x^2-y^2}$. **53.** 2) $\frac{28c(b+c)}{70(b^2-c^2)}$, $\frac{6a^2}{70(b^2-c^2)}$ ва $\frac{35b(b-c)}{70(b^2-c^2)}$; 4) $\frac{15x(x+1)}{12x(x^2-1)}$, $\frac{-48x^2}{12x(x^2-1)}$ ва $\frac{4(x-1)}{12x(x^2-1)}$. **54.** 2) $\frac{5a}{b^3}$; 4) $\frac{x-y}{n+a}$. **55.** 2) $\frac{2a}{c^2}$; 4) $\frac{7}{a^2}$; 6) $\frac{8}{ab}$. **56.** 2) $\frac{11}{28}$; 4) $\frac{3}{5b}$; 6) $\frac{3ad-b}{12d}$. **57.** $\frac{15+ab}{5a}$; 4) $\frac{2+7b}{b}$. **58.** 2) $\frac{2c+4c^2-3}{c^2}$; 4) $\frac{mn-kn^2+m^2}{n^2}$. **59.** 2) $\frac{k-n}{mnk}$; 4) $\frac{bd+ba}{acd}$; 6) $\frac{2n^2-3m}{mn^3}$.

60. 2) $\frac{4a^4-21cb^3}{18a^3b^4}$; 4) $\frac{20y-21x+22}{28x^2y^2}$; 6) $\frac{b(cd^2+d+c)}{(cd)^2}$. **61.** 2) $\frac{3x}{2(1-x)}$; 4) $\frac{8y-25x}{10(y-3)}$.

62. 2) $\frac{11}{10(b+1)}$; 4) $\frac{5x}{8(x+y)}$. **63.** 2) $\frac{5b^2-2a^2}{ab(x+y)}$; 4) $\frac{a+b-y}{ab}$. **64.** 2) $\frac{2(2a+3)}{a(1-a)}$; 4) $\frac{67b-3a}{40(a^2-b^2)}$. **65.** 2) $\frac{x-1}{x^2-9}$; 4) $\frac{2x^2+3x+2}{x^2-16}$. **66.** 2) $\frac{6n-47}{n^2-49}$; 4) $\frac{24y^2+y+1}{1-9y^2}$. **67.** 2) $\frac{13a+4}{(3a+1)^2}$. **68.** 2) $\frac{2-11x}{(3x+1)^2}$; 4) $\frac{4-7n+7m}{(n-m)^2}$; 6) $\frac{2x^2+18}{(x^2-9)^2}$. **69.** 2) $\frac{b^2-3b}{b-2}$; 4) $\frac{1}{a+1}$. **70.**

2) $-\frac{1}{x+y}$; 4) $\frac{2(24-a)}{4a^2-9}$. **71.** 2) $\frac{b-3b^2-14}{6(b^2-1)}$; 4) $\frac{28n^2-4m^2+9mn}{m(4n^2-m^2)}$; 6) $\frac{4a^2-4a-b}{a^2+2a}$. **72.**

2) $\frac{2a}{a^3+8}$; 4) $-\frac{6m}{m^3-27}$. **73.** 2) $-\frac{12}{19}$. **74.** 2) $\frac{4}{13}$; 4) $\frac{15}{2}$. **75.** 2) $\frac{k^2}{mn}$; 4) $\frac{3mk}{4nd}$; 6) $\frac{2a^2b^2}{c^3}$. **78.** 2) 2; 4) $\frac{a}{bc}$; 6) $\frac{ac}{b}$. **79.** 2) $\frac{k^2}{mn}$; 4) $\frac{3md}{2nk}$; 6) $\frac{15a^2c^2}{d}$. **80.** 2) $\frac{18a^2}{7}$; 4)

$\frac{1}{a}$; 6) $\frac{a^3b^3}{d^2}$. **81.** 2) $\frac{2y}{5c^3}$; 4) $\frac{2d^2a^2}{3c}$; 6) $\frac{22p^3n}{m^4}$. **82.** 2) $10a^2b$; 4) $\frac{1}{4a^2b}$. **83.** 2) $\frac{2b}{a}$; 4) $3b$; 6) $a - b$. **84.** 2) $\frac{b}{3(1+a)}$; 4) $\frac{1}{3m^2(m+n)}$; 6) $\frac{5}{3(a-b)}$. **85.** 2) $\frac{-3x^2(x+y)}{2(x^2+y^2)}$; 4) $\frac{-18(n-m)^2(n+m)}{n(n+p)^2}$; 6) $\frac{1}{a^2-b^2}$. **86.** 2) $b-3$; 4) $(a-1)(2a-1)$. **87.** 2) $\frac{2(a+1)}{3}$; 4) 1 ; 6) $\frac{b^2}{b^2+1}$. **88.** 2) $\frac{a^2(b^2-1)}{b^2}$; 4) $\frac{2(m+n)}{n}$. **89.** 2) $\frac{4ab}{a^2-b^2}$; 4) $\frac{1}{6(c+d)}$. **90.** 2) $\frac{9z}{z+2}$; 4) $\frac{m+5}{m-2}$. **91.** 2) $\frac{b}{a+b}$; 4) $\frac{1}{c}$. **92.** 2) $\frac{4}{a-b}$; 4) $\frac{1}{c(a+b)}$. **95.** $\frac{v-v_1}{v+v_1}$ с км. **96.** 6 донағй. **97.** 2) Дар $x = -4$ $y = -\frac{1}{2}$; 4) Дар $x < 0$ ва $x \geq 2$ $y \leq 1$. **99.** 2) $(-2; 4)$ ва $(2; -4)$; 4) $(-4; -2)$ ва $(1; 3)$. **106.** 2) 2 ; 4) 15 . **107.** 2) 81 ; 4) $\frac{1}{81}$. **108.** 2) -1 ; 4) -4 ; 6) -8 . **109.** 2) $x = -\frac{1}{2}$; 4) $x_1 = -2$; $x_2 = 2$. **110.** 2) x — адади дилхоҳ; 4) $\frac{2}{3} \leq x < 2$. **111.** 2) 5 ; 4) -11 ; 6) $\frac{1}{30}$. **112.** 2) 2 ; 4) $4\sqrt{6}$. **113.** 1) $x - 2$; 2) $(3-x)^3$, дар $x \leq 3$, дар $(x-3)^3$, $x > 3$. **114.** 3974 . **117.** 2) 3 ; 4) 27 ; 6) $\frac{1}{27}$. **118.** 2) 5 ; 4) $\frac{1}{2}$; 6) $\frac{1}{2}$. **119.** 2) 49 ; 4) 125 . **120.** 2) 121 ; 4) 150 . **121.** 2) 3 ; 4) $2,7$. **122.** 2) b ; 4) a ; 6) 1 . **123.** 2) a^2b . **124.** 2) 1 . **125.** 2) 3 . **126.** 2) $b^{\frac{1}{2}}$; 4) $a+b$; 6) $a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}$; 8) $\sqrt{c} - 1$. **127.** 2) $\frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}}$; 4) $2\sqrt{b}$. **128.** 2) $2y$; 4) $2\sqrt[3]{b}$. **129.** 2) $2\sqrt[3]{b}$; 4) $\frac{2\sqrt[3]{a}}{a+b}$. **130.** $3 \cdot \sqrt{\frac{b}{a}}$. **131.** 27 . **132.** $9a$. **133.** $2b(a-b)$. **135.** $\sqrt[3]{(a-b)^2}$. **136.** $-4\sqrt{x}$. **137.** $\sqrt{a} \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{x})$. **138.** $-\sqrt{ab}$. **139.** $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{\sqrt{x}}$. **140.** 0 . **141.** 3 . **142.** 1 . **143.** a . **144.** a^2x . **145.**

$-x^3$. **146.** $\sqrt[6]{a}$. **147.** 2) $\frac{3(x^2-2x+4)}{x^3+8}$, $\frac{x+1}{x^3+8}$ ва $\frac{(x+2)^2}{x^3+8}$. **148.** 2) $\frac{55b-61}{24}$; 4) $\frac{5-27b}{36}$. **149.** 2) $\frac{7q-p}{3p-q}$; 4) $\frac{8a+8b-70}{2b-5}$. **150.** 2) $\frac{a^2-b^2}{7}$. **151.** 2) $\frac{x(x+2)(x-3)}{(x-2)(x+3)(x^2+2)}$; 4) 1. **152.** 2) $-2(a-1)^2$; 4) $\frac{a^2+4}{4a}$. **153.** 2) 1,8; 4) $\frac{1}{16}$. **154.** 2) 51; 4) 0,04; 6) $-0,1$. **155.** 2) 1000. **156.** 2) $\sqrt[4]{x}$; 4) $\frac{1}{\sqrt{x^2-y^2}}$. **157.** 2) $\frac{95}{16}$; 4) $-609\frac{8}{27}$. **158.** 2) x – адади дилхох; 4) $x \leq 2$, $x \geq 3$; 6) $0 \leq x \leq 2$, $x \geq 3$. **159.** 2) $a+1$; 4) $a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{3}}$; 6) $a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$.

БОБИ II

178. 2) $\frac{1}{3} > 0,3$; 4) $-\frac{5}{8} > -0,7$. **179.** 2) $b > a$; 4) $a < b$. **183.** Якумаш. **185.** 2) $a < 0$; 4) $a > 0$. **186.** $-9 < -3$. **187.** 2) $a + 3b < -2b$. **188.** 2) $8 > 6$. **189.** 2) $a - 3b < 3a$. **190.** 2) $a - 5 < b - 5$. **191.** 2) $19 > 12$; 4) $-12 > -14$. **192.** 2) $a < -0,25$; 4) $a < 2$. **193.** 2) $0,9 > -2$; 4) $5 > 3$. **194.** 2) $a < -2$; 4) $x < -\frac{4}{9}$. **196.** 2) $-5 < 7$; 4) $7y > 1$. **197.** 2) $25 < 58$; 4) $12 < 4x^2 - 1$. **204.** 2) $n = 3$; 4) $n = -6$; 6) $n = -1$. **205.** 2) $n = 6$; 4) $n = -3$; 6) $n = 4$. **206.** 2) $x = -9$. **207.** 2) $h \geq 5$; 4) $v \leq 70$. **208.** 2) дуруст; 4) нодуруст. **209.** 2) дуруст; 4) нодуруст. **211.** 2) $\left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{4}} < (0,41)^{-\frac{1}{4}}$; 4) $\left(\frac{11}{12}\right)^{-\sqrt{5}} > \left(\frac{12}{13}\right)^{-\sqrt{5}}$. **212.** 2) $x = 3$; 4) $x = 2$; 6) $x = \frac{1}{2}$. **213.** $\sqrt{\left(1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{5}\right)^3} > \sqrt{\left(1\frac{1}{6} - 1\frac{1}{7}\right)^3}$. **214.** 2) $x = \frac{5}{2}$; 4) $y = 5$. **215.** 2) $x = 2,6$; 4) $x = 4$. **216.** 2) $x = -\frac{1}{3}$; 4) $x = 1$. **217.** 2) 6;

- 4) -3 . **218.** 2) $x = -1$; 4) $x = 1$. **219.** 2) $13 - x < 2$; 4) $2(x - 3) \leq 2$; 6) $2x(-4) \geq x - (-4)$. **220.** 2) аз ададҳои додашуда ягонгояш ҳам ҳал намешавад; 4) $\frac{1}{2}$; 0; -1 . **221.** 2) $y > 0$; 4) дар ҳеч ягон гуна қимат; 6) $y \neq -2$. **222.** 2) $y < 2$; 4) $y \leq 0$. **223.** 2) $x \leq -3$; 4) $x > 0$; 6) $x < 0$. **225.** 2) $x < 14$; 4) $y > 9$; 6) $z \leq 4$. **226.** 2) $x \geq -8$; 4) $z > -15$; 6) $x \leq -2$. **227.** 2) $x < 6$; 4) $x > 5$; 6) $x \leq -2$. **228.** 2) $x \geq 3$; 4) $x > 0$; 6) $x \geq 2$. **229.** 2) $x < \frac{5}{8}$; 4) $x < -3$; 6) $x < 5\frac{1}{6}$. **230.** 2) $y > \frac{3}{8}$; 4) $y < \frac{5}{8}$; 6) $y > \frac{2}{3}$. **231.** 2) $y = 3$; 4) $x = 0$. **232.** 2) $x = -1$; 4) $x = -4$. **233.** 2) $b < -5\frac{2}{3}$; 4) $x > -1\frac{3}{7}$. **234.** 2) x — адади дилхоҳ; 4) x — адади дилхоҳ. **235.** 2) хелҳо надорад; 4) хелҳо надорад. **236.** 2) $x > 2$; 4) $x > -20$; 6) $x > 0,5$. **237.** 2) $x < 1,6$; 4) $x < 0$. **238.** 2) $x \leq 7$; 4) $x \leq 5$. **239.** 2) $x < 0,5$; 4) $x > -0,5$. **240.** Аз 45 кам нест. **241.** 2) аз ададҳои додашуда ягонгояш ҳам хел нест. **242.** 2) 1. **243.** 2) 0; 1; 2; 3; 4) -5 ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0; 1; 2; 3; 4; 5. **244.** 2) $[-1; 3]$; 4) $(1; 2)$; 6) $(-4; -2]$. **245.** 2) $-3 \leq x \leq -1$; 4) $0 < x < 3$; 6) $-2 \leq x < 2$. **246.** 2) $-1 < x < 2$, $(1; 2)$; 4) $-4 < x \leq 0$, $(-4; 0]$. **247.** ҳа. **248.** ҳа. **249.** б) $-3 < x < 1$; дар ҳеч ягон гуна қимат; е) $-5 < x < 0$; дар ҳеч ягон гуна қимат **251.** 1) $x \geq 0,6$; 2) $x \leq -\frac{1}{3}$; 3) $x \geq -3,5$; 4) $x \geq -4,5$. **252.** 2) $x > 0$; 4) $x \geq -2$. **253.** 2) $x < -1$; 4) $x \leq 0$. **254.** 2) $3 < x < 6$; 4) $0 \leq x < \frac{1}{2}$. **255.** 2) $-1,5 \leq x < 1,5$; 4) $-0,5 \leq x \leq 7,5$. **256.** 2) $x \geq 4$; 4) $x > -3$. **257.** 2) $x \leq -2$; 4) $x < 4$. **258.** 2) $x \leq -2,5$; 4) $2 \leq x \leq 5$. **259.** 2) $-5 < x \leq -1$; 4) $0 < x \leq \frac{4}{3}$. **260.** 2) 1; 2; 4) 4; 5. **261.** 2) Дар ҳеч ягон x ; 4) $0 < x < 2$. **262.** 2) $x \leq -2$; 4) $x \leq 6$. **263.** 2) 4 м калон аз 13 м хурд. **264.** 24. **265.** 36. **267.** 2) $x_{1,2} = \pm 1,5$; 4) $x = 0$, $x_2 = -6$.

268. 2) $x=2$; 4) $x=\frac{3}{4}$. 269. 2) $x_1=-0,25$, $x_2=-1,25$; 4) $x_1=1$, $x_2=\frac{1}{3}$. 270. 2) $x_{1,2}=\pm 2,1$; 4) $x_1=-5$, $x_2=11$. 272. 2) $-2 < x < 2$. 273. 2) $|x| \leq 0,3$. 274. 2) $-2,2 < x < -1,8$; 4) $\frac{1}{4} < x < 1\frac{3}{4}$. 275. 2) $-3 < x < 0$; 4) $1 \leq x < 1,5$. 276. 2) $x \leq 0,9$, $x \geq 3,1$; 4) $x < 2\frac{3}{4}$, $x > 3\frac{2}{3}$. 277. 2) $x < -1$, $x > -\frac{1}{3}$; 4) $x \leq 0$, $x \geq 1,6$. 278. 2) -1 ; 0; 4) 0; 1. 279. 2) $-1 \leq x \leq 1\frac{2}{3}$; 4) $x \leq 0$, $x \geq 3$. 282. 2) $\frac{1}{18}$; 4) $\frac{1}{225}$. 283. 2) 0,004; 4) $\frac{1}{350}$. 284. 2) 0,08; 4) 0,08. 285. 3°. 286. $\frac{1}{7}$. 287. То'g'ri. 289. 2) $141 \leq x \leq 143$; 4) $895 \leq v \leq 905$; 6) $m-n \leq y \leq m+n$. 290. 2) 2,6 va 2,8; 4) $-6,1$ va $-5,7$. 291. 2) Yo'q; 4) ha. 292. 2) Ha; 4) yo'q. 293. 2) 5,5; 4) 3,9; 6) 0,575. 298. Yo'q. 301. 2) 0,7; 4) 3,7. 302. 2) 0,07; 4) 1,67; 6) 5,07. 303. 2) 0,385; 4) 7,643. 304. 3 va 7. 305. 2) 0,41; $\approx 3,7\%$; 4) 0,108; 10,8%. 306. 2) $\approx 2\%$. 307. 2) дувумаш. 308. $\approx 1\%$; 0,1%; 0,01%. 309. якумаш. 310.) 0,000398. 311. дувумаш. 312. 2) $x_1=0$, $x_2=1\frac{1}{3}$; 4) $x_1=-4$, $x_2=0,5$. 313. 2) $x=0,5$; 4) $x_1=3$, $x_2=-2$. 314. 2) $2+b-a > 0$; 4) $a-3-b < 0$. 315. 2) y -қимати ихтиёрӣ; 4) $x > 7$. 316. 2) $x < 2$. 317. 2) $x_1=3,4$, $x_1=-1,4$; 4) $x_1=1$, $x_2=\frac{1}{3}$. 318. 2) $x \leq -2,4$, $x \geq 4,4$; 4) $x \leq -2$, $x \geq 1$. 321. 2) дар ҳеч ягон гуна қимат; 4) дар ҳеч ягон гуна қимат. 322. 34. 323. 47. 326. $3,5416 \cdot 10^{-5} \Omega$. 327. 67J. 329. 18800; 20400; 13200; 4600.

БОБИ III

- 345.** 2) $-x^2+9=0$; 4) $x^2=0$. **346.** 2) $x^2-4x-9=0$; 4) $5x^2+1=0$. **347.** 2) 0; 1; 4) 1; 6) Аз ададҳои додашуда ягонтояш ҳам реша нест. **350.** 2) $x_{1,2} = \pm \frac{4}{7}$; 4) $x_{1,2} = \pm 1,5$; 6) $x_{1,2} = \pm \sqrt{13}$. **351.** 2) $x_{1,2} = \pm 11$; 4) $x=0$; 6) решаҳои ҳақиқӣ надорад. **352.** 2) $x_1=0$, $x_2=2$; 4) $x_1=0$, $x_2=0,6$; 6) $x=-3$. **353.** 2) $x=0$; 4) $x_{1,2} = \pm 3$; 6) $x_{1,2} = \pm 3\sqrt{3}$; 8) $x_{1,2} = \pm 20$. **354.** 2) $x_1=0$, $x_2=-5$; 4) $x_1=0$, $x_2=0,04$; 6) реша надорад. **355.** 2) $x_{1,2} = \pm 1\frac{1}{4}$; 4) $x_{1,2} = \pm \sqrt{5}$; 6) $x_{1,2} = \pm 1\frac{1}{3}$. **356.** $x_{1,2} = \pm 2$; 4) $x_{1,2} = \pm 1\frac{1}{3}$. **357.** 2) $x_1=0$, $x_2=4$; 4) $x_1=0$, $x_2=-2,5$. **358.** 2) $x_1=0$, $x_2=2\frac{3}{19}$. **359.** 2) $m=9$; 4) $m=64$; 6) $m=6$. **360.** 2) $x_1=2$, $x_2=-6$; 4) $x_1=8$, $x_2=2$; 6) $x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{23}$. **361.** $x_1 = \frac{3}{5}$; $x_2 = -\frac{1}{5}$. **362.** 1) $x_1=1$, $x_2=4$; 2) $x_1=5$, $x_2=-2$. **363.** 1) $x_1=1$, $x_2=-2,5$; 2) $x_1=2$, $x_1=-\frac{3}{5}$. **364.** 2) 0,4; 4) 85. **365.** 2) $x_1=1$, $x_2=0,5$; 4) $x_1=3$, $x_2=0,5$; 6) $x_1=2$, $x_2=\frac{3}{4}$. **366.** 2) $x_1=4$, $x_2=-0,5$; 4) $x_1=-1$, $x_2=\frac{1}{3}$; 6) $\frac{-6 \pm \sqrt{6}}{3}$; 8) $x_1=1$, $x_2=-\frac{4}{3}$. **367.** 2) $x=\frac{1}{4}$; 4) $x=-\frac{1}{6}$. **368.** 1), 2), 3), 4) решаҳои ҳақиқӣ надорад. **369.** 2) дутто; 4) якто ҳам режа надорад. **370.** решаҳои ҳақиқӣ надорад; 4) $x=2,5$; 6) $x_1=4$, $x_2=-1$. **371.** 2) $x_1=1$, $x_2=0,2$; 4) $x_1=7$, $x_2=-8$; 6) $x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{7}}{7}$. **372.** 2)

- $x_1=7, x_2=-11$; 4) $x_1=0,6; x_2=-3$. **373.** 2) $x_1=0,5, x_2=-1,5$; 4) $x_1=5, x_2=\frac{1}{5}$. **376.** 2) $x_1=7, x_2=-1$; 4) $x_1=4, x_2=-10$; 6) $x_1=2, x_2=-1$. **381.** 2) $x^2-5x+6=0$; 4) $x^2-3x-18=0$. **382.** 2) $x_1=3, x_2=4$; 4) $x_1=-1, x_2=-7$; 6) $x_1=3, x_2=-5$. **383.** 2) $(x-1)(x+5)$; 4) $(x+7)(x-6)$; 6) $(2x+1)(4x+3)$; 8) $(x+2)(1-4x)$. **384.** 2) $x+6$; 4) $\frac{1}{x+7}$; 6) $\frac{x+3}{3x+1}$. **385.** 2) $x_{1,2}=\sqrt{5}\pm 2$; 4) $x_{1,2}=2(\sqrt{7}\pm\sqrt{6})$. **386.** 2) $x(x+7)(x-3)$; 4) $x(x-11)(x+2)$. **387.** 2) $\frac{x-9}{x+8}$; 4) $\frac{9-x}{x-5}$. **388.** 2) $-\frac{x}{(x+3)^2}$; 4) $\frac{x-1}{x(x+10)}$. **389.** 2) $x_{1,2}=\pm 1, x_{3,4}=\pm 2$; 4) $x_{1,2}=\pm 1, x_3=\pm 7$. **390.** 2) $x_{1,2}=\pm 1$; 4) $x_{1,2}=\pm\sqrt{5}$. **391.** 2) $x_1=7, x_2=3\frac{1}{3}$; 4) $x_1=40, x_2=-20$, 6) $x_1=6, x_2=-\frac{2}{3}$. **392.** 2) $x_{1,2}=\pm 10$; 4) реша надорад; 6) $x=-3$. **393.** 2) не. **402.** 2) 14 ва 15. **403.** 2) 19 ва 21. **404.** 10 см, 40 см. **405.** 140 м, 175 м. **406.** 100 км/с, 80 км/с. **407.** 10 км/с. **408.** 20 рўз, 30 рўз. **409.** тарафи квадрат 15 см. **410.** 9 см, 40 см. **411.** 18 км/с, 15 км/с. **412.** 15 рўз, 10 рўз. **413.** 2) $x_{1,2}=\pm 5\sqrt{2}$; 4) $x_1=0, x_2=7,5$. **414.** 2) $x_1=13, x_2=-4$; 4) $x_1=3,6, x_2=-7$. **415.** 2) $x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{17}}{6}$; 4) $x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{7}}{3}$. **416.** 2) ду; 4) як. **417.** 2) $(x-8)(x-2)$; 4) $(x-2)(2x+1)$. **418.** 2) $x(x+2)$; 4) $\frac{5x+1}{x-3}$. **419.** 2) $x_{1,2}=\pm 3, x_{3,4}=\pm 2$; 4) $x_{1,2}=\pm\sqrt{3}, x_{3,4}=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$. **420.** 2) $x_2=\pm\sqrt{5}$; 4) $y=1$. **421.** 20 км/с. **422.** 15 км/с. **423.** 3 рўз, 5 рўз. **424.** 2) $x_1=0, x_2=2$. **425.** 2) $x_2=0,5$; 4) $x_1=7, x_2=-13$. **426.** 2) $x_1=0, x_2=-5$; 4) $x_{1,2}=\pm 4$. **427.** 2) $x_1=9, x_2=-12$; 4) $x_1=3, x_2=-6$. **428.** 2) Ягонто ҳам реша нест; 4) дутто. **429.** 2) $x_1=3, x_2=1,4$. **430.** дар 36 рўз. **431.** 1 соату 40 дақиқа ва 1 соату 20 дақиқа ёки 2 соат ва 1 соату 40 дақиқа **432.** 12 соат, 6 соат. **437.** 3 соат. **439.** 12 рўз, 8 рўз.

440. 25 соат, 20 соат. **441.** 60 км/с. **442.** 8 рўз, 12 рўз. **444.** 120; -120. **445.** 6. **452.** дар 7 рўз. **453.** 20 км/с. **454.** 3 км/с. **455.** 8 рўз. **456.** 37. **457.** 82. **458.** 20 рўз, 30 рўз, 60 рўз. **459.** 9 соат. **460.** 10%. **461.** 5%. **462.** 10 км. **463.** 16 нафар. **464.** 35 нафар. **465.** 60 км/с, 50 км/с. **466.** 55 км/с.

БОБИ IV

482. 6 то. **483.** 18 то. **484.** 27 то. **485.** 9 то. **487.** 9 то. **491.** 15 то **492.** 120. **494.** d) $n(n-1):2$. **496.** 45. **497.** 2) 900. **499.** $16 \cdot 15 \cdot 14 = 3360$. **500.** 30. **501.** 1) 125; 2) 625. **503.** 24. **504.** 10. **505.** $12 \cdot 8 \cdot 7 = 672$. **506.** $64 \cdot 49 = 3136$. **508.** 1) $4 \cdot 60$; 2) $24 \cdot 58$; 3) $36 \cdot 55$; ҳамагӣ 3612 усул. **509.** 6. **510.** 12. **512.** 20. **513.** 14. **521.** 1) $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 300$; 2) $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1080$. **522.** $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 = 540$. **523.** $26 \cdot 25 \cdot 24 = 15600$. **524.** $8 \cdot 7 \cdot 5 = 280$. **525.** 10000. **527.** 24 та. **528.** 1) 6; 2) 15; 3) 45; 4) $n \cdot (n-1):2$. **529.** $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$. **530.** 4.

БОБИ V

544. 2) $\frac{22}{35}$; 4) $-\frac{5}{6}$; 6) 3,485. **545.** $7\frac{1}{2}$; 36. **546.** $2a(30-a)$; -128. **547.**

$a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$, $c \cdot 100 + b \cdot 10 + a$ то. **548.** $x = 1000a + c$. **549.** 2) $\frac{2n(2n-k)}{2n+k}$; 4)

$\frac{2q(m-2q)}{m+2q}$. **550.** 4) $\frac{m+7n}{10}$. **552.** 2) 1. **556.** 2) $y \geq -2$; 4) $x > -4$; 6) $x \leq 11\frac{1}{3}$. **557.**

2) -5; -4; -3; -2; -1; 0; 4) 4. **558.** 2) $\frac{2}{9} < x \leq 32$; 4) $x > 7,2$. **559.** 2) -15; -14;

...; -1; 0. **560.** 2) $x_1 = 8,1$, $x_2 = -2,1$; 4) $x_1 = 4$, $x_2 = -3$; 6) $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{6}{7}$. **561.** 2)

$x \leq -3,4$; $x \geq 7,4$; 4) $x \leq -2\frac{1}{3}$; $x \geq 1$. **562.** 2) $2\frac{1}{3}$; 4) $\frac{2x^2}{3y}$. **563.** 2) $3 - \sqrt[3]{2}$; 4) $6\sqrt{7}$.

564. 2) $2(\sqrt{0,5})^{0,3} < (2\sqrt{0,5})^{0,37}$ **565.** 2) $\sqrt{x}$; 4) $9b^{-4}$. **566.** 2) $5ab\sqrt{b}$. **567.** 2)

$-\sqrt{3x^2}$; 4) $\sqrt{5a^2}$. **568.** 2) $-8\frac{1}{8}$. **569.** 2) $-4\frac{5}{6}$. **570.** 2) $x = \frac{1}{9}$; 4) $x = 0$. **571.** 2)

не. **573.** 2) $-\frac{\sqrt{a}}{b}$; 4) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. **574.** 1) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$; 2) $\frac{1+\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$. **575.** 2) $a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}$.

576. 2) $x_{1,2} = \pm\sqrt{11}$; 4) $x_1 = 0, x_2 = -5$; 6) $x_1 = 0, x_2 = 12$. **577.** 2) $y_1 = 0, y_2 = 9$; 4) $x_1 = 0, x_2 = 9$; 6) $x_{1,2} = \pm 1,5$. **582.** $k > \frac{9}{16}$. **583.** $k_1 = 3, k_2 = -1$. **584.** 2) $x_1 = 1,2, x_2 = -2$; 4) $x = 3$; 6) $x = 2$. **586.** 2) 0,004; 4) $\frac{1}{1375}$. **588.** $\approx 0,1\%$.

Чавобҳои "худро санчида бинед"

Боби I. 1. $b \neq 0, c \neq 1, d \neq -2$. 2. 1) $\frac{1}{a}$; 2) $\frac{4ab}{a^2 - b^2}$; 3) 4; 4) $\frac{a-b}{b}$. 3. $\frac{1}{x-3}$; -3. 4. 1) $8\frac{3}{8}$; 2) 16. 5. 1) 6; 2) $(y+x)xy$. 6. $a^{\frac{3}{4}}$; 27.

Боби II. 2. 1) $x < 2,4$; 2) $x \geq -15$; 3) $x < 5$. 3. 1) $4\frac{1}{3} < x < 6\frac{1}{4}$; 2) $x \geq 3$; 3) $x < -5$.

Боби III. 1. 1) $x = 0$; 2) $x_1 = -1, x_2 = 2$; 3) $x_{1,2} = \pm\frac{1}{2}$; 4) $x_1 = 0, x_2 = 1\frac{2}{3}$; 5) $x_{1,2} = \frac{1}{2}$; 6) $x_1 = 17, x_2 = -1$; 7) $x_1 = -2, x_2 = \frac{1}{3}$; 8) ҳал надорад. 2. 1) $(x-2)(x+3)$; 2) $(x+1)(2x-3)$. 3. 9 км/с; 12 км/с.

Боби IV. 1. $18 \cdot 17 = 306$. 2. $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 87480$. 3. $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$. 4. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$. 5. 1) 1,2; 2) 4; 3) 2,5; 4) 15.

Чавоби масъалаҳои шавқовар.

1. 10 метр. 2. Мумкин нест. 3. Тарафҳояш ба 3 ва 6 воҳиди дарози баробар буда росткунча ёки квадрати тарафаш ба 4 воҳид баробар. 4. Мувофиқан 8; 12; 6; -1. 5. $(x^2 + x + 1)(x^2 - x - 2006)$.

МУНДАРИЧА

Такрори курси "Алгебра"-и синфи 7.....	3
--	---

БОБИ I

КАСРҲОИ АЛГЕБРАВЌИ ВА АМАЛҲО БО ОНҲО

§ 1. Ифодаҳои алгебравӣ.....	7
§ 2. Касрҳои алгебравӣ. Ихтисор кардани касрҳо.....	12
§ 3. Ба махраҷи умуми овардани касрҳо	18
§ 4. Ҷамъ ва тарҳи касрҳои алгебравӣ.....	22
§ 5. Зарб ва тақсими касрҳои алгебравӣ	27
§ 6. Табдихии айнияти ифодаҳои ратсионалӣ-касри.....	30
§ 7. Функсияи $y = \frac{k}{x}$. Хосиятҳо ва графики он.....	34
§ 8. Дараҷаи нишондиҳандаи натуралӣ ва хосиятҳои он.....	39
§ 9. Дараҷаи нишондиҳандаи ратсионалӣ ва хосиятҳои он.....	42
§ 10. Содда кардани ифодаҳои дараҷаи нишондиҳандаи ратсионалӣ	49
Машиқҳо оид ба боби I	53
Машиқҳои санҷишӣ - тестҳо оид ба боби I	58
Маълумотҳои таърихӣ	61
Масъалаҳои амалӣ - таъбиқи ва алоқа бо фанҳо	62

БОБИ II

НОБАРОБАРИҲО

§ 11. Нобаробарии ададӣ	68
§ 12. Хосиятҳои асосии нобаробарии ададӣ.....	71
§ 13. Ҷамъ ва зарби нобаробарӣ	75
§ 14. Ба дараҷа нобаробарии ададӣ	80
§ 15. Нобаробарии якномаълума.....	85
§ 16. Системаи нобаробарии якномаълума. Ҳосилаҳои ададӣ.....	94
§ 17. Муодили адад. Муодила ва нобаробарии муодул иштирок карда.....	105
§ 18. Ҳисобкуни тақрибӣ. Қимати тақрибии микдорҳо хатогии наздикшавӣ.....	111
§ 19. Баҳо додан ба хатогӣ	114

§ 20. Яклухткунии ададҳо.....	117
§ 21. Хатогии нисбӣ.....	119
<i>Машқҳо оид ба боби II</i>	121
<i>Машқҳои санҷишӣ - тестҳо оид ба боби II</i>	124
<i>Масъалаҳои таърихӣ</i>	127
<i>Маълумотҳои таърихӣ</i>	128
<i>Масъалаҳои амалӣ - татбиқӣ ва алоқа бо фанҳо</i>	129

БОБИ III МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ

§ 22. Муодилаи квадратӣ ва решаҳои он	135
§ 23. Муодилаи квадратӣи нопурра ва ҳалли он.....	139
§ 24. Формулаҳои ёфтани решаҳои муодилаи квадратӣ. Дискриминант...141	
§ 25. Теоремаи Виет. Ба зарбкунандаҳои содда чудо кардани сеаъзогии квадратӣ	149
§ 26. Муодилаи биквадратӣ. Муодилаҳои ба муодилаи квадратӣ оварда шаванда.....	156
§ 27. Бо ёрии муодилаи муодилаи квадратӣ	163
<i>Машқҳо оид ба боби III</i>	167
<i>Машқҳои санҷишӣ - тестҳо оид ба боби III</i>	170
<i>Масъалаҳои таърихӣ</i>	172
<i>Маълумотҳои таърихӣ</i>	175
<i>Масъалаҳои амалӣ - татбиқӣ ва алоқа бо фанҳо</i>	176

БОБИ IV ТАҲЛИЛИ МАЪЛУМОТҲО

§ 28. Таҳлили маълумотҳо. Тасвири маълумотҳо.....	188
§ 29. Қимати миёна. Мода. Медиана.....	194
§ 30. Бо усули интиҳобӣ ҳал кардани масъалаҳои комбинаторика.....200	
§ 31. Қоидаҳои асосии комбинаторика ва истифодаи он дар ҳалли масъалаҳо	203
<i>Машқҳо оид ба боби IV</i>	210
<i>Машқҳои санҷишӣ - тестҳо оид ба боби IV</i>	213
<i>Масъалаҳои амалӣ - татбиқӣ ва алоқа бо фанҳо</i>	215

БОБИ V

Машқҳо оид ба такрори курси "Алгебра"-и синфи 8.....	219
Ҷавобҳо бо машқҳо	227

А 47

Алимов Ш.А.

Алгебра: Китоби дарсӣ барои донишомӯзони синфи 8-уми мактабҳои миёнаи таълими умумӣ /Ш.А. Алимов, О. Р. Холмухамедов, М.А. Мирзааҳмедов. – Нашри 4. – Тошканд: ХЭТН, „О‘qituvchi“ 2019. –240 с.

ISBN 978-9943-5750-3-5

УЎК 512(075.3)=222.8

КБК 22.14я72

**Shavkat Arifdjanovich Alimov,
Alimdjan Raximovich Xalmuxamedov,
Mirfazil Abdilxakovich Mirzaxmedov**

ALGEBRA

(Tojik tilida)

Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining 8-sinfi uchun darslik

Qayta ishlangan 4- nashri

«O‘QITUVCHI» nashriyot-matbaa ijodiy uyi
Toshkent – 2019

Original-maket «DAVR NASHRIYOTI» MCHJ da tayyorlandi.

Тарҷумон М. Норметов

Муҳаррир М. Норметов

Муҳаррири расмҳо Р. Запаров

Мусаҳҳаҳ З. Норметова

Саҳифабанди компютерӣ Ҳ. Сафаралиева

Ҳарфчинӣ С. Ниязова

Литсензияи нашриёт АИ № 012. 20.07.2018.

Ба нашр аз нусхаи асл иҷозат дода шуд 26.07.2019. Андоза: 70×90¹/₁₆. Ҳуруфи Таумс.

Бо усули наشري офсет. Коғазии офсетӣ. Ҷузъи чопии шартӣ: 17,55.

Ҷузъи наشريю ҳисобӣ: 16,6. Адади нашр 6 431 нусха. Супориши №

Оҷонсии иттилоот ва иртибототи оммавии назди Дастгоҳи Президенти Ҷумҳурии Ўзбекистон, Хонаи эҷодии таъбу наشري «O‘qituvchi». Тошканд – 206, ноҳияи Юнусобод, кӯчаи Янгишаҳар, хонаи 1. Шартномаи № 57-19

Ҳолати китоби дарсии ба ичора додашуда

№	Ном ва номи хонаводагии донишомӯз	Соли таҳсил	Ҳолати китоб дар аввали сол	Имзои роҳбари синф	Ҳолати китоб дар поёни сол	Имзои роҳбари синф
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

Ҳангоми ба ичора додан ва пас гирифтани китоби дарсӣ роҳбари синф чадвали болоиро бо мизонҳои баҳогузори зерин пур мекунад:

Нав	Ҳолати китоби дарсӣ дар замони бори аввал ба истифода додан
Хуб	Мукова комил аст, аз қисми асосии китоб ҷудо нашудааст. Тамоми varaқҳо ҳаст, пора ва ҷо ба ҷо нашудааст, дар саҳифаҳои хат-хатиҳо нест
Қаноатбахш	Мукова фарсуда шуда, ғушаҳои дар чанд ҷо хаткашӣ ва хӯрдагӣ дорад, аз қисми асосии китоб каме канда шудааст, аз ҷониби истифодабаранда қаноатбахш тармим шудааст. Vарақҳои кандашударо часпондаанд, дар баъзе саҳифаҳо хат-хатиҳо дорад.
Ғайриқаноатбахш	Мукова хат-хатиҳо дорад, пора шудааст, аз қисми асосӣ ҷудо ё тамоман нест, ба наҳви бад тармим шудааст. Vарақҳо пора шудаанд, каманд, пур аз хат-хатӣ ва ранголуд мебошанд. Китоби дарсиро тармим карда намешавад.